المنطق الرمزي

تأليف

د. محمود فهمي زيدان

تصدير

د. محمد فتحي عبدالله

بيانات أساسيــة

الكليــة : الآداب

الفرقــة : الرابعــة

التخصص : فلسفــة

عدد الصفحـات : ١٥٣

مقدمة

أ – حين نقرأ كتابا في المنطق الرمزي نجده يتناول نظريات رئيسة أربعة : حساب القضايا ، وحساب المحمول ، وحساب الأصناف ، وحساب العلاقات ، ويعرض موضوع كل نظرية ، وعناصرها ومصطلحها الرمزي وقوانينها ، لكنه لا يذكر صاحب هذه النظرية أو تلك أو صاحب هذه الفكرة أو تلك من أفكار تلك النظريات . ليس كتابنا كتابا في المنطق الرمزي بالمفهوم السابق ، وإنما موضوعة دراسة تاريخية تتبع تلك النظريات الأربعة نشأة وتطورا وتربطها بأعلامها ؛ حينئذ يمكن لقارىء اي كتاب في المنطق الرمزي أن يرد كل فكرة من أفكاره الأساسية إلى مصادرها .

ب– قسمنا كتابنا أبوابا أربعة ، تمثل حلقات أربعة في نشأة المنطق الرمزي وتطوره . كان مبدؤنا الموجه في التمييز بين تلك الحلقات هو مدى تحقيق خصائص ذلك المنطق كما نعرفه اليوم – وهي استخدامه الرموز ، وأنه نسق استنباطي ، ومقدار النظريات المقدمة في كل حلقة ، وضعنا في الحلقة الأولى أعمالا منطقية بدأت ولم تتم من وجهة نظر المنطق الرمزي في صورته المتطورة – وتمثلت في المنطق الأرسطي ، والمنطق الرواقي ، ومواقف ليبنتز ودى

مورجان المنطقية ، لقد استخدم أرسطو بعض أنواع الرموز لا كلها ، كما تعتبر نظريته في القياس – وهي محور منطقته – محاولة أولى لما سمى من بعد (نظرية الأصناف) ، توسع الرواقيون في استخدام الرموز اكثر مما جاء به أرسطو ، وادركوا إمكان إقامة المنطلق نسقا استنباطيا ، كما وضعوا أسس منطق الشرطيات ، مما سوف يسبح فيما بعد جزءا من (نظرية حساب القضايا) وقدم ليبنتزمحاولة ثانية لاقامة نظرية الاصناف كما قدم دي مورجان محاولة أولية لنظرية العلاقات

حـ- تناولنا في الحلقة الثانية جهود بول وبيرس وشرويدر ، وضع بول المبادىء الأساسية لنظرية حساب الأصناف على نحو يختلف عما قدمه التقليديون حيث صاغ نظرية الأصناف في لغة قوامها رموز علم الجبر وتصوراته الأساسية كما أراد إقامة علم جبر منطقي ، ومن ثم يعتبر بول مؤسس المنطق الرمزي ، ولقد ساربيرس وشرويرد على درب بول ، وسدا بعض أوجه النقص في نظريتهما واستطاعا أن يطورا نظرية العلاقات على نموذج جبر الأصناف . واكتفينا في هذه الحلقة بذكر بعض تفصيل لمواقف بول وبيرس دون شرويدر ، لأن الأخير الذي دار في فلك بول لم يوقفنا عن التماس الحلقة الثالثة التي طورت عمل جورج بول

د – تناولنا في الحلقة الثالثة جهود فريجه وبيانو . وضع الأول أصول نظريتي حساب القضايا وحساب المحمول ، على نحو لم يحلم به اصحاب جبر الاصناف، بالرغم أنه وضع نظرياته المنطقية في نسق استنباطي محكم على

نموذج الهندسة والحساب ، فإنه خلصها من أي أفكار رياضية مما كان مألوفا في الحلقة واستبدل بها أفكارا منطقية خالصة ، ولقد ساهم بيانو في إقامة نفس الأفكار والنظريات بنصيب موفور .

هـ – تناولنا في الحلقة الرابعة جهود رسل ووايتد اللذين أخدا اتجاه فريجه – بيانو وطورا أفكارهما ونظرياتهما ، كما طورا نظريات السابقين جميعا في نسق صوري محكم، وغنى عن البيان أن حلقة رسل – وايتهد ليست نهاية المطاف في تطور المنطق الرمزي وإنما قام أعلام معاصرون بتطوير تلك الحلقة مثل لوكاشيفتش وهلبرت وتشيرش و كواين وآخرون ، مما لم نتعرض لهم ، تاركين دراسة أنساقهم المتباينة لمن شاء أن يعكف عليها .

٢– ترتبط نشأة المنطق الرمزي وتطوره ارتباطا وثيقا بموضوعين حاولنا تفادي البحث المفصل فيهما : المنطق التقليدي ، وفلسفة الرياضيات أما المنطق التقليدي فهو الصفحة الأولى من صفحات المنطق الصورى ، بينما المنطق الرمزي ثاني صفحاته ، وهو أيضا تصحيح وتطوير للمنطق التقليدي . ولكن كتب في هذا ما لا يسمح بزيادة لمستزيد ، ومن ثم لم نتعرض له إلا بالقدر الذي يسمح لنا بمقارنته بالمنطق الرمزي .

وأما فلسفة الرياضيات فموضوع نشأ وتطور مع نشأة المنطق الرمزى وتطوره ، وهو مبحث في طبيعة العلوم الرياضية ومناهجها ومعيار صحة نظرياتها ، وهو أيضا مبحث في رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية بحتة أو

ردها جميعها إلى تصورات أكثر منها سبقا . فلسفة الرياضة مرتبطة بالمنطق الرمزي من جهتين :

إن التفكير في إقامة الأولى هو الذي أثار البحث في إقامة الثاني ، وأن تطوير الثاني هو اللي ساعده على تدعيم الأولى ، ومع هذا تفادينا موضوع فلسفة الرياضة هنا ، لأنه جدير بدراسة مستقلة

د . محمود فهمي زيدان

الباب الأول

فجر المنطق الرمزى

الفصل الأول

المنطق الرمزي وخصائصه

٣- المنطق الرمزي وتعريفه :

أ – يسمى المنطق الرمزي Symbolic Logic بأسماء عدة : لوجستيقا Logistic أو (جبر المنطق) Algebra of Logic ، أو المنطق الرياضي ، أو المنطق الصوري ، وكلها عبارات مترادفة ويسمى المنطق الرمزي لأن لغته الرموز لا الكتابة والحديث ؛ وليس معنى هذا أنه يسمى رمزيا لمجرد استخدامه رموزا ، فإن هنالك علوما تستخدم الرموز ولا نسميها المنطق الرمزي ، كعلم الجبر مثلا ؛ واستخدام الرموز شرط ضروري لإقامة هذا المنطق ، لكنه شرط غير كاف ليكون رمزيا ، بل يجب – إلى جانب استخدام الرموز – أن يدرس العلاقات المختلفة بين الحدود في قضية ما ، والعلاقات المختلفة التي تربط بين عدة قضايا ، ووضع القواعد التي تجعل من القضايا التي يرتبط بعضها ببعض C REDOR di قضايا صادقة دائما . وترجع تسمية المنطق الرمزى باللوجستيقا إلى إتلسن Etelson ولالاند Lalande وكوتيرا Couturat في المؤتمر الدولي للفلسفة بباريس عام ١٩٠٤ لكننا نلاحظ أن الكلمة كانت – مستخدمة من قديم فقد استخدمها الفيثاغوريون للدلالة على جداول يجد فيها الحاسبون نتائج العمليات الحسابية دون جهد ، وتذكرنا بجداول اللوغاريتمات اليوم ، وقد استخدم ليبنتز الكلمة كمرادفة لعبارتي (المنطق الرياضي) و (حساب البرهنة) calculus

Ratiocinator ، ونلاحظ ايضا ان (لوجستيقا) لم تستخدم فقط للدلالة على المنطق الرمزي ؛ وإنما استخدمت أيضا للدلالة على اتجاه رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية خالصة[1]. وفي القرن التاسع عشر سمى المنطق الرمزي أيضا (جبر المنطق) وترجع هذه التسمية إلى جورج بول الذي جعلها اسما لنظريته في جبر الأصناف، ثم استخدمها بيرس وشرويدر للدلالة على نظريات المنطق الرمزى كلها حيث صيغت جميعها على نموذج جبر الأصناف .

ويسمى المنطق الرمزي كذلك (المنطق الرياضي) وبيانو أول من استخدم هذا التعبير ، وكان يعني به نوعين من البحث : كان يعنى أولا صياغة المنطق الجديد صياغة تستخدم الرموز والأفكار الرياضية ، ويعنى بها ثانيا البحث في رد الرياضيات إلى المنطق ؛ وكان يسمى هذا البحث الثاني أيضا (فلسفة الرياضة)[2] وسمى المنطق الرمزي أخيرا (المنطق الصوري).حيث يراد له أن يكون أكثر صورية مما أتى به أرسطو ، ونحد هذه التسمية بنوع خاص عند رسل[3].

---

[1] انظر ما كتبه تشرشA. Chureh عن كلمة لوجستيقا في ؛ The Dictionary of philosophy ed . By D.D. Runes London1945 p.182.وايضا

S. Stebbing , A Modern Introduction to Logic , Methuen London , 2nd ed . 1933 , p . xiii

وأيضا محمد ثابت القندي : فلسفة الرياضة ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٦٩ ص ١٠٥- ١٢٦

[2] انظر:, P. H. Nidditch , The Development of Mathematical Logic . Kegan Paul London , 1962 , pp . 59-60 , 73-4

[3] B. Russell , the Principles of Mathesmatics , 2 - nd , ed 1937 , p . 10.

ب- للمنطق الرمزى عدة تعريفات ، وأفضلها ما اشتمل على بيان موضوعه وموضوع هذا المنطق هو الاستدلالinference .[٤] والاستدلال هو الانتقال من قضية أو أكثر (ونسميها مقدمة أو مقدمات) إلى قضية أخرى (ونسميها نتيجة) ، وترتبط المقدمات برباط معين بحيث إذا قبلنا المقدمات قبلنا النتيجة ، والاستدلال ضربان : استنباطي deduction أو استقراني induction ، ويعنينا هنا الأول وهو الذي ترتبط فيه المقدمات بالنتيجة بعلاقات منطقية أهمها علاقة التضمنimplication [٥]

٤- خصائص المنطق الرمزى :

أ - للمنطق الرمزي خاصتان أساسيتان : أنه يستخدم الرموز ، وأنه نسق استنباطي والرموز التي يستخدمها المنطق الرمزي نوعان : متغيرات Variables وثوابت Constants ، وهما مستعاران من الرياضة ومن علم الجبر بنوع خاص . المتغيرات حروف لغوية لا ترمز في ذاتها إلى شيء محدد ، ولكن يمكننا إعطاءها قيمة محددة ، وحينئذ نسمى هذه القيمة (قيمة المتغيرات) . نقول الحرف (س) في التعبير (س^{٢}) إنه متغير ، ويمكننا إعطاؤه قيمة عددية محددة إذا ورد في تعبير مثل (س = ٤) . وتصاغ قوانين الجبر جميعا في صورة متغيرات وثوابت ، خذ القانون ب(أ + ب)^{٢}= أ ^{٢} + ٢ أب + ب ^{٢} نقول عن الحروف أ و ب إنها متغيرات ، وعن علامات الإضافة والمساواة والأس

---

[4] Ibid . , p . 11

[5] Stebbing , op . Cit . , pp . 212 , 221

والضرب والقسمة .. إلخ إنها ثوابت إذا أعطينا الحرف (أ) أي قيمة عددية والحروف (ب) أي قيمة عددية أخرى ، وظلت القيمة ثابتة في كل تعويض، كانت المعادلة السابقة صادقة دائما ولقد أراد المنطق أن يضع القضايا والاستدلالات في صورة رمزية :

فيرمز إلى كل حد من حدود القضية برمز ، والرموز هنا متغيرات.خذ أمثلة (كل أ يكون ب) ، (إذا كان أ هوب ، فإن حـ يكون د) ، (كل أ يكون ب ، كل ب يكون حـ إذن كل أ يكون حـ) ، (إذا كان أ هوب ، كان حـ هود ، لكن حـ ليس د ، إذن أ ليس ب) . نلاحظ أن الحروف السابقة متغيرات الحدود ، وأن الصيغ السابقة تعبيرات شبه رمزية عن صور القضية الحملية والشرطية المتصلة والقياس الحملي والقياس الشرطي المتصل على التوالى ويمكن صياغة الاستدلال بحيث يرمز المتغير إلى قضية بأكملها دون تمييز بين حدودها ، مثلما نقول : (إذا كان أ ، حينئذ ب ، لكن لا ب ، إذن لا أ) ؛ تلك صيغة شبه رمزية لقياس شرطي متصل.

ب- نقول عن الصور السابقة إنها صيغ شبه رمزية لأننا رمزنا إلى الحدود أو القضايا ، لكننا لم نضع الثوابت في لغة رمزية . الثابت في المنطق هو الحرف أو الكلمة أو عدة الكلمات التي تربط بين قضيتين بسيطتين ، تتألف منهما قضية مركبة Compound statement ،، (الشباب طموح) قضية بسيطة ، بينما (

الشباب طموح والإنتاج مزدهر) قضية مركبة ؛ نسمى واو العطف هنا ثابتا منطقيا ؛ والثوابت عديدة

منها : (و) ، (إما ..... أو) ، (إذا ..... حينئذ) إلخ .

يضع المنطق الرمزى رموزا للثوابت كما يضع رموزا للألفاظ الدالة على السور في القضية وسنعرض له فيما بعد .

ح- الخاصة الثانية للمنطق الرمزي أنه نسق استنباطي ، الهندسة الإقليدية أقدم نموذج عرفته الإنسانية للعلم الاستنباطي ، ويتألف هذا النسق من العناصر التالية (١) قائمة التعريفات : وتشمل تعريف الألفاظ المستخدمة في الهندسة كالنقطة ، والخط المستقيم ، والسطح المستوى ، والزاوية ، والزاوية القائمة ، والمثلث، والمربع ... إلخ . ليست هذه التعريفات قضايا ومن ثم لا توصف بصدق أو كذب ، إنما أراد لنا إقليدس Euclides(٣٣٠ - ٢٧٥ ق.م) أن نتفق على البدء بها وقبولها .

(وهناك) عدد محدود من قضايا سماها إقليدس { أفكارا عامة Common notions ، وسميت عند أرسطو ومن بعده (مبادىء) axioms : ولقد رأى إقليدس أن هذه الأفكار العامة قضايا واضحة بذاتها وأن في إنكارها تناقضا ويرجع في وضوح تلك الأفكار العامة إلى أنه بالرغم من أن الهندسة عنده علم صورى لا علاقة له بالخبرة الحسية ، فإنها صادقة على طبيعة المكان الفيزيائي ولقد أراد إقليدس أن يقول بعبارة أخرى إنه بالرغم من أن الأفكار العامة ليست

مشتقة من العالم المحسوس فإنها تجد تطبيقا لها في ذلك العالم . وهاك أمثلة لأفكاره العامة : المساويان لثالث متساويان ، الكل أكبر من الجزء ، الأشكال المتطابقة متساوية .

(٣) المصادرات Postulates قضايا أقل وضوحا من الأفكار العامة ، ومن ثم تتطلب برهانا ، ولكن إقليدس طالبنا بالتسليم بصدقها بلا برهان ، لأن طلب البرهان عليها يعوق تقدم العلم . أرادنا أن نسلم بها منذ البدء ، طالما أنه يمكننا أن نستنبط منها قضايا تتناقض معها ولا تتناقض فيما بينها .

ومن أمثلة مصادراته : من نقطة معينة يمكن رسم أي خط مستقيم إلى أي نقطة أخرى ، كل الزوايا القائمة متساوية [٦].ويمكننا في الهندسة الإقليدية الوصول إلى نظريات باستنباطها من تلك التعريفات والأفكار العامة والمصادرات ؛ ويلزمنا للوصول إلى هذه النظريات – بالإضافة إلى العناصر الثلاثة السابقة – وضع مبادىء أخرى تسمى (قواعد الاستدلال) .

وقد استعان إقليدس بعدة قواعد نذكر منها القاعدتين التاليتين :

(١) افرض أنه لا يمكن أن تصدق النتيجة أ والنتيجة ب معا ، فإذا كانت أ كاذبة كانت ب صادقة ، ولكن ب كاذبة ، إذن أصادقة .

---

[٦] S . Barker , Philosophy of Mathematics , Printice- Hall , Englewood cliffs , N. J. , 1 ed . , 1964 , pp . 20-26-7 ، انظر أيضا ؛ محمد ثابت الفندي : المرجع السابق ص ٤٤-٤٨ ؛ وأيضا عبد الرحمن بدوى : مناهج البحث العلمي ، دار النهضة العربية ، القاهرة ١٩٤٤ ، ص ٨٩-٩١

(٢) لا يمكن أن تكون القضايا أو ب و حـ كلها كاذبة ، لكن ب تتضمن س الكاذبة ، وحـ تتضمن ص الكاذبة ، نستنتج أن أ صادقة [٧] ونقول عن علم ما إنه نسق استنباطي إذا حوى عدد من التعريفات والمبادىء والمصادرات الواضحة الصريحة منذ البدء وبلا برهان ، ثم انتقل إلى البرهان على قضايا معينة بطريق الاستنباط الصوري المحكم من تلك البدايات ، مستعينا بقواعد الاستدلال . د-أراد المنطق الرمزى أن يكون نسقا استنباطيا بالمعنى السابق ، مع بعض تغييرات اقتضاها تطوير الرياضيين والمناطقة لطبيعة النسق الاستنباطي ومنذ منتصف القرن التاسع عشر رأى أصحاب المنطق الرمزى أن يتألف المنطق – لكي يكون نسقا استنباطيا – من العناصر التالية :

(١)أفكار أولية لا معرفة Primitive notions وليست هذه مستحيلة التعريف ، وإنما لكي نقدم تعريفات ، يجب أن نبدأ بألفاظ لا تقبل التعريف ، وإلا يكون التعريف مستحيلا . ليست لهذه الأفكار اللامعرفة ضرورة منطقية بأي معنى ، وإنما هي اختيار تحكمي يدونه صاحب النسق للبدء به ، ومن الممكن لصاحب نسق آخر أن يبدأ بلا معرفات مختلفة ومبدؤنا في الاختيار هو البساطة فقط ؛ نقول عن الفكرة أ أنها أبسط من الفكرة ب أو أن لها السبق المنطقى ، إذا كنا نستعين بالأولى في تعريف الثانية بينما لا تحتاج أ في تعريفها إلى الفكرة

[7] L. W. H. Hull , History and Philosophy of Science , Longmans ; London , 1959 , p . 71.

(٢) قائمة التعريفات : تعريف الألفاظ التي نستخدمها في بناء نظرية منطقية معينة ، ونستعين باللامعرفات في تلك التعريفات .

(٣) مجموعة القضايا الأولية primitive propositions التي نبدأ بها بلا برهان ؛ لا يفرق المنطق بين المبادىء والمصادرات فكلاهما قضايا أولية بلا تمييز . نلاحظ على هذه القضايا الأولية أنها لا توصف بأنها واضحة بذاتها أو ضرورية أو أن نقيضها مستحيل وإنما توصف فقط بأنها أكثر بساطة من غيرها بالمعنى السابق للبساطة ، وأن إحداها لا تناقض الأخرى .

(٤) يمكننا من تلك العناصر الثلاثة السابقة إقامة قضايا جديدة بطريق الاستنباط الصورى المحكم ، مع الاستعانة ببعض قواعد الاستدلال [٨] .

الفصل الثاني

أرسطو والمنطق الرمزي

مقدمة :

أشرنا إلى أن المنطق الرمزى منطق صورى ، والمنطق التقليدي صوري كذلك ولقد أراد المناطقة المحدثون للمنطق أن يكون أكثر صورية مما بدا عليه المنطق التقليدي ؛ ذلك يعني أن المنطق التقليدي قطع شوطا في إقامة صورية المنطق . لن نبحث هنا في المنطق التقليدي ، وإنما في المنطق الأرسطى – وهو الأصل ؛

[٨] قارن : Stebbing , op . Cit . , pp. ١٧٥–١٨٠

فنبحث في مدى ذهاب أرسطو في صورية المنطق ، وذلك بمعرفة المدي الذي ذهب إليه في استخدام الرموز ، واتخاذ النسق الاستنباطي منجها لصياغة نظرياته .

هل استخدم أرسطو المتغيرات ؟

أ- كان أرسطو يتناول في منطقه حدودا كلية universal terms مثل (إنسان) ، حيوان ، (حصان) ، وكان يفترض أن هذه الحدود تدل على وجود واقعي محسوس لما يندرج تحتها من أفراد .

ونلاحظ أنه لم يعط مكانا متميزا في منطقه الحدود الشخصية Singular Terms مثل أسماء الأعلام ، وذلك لأنه أراد لحدوده أن تستخدم كموضوعات أو محمولات على السواء في القضايا ولا يستطيع الحد الشخصي أن يؤدى هذه الوظيفة ، إذ يؤدى وظيفته كموضوع فقط ونلاحظ أيضا أن أرسطو تجاهل الحدود الفارغة ، أي الحدود التي لا يندرج تحتها ما يشير إلى فرد موجود في الواقع مثل (حصان مجنح) وما إلى ذلك [٩] .

ب- كان أرسطو حريصا على كتابة القضايا في صورة رمزية ، إذ كان يضع حروف الهجاء كرموز للمتغيرات متغيرات وترمز إلى الحدود في القضية ومن المألوف أن تعبر كتب المنطق التقليدى عن القضية الكلية الموجبة مثلا بالصيغة كل أ يكون ب ، (All A is B) ، لكن لم تكن هذه طريقة أرسطو في صياغتها

[9] J. Lukasiewicz , Aristotle S , Syllogisic , etc 2nd ed . Oxford , 1957 , Pp . 607.

؛ كان أرسطو يقدم المحمول على الموضوع من خلال صيغة معينة هي : ب محمول على كل أ (B is predicated of all A) أو (ب ينتمى إلى كل أ)(B belongs to all A)[١٠]. وكان أرسطو يصوغ القياس في صورة رمزية أيضا ، لكنه لم يضعه في صورة استدلال بحيث يوضع القياس في ثلاثة أسطر متتابعة وأمام النتيجة علامة إذن ، كما نألف في كتب المنطق التقليدي ؛ (أن أول من استخدم هذا الرسم للقياس هو الإسكندر الإفروديسي Alexander of Aphrodisias في أواخر القرن الثاني وأوائل الثالث الميلادي) كان أرسطو يصوغ القياس في صورة قضية شرطية متصلة تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدم وتعبر النتيجة عن التالي : (إذا كان أ محمولا على كل ب ، ب محمولا على كل حـ فإن أ محمول على كل حـ)[١١] يزداد استخدام أرسطو لمتغيرات الحدود حين يتحدث عن قوانين العكس conversion ونقض المحمول obversion عكس النقيض transposition : (إذا كان أ محمولا على كل ب ، فإن ب محمولا على بعض أ) ، وهكذا[١٢]. إن استخدام رموز المتغيرات في المنطق اختراع أرسطى لم يسبقه إليه أحد وقد يكون قد أشتم هذا الاستخدام من الهندسة حين نريد تسمية خط مستقيم نسميه بحرفين من حروف الهجاء ، ونجد

---

[10] Analytiea priora , i . 5 , 27a 5–10.

[11] An . Pr . , i . 4 , 25b 38–40

[12] . Ibid . , i . 2 , 25a 17.

هذا الاستخدام لرموز المتغيرات عند يودوكسس (Eudoxus 355-408 ق.م).[١٣]

ج- لقد استخدم أرسطو - في سياق واحد فقط فيما نعلم - حروف الهجاء رموزا للقضايا لا للحدود . حين أثبت أن ما هو ضروري ينتج عما هو ضروري ، وأن الممكن ينتج عنه الممكن ، وأن القضية الضرورية أو الممكنة لا يلزم عنها قضية مستحيلة ، قال :

(... إذا كان أ محمولا على ب ، و ب محمولا على حـ ، فإن أ محمولا على حـ وإذا كانت كل منها ممكنة فالنتيجة ممكنة . وإذا وجب علينا أن نعتبر مثلا أ ضروريا يكون ب ضروريا ، بل وينتج أيضا أنه إذا كان أ ممكنا يكون ب ممكنا . وما دمنا برهنا على ذلك فمن الواضح أنه إذا قمنا بفرض خاطيء لكنه ليس مستحيلا فإن نتيجة الفرض سوف تكون خاطئة لكنها لن تكون مستحيلة . إذا كان أ خاطئا لكنه غير مستحيل ، وإذا كان ب نتيجة أ ، فإن ب خاطىء لكنه ليس مستحيلا) [١٤]

هل عرف ارسطو الثوابت ؟

---

[١٣] يودوكسس أكبر الرياضيين الإغريق قبل إقليدس ؛ عاصر أفلاطون وصاحبه في رحلته إلى مصر وإيطاليده وهو صاحب نظريات التناسب Proportion في الهندسة . تقول إحدى هذه النظريات أن أضلاع المثلثات المتساوية الزوايا متناسبة ، وقد عارضه المتأخر ون من الفيثاغوريين لكنه رد عليـم بـبراهين محكمة معقدة ، وقد استخدم إقليدس هذه النظريات في الجزءين الخامس والسادس من المبادىء ؛ انظر أيضا : ، . .M & Kneaie . W Kneal . The Development of Logic , 2nd ed Oxford , p . 61. 1964

[14] An . Pr . , i . 15 , 34a 20-28

ميز ارسطو في كتاب العبارة بين القضية البسيطة simple والقضية المركبة composition. ، وان الاولي تقرر شيئا او تنفيه عن موضوع ما ، بينما تتألف الثانية من قضايا بسيطة ، لكن ارسطو لم يجعل هذا التمييز بداية لتحليل منطقي للقضية المركبة ومن ثم لم يدرس الثوابت التي تقوم في القضايا المركبة دراسة مستفيضة وبالتالي ل يضع لها رموزا[١٥] . لقد استخدم ارسطو ثوابت قليلة كالسلب negation والرابط conjunction والتضمن implication استخدام السلب حين وضع قواعد التقابل بين القضايا المتناقضة والمتضادة؛ والربط بين القضايا حين صاغ القياس في صورة تضمن ، كما قلنا/ لكنه لم يدرس الربط والتضامن دراسة خاصة. عرف أرسطو فكرة السور في القضية واستخدها لرسائل على كم الموضوع ، لكنه لم يدرك أهميتها المنطقية البالغة[١٦] ، وبالتالى لم يضع له رموزا. لقد عرف أرسطو – باختصار – عددا قليار من الثوابت ، كما أنه لم يتوسع في تحليل هذا القدر الذي عرفه.

هل أقام أرسطو المنطق نسقا استنباطيا ؟

---

[١٥] لاحظ تريد أن أرسطو غير بين القضية البسيطة والحركية ولكنه لم يهتم بهذا التعبير حيث غير المطق التقيدي بين القضايا الخمية والشرعية موعده ولدت وأى أن القضية المركبة من اونت بأداة الفصل تقد بعت هذه القسمة الثلاثية الدموع في قسمة القضية من سبعة ومركبة النظر , S. Stebbing , A Modern Introduction tologic 2nd ed . , 1933 , Methuen , pp . 42-3

[16] Lukasiewicz , op cit . , p . 83

أ – أول نسق استنباطي عرفته الإنسانية هو الهندسة الإقليدية ، كما قلنا لكن أرسطو واضع أسس هذا النسق [١٧] . تجد ذلك في كتاب التحليلات الثانية الذي يفتتحه أرسطو بقوله إن كل برهان يبدأ بثلاثة عناصر : تعريفات definitions ومبادىء ' axioms وفروض hypotheses– يبدأ بها كل برهان لكنها في ذاتها لا تقبل البرهان وحين يتحدث أرسطو عن البرهان فإنه يهتم بوجه خاص بالبرهان الهندسي ويعطى منه أمثلته التوضيحية . حيث يقرر أنه بالتعريفات نحدد معاني الألفاظ المستخدمة في العلم المراد بحثه ، ليست التعريفات قضايا تقرر وجود شيء ما أو تنفيه ومن ثم لا توصف لا بالصدق ولا بالكذب ، وإنما يكفى أن يكون اللفظ المعرف مفهوما لدينا [١٨]. أما المبدأ فهو قضية يجب أن يعرفها الطالب إذا أراد أن يتعلم شيئا على الإطلاق ، وهنالك شروط ثلاثة يجب توفرها في القضية كي تكون مبدأ : أن تكون صادقة true ، وأولية primary ، وأكثر قبولا لدى العقل more intelligible من النتائج المستنبطة منها[١٩]. كان أرسطو يعني بالقضية الأولية أن تكون قضية مباشرة ، أي ما يفهم معناها دون الاستعانة بقضية سابقة عليها ، وذلك يجعلها أكثر قبولا لدى العقل أي يقبلها

---

[١٧]). منطق أرسطو منطق استاطي بلا شك إذا نظرنا إلى المنطق الاستماعي على أن يحوى قواعد الاستدلال المباشر والاستقلال القياسي ورد الأقيسة وقواعد استنباط القرية الرياضية عن مجموعة تعريفات ومبادىء . لكن لا يعتبر منطق أرسطو منطق استنباط إذا أخذنا منطق الاستنباط مرادفا لنظرية حساب القضايا المعروفة في المنطق الرمزي ، لأن أرسطو لم يشف غليلنا فيها.ولا يعد منطقه منطق استنباط أيضل إذا نظرنا إليه على أنه مجموعة تعريفات منطقية ومبادىء معينة بشكل واضح صريح ثم يستنبط منها نظرياته المنطقية .

[18] An . Post . , 76b 35–40 .

[19] W. D. Ross , Aristotle , Methuen 5th ed . Revised , 1949 , p . 43 .

العقل دون عناء أو تردد . نأتي الآن على مقصد أرسطو من صدق المبدأ . يبدو أنه يعني به انطباق المبدأ على الواقع دون أن يكون الأول مشتقا من الثاني، وذلك يعني أن الصدق عنده في هذه الحالة صدق واقعي: نصل إلى المبدأ مستقلا عن الواقع وإن كان هذا الواقع يؤيده[٢٠]. أما الفرض فهو قضية تقرير واقعة يمكن استنباط نتائج منها، كافتراض أن أي خط يجب أن يكون ذا طول معين؛ يلاحظ أرسطو أن الفرض أقل وضوحا من المبدأ ومن ثم يمكن البرهان عليه لكن المعلم الأول يسوقه دون برهان ويمكن البرهنة عليه في سياق آخر غير العلم الذى يأتي فيه. ومن هذه التعريفات والمبادىء والفروض يمكن استنباط قضايا هي النظريات. نلاحظ وجه الشبه بين أسس النسق الاستنباطي عند أرسطو وإقليدس فقد اتفقا في البدء بتعريفات؛ وأن ما سماه إقليدس (أفكار عامة) هو ما رآه أرسطو (مبادىء)، أما (المصادرات) عند إقليدس فهي قريبة من معنى الفروض عند ارسطو، فإذا عرفنا أن إقليدس كان في الثامنة من عمره حين مات أرسطو، ونعلم أيضا أنه تلقى تعليمه في أكاديمية أفلاطون، لكننا نعلم أيضا أن طريقة الاستنباط التي اتبعها كتاب المبادىء تستند في جانب منها إلى الجدل الأيلى ونظريات الأورجانون؛ يمكننا في ضوء هذه الوقائع أن نفترض استفادة إقليدس من التحليلات الثانية حين وضع الهندسة علما استنباطيا.

ب- بالرغم من أن أرسطو هو الذي وضع أسس النسق الاستنباطي – في أول صوره- فإنه لم يستطع إقامة منطقه باعتباره نسقا استنباطيا بحيث يمكن

---

[20] Ibid

حصر المنطق الأرسطي – متجاهلين الجزء الخاص بالقضايا الموجهة – في أربع موضوعات رئيسية :

التقابل بين القضايا ويشمل قواعد التناقض والتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد [٢١]، الاستدلال المباشر ويشمل قواعد العكس ونقض المحمول وعكس النقيض ، القياس باشكاله وضروبه وقواعد إنتاجه ، رد الأقيسة وهو البرهان على صحة ضروب الشكلين الثاني والثالث باستنباطها من ضروب الشكل الأول [٢٢] . ويلاحظ أن أرسطو لم يطع هذه النظريات في نسق استنباطي ، وهاك بعض الشواهد.

١- لم يذكر أرسطو في صراحة ووضوح منذ البدء قائمة التعريفات والمبادىء ، والمصادرات بالنسبة لكل نظرية من النظريات السابقة ، ولا بالنسبة للنظريات كلها كما لو نظرية واحدة

٢- وضع أرسطو قوانين كل نظرية من النظريات الثلاثة الاولي السابق ذكرها ، منفصلا بعضها عن بعض، ولو قد نظر إلى منطقة لنسق لربط بينها وحذف منها

---

[٢١] مربع أرسطو – كشكل مرسوم – ليس من وضع أرسطو ، وإنما من وضع الشراح . لكن أرسلو كتب قواعد التناقض والتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد ، انظر : Kneale , op . Cit . , p56

[٢٢] أشكال القياس عند أرسطو ثلاثة لا أربعة . وليس صحيحا أن جالينوس هو الذي وضع الشكل الرابع ، ريقال إن ابن رشد هو صاحب هذا القول . نعم تحدث جالينوس (في القرن الثاني الميلادي) عن أشكال اربعة للقياس لكن الشكل الرابع لم يكن قياسا أوسطيا وإنما لقياس مركب من أربعة حدود ، وليس ذلك و الشكل الرابع التقليدي . المرجح أن هذا الشكل من صياغة شخص ما مجهول الاسم بعد القرن لسادس الميلادي . انظر : ٤١-٣٨ Lukasiewicz , op . Cit pp.

ما كان تكرارا . خذ القوانين الثلاثة الآتية : إذا كان ب محمولا على أ فإن ب محمولا على بعض أ (أحد قوانين التقابل) ، إذا كان ب محمولا على كل أ ، وأ محمولا على كل حـ ، فإن ب محمولا على كل حـ (الضرب الأول على الشكل الأول) ، إذا كان ب محمولا على كل أ ، و حـ محمولا على كل أ ، فإن ب محمول على بعض – (الضرب الأول من الشكل الثالث) ، إذا أخذنا هذه القوانين الثلاثة واعتبرناها مقدمات أولية لنسق منطقى بمعنى أنه يمكن استنباط قضايا –منها أكثر تعقيدا – كما فعل أرسطو نفسه – لوجدنا أن القانون الثالث لغو حيث يمكن اشتقاقه من القانونين الأول والثاني[٢٣].

٣- حيث يبرهن أرسطو على صحة الشكلين الثاني والثالث من القياس باستنباطهما من ضروب الشكل الأول ، يأخذ ضربا مناسبا من الشكل الأول كمقدمة أولية يستنبط منه الضرب المطلوب رده ، وتستلزم عملية الرد أيضا استخدام بعض قواعد التقابل والاستدلال المباشر ، ومن ثم نعتبر هذه القواعد وبعض ضروب الشكل الأول مبادىء للبرهان المطلوب . لكن أرسطو – وهو يقوم بعملية الرد – لا يضع في وضوح تلك المبادىء قبل البدء في البرهان .

جـ – نلاحظ أن فكرة إقامة المنطق باعتباره نسقا استنباطيا لم تقم في أذهان المناطقة إلا بعد منتصف القرن التاسع عشر ، حين تطور البحث في الهندسات اللاإقليدية ، وحاول الرياضيون وضع أسس النسق الاستنباطي كي يقيموا الهندسة

---

[٢٣] قارن : ، . , P . F. Strawson , Introduction to Logical Theory , Methuen London , 1st ed . 1952 , Paperb . Ed . 1963 , p . 160 .

نسقا استنباطيا محكما ، ثم انتقلت الجهود إلى جعل علم الحساب نسقا[٢٤] . كان المنطق في ذلك الوقت قد نشأ وبدأ يتطور ؛ فكر أصحابه حينئذ في إقامته نسقا استنباطيا هو الآخر ، وينشأ السؤال في أذهان بعض المناطقة الرمزيين عما إذا كان يمكن وضع منطق أرسطو في نسق استنباطي . ويعد لوكاشيفتش من أبرز من قاموا بهذه المحاولة[٢٥].

أرسطو ولوكاشيفتش :

أ- أدرك لوكاشيفتش أن أرسطو لم يضع منطقه في نسق استنباطي ، لكنه أدرك أيضا أن بذلك المنطق مقومات النسق ، اعتمادا على كتابات أرسطو نفسه . ويبدو أن لوكاشيفتش وضع أصابعه على الأفكار الأرسطية الآتية .

١- أقام أرسطو تصنيفه الرباعي للقضية الحملية على بضع أفكار اعتبرها واضحة لا تحتاج إلى تعريف مثل السور الكلى والسور الجزئي والسلب مما نعبر عنها بكلمات (كل) ، (بعض) ، (لا) على التوالي .

---

[٢٤] نعم لقد تمكن فييت من إقامة علم الجبر في القرن السادس عشر كما تمكن ديكارت من إقامة الهندسة التحليلية في القرن السابع عشر ، لكن لم ينظر أي منهما أو غيرهما في ذلك العصر نظرة نقدية إلى الهندسة الإقليدية ، كما ألهما لم يحاولا إقامة الهندسة أو الجبر في نسق استنباطى محكم . نعم شغل ديكارت بمنطق الاستنباط لكنه من وجهة أخرى ثار على القياس الأرسطي الذي هو أحد نماذج
الاستنباط ، ومن جهة أخرى كان يستخدمه بالمعنى المنطقى الدقيق الذي ينطوى على تطبيـق قواعد معينة . لقد بدأ ليبنتز حقا محاولة أولية لجعل منطق الأصناف نسقا استنباطيا كما سنرى .

[٢٥] لوكاشيفتسن (١٨٧٨ – ١٩٥٦) أحد أعلام المنطق الرمزي من البولنديين ، له إضافات هامة وأبحاث كثيرة أصيلة في المنطق الرمزي . وتوصل إلى قوائم الصدق عام ١٩٢٠ مستقلا عن بوست Post وفتجنشتين . عين أستاذا في جامعة دبلن بعد الحرب العالمية الثانية .

٢- عرف أرسطو فكرتي الربط والتضمن حين صاغ الأقيسة ، ومن ثم عرف القضية المركبة التي تحوى الربط والشرط ، مما نعبر عنها بواو العطف وأداة الشرط .

٣- رأى أرسطو في مبدأ الهوية principle of indentity ، أحد القوانين الأساسية للفكر وأنه لا يقبل البرهان وإن كنا نستخدمه في البرهنة[٢٦] .

٤- لم يبرهن أرسطو على قوانين التقابل والعكس بطريق القياس وانما برهن علي بعضها بطريق البعض الآخر ، مما يوحي بأنها في نظره مقدمات أولية ، نلاحظ ايضا أنه كان يستخدم هذه القوانين في رد الأقيسة .

٥- كان أرسطو إذا أراد البرهان علي ضرب الشكلين الثاني او الثالث انه يستنبطه من ضرب مناسب من ضروب الشكل الأول ، كما رأى إمكان رد الضربين الثالث والرابع من الشكل الأول إلى الضربين الأول والثاني منه . يوحي ذلك أن أرسطو كان ينظر إلى الضربين الأول والثاني من الشكل الأول على أنهم مقدمات أولية في نظرية الرد[٢٧].

ب - قد تكون هذه الأفكار أو غيرها مما اعتبره لوكاشيفتش المادة الخام في كتابات أرسطو لإقامة منطقه نسقا استنباطيا.يعطينا لوكاشيفتش في كتابه القياس

---

[26] Topica , VII , 1 , 152 a 30 .

[٢٧] تقوم نظرية رد الأقيسة على تقسيم الأقيسة إلى نوعين : قياس تام Perfect syllogism وقـاس ناقص imperfect syllogism والتام ما يكون واضحا بذاته ولا نحتاج لإدراك ضرورته إلى مقدمة غريبة على مقدمتيه ، والناقص ما يحتاج إلى مقدمة أخرى لإدراك ضرورته ، وذلك يعني أن

الأرسطي من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث صورا متعددة للنسق الأرسطى نذكر هنا إحداها :

١- أربعة ثوابت منطقية : (كل – يكون –) (– ~ – All) ، (لا – يكون –) ، (بعض يكون –) ، (بعض – لا يكون) . في كل ثابت مكانان خاليان يملآن بحدود وحدود كلية فقط ، يتألف التصنيف الرباعي للقضية الحملية من تلك الثوابت وقيم المتغيرات التي تدخل عليها .

٢- ثلاثة ثوابت منطقية أخرى : (لا) ، (و) ، (إذا .... حينند) .

٣- الثابتان (كل – يكون –) ، (بعض – يكون –)حدود أولية لا معرفة ، بواستطها يمكننا تعريف الثوابت الأخرى .

٤- ثلاثة مبادىء : مبدأ الهوية ، قانونان من قوانين العكس (اثنان من القوانين الثلاثة لعكس (ك م) و (ك س) و (ح م) ، الضربان الأول والثاني من ضروب الشكل الأول للقياس[٢٨] .

خلاصة ما يراه لوكاشيفيتش أنه إذا أردنا وضع منطق أرسطو – وبمعنى أدق نظريتي القياس والرد – في نسق استنباطي ، يمكن البداية بفكرتين لا معرفتين (كل ، بعض) ، وثلاثة تعريفات لا ، و ، إذا ، وخمسة مبادىء ، يمكننا

القياس الناقص محتاج ليرهان . ورأى أرسطو أن الشكل الأول للقياس قياس تـام ، بينما الشكلان الآخران ناقصان . انظر : An Pr . I. 1 , 24 b22 , 29

[28] Lukasiewicz , op . Cit , pp . 45- 8 , 72-3.

بواسطتها استنباط الضروب الأخرى من الشكل الأول وكل ضروب الشكلين الآخرين[٢٩]

خاتمة :

يمكننا الآن الإجابة عن المدى الذي يكون أرسطو قد بلغه في إقامة منطق رمزي ، لقد قطع شوطا محدودا في إقامة منطق رمزي . واستخدم نوعا واحدا من الرموز ، وهي رموز المتغيرات للحدود ، ولم يستخدم رموزا ترمز إلى القضايا إلا في النادر ولم يدرس الثوابت والأسوار دراسة جادة ، وبالتالي لم يضع لها رموزا .

الفصل الثالث

المنطق الميغاري والرواقى

مقدمة :

أ- في الوقت الذي ازدهرت فيه المدرسة المشائية في حياة أرسطو ، كانت هنالك مدرسة أخرى ، ذات شأن ، هي الميغارية ، وقد أسسها إقليدس (٤٥٠-٣٧٤ق.م)[٣٠] - أحد تلاميذ سقراط وصديق أفلاطون درس فلسفة بارمنيدس

---

[٢٩] نجد محاولات أخرى لوضع نظريتي القياس والرد عند أرسطو في نسق استنباطى حيث تختلف مقدمات النسق عما أورده لوكاشيفتش انظر : P. F. Strawson , Introduction to Logical Theoy , Methuen , 1st ed . , 1952 , paperback ed . , 1963 , pp . 152-63 . وأيضا : D. mitchell , An Introduction to Logic , Hutchinson , London , 1st ed , 1962 , 2d ed . , 1964 , pp . 30-44 .

[٣٠] اقليدس الميغاري غير اقليدس الهندسي.

(٥٤٠-٤٧٠ق.م) وعاصر زينون الإيلى (٤٩٠-٤٣٠ ق.م) الذي سبقه إلى أخذ العلم عن بارمنيدس وله نظريات في الأخلاق والميتافيزيقا ، ولا يعنينا هنا أمرها ، وقد أحد بها تلاميده وأتباعه ، كما عنوا أيضا بالمنطق . وكان للميغارية زمن أرسطو شأن كبير لدرجة أنه كان يشير إلى آرائهم الميتافيزيقية مهاجما[٣١] . ويقال إن يوبوليدس Eubukides أحد تلاميذ إقليدس كان يعارض أرسطو في بعض آرائه المنطقية . ولمع من الميغاريين في أواخر القرن الرابع وأوائل الثالث قبل الميلاد ديودورس كرونس Diodorus Cronus وتلميذه فليون philo وهو غير فيلو الفيلسوف الإسكندراني (٣٠ ق.م – ٥٠ م) وقد طورا معا آراء أستاذهما الميتافيزيقية وأخذا الجدل الإيلى عن السابقين من زملائهم في المدرسة وأثارت قراءتهما لحجج زينون الإيلى فتح باب منطق القضية الشرطية ، وسوف نعرف بعد قليل أن فيلو الميغارى أول من اهتم اهتماما خاصا بالقضايا المركبة وبالقضية الشرطية بوجه خاص ، ووضع قواعد صدقها و كذبها ، وبدا سبق المنطق الصورى الحديث في إدراكه اهمية القضية المركبة ودالة الصدق .

ب – ستلبو Stilpo ميغارى متأخر تتلمذ عليه زينون Zeno -- ٢٦٤ ق.م) الذي انفصل عن أستاذه وأنشأ مدرسته الخاصة المعروفة بالرواقية، وواضح أن المدرسة الميغارية لم تعمر طويلا بعد القرن الثاني قبل الميلاد ، بينما ازدهرت

---

[٣١] أ- هاجم الميغارى أرسطو الميغاريين لإنكارهم مثلا للتمييز بين القوة والفعل . انظر -٠٢ . Met . , 1046 b 28-30 .

المدرسة الرواقية عدة قرون بعد الميلاد ، وكم كانت نشطة ايام ماركوس أوريليوس (١٢١ -١٨٠) وكان للمدرسة تعاليمها الأخلاقية والميتافيزقية وأخذت من أساتذتها الميغاريين منطقهم الإيلى ، وقد طور الرواقيون أبحاث الميغاريين في الشرطيات وزادوا عليها . وكريسيبوس Chrysippus(٢٨٠- ٢٠٧ ق.م) أهم الشخصيات الرواقية المنطقية ، وهو خليفة كليانتس cleanthes (٢٦٤-٢٣٢ ق.م) الذي أخذ رأسا عن زينون مؤسس المدرسة[٣٢] .

حـ – عاصرت المدرسة الرواقية المدرسة المشائية ، وازدهرتا معا ، وكانت المنافسة بينهما شديدة ، وبخاصة في المنطق . كان بعض زعماء المشائين – مثل الإسكندر الأفروديسي – يعتبرون الرواقيين خوارج على منطق أرسطو ، ولكنهم أساءوا فهم الرواقيين . نعم اختلف الرواقيون مع أرسطو في بعض نظرياته المنطقية إلا أن الاختلاف لم يصل إلى حد الثورة عليه . فلا يسمح القياس الأرسطي عندهم بزيادة لمستزيد ، ومن ثم لم يعرضوا له ، غير أنهم رأوا أن هنالك موضوعات لم يبحثها أرسطو بحثا كافيا مثل القضية والأقيسة الشرطية والنظر إلى المنطق كنسق استنباطي ، وأرادوا استكمال ذلك . والمنطقان الأرسطي والرواقي في الواقع يكمل أحدهما الآخر ، وقد كان هذا التكامل أمرا مألوفا منذ عهد مبكر وامتد إلى العصر الوسيط . كان جالينوس galen في القرن الثاني الميلادي وبويس Boethius في القرن السادس يشرحان بعض نظريات أرسطو مستخدمين أفكارا رواقية . والمنطق التقليدي في جملته يطلق على نظريات أرسطو

---

[٣٢] انظر : W. Kneale & M. Kneale , The Development of Logic , pp . 113 117 .

وما أضيف إليها من شروح وإضافات من المشائين والرواقيين ومناطقة العصر الوسيط .

د- ومصادرنا عن المنطق الميغارى والرواقي غير مباشرة ، وصلتنا أخبارهم عن مؤلفين ، بعضهم رواقيون أو مؤرخون لهم ، أو عن طريق خصوم يذكرون آراءهم لتفنيدها . ومن أبرز هذه الشخصيات جالينوس وهو مشائي أكثر منه رواقي ، وكثيرا ما ضمن آراءه نظريات رواقية ، وسكستوس أميريكس من شكاك القرن الثالث الميلادي الذي عرض للمنطق الرواقى لدحضه ، وديوجين لائرتيوس Diogenes Laertius الرواقي المتحمس ، والإسكندر الأفردويسي خصم الرواقية الشديد .

١٢- منطق الشرطيات قبل الميغاريين :

أ- يذكر للمنطق الرمزى دراسته المستفيضة للقضية المركبة والثوابت المنطقية ودالات الصدق ، كما يذكر له إقامة المنطق نسقا استنباطيا . وقد توسع الرواقيون في هذه الموضوعات ، وساهموا مساهمة فعالة في (حساب القضايا) . وسبق لنا أن أشرنا إلى أنهم تتلمذوا للميغاريين ، وجعل الطرفان الجدل الأيلى نقطة بداية بحثه ، وما قاله زينون الأيلى كان مثيرا لأنتباه الميغاريين .

ب- كان زينون الايلى يستخدم البراهين لدحض مذهب الكثرة الميتافيزيقي pluralism وكان يتخذ الصورتين التاليتين : (١) إذا كان أ هو ب فان حـ هو د ؛ وإذا كان أ هو ب ، فإن حـ ليس د ؛ من المحال إذن أن يكون أ هو ب (٢) إذا كان أ هو ب فإن حـ هو د ، لكن حـ ليس د ، إذن أ ليس ب . تسمى الصورة الأولى من البرهان (الرد إلى المحال) reductio ad impossibile والصورة الثانية (برهان الخلف) reductioad absurdum أو (حالة الرفع tollens modus)[٣٣]

ج - لم يفرد أرسطو بحثا مستقلا للقضايا والأقيسة الشرطية ، لأنه اعتبر الحملية النوع الأساسي للقضية ، والقياس الحملي النوع الأساسي للبرهان ؛ وبالرغم من ذلك نجد عنده نقطتين على الأقل كانتا مادة لبحث المناطقة من بعده في الشرطيات ، وهما (١) صياغة القياس في صورة قضية شرطية متصلة ، تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدم ، وتعبر النتيجة عن التالي ، وفي ذلك **يقول أرسطو** :

حين يرتبط ثلاثة حدود أحدهما بالآخر ، بحيث يكون الأخير محتوى في الأوسط كاحتواء (الجزء) في الكل ، والأوسط محتوى في الأول أو مستبعدا منه كاحتواء (الجزء) من الكل أو استبعاده منه ، فإن الحدين المتباعدين يجب أن يرتبطا في

---

[33] Ibid. pp.7.128.

قياس تام ... إذا كان أ محمولا على كل ب و ب محمولا على كل ح فإن أ يجب أن تحمل على حـ [٣٤]

(٢) يستخدم أرسطو صورة القياس الشرطي المتصل دون أن يعترف به كصورة من صور القياس ، في معرض إثباته أنه لا يمكن استنتاج نتيجة كاذبة من مقدمتين صادقتين في قياس ، وإن كان يمكن استنتاج نتيجة صادقة من مقدمتين كاذبتين ، يقول : " إذا كان من الضروري أن ب

يجب أن تكون (صادقة) حين يكون أ صادقا ، فإن من الضروري أن أ يجب ألا يكون (صادقا) حين يكون ب (صادقة) " ، ويقدم أرسطو نفس البرهان في صورة أخرى فيقول : " ... حين يرتبط شيئان أحدهما بالآخر فإنه إذا كان الأول ، كان الثاني بالضرورة ، لزم أنه إذا لم يكن الثاني يجب ألا يكون الأول "[٣٥] يتبين من النقطة الأولى التي أوردناها أن أرسطو عرف صيغة القضية الشرطية المتصلة . إن كان لم يقدم فيها بحثا منطقيا كما فعل في القضية الحملية ، ويتبين من النقطة الثانية أن أرسطو استخدم القياس الشرطي المتصل ، من النوع الذي تكون نتيجته نافية للمقدم ، مما سماه التقليديون برهان الخلف أو حالة الرفع ، وقد سبق لزينون أن صاغه . وأن الصورة التي نألفها لهذا النوع من

---

[34] An . Pr . , i . 4 , 25 b 32–39

[35] An . Pr . , ii , 1 , 53 b 12–14 ; ii , 4,57 b 2–4

قارن أيضا:

Lukasiewicz , op . Cit . , p . 49 .

البرهان هي أنه " إذا كان أ هو ب ، كان ح هو د لكن ح ليس د ، إذن أ ليس ب) . ويلاحظ أن حروف الهجاء في الصيغة الأخيرة متغيرات ترمز إلى حدود ، بينما ترمز في نص أرسطو السابق إلى قضايا . وبالرغم من استخدام أرسطو للقياس فإنه لم يحص كل صوره ولا قواعد إنتاجها

١٣ – فيلون والقضية الشرطية :

برع من الميغاريين في المنطق كما قدمنا شخصيتان هما گرونس وفيلون وأبحاث الأول المنطقية كانت ممزوجة بميتافيزيقاه في حين كانت أبحاث الثاني منطقية خالصة . فيلون أول من بحث في القضايا المركبة بحثا منطقيا صادقا في العالم القديم ، واقتصر على أحد أنواعها وهو القضية الشرطية المتصلة ، فوضع قواعد صدقها وكذبها إذا عرفنا صدق جزئيهما أو كذبهما ، وبهذا استبق المنطق الرمزي في (دالة الصدق) Truth - functionوقائمة الصدق ، truth –table دون استخدام هذه التعبيرات عرف فيلون بوضوح أن للقضية الشرطية المتصلة حالات أربعة تتعلق بإمكان صدقها وكذبها : تصدق الشرطية حين يصدق مقدمها وتاليها، أو حين يكذب مقدمها وتاليها ، أو حين يكذب مقدمها ويصدق تاليها ، وتكذب حين يصدق مقدمها ويكذب تاليها ، وصاغ فيلون هذه القواعد الأربعة كما يلي :

" تكون الشرطية صادقة حين تبدأ بصدق وتنتهى بصدق ، مثال : إذا كان النهار كان الضوء ، وتكون صادقة أيضا حين تبدأ بكذب وتنتهى بكذب ، مثال : إذا كانت الأرض تطير فلها أجنحة ، وبالمثل ، فإن الشرطية التي تبدأ فهي موجودة

وتكذب الشرطية فقط حين تبدأ بصدق وتنتهى بكذب ، مثال : إذا كان النهار كان الليل " [٣٦]. نستنتج من هذا النص أن فيلون وصل إلى تعريف (دالة التضمن) implicative function بكل وضوح : القضية الشرطية المتصلة الصادقة هي ما يكون مستحيلا أن يصدق مقدمها ويكذب تاليها ، وعرف فيلون صورة القياس الشرطي المتصل من النوع الذي نتيجته تثبت التالي ، أو ما سماه التقليديون من بعد (حالة الوضع) modus ponens والصيغة المألوفة لهذه الصورة من البرهان هي : إذا كان أ هو ب ، وكان حـ هو د لكن أ هو ب ، إذن حـ هو د ، وصيغة أخرى لنفس البرهان : إذا كان أ هو ب ، كان ح هو د تعنى أنه من المستحيل أن تصدق القضية أ هو ب وتكذب القضية. نلاحظ أن الصورة السابقة للقياس الشرطي المتصل هي ما عرفه فيلون وسجل قواعدها ، لكنه لم يتوجه إلى الصورة الأخرى لهذا القياس بالعناية – نعني برهان الخلف – رغم أنها كانت مألوفة عند زينون وأرسطو . ونلاحظ أخيرا أن فيلون لم يضع نقطته في قالب رمزي .

١٤- الرواقيون والقضايا المركبة :

---

[٣٦] انظر : Kneale , op . Cit . , pp. ١٢٩ – ١٣٢

قارن : Tarski , Introduction to Logic ect . , p . 27 n 2 11.

أ- لن نعرض هنا منطق الرواقيين بتفصيل [٣٧] ، وإنما نجتزىء من آرائهم ما نعتبره بذور المنطق الرمزي ، ونشير إلى نقطتين : استخدامهم للرموز ، ونظرتهم إلى المنطق كنسق استنباطي . لقد أدرك الرواقيون ضرورة التخلي عن لغة الحديث في الكتابة المنطقية كي يكون المنطق صوريا إلى أبعد حد ، فاصطنعوا الرموز . لم يستخدموا حروف الهجاء رموزا للحدود كما كان الحال عند أرسطو ، وإنما استخدموا الأعداد الترتيبية ordinal numbers رموزا للقضايا [٣٨] ؛ فمثلا حين يصوغ

كريسيبوس القياس المتصل في صورة إثبات التالي (حالة الوضع) يتخذ الصورة : (إذا كان الأول كان الثاني ؛ لكن الأول إذن الثاني)

(if the first then , the second . But the first[٣٩] the second) therefore

ب- قدم الراوقيون بحثا أوفى من الميغاريين في القضية المركبة وتناولوا أنواعا من القضايا المركبة إلى جانب القضية الشرطية المتصلة التي عنى بها فيلون وعنوا هم عناية خاصة بالثوابت المنطقية ، وكانوا يسمونها (الروابط Connectives . عرف الرواقيون - كريسيبوس وتلاميذه - الروابط الآتية : (إذا ...) و (إما ... أو .....) ، (حيث أن ....) Since ، (لأن) ، (ليس

---

[٣٧] تجد مزيدا من تفصيل عن المنطق الرواقي باللغة في كتاب : عثمان أمين ، الفلسفة الرواقية ، مطبعة الجنة التأليف والترجمة والنشر ، القاهرة ، الطبعة الأولى ١٩٤٥. وأيضا :

W. Kneale and M. Kneale , The Development of Logic , London , 2nd . Ed . , 1964.

[٣٨] للرمز إلى القضية بالعدد الترتيبي أصول عند أرسطو ، انظر الجزء الأخير من الفقرة ١٢ ج

[٣٩] Kneale , op . cit . , p . 159 .

..... و ..... معا)(....and .... both not) وغيرها[٤٠] . ووضعوا للقضية المركبة التي تحوى واحدة من تلك الروابط قواعد صدقها وكذبها ، وحددوا معاني هذه الروابط . لقد قبل الرواقيون قاعدة فيلون لصدق القضية الشرطية المتصلة السابق ذكرها[٤١] ، لكنهم أضافوا الكثير إلى فيلون . عرفوا القضية المركبة التي تحوى (الربط) Conjunction (وهو ما نعبر عنه بواو العطف) بأنها تكون صادقة حين يصدق عنصراها معا ، وإلا تكون كاذبة ؛ عرفوا القضية المركبة التي تحوى (الفصل) disjunction (الذي نعبر عنه بالكلمة " أو ") بأنها تكون صادقة حين يكون أحد العنصرين صادقا لكنهم لم يسمحوا بصدق القضية إذا صدق كلا العنصرين ، أما الرواقيون المتأخرون فإنهم أباحوا صدق القضية المركبة الفاصلة إذا صدق أحد عنصريهما أو صدقهما معا [٤٢]، وسوف ترى أن جيفونز سوف يأخذ المعنى الثاني للفصل ، ومن ورائه المناطقة الرمزيون جميعا ما عدا فنVenn.

وبالرغم من أن الرواقيين عرفوا متغيرات القضايا ووضعوا لها رموزا ، وعرفوا الثوابت المنطقية ، فإنهم لم يضعوا لهذه رموزا . ومما هو جدير بالذكر أن دراسة الرواقيين لثابت الفصل سوف تفتح لهم باب بحث منطق القضايا الشرطية المنفصلة ، وذلك أول عهدنا بدراسة جادة لهذا المنطق .

---

[٤٠] Ibid . , pp . 147–8 , 161 .

[٤١] Ibid . , pp . 149 , 162 .

[٤٢] Ibid . , p . 160 .

١٥- كريسيبوس والنسق الاستنباطي :

أ- رأينا أنه يرجع إلى الرواقيين الفضل الأول في استخدامهم المتغيرات رموزا للقضايا على نحو متسق وفي بحثهم أكثر من فيلون في الثوابت المنطقية وقواعد صدق القضايا المركبة بمختلف أنواعها ويرجع إليهم الفضل أيضا في إقامتهم المنطق نسقا استنباطيا . بعد أن قدموا تعريفات للثوابت في وضوح وصراحة لقد وضعوا مقدمات أولية منها يمكن استنباط قضايا أخرى ، لقد سمى كريسيبوس هذه المقدمات (صورا استدلالية) inference schemata ، وسماها أيضا (ضروبا أولية لا تقبل البرهان) basic or indemonstrable moods وأحصى منها خمسة . رأى أنها أولية بمعنى أنه لا توجد صور أخرى سابقة عليها في عملية الاستدلال ، ولا تقبل البرهان بمعنى أنها حقائق منطقية Logical truths . ليست هذه الصور الاستدلالية ضروبا بمعنى أنها صور متعددة للاستدلال ، وإنما بمعنى أنه يمكننا اعتبارها (قواعد استدلال) ، وذلك أول عهدنا بوضع قواعد الاستدلال في صراحة ووضوح قبل البدء بأى برهان. نعم عرف أرسطو بعض هذه القواعد لكنه لم يضعها منذ البدء في وضوح قبل الشروع في براهينه. لم يكن يدرك الرواقيون في عملهم أنهم مجددون وإنما أدركوا فقد أنهم يقدمون الصور العامة للقياس الشرطي المتصل والمنفصل[٤٣] . وتسجل هنا تلك الصورة الاستدلالية فيما يلى :

---

[٤٣] قارن:

. Kukasiewicz , Aristotle's Syllogistic , p . 48

(١) إذا كان الأول ، كان الثاني ؛ لكن الأول ، إذن الثاني .

(٢) إذا كان الأول ، كان الثاني ؛ لكن الثاني ، إذن ليس الأول .

(٣) ليس الأول والثاني معا ، لكن الأول ، إذن ليس الثاني .

(٤) إما أن يكون الأول أو الثاني ؛ لكن الأول ، إذن ليس الثاني .

(5) إما أن يكون الأول أو الثاني ؛ لكن ليس الثاني ، إذن الأول[٤٤] .

نلاحظ أن الصور ٢،١ تعبران عن القياس الشرطي المتصل بنوعيه،وان الصور ٥،٤ تعبران عن القياس الشرطي المنفصل بنوعيه ، وذلك أول عهدنا بتعبير صريح عن صور القياس الشرطي المنفصل . أما الصورة ٣ فإنها تعبر عن قاعدة استخدام ثابت منطقي جديد ، ونعبر عنه بالكلمات (ليس كلاهما معا ، وسوف يتجاهل المناطقة هذا الثابت إلى أن يبعثه بيرس في أوائل هذا القرن ، ويأخذه شيفر Sheffer ويقترحه لتعديل نظرية أصحاب البرنكيبا في حساب القضايا[٤٥] .

ب- لم يكتف الرواقيون بوضع تلك الصور الاستدلالية ، وإنما جعلوها مقدمات أولية يبدأون منها البرهان على نظريات منطقية ، وذلك أول عهدنا بتصور النسق الاستنباطي في المنطق ، لقد كتب كريسيبوس عددا هائلا من النظريات المستنبطة من تلك المقدمات الخمسة ، لكن التاريخ أبقى منها ستة فقط ، نذكر

---

44 " Kueale , op . Cit . , pp . 162-3 .

[٤٥] انظر الفصل الرابع عشر ، الفقرة ٧٧ ح.

منها الأربعة الآتية على سبيل المثال ؛ ونسمى : تلك الصور الاستدلالية (مبادىء) فيما يلي :

١- (إذا كان الأول ، فإنه إذا كان الأول ، كان الثاني، لكن الأول ، إذن الثاني)

ويمكننا اشتقاق هذه القضية (أو النظرية) من المقدمات السابقة على النحو التالي : إن المقدمة المركبة (إذا كان الأول فإنه إذا كان الأول كان الثاني) مشتقة من القضية (إذا كان الأول كان الثاني) مبدأ (١) . أما القضية (لكن الأول إذن الثاني) فإنها مشتقة أيضا من نفس المبدأ .

٢- (إذا كان الأول والثاني ، ليس الثالث ، ومن جهة أخرى (نثبت) الأول ؛ إذن ليس الثاني)

إذا اعتبرنا (الأول والثاني) قضية واحدة مركبة ، المقدمة الأولى والثاني والثانية مشتقتين (مبدأ ٢) . وإذا أخذنا المقدمة الثالثة مع الأولى والثانية نصل إلى النظرية باستنباطها من المبدأ ٣ .

٣- (أما أن يكون الأول أو الثاني أو الثالث ، لكن ليس الأول ، وليس الثاني ؛ إذن) . يمكن استنباط هذه النظرية من المبدأ (٥) على مرحلتين :

أ . إذا اعتبرنا (الثاني أو الثالث قضية واحدة ، فإذا أخذناها مع المقدمة ، (ليس الأول) ، أمكن استنتاج (الثاني والثالث) ، المبدأ (٥) .

ب . إذا أخذنا (الثاني أو الثالث) مع (ليس الثاني) أمكن استنتاج (الثالث) مبدأ (٥) .

٤- إما أن يكون الأول أو لا يكون الأول ؛ لكن الأول إذن لا لا الأول) يمكن استنباط هذه النظرية مباشرة من مبدأ (٤) ، وذلك بوضع (لا يكون الأول) مكان (الثاني) . نلاحظ هنا أن الرواقيين أدركوا أن السلب المزدوج مساو للإيجاب[٤٦] .

---

[٤٦] قارن:

Kneale , op . Cit . , p . 165 ff .

خاتمة :

لقد قدم زينون الأيلى أول لبنة في منطق القضايا الشرطية ، حين صاغ ما – سمى من بعد القياس الشرطي المتصل في حالة الرفع modus tollens أو برهان الخلف ، وبالرغم من أنه مؤسس علم الجدل – كما قال أرسطو – فإنه كان مهتما بمذهبه الميتافيزيقي أكثر من إقامة نظرية منطقية ، أما أرسطو فقد استخدم الصورة السابقة من القياس الشرطي المتصل في براهينه على أقيسته الحملية ، دون أن يفرد لمنطق الشرطيات مكانة مستقلة . إن أول من أسهم في إبراز منطق الشرطيات هو فيلون الميغارى ، إذ وضع صدق القضية الشرطية المتصلة وكذبها بالنظر إلى صدق أو كذب مقدمها وتاليها ، واستطاع أن يدرك مبكرا ما سوف يسمى في المنطق الصوري الحديث (دالات الصدق) و (قوائم الصدق) ، وقادته هذه الصورة من القضية الشرطية إلى صياغة القياس الشرطي المتصل في حالة الوضع modus ponens أما الرواقيون فيرجع إليهم الفضل في إضافات منطقية عديدة .

(١) بحثوا في القضية الشرطية المتصلة بنوعيها كما صاغوا لأول مرة القضايا الشرطية المنفصلة بنوعيها ، ووضعوا قواعد صدقهما وكذبهما .

(٢) طوروا استخدام الرموز فوضعوا متغيرات ترمز إلى القضايا .

(٣) عرفوا عددا كبيرا من الثوابت المنطقية ولم يقتصروا على ثابت التضمن فقط ، ووضعوا تعريفاتها ، لكنهم لم يضعوا لتلك الثوابت رموزا .

(٤) أدت دراستهم للثوابت إلى دراسة القضايا المركبة وقواعد صدقها وكذبها ، وذلك تطوير حقيقي للمنطق الأرسطى .

(٥) وأضافوا أثرا آخرا حين انبثقت منهم أول بادرة لتطوير المنطق نسقا استنباطيا ، وذلك بأن وضعوا – بعد التعريفات – قضايا أولية لا تقبل البرهان ، وأمكنهم بفضلها استنباط قضايا أخرى ؛ وفي هذا الضوء يمكن القول إنهم فتحوا الطريق أمام المحدثين لإقامة نظرية حساب القضايا .

الفصل الرابع

ليبنتز رائد المنطق الرمزي

مقدمة :

ليبنتز G. W. Leibniz (١٦٤٦-١٧١٦)من أعظم الفلاسفة المحدثين ، وضع مذهبا فلسفيا مكتملا ، يحوى نظريات أصيلة في المنطق والميتافيزيقا والفيزيقا والأخلاق واللاهوت ولا يعنينا من مذهبه الفلسفي هنا إلا ما يتصل بالمنطق ، بل ليس هدفنا الآن عرض نظرياته المنطقية في تفصيل – رغم أهميتها البالغة – وإنما ما يتصل منها فقط بملاحظاته على المنطق التقليدي ، تلك الملاحظات التي يمكن اعتبارها مبشرة بالمنطق الرمزى . لقد قدم ليبنتز فكرتين أساسيتين :

(١) يمكن للمنطق – حيث منهج البحث فيه – أن يصبح نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة الإقليدية ، أي أن يتألف من قضايا نبرهن عليها باستنباط من مجموعة معطاة تعريفات ومبادىء axioms ومصادرات

(٢) يمكن للمنطق – من حيث لغته وموضوعاته – أن يتخذ علم الجبر نموذجا : لغته الرموز ، وقوامه معادلات وقوانين . لقد قدم ليبنتز هاتين الفكرتين الأساسيتين في مجموعة أبحاث ومذكرات خاصة تقع في خمسمائة صفحة أو تزيد ، تركها مخطوطة دون نشر ، وحفظت في مكتبة هانوفر (حيث كان يعمل مستشارا علميا وخبيرا في القانون الدولي لدى رئيس من تلك المدينة) وظلت كذلك مدة قرنين ، ثم قام بنشر بعضها جيرهارت .Von G. J Gerhardt في نهاية القرن (التاسع عشر) ، ونشر بعضها الآخر كوتيرا L. Couturat في اول القرن العشرين. نشر جيرهارت أولا مجمعة أبحاث ليبنتز الرياضية – مما

نشره ليبنتز من قبل متفرقا وما لم يتسر نشره – في الأعوام –٨٥٠–١٨٦٣ أجزاء بعنوان : Leibnizens Machematische Schriften ، ثم جمع جيرهارت ثانيا كتب ليبنتز الفلسفية السابق نشرها متفرقات مع بعض المخطوطات الأخرى عن المنطق ونشرها في الأعوام ١٨٧٥ – ١٨٩٠ في سبعة أجزاء أخرى بعنوان : Die Philosophischen Schriften von G. W. Leibniz وقد نشر كوتيرا عام ١٩٠٣ مجموعة أخرى من المخطوطات الفلسفية والمنطقية لم يسبق نشرها بعنوان: Opuscles et Fragments inédits de Leibniz.

الأصناف :

أ–كان ليبنتز معجبا بالمنطق الأرسطى ، فقد قال عنه إنه (من أروع ما اكتشفه العقل الإنساني) ، وأنه (فن العصمة من الزلل مما يمكن تطويره إلى نوع من الرياضيات الكلية)[٤٧] . كان يرى أن القضية الحملية هي الصورة الرئيسة والوحيدة للقضية ، وأن القضية الكلية تنطوي على تقرير وجود واقعى لأفراد موضوعها ، وأنه يمكن النظر إلى القضية الشخصية على أنها قضية كلية إذ لا يوجد خلاف منطقى بينهما ، وأن نظرية القياس مثل حي للاستنباط . وبالرغم من تقديره للمنطق الأرسطى ، كانت له مواقف عديدة يعدل بها ذلك المنطق ، كإضافته إلى نظرية رد الأقيسة ما لم يرد عند مناطقة العصر الوسيط ، وأنه لا يمكن رد كل أنواع الأقيسة الشرطية المتصلة والمنفصلة إلى أقيسة حملية[٤٨] . لن نفصل كثيرا

[47] Nouveaux Essais Sur L'Entendement Humain , iv , xvii , 4

هنا في تلك المواقف ، لكننا نتحدث عن موقفين له نعتبرهما فتحا جديدا يبشر بمولد المنطق الرمزى: محاولة وضع ما سوف يسمى فيما بعد (جبر الأصناف) ومحاولة جعل المنطق نسقا استنباطيا .

ب–يمكن للمنطق أن يتخذ الحروف الهجائية رموزا للحدود ، كما يمكن لقضاياه أن تتخذ صورة معادلات وقوانين على نموذج علم الجبر. نعم لم يرد ليبنتز أن يجعل المنطق فرعا من الرياضيات وإنما أراد إقامة (حساب منطقي) Calculus ، أي منطق لغته الرموز وقوامه معادلات وقوانين ، لكن لا تنطوى المعادلات والقوانين على علاقات كمية ، بل على علاقات غير كمية[٤٩] ، وبذا توسع في بحث العلاقات المنطقية ، وقد خص بالبحث علاقات الهوية identity والاحتواء inclusion ، وأعطى لكل منها تعريفا . عرف الاحتواء تعريفا من وجهة نظر المفهوم حيث نقول أن المحمول محتوى في الموضوع إذا دل على صفة قائمة فعلا في تصور الموضوع وحيث نقول عن القضية الحملية (كل أ هو ب) أن ب محتوى في أ ، أو أن ب داخل في معنى أ . ننظر هنا إلى الحدود نظرة من جهة المفهوم أي من جهة ما تدل الحدود عليه من تصورات ، ومن ثم ننظر إلى الاحتواء من نفس الجهة . ذلك متسق مع نظرية ليبنتز أن القضية الحملية إنما هي تحليلية[٥٠]. لاحظ ليبنتز أيضا أن العلاقة بين المقدم

---

[٤٨]انظر :

Kneale , The Development of Logic , pp .

[٥٠] القضية الحملية عند ليبنتز نوعان : ما موضوعها لفظ عام يدل على نوع أو جنس ، وما موضوعها اس علم يدل على (جوهر فردى) . نسمى النوع الأول من القضايا (ضرورية) أو تحليليةوالنوع الثا (حادثة) Contingent

والتالي في القضية الشرطية المتصلة علاقة احتواء ، كمثل العلاقة بين الموضوع والمحمول فالتالي محتوى في المقدم بمعنى أنه إذا فهمنا من علاقة المقدم بالتالي أنها علاقة أساس Ground او سبب reason بما يترتب عليه consequent ، مكننا استنباط التالي من معنى المقدم [٥١].

رأى ليبنتز من جهة أخرى إمكان النظر إلى الحدود نظرة صنفية : ننظر إلى الحد نظره من جهة المفهوم إذا حددنا معناه ، وننظر إلى الحد نظرة صنفية أو من جهة المصادق حينا نعتبر صنفا من الأشياء يحوى أفرادا تندرج تحته . ورأى ليبنتز باختصار أنه يمكنك النظر إلى الحد نظرة مفهومية أو نظرة صنفية[٥٢].

ج- حاول ليبنتز صياغة الصور الأربعة التقليدية للقضية الحملية من وجهة نظر صنفية إلى الحدود في بحث عنوانه (بعض الصعوبات المنطقية Difficultates Quaedam Logicae[٥٣] كتب جدولا ينطوي على أن

أو تركيبية (كل إنسان حيوان) قضية ضرورية . بينما (سقراط فيلم قضية حادثة . يشترك النوعان من القضايا في أن المحمول في كليهما محتوى في الموضوع Predicatum inest subiecto . أما أن المحمول في القضية العامة محتوى في الموضوع فأمر واضح ؛ لكن ليبنتز رأى أن المحمول في القضية الشخصية محتوى أيضا في موضوعه ؛ يعنى أنه إذا عرفنا الموضوع معرفة كاملة . أمكننا استنباط كل محمولاته ، ومن ثم تنبثق إحدى نظرياته الميتافيزيقية وهى أن

لكل موضوع عددا لا مساها من الصفات ترتبط بماضيه وحاضره ومستقبله على السواء ، والنسه علم استباطها بطريقة قبلية ، لكن لا تتاح هذه المعرفة إلا لله وحده . كل قضية عند ليتر إذن إنما بمثابة تعريف

[51] Conturat , Opuscules , p . 377.

[٥٢] C. L. Lewis , A Survey of Symbolic Logic , Dover Publications N. Y. , 1960 , p . 13

[٥٣] ، تجد هذا البحث في طبعة جير هارت ، الجزء السابع ص ٢١١ ، النص ما خود من :

العمود(٣) يدل على إمكان النظر إلى الحدود نظرة مفهومية أو ما صدقية على السواء ، بينه ما ينطوى العمود ٢ على إمكان النظر إلى الحدود نظرة ما صدقية خالصة :

(١) (٢)

(٣)

ك م كل أ هو ب أ لا – ب شئ لا يوجد أ ب = أ

ح س بعض أ ليس ب أ لا – ب شئ يوجد أ ب لا = أ

ك س لا أ هو ب أ ب شئ لا يوجد أ ب لا = أ ب من الاشياء

ح م بعض أ هو ب أ ب شئ يوجد أ ب = أ ب من الاشياء

يمكننا تفسير العلاقة بين الحدين في القضية الموجبة من جهة المفهوم أو من جهة الما صدق: (أ ب = أ) تعنى أنه إذا كان ب محتوى في معنى أ، وإذا ربطنا ب و أ فإننا لا نضيف شيئا جديدا إلى معنى أفإذا قرأنا القضية (كل

Kneale

, op . cit . , p . 339 , SL 2

إنسان حيوان) على أنها تعنى أن الإنسانية محتواة في الحيوانية فإن معنى (الإنسان الحيوان) لم تضف جديدا إلى معنى الإنسان – وذلك تفسير مفهومي؛ لكن يمكننا النظر إلى القضية (أ ب = أ) على أنها تتحدث عن أصناف، ومن ثم صنف الإنسان الذي يكون أيضا من صنف الحيوان لا زال صنف الإنسان، ولم يضف فردا جديدا على صنف الإنسان؛ (أرادنا ليبنتز أن ننظر إلى العمود الثالث كذلك) حيث يمكنك أن تقرأ القضية الكلية الموجبة قراءة ما صدقية خالصة: إن القضية (أ لا – ب شيء لا يوجد) A non - Best non - ens تعنى أنه لا يوجد شيء مما يكون أ ويتصف في نفس الوقت بنقيض ب، يقصد ليبنتز هنا أنه إذا قلنا كل أ هو ب فإننا نقرر أن صنف أ لا يمكن أن يكون هو في الوقت نفسه صنف لا – ب. ويمكنك تطبيق ما قلناه عن القضية الموجبة الكلية بالقياس إلى الصور الثلاثة الأخرى. د_كانت النظرة الصنفية إلى الحدود معروفة في المنطق التقليدي، لأن هذا المنطق كان يفترض أن لكل الحدود ما صدقات من الواقع، حتى في القضايا ا لكلية؛ فمثلا تتضمن القضية (كل جسم ممتد) عند التقليديين تقريرا عن وجود واقعي للأجسام. وبالرغم من ذلك كان هذا المنطق أكثر اهتماما بالجانب المفهومي للحدود من الجانب الما صدقى؛ ومن ثم كان التوسع في التفسير الماصدقى للحدود أمرا غير مألوف من المنطق التقليدي، ويرجع الفضل في هذا التوسع إلى ليبنتز. لكننا نلاحظ أن ليبنتز لم يخط خطوات ملموسة لتكوين ما سوف يسميه بول من بعد (منطق الأصناف) – منطق يقوم على النظر إلى العلاقات بين

الحدود في القضايا على أنها علاقات بين أصناف من الأشياء لا علاقة بين تصورات، وقد جعل بول القضايا في صورة رمزية وأشبه بمعادلات، ثم جعل من تلك القضايا حسابا تجرى عليه عمليات الجمع والضرب ولم يصل ليبنتز إلى هذا المستوى في بحثه، ولعل ذلك القصور راجع إلى استبداد المواقف الأرسطية به حتى حين أراد الثورة عليها. خذ مثلا القضية السابقة (أ ب = أ) سيقول بول من بعد ليبنتز إن (أ ب) رمز ضرب منطقي بين صنفين أ وب ، وأن (أ ب) صنف جديد يحوى أفرادا تشترك في كلا الصنفين. في القضية (كل منطقي رياضي)، نجد أن التعبير (المناطقة الرياضيون) يعبر عن ضرب منطقي بين صنفين ويؤدى إلى صنف جديد هو أولئك المناطقة الذين هم في الوقت نفسه رياضيون، بحيث نستبعد من هذا التعبير المناطقة اللارياضيين ٢٠١٣ والرياضيين الذين ليسوا مناطقة. لم يصل ليبنتز إلى فكرة الضرب المنطقى بين الحدود بهذا المعنى؛ بل لم ير (أ ب) ضربا منطقيا، وإنما رأى أن (أ ب) تعنى أن إضافة التصورين أ و ب لا زال هو ذاته تصور أ على أساس أن ب محتوى في أ؛ ومن ثم لا زال تفسير ليبنتز مفهوميا بحتا.

طوالع النسق الاستنباطي:

أ–تصور ليبنتز المنطق علما يمكن اقامته علي نموزج النسق الاستنباطي في الهندسة الاقليدية، اي ان يكون البرهان علي قضية ما ليس الا استنباطا محكما من مجموعة من التعريفات والمبادئ والمصادرات. بذل ليبنتز محاولات عديدة

حتي وصل إلى الموقف الذي يرضيه. رأى أولا إمكان إقامة البرهان على قضية ما المتمرة باستنباطها من مجموعة التعريفات فقط، دون حاجة إلى مبادىء أو مصادرات، بل رأى في المرحلة الأولى من بحثه أن ما سماه القدماء مبادىء يمكن أن تكون موضوع برهان وأنه لا توجد قضايا لا تقبل البرهان سوى مبدأ عدم التناقض[٥٤] وسوق الآن مثلا يضربه ليبنتز يبدأ من طائفة التعريفات وحدها. إذا أعطينا التعريفات الآتية:

(١) ٢ = ١ + ١

(٢) ٣=٢+١

(٣) ٤=٣+١

يمكن تقرير ٢+٢=٢+٢ (مبدأ الهوية)

=٢+(١+١) (تعريف ١)

=(٢+١)+١

=٣+ ١ (تعريف ٢)

=٤ (تعريف ٣)

---

[54] (S. Stebbing, A Modern Introduction to Logic, p. 483. ا.
.Kneale, op. Cit., p٣٣٣: لنص مأخوذ من (810 .N. E., iv, vii

نلاحظ علي ان هذا المثال: (١) أن الانتقال من السطر الثاني إلى الثالث في التقرير يعتمد على قانون الترابط law of association للجمع، وسوف يكون عند المناطقة المحدثين موضوع برهان، وهو، ما لم يدركه ل لم يدركه ليبنتز، (٤) فكرة ة العدد وفكرة الإضافة موضوع تعريف، لكن لم يتضح ذلك إلا حين تقدم البحث في فلسفة الرياضة على أيدى ديد كند وفريجة. ح – نحن الآن بصدد خطوة تطورية في فكر ليبنتز حول النسق الاستنباطي إذ أدرك أن البرهان يستلزم مباديء ومصادرات لا تقبل البرهان، ويبدأ منها البرهان على قضايا أخرى. لقد سجل في بحث عنوانه (مثال على الحساب المنطقى) Specimen calculi unversalis قضايا نعتبرها مقدمات أولى تبدأ منها البراهين أو يبدأ منها النسق الاستنباطي للمنطق، نكتبها فيما يلي: قضايا صادقة في ذاتها propositions true of themselves:

أ هو أ، أ ب هو أ، أ لا يكون لا– أ، لا– أ لا يكون أ ، ما لا يكون أ هو لا _ أ ، ما لا يكون لا _ أ هو أ

وواضح أن القضايا السابقة تعبر عن مبدأ الهوية أو مبدأ عدم التناقض وما يستنبط منهما؛ نلاحظ أيضا أن ليبنتز وصل من القضايا السابقة إلى أن سلب السلب إيجاب، وقد سبقه إلى ذلك الرواقيون. نتيجة صادقة في ذاتها Consequentia true of itself: أ يكون ب، ب يكون ح، إذن ا يكون ح

نلاحظ أن هذه الصيغة قريبة من صيغة الضرب الأول من الشكل الأول من أشكال القياس، ومن الواضح أن ليبنتز يأخذها كما لو كان مقدمة أولية لا تقبل البرهان؛ لكننا سنرى في محاولة له أكثر تطورا أنه سيجعلها موضوع برهان.

مبادىء الحساب Principles of the calculus وهي خمسة:

(١) ما يكون محتوى في حروف غير محددة يمكن فهمه على أنه ناتج عن أي حروف أخرى تخضع لنفس الظروف مثال: إذا صدقت أن (أب هو أ)، يجب أن تصدق أن (ب ح هو ب).

(٢) تغير مواضع الحروف في نفس الحد لا يغير من الصدق. مثال: (أ ب) تكافيء (ب أ

(٣) لا قيمة لتكرار الحرف الواحد في نفس الحد. مثال: (ب هو أ أ).

(٤) يمكن تأليف قضية واحدة من أى عدد من القضايا بضم كل موضوعاتها في موضوع واحد، وكل محمولاتها في محمول واحد. مثال: من (أ هو ب، حـ هو د، هـ هو و) يمكن استنباط أن (أ حـ هـ هو ب د و).

(٥) إذا كان لدينا قضية يتألف محمولها من عدد من الحدود، فمن الممكن إعطاء عدة قضايا لكل منها نفس موضوع القضية الأصلية ولكل منها محمولا

وكل منها جزء من محمول الأصل. مثال: يمكن من (أ هوب حـ د) أن نصل إلى (أ هو ب، أ هو ح ، أ هود)[٥٥].

– تعتبر هذه المبادىء قفزة هائلة في تفكير ليبنتز إذ وصل إلى أفكار رئيسية في جبر الأصناف وأنه كان يستخدم صيغا مثل (أ ب) التي تدل على ضرب منطقي بين صنفين وكان يستخدم أيضا (أ أ هو أ) التي تعنى أن ضرب الحد في ينتج نفس الحد بلا زيادة، وأن (أ ب = ب أ) تعبر عن قانون تبادل المواضي Law .of permutation.

٢٠– النسق الاستنباطي: نأتي الآن على أكثر أبحاث ليبنتز نضجا وتطورا في سلسلة محاولاته إقامة المنطق نسقا استنباطيا[٥٦] فبعد أن وصل في أبحاثه السابقة بشأن المنطق كنسق استنباطي إلى ضرورة البدء بقائمة تعريفات وبضع مبادىء محدودة العدد، شرع بعد ذلك في تحديد هذه القوائم، وسارع إلى استنباط نظريات منها، وقد وضع كل ذلك في صورة رمزية تستخدم حروف الهجاء رموزا إلى الحدود والعلاقات الحسابية ثوابت ولنسجل فيما يلي أهم قضايا النسق. (تعريف ١): تكون الحدود هي هي أو متساوية إذا أمكننا استبدال لأحدهما بالآخر كيفما شئنا دون تغير في صدق القضية. (أ = ب) تعنى أن أ و ب نفس الحد. (تعريف ٢) : تكون الحدود مختلفة إذا لم يمكن

---

[٥٥] النص واردفي طبعة جيرهات، ج ٧ ص ٢٢٤ ، اخذناه عن:

Kneale. Op. Cit. P .338

[٥٦] كتب البحث بلا عنوان ونجده في طبعة جيرهارت، ج ٧، ص ٢٣٦

استبدال أحدهما بالآخر دائما: (أ = ب) تعنى أن أ و ب مختلفان. (قضية ١): إذا كانت أ = ب، فإن ب = أ. لأنه ما دامت (أ = ب) صادقة (فرضا)، يمكننا استبدال أ و ب أحدهما بالآخر (تعريف)؛ إذن ب =أ. (قضية ٢): إذا كانت أ + ب فإن ب = أ . وإلا كان ينبغي أن نقول ب = أ، وبالتالي تكون أ = ب (قضية ١)، وهو مخالف للفرض.

(قضية ٣): إذا كانت أ = ب، ب = حـ ، فإن أ = حـ . لأنه ما دامت أ = ب (فرضا)، فإنه يمكن استبدال ب بالحرف حـ (تعريف ا حيث ان ب = ح)إذن فالقضية صادقة.

(قضية ٤) إذا كانت أ =ب ، ب = ح لأنه ما دامت ب = ح (فرضا)، ويمكن استبدال الحرف ب بالحرف أ (تعريف ١) حيث أن ا = ب فرضا)؛ فإن اح صادقة.

(تعريف ٣): أ محتوى في س يساوي إمكان جعل س تتسق مع عدد من الحدود مأخوذة معا يكون أ أحدها. (ب + ع = س) تعني أن ب محتوى في س، وأن ب و ع معا يؤلفان س. يصدق نفس الشيء على عدد أكبر من الحدود

(مبدأ ١):ب +ع = ع + ب.

(مصادرة: يمكن إضافة أي عدد من الحدود – مثل أ ، ب – لتؤلف حدا واحدا مثل (أ + ب).

(مبدأ ٢): أ = أ.

(قضية ٥) إذا كان أ محتوى في ب ، أ = حـ، فإن حـ محتوى في ب، لأنه ما دام أ محتوي في ب (فرضا)، فإن استبدال الحرف حد بالحرف أ (تعريف ١) بودي بنا إلى استنباط أن ح محتوى في ب.

اول (قضية): إذا كان ح محتوى في ب، أ– ب، فإن ح محتوى في ا. لأنه إذا استبدلنا أ بالحرف ب في القضية (حد محتوى في ب)، حيث أن أ = به يلزم أن يكون ح محتوى في

(قضية ٧): أ محتوى في أ. لأن أ محتوى في أ + ١ (تعريف ٣)؛ أ محتوى في

(قضية ٨): إذا كان أ = ب، فإن أ محتوى في ب. لأن أ محتوى في أ (قضية ٧)، أي أن أ محتوى في ب.

(قضية ٩): إذا كان أ = ب، فإن أ + حـ = ب + حـ. لأن أ + حـ = أ + ح (صادقة في ذاتها)، وإذا استبدلنا الحرف أ بالحرف ب في أحد طرفى علامة المساواة، نصل إلى القضية المطلوبة.

(قضية ١٠): إذا كان أ محتوى في ب، ب محتوي في ح، فإن أ محتوى في ح، لأنه إذا كان أ محتوى في ب (فرضا)، فإن أ + س = ب (تعريف ٣)، وبالمثل، ما دام ب محتوى في ح فإن ب + ص = ح، وإذا وضعنا أ + س مكان ب، فإن أ + س + ص = ح، وإذن أ محتوى في ح (تعريف ٣)[٥٧].

خاتمة وملاحظات على محاولات ليبنتز:

(أ) قدم ليبنتز محاولات عديدة لإقامة منطق جديد، لكنه لم يستطيع أن يقدم لنا نظرية واحدة متكاملة، لاعتقاده أن أرسطو لا يخطىء. كانت تكشف عبقرية ليبنتز عن أفكار منطقية جديدة، فيبدأ في بحثها، ثم لا يلبث أن يتراجع عنها لوصوله إلى نتائج تخالف أرسطو فلا يصدق نفسه. أدرك مثلا أن قضايا العلاقات تختلف عن القضايا الحملية، لكنه – إتباعا لأسطو ردها إلى حمليات واكتشف إمكان النظر إلى الحدود في القضية على أنها أصناف لأشياء بالإضافة إلى النظر إليها على أنها تدل على معان، لكن نظريته أن المحمول في كل قضية موجبة صادقة محتوى في ال الثابته موضوعها – أدت إلى اضطرابه في تصور الصنف، كما سنرى بعد قليل حيث رأى ليبنتز أيضا فساد بعض قوانين المنطق الأرسطى مثل بعض قواعد العكس: لا تعكس الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة لأننا نثبت في الأولى علاقة بين تصورات دون أن تنطوي على وجود واقعي لأفراد موضوعها، بينما نقرر في الثانية وجودا واقعيا

[٥٧] اخترنا القضايا السابقة من بين إحدى وعشرين قضية. راجع:

Kneale ،op. cit. Pp.340-2.

لأفراد موضوعها ، ومن ثم لا نستطيع الانتقال مثلا من القضية (كل ما يضحك إنسان) إلى القضية (بعض الناس ضاحكون)؛ وقد اكتشف ليبنتز مبكرا فساد ضروب القياس التي مقدماتها كلية ونتائجها جزئية كانت تلك أمثلة من اكتشافات الفيلسوف المنطقية، لكنه كان حين يرى أنها معارضة لنظريات المعلم الأول، يتوقف في بحثه، ليبدأ بحث نفس النقطة المنطقية من جديد أو ليتركها إلى نقطة أخرى، وهكذا.

(ب) إذا أردنا حصر محاولات ليبنتز المنطقية أمكننا القول إنه وضع مبادىء نظرية سوف تسمى فيما بعد _جبر الأصناف)، وأنه وضعها في نسق استنباطي رمزي. جعل الحروف الهجائية ترمز إلى الحدود في القضية، كما استخدم الثوابت العددية كعلامات الجمع والضرب والمساواة وبعض الثوابت المنطقية كالربط والفصل والتكافؤ، ووضع لبعضها رموزا وحاول ليبنتز أن يضع نظريته الرمزية في نسق استنباطي فهو يضع منذ البدء في صراحة ووضوح قائمة من التعريفات والمبادىء والمصادرات ليستنبط منها نظريات، كما سبقت الإشارة . توصل مبكرا أيضا إلى بعض قوانين تحتذى علم الجبر مثل (أ ب = ب أ)، (أ + ب = ب + أ) كما توصل إلى قوانين منطقية أخرى تختلف عن علم الجبر المألوف مثل (أأ = أ) (١ + أ)، ويكون ليبنتز قد سبق بول في ذلك بقرن من الزمن دون أن يعلم أحد وقتئذ ماذا فعل ونلاحظ أيضا أن ليبنتز اقتصر في محاولته المنطقية على منطق الحدود والأصناف،

ولم يستطع التوصل إلى أفكار أصيلة في منطق العلاقات أو الدالات الرياضية بالرغم من أن قضية العلاقة والدالة الرياضية كانتا مألوفتين لديه، بل كان من عمالقة عصره في الرياضيات.

(ج) كانت نظرية ليستر في حبر الأصناف مضطربة، وذلك لتعلقه بوجهة نظر المفهوم في الحدود، حتى حين أراد الثورة عليها؛ وشين هذا الاضطراب بوجه خاص في موقفه من الثوابت المنطقية التي تناولها وهي الاحتواء والربط والفصل. لقد عرف ثوابت الربط والفصل – لكن لا كثوابت بين قضايا كما رأينا عند الرواقيين، وما سوف نرى تطورها عند فريحة وأصحاب البرنكيبا – وإنما عرفها كروابط بين الحدود في القضية، لكن ليستر فشل في إدراك أن الربط بين صنفين بمثابة ضرب منطقي بينهما، وأن الفصل بين صنفين بمثابة جمع منطقى بينهما. لقد فشل لأنه لم يميز بين الربط والفصل تمييزا دقيقا إذ جعل لهما رمزا واحدا وهو علامة الجمع في الحساب.

ولكن كيف كان يميز بينهما؟ حين كان ينظر إلى الحدود كتصورات – اي حين كان يضيف محمولا لآخر – كان يقصد بعلامة الجمع ربطا منطقيا بين الحدين. مثال: الإنسان = حيوان + مفكر: وحين كان ينظر إلى الحدود كأصاف من الأشياء كان يقصد بعلامة الجمع فصلا منطقيا. مثال: القضية (كل إنسان فان) تعنى أن ما نسميه كاننا فانيا إما صنف الناس أو صنف

الحيوان أو صنف النبات، لكن التفسير الذي رآه ليبنتز للحدود من جهة الما صدق ظل تفسيرا **من جهة المفهوم.**

الفصل الخامس

دي مورجان: رائد نظرية العلاقات

مقدمة :

اوغسطس دي مورجان A De Morgan (١٨٠٦-١٨٧١) أحد كبار الرياضيين والمناطقة الإنجليز في القرن التاسع عشر. كان أستاذ الرياضيات في جامعة لندن فيما بين ١٨٢٨ و ١٨٣١، ثم أعيد إلى نفس الوظيفة عام ١٨٣٦ وظل بها حتى ١٨٦٦. كتابه المنطقى الأساسي هو المنطق الصوري: أو حساب الاستدلال الضروري والاحتمالي، Formal Logic or the calculus of Inference Necessary and Probabie (١٨٤٧)، وقد كتب مقالات عديدة في المنطق والرياضيات نشرت في: (منشورات جمعية كمبردج الفلسفية) Transaction of Cambridge Philosophical Society (١٨٤٩ - ١٨٦٤)، وكان أحد أعضاء هذه الجمعية العاملين، كما كان عضوا في (الجمعية الفلكية الملكية)، أهم مقالاته المنطقية "فهرست لنسق مقترح للمنطق Syllabus of aProposed of Logic System (١٨٦٠)، في الشكل الرابع من أشكال القياس وفي منطق العلاقات.

On The Syllogism IV and on The Logic of Relations (١٨٦٠)

وقد قرأ هذا البحث أمام جمعية كمبردج الفلسفية في ٢٣ أبريل ١٨٦٠.

(ب) كانت نظرية كم المحمول مألوفة وقتند في أوساط المناطقة، ويقترن ذكرها عادة بالسير وليم هاملتون Si W Hamilton (١٧٨٨ – ١٨٦٥)[٥٨] وحرت لهاملتون مع دي مورجان مساحلات حادة دامت عدة سنين، نشرت جميعا في منشورات جمعية كمبردج السابق ذكرها – وتدور حول اتهام هاملتون أن دي مورجان سرق منه نظرية كم المحمول وأن دي مورجان ادعى سبق اكتشافه لها نعيم، كتب هاملتون في كم المحمول عام ١٨٣٣ بحثا عنوانه: المنطق: المقالات الإنجليزية الحديثة في الموضوع : Logic the Recent English Treatises on the Subject، ونشره في (مجلة أدنبره) Edin Rev بينما كتب دي مورجان عن النظرية عام ١٨٤٧ في كتابه المنطق الصوري؛ لكننا نلاحظ أن النظرية كانت معروفة قبل عام ١٨٣٣، لقد كتب عنها جورج بنتام في كتابه الذي يحمل اسم نسق جديد في المنطق Outline of a New System of Logic١٨٢٧ وقام هذا الكتاب على مخطوط كتبه عمه حريمي بنتام وقد يكون هذا الكتاب أو غيره مرجع هاملتون ودى مورجان معا، ومن ثم كان اتهام هاملتون غريبا.

ج – امم لدى مورجان الفصل في موضوعين رئيسيين في المنطق: إصلاح للمنطق التقليدي وإقامة مبادىء نظرية جديدة هي نظرية العلاقات، ولا باس من

---

[٥٨] لم نخصص في كتابنا مكانا لنظرية كم المحمول لانها كانت اقلرب الي تعديل المنطق التقليدي منها الي المساهمة في تطوير المنطق الرياضي وان كانت قد وجهت المناطقة من بعد الي النظر الي خدود في القضية علي انها اصناف من الاشياء لا تصورات ، مما مهد الي نظرية حساب الاصناف .

إشارة سريعة إلى أهم تعديلاته على المنطق التقليدي مثل الحدود تدل علي أصناف من الأشياء، لا على معان أو تصورات. ومن ثم كان دي مورجان بست الحدود (حدودا صفية) class terms وفي ذلك يتسق مع نظرية كم المحمول

كما يذكرنا بليبنتز؛ حيث رفض التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية وصفها تصنيفا ثمانيا، وفق نظرية كم المحمول ووضع القضايا في صورة رمزية حيث ترمز حروف الهجاء فيها إلى الحدود، كما ترمز إلى الاستغراق والكيف بأقواس تسبق وتلحق تلك الحروف بالحاء معينة وعرض قواعد التقابل بين القضايا وقواعد الاستدلال المباشر والقياس بأشكاله وضروبه في صورة رمزية لكسا تلاحظ أن مصطلحه الرمزي كان معقدا مرتبكا فلم ياخذ به احد ونحن نجد هذه التعديلات المنطقية وغيرها في كتاب المنطق الصوري".[٥٩]

نظرية العلاقات:

(١) خرج دي مورجان على المنطق التقليدي في اعتبار القضية الجملية الصورة الرئيسية والوحيدة لكل قضية وإمكان رد أي صورة أخرى للقضية إلى الصورة الحملية فقد رأى أن قضية العلاقة – ما تحوى صنفين من الأشياء بينهما علاقة – صورة من القضية تختلف من الحملية، ولا يمكن ردها إلى حملية بل أصاف أنه يمكن رد القضية الحملية إلى قضية علاقة، وقد كان يعلم أنه بصدد منطق حديد

[٥٩] انظر أيضا .

CL. Lewis. A Survey of Symbolic Logic, pp. 38-43.

ومن ثم قال (..... وهنا تسبق الفكرة العامة للعلاقة، ولأول مرة في تاريخ المعرفة. أمكننا وضع أفكار العلاقة وعلاقة العلاقة في صورة رمزية)".[٦٠]

(ب) الرابطة والتعدى والعكس

بدأ دى مورجان بحثه في العلاقات بالنظر إلى الرابطة المنطقية C opula التي تربط الموضوع والمحمول في القضية الحملية، في اللغات الأحسبة الحديثة خذ القضية (محمد مجتهد) : تتألف هذه القضية من موضوع ومحمول، ولا رابطة لكن إذا ترجمت هذه القضية إلى كثير من اللغات الأوربية الحديثة وجدناها تحوى رابطة – وهي في هذا المثال فعل الكينونة – التربط المحمول بالموضوع حيث تلاحظ أن فعل الكينونة يقوم بوظيفة من الوظائف الثلاثة الآتية إذا دخل في قضية (١) الحمل، كما هو الحال في القضية السابقة إذا صيغت في لغة إنجليزية أو فرنسيا أو ألمانية، (٢) الوجود الفعلى مثلما نقول أن الله موجود godexists و godis (3) .

ج – الهوية أو المساواة مثلما نقول (أ يكون ب) حين نريد ان نقول (= ب) ٤ حين بدأ دي مورجان بحثه في العلاقات بالنظر إلى الرابطة المنطقية Convertible اهتم بها حين تقوم بوظيفة الهوية دون وظائفها الأخرى ورأى أن الرابطة لا تقوم بهذه الوظيفة إلا إذا توفر شرطان: أن تكون متعدية transitive، وأن تكون عكسية ا ومن ثم أقدم على تعريف علاقتي التعدي والعكس فقد عرف

[60] Prior Formal Logic, pp. 131 m, 192 ff. Lewis, op. Cit., p. 51

علاقة التعدى بقوله إن (العلاقة متعدية حين يكون المتعلق بمتعلق إنما هو متعلق من نفس النوع) A relation is transitive when a relative of a relative is a relative of the same kind[٦١] تسمى العلاقة متعدية – بعبارة أخرى – تربط حدا بحد أخر وتربط هذا الحد في نفس الوقت بعد ثالث ومن لم تربط الحد الأول بالثالث مثال ذلك: إذا كان ا = ب ب = حنان = حـ ومن أمثلة علاقة التعدى علاقات المساواة والمشابهة والسبق الرسى والكبر والصغر إلخ، وقد عرف دي مورجان العلاقة العكسية فأنها تلك العلاقة التي يمكننا أن تستدل بها علاقة أخرى تؤدى نفس المعنى حين نغير ترتيب الحدود. علاقة (..... أب .....) عكس علاقة (..... ابن.....)، تقول عن القضية (١ أ ب ب) إنها لحوى علاقة عكسية بالقياس إلى Lopula

القضية (ب ابن أ)"[٦٢].

د – وصل دي مورجان من دراسته للعلاقات المتعدية والعكسية إلى أن الرابطة المنطقية حين تؤدى وظيفة الهوية إنما هي علاقة متعدية، وأبان أنه يمكننا اتخاذ أي علاقة متعدية – وليست الرابطة فقط – معيارا لصحة بعض ضروب القياس التقليدي الذي مقدماته موجبة، وأن أي علاقة متعدية وعكسية معا تكون معيارا

---

[٦١] Ibid

[٦٢] لا حظ ليل أن ما سماه دي مورجان علاقة عكسية في العلاقة التسلية symmetrical r المناطقة من بعد، لكنا نظن أن الملاحظة خاطئة لأن العلاقة السائلية هي ما تكون هي هي حين تغير ترتيب الحدود، بينما العلاقة العكسية عند دى مورجان ليست كلات Kneade ستخدام op. Cit., p. 427.

لصحة القياس الذي يحوى مقدمات سالبة لقد أتاح بحث العلاقة المنتدية والعكسية إلى إدراك دي مورجان أن نظرية القياس الأرسطية ليست إلا تطبيقا لنظرينه في العلاقات، أي أن الاستدلال القياسي ليس إلا ربط حدود ثلاثة بعلاقة متعدية أو متعدية عكسية.

خواص العلاقات:

درس دي مورجان علاقة السلب)[٦٣]، بعد علاقة الهوية والتعدي والعكس وميز بين سلب العلاقة. (... آب ...) عكس (.... ابن ...)، لكن سلب العلاقة (....آب ...) هو الإتيان بنقيضها أو إنكارها – تعنى أن (ا آ ب ب) سلبها هو (أليس ا ب ب) ومن ثم قدم دي مورجان عدة نظريات theorems لبين خواص العلاقات، فيما

يلى أهمها:

(سلب العكس سلب) contries of converses are themselves contraries. القضية (أ آ ب ب) عكسها (ب اين ا)، فإذا أردنا على القضية ب ابن ا نكون قد قمنا بسلب ولم تقم بتقرير موجب.

---

[٦٣] (١) كان دى مورجان يستخدم كلمة (ضد) contrary لبدل ما على كلمة سلب negative أو نقيض، انظر

Kneale op. Cit., p. 428. lg Lweis, op. Cit., p. 46.

(٣) (عكس السلب سلب) contraries are converses of contraries إذا أردنا سلب القضية (أ أب ب) قلنا (أ ليس آب ب)، فإذا أردنا على هذه القضية وقلنا (ب ليس ابن أ)، تكون قد وصلنا إلى سلب القضية الأصلية: أي ان القضيتين (أ آ ب ب) و (ب ليس ابن ا) متناقضتان.

(٣) (سلب العكس عكس السلب) The contrary of the converse is the converse of the contrary (اب ب) عكسها (ب ابن أ) وسلب هذه هو (ب ليس ابن)) ؛ تجد أن هذه الأخيرة عكس (ا ليس اب ب) وهو سلب القضية الأصلية.

(٤) إذا كانت علاقة ما محتواة في علاقة أخرى أو تضمنها فإن عكس العلاقة الأولى محتوى في عكس العلاقة الثانية، وسلب العلاقة الثانية محتوى في سلب العلاقة الأولى، مثال ذلك إذا كانت العلاقة (أ ب ب) محتواه في (ح سلف د) فإن (ب ابن ا) محتواه في (د خلف ح) وان (حليس سلف ٥) محتواه في (اليس آب ب).

(٥) عكس ربط علاقة ما يتم بعكس كل عنصري الربط واللي ترتيبهما) The conversoin of a compound relation is accomplished by Ju converting both components and inverting their order .) تعلم عكس العلاقة . ذلك: إذا كان (معلم اين ب) فإن (باب العيادا) الفترض أن العلاقة (.. للعيد – الربط علاقة من الدرجة التامة أي علاقة

تربط علاقتين أخريتين: فإذا كان لدينا علاقتان مثل (معلم و اسن) يمكنا ربطهما يجعلهما علاقة واحدة مركبة تربط بين حدين مثل اوب"[٦٤].

قانونا دي مورجان:

أ- يبدو أن العلاقات عند دي مورخان نوعان علاقات من الدرجة الأولى وعلاقات من الدرجة الثانية. كلمات أ ب ، ابن ، قبل ، بعد، أكبر من، أصغر من، يساوى، يشه، يختلف عن، يعطى، يجب ... إلخ أمثلة لعلاقات من الدرجة الأولى، وتربط بين حدين أو أكثر، أما العلاقات من الدرجة الثانية فهي علاقات تجرى على العلاقات السابقة، ويسميها دي مورجان (علاقة العلاقة) ومن أمثلتها علاقات العكس والسلب والتعدى والجمع والربط ونخص بالذكر هنا علاقتي الربط والجمع ، تجرى علاقة الربط على حدين يرتبطان بعلاقتين من الدرجة الأولى، مثل (ابن عم صديق ...)، (معلم ابن): مثال على علاقة الجمع بين علاقتين (تعلم وابن) أن أ معلم اين ب أو ابن آخر لاب على افتراض أن ب له أكثر من ابن .

ب- استطاع دي مورجان من دراسة الخواص السابقة للعلاقات أن يصل إلى نظرية هامة منطوقها: (سلب جمع ما هو ربط سلبى الحدين المجموعين وسلب ربط ما هو جمع سلبي الحدين المرتبطين)، The negation of an aggregate is the compound of the negative of the aggregants; the

[٦٤] انظر : Lewis, op. Cit, pp. ٤٦-٨

negation of the compound is the aggregate of the components تبين هذه النظرية إمكان تعريف الربط بين علاقتي عن

طريق السلب والجمع وإمكان تعريف الجمع عن طريق السلب ".[٦٥] ولقد طبق المنطق الرمزي هذه النظرية فيما بعد على القضايا في أن الربط بين قضيتين يكافيء سلب الفصل بين سلب القصيتين، وأن الفصل بين قضيتين يكافيء سلب الربط بين سر القضينين حيث يقول لوكاشيفتش أن وليم أوف أوكام سبق دى مورجان إلى القانون. السابق، ويصيف كواين Quine أن بطرس الأسباني petrus Hispanus نادي به في القرن الثالث عشر الميلادي)[٦٦]، لكن تشيرش A Church رأى أن القانون بالصورة التي ينتفع بها المنطق الرياضي الحديث لم يقل به احد قبل دي

مورجان .[٦٧]

خاتمة:

كانت لدى مورجان مواقف منطقية لها قيمتها إذ اتخذ وجهة النظر الصفية في النظر إلى الحدود، واصطنع اللغة الجبرية في صياغة القضايا واستطاع التعبير عن قواعد المنطق التقليدي وقوانينه وضروب الأقيسة في صورة . لكن أكثر

---

[٦٥] كان دى مورجان يستخدم كلمة compound يعنى ما قصده الماحلة من بعده ما ب والربط) conjunction كما كان يستخدم كلمة Aggregate ع العدو العلمي بعده من العيد كلمة والفصل) disjunction

[٦٦] ٥٣. Quine, Methods of Logic, p.

[٦٧] مقاله Church عن دي مورجان في معجم رونز الفلسفي ص٧٦

مواقفه المنطقية أهمية هي اكتشافه نوعين مختلفين من القضية عبر الحملية، هولنا العلاقة، فدرس العلاقات التي يمكن أن تقوم بين الحدود في قصيا وذكر بعض ان انواعها، وخصائصها، وبعض قوانينها. واستطاع أن يظهر المنطق التقليدي على " منطق علاقات ويستفيد المناطقة الرمزيون من بعده في استخدام بعض قوانينه في إقامة نظريات جديدة لم يعرفها هو، مثل حساب القضايا وحساب المحمول وتلام المحمول وتلاحظ ايضا ان جهد دي مورجان في إقامة مبادىء منطق العلاقات يشير جهد المكتشف لأرض جديدة دون مسحها مسحا دقيقا، وسوف يساهم بيرس في اقامة حساب العلاقات) مستفيدا من أبحاث دي مورجان ومطورا لها في حبر على نسق نظرية بول في جبر الأصناف.

الباب الثاني

شروق المنطق الرمزي

لفصل السادس

جورج بول: مؤسس نظرية جبر الأصناف

٢٧- مقدمة:

بعد جورج بول G. Boole (١٨١٥-١٨٦٤) بحق مؤسس المنطق الرمزي لأنه وضع مبادىء أولى نظرياته، وهي نظرية (حساب الأصناف) Calculus of classes (وكان يسمها هو "حساب المنطق " Calculus of Logic) وتلاحظ أن الرياضيات كانت موضوع الدراسة الأصيل عند بول منذ حداثته، لا المنطق، وأنه دخل إلى المنطق بصدفة عابرة، ثم تعلق به من بعد فقد اضطر إلى البحث عن عمل في صباه، لفقر أبيه، فاشتغل معلما في مدرسة وهو في السادسة عشر، وكان يقبل على القراءة في وقت فراغه؛ قيل إنه قرأ بيكوك Peacock وحربحوري Gregory وروان هاملتون Rowan Hamilton ودى مورجان، وهم رياضيون معاصرون لبول ومشاهير بأبحاثهم القيمة في الرياضيات العليا.

كتب بول عدة مقالات في الجبر والتحليل، قال بعد نشرها جوائز مالية تقديرا له وتشجيعا، قرأ بمحض الصدفة – في غمرة قراءاته الرياضية – المساجلات الحادة بين وليم هاملتون ودي مورجان حول اتهام الأول أن الثاني سرق منه نظرية كم المحمول وادعى السبق في صياغتها ولاحظ بول من تلك المساجلات أن هاملتون

يرفض إدخال الرياضيات في علم المنطق، فحفره ذلك إلى تكوين منطق يقوم على الرياضيات، اتصل بول بدي مورجان ورأي اتفاقه معه في الاتجاه – الاهتمام بالرياضيات ومحاولة إقامة منطق يستخدم الرموز – فاقترح عليه بول أن يتبادلا الحديث فيما لديهما من أفكار جديدة، لكن دى مورجان نصحه – بعد خبرته القاسية مع وليم هاملتون – ألا يتبادلا الآراء إلا بعد أن ينشر كل منهما آراءه فقدم بول أول كتبه في المنطق: التحليل الرياضي للمنطق، مقالة في حسان البرهنة الاستنباطية The Mathematical Analysis of Logic, being (A) an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning في نفس السنة التي نشر فيها دي مورجان المنطق الصوري، وقيل أن الكتابين ظهرا في دور النشر في يوم واحد. كتب بول في السنة التالية مقالا يوضح فيه مشروعه الجديد للمنطق عنوانه (حساب المنطق) نشره في (مجلة كمبردج الرياضة Cambridge Mathematical Journal وذاع صيته وقتند، فعين استاد للرياضيات في جامعة كورك Cork بايرلندا عام ١٨٤٩، حيث عكف على كتابة كتابه المنطقى الكبير بحث في قوانين الفكر تقوم عليها النظريات الرياضية في المنطق والاحتمالات An Investigation of the laws of thought on which are founded the Mathematical theories of Logic and Probabilities (١٨٥٤)، والغمس بول في ذلك البحث لدرجة أنه قال وقتند إل المنطق أصبح دراسته الحادة، بينما كان يتجه إلى الرياضيات للترويح عن النفس

٢٨ – جبر الأصناف والمنطق الرمزي:

١– آراد بول إقامة منطق على نموذج علم الحبر، يستخدم حروف الهجة رموزا، وعلامات العمليات الحسابية كالجمع والصوب إلح، ويقيم القضايا على معادلات تعبر عن مساواة بين طرفيها، لم يحاول من هذه استان قضايا أخرى ويختلف حبر المنطق عند بول عن الجبر المألوف في أمور عدة تدل حروف الهجاء ي الجبر المألوف على أعداد، بينما تدل في المنطق على أصناف، تقتصر قيم القضايا كمعادلات في جبر الأصناف على عددين فقط هما الصفر والواحد الصحيح، كما تختلف بعض قوانين جبر الأصناف عن قوانين الجبر المألوف، كما سنرى. أراد بول للمنطق أن يكون علما رمزيا، والرموز في المنطق الرمزي – كما أشرنا في فصل سابق – نوعان هما المتغيرات والثوابت ونجد في جبر بول كلا النوعين. إلا أنه استخدم كلمة (متغيرات) ولم يستخدم كلمة (ثوابت)؛ أما الثوابت التي نجدها في منطق بول فهي ثوابت الرياضة كعلامات الجمع والطرح والقسمة والمساواة والصفر والواحد الصحيح. كان يستخدم – كرموز لمتغيرات – الأحرف الثلاثة الأخيرة عن هجاء الإنجليزية وهي ZYX وستصطنع هنا الحروف (هـ) بدلا منX ، (و) بدلا من Y، و(ي) بدلا من ٧، وكان بول يرمز بهذه المتغيرات إلى أصناف، ورموز الأصناف عند بول بديلة للحدود في المنطق التقليدي.

ب– الصنف الشامل والصنف الفارغ:

يبدأ بول حديثه عن الأصناف بتمييزه بين نوعين منها. (الصنف الشامل) universe class، و(الصنف الفارغ) null-class ويسمى السنوع الأول أحيانا (عالم الأشياء المنصورة) universe of conceivable objects يعني به الصنف الذي يكون كل شيء عضوا فيه[٦٨]. وهذا التعبير الأخير مصل، لأنه يوهم أن بول يعنى الحديث عن صنف يضم كل الأشياء في الكون، وهو ما لا يقصده و عالم المقال) universe of discourse هو تعبير أدق من وضع دي مورجان لتصحيح بول، وتوضح (عالم المقال، بمثال: أفرض أننا نتحدث عن صنف الناس، وأردنا لاهتمام بجزء منه وهو صنف المصريين. يمكننا تقسيم الناس – طبقا لاهتمامنا – في المصريين واللا مصريين (اللا مصريون هم الأجانب أو كل إنسان ما عدا المصري ونقول عن المصريين واللا مصريين أنهم يؤلفون صنفين وهذان الصنفان يؤلفان عام المقال. وبالمثل نقول عن الذكور والإناث أنهما يؤلفان عالم المقال، في سياق الحديث عن صنف الحيوان، وعن الجمهور والحكام أنهما يؤلفان عالم المقال، في سياق الحديث عن المواطنين في الدولة، وهكذا فالصنف الشامل أو عالم الطال . صنف يضم كل شيء في سياق الحديث موضوع اهتمامنا تلاحظ أن بول ميز في من الصنف الشامل بين الصنف و (الصنف السالب) complementary صنف ہے مصريين سلب صنف المصريين: كان الصنف الشامل يحوى الصف وسلبه[٦٩] ، ورمزه – عند بول هو الواحد الصحيح،

---

[٦٨] CL Lewis, A survey of Symbolic Logic, p. 52.

[٦٩] De Morgan, Formal Logic, p. 42

أما الصف الفارغ (ويسي بول أيضا الدو شيء" class of nothing فهو الصنف الذي لا توجد له في الواقع أمثلة ورم إليه بالصفر؛ ومن أمثلة الصنف الفارغ: الدائرة المربعة ملول فرنسا في القرن الت العشرين، الأعداد الزوجية الأولية أكبر من العدد٢.

ح – المساواة:

يستخدم بول علامة المساواة لتدل على أن تصنفين نفس الأعضاء: (هـ تدل على أن الأفراد الذين يؤلفون الصنف الذي ترمز إليه بالحرف (هـ) هم نفس الأفراد الذين يؤلفون الصنف الذي ترمز إليه بالحروف (و). إذا كان هـ يرمز إلى الحيوان المفكر، (و) إلى الحيوان الذي يمشي على رجلين ولا ريش له فما إن كل فراد الصنف الأول هم كل أفراد الصف الثاني وهم أفراد الإنسان.

د– الضرب المنطقى:

يستخدم بول علامة الضرب للدلالة على أن الصنفين المضروبين يؤلمان صنفا واحد جديدا، يضم الأشياء التي تنتمى إلى كلا الصنفين معا. افرض أننا استخدمنا (هـ) لترمز إلى صنف العلماء، والحرف (و) إلى صنف المتواضعين فإن التعبير (هـ × و) أو (هـ و يدل على صنف العلماء المتواضعين، بحيث تستبعد من الصنف الجديد أولئك العلماء غير المتواضعين وأولئك المتواضعين الذين لـوا علماء لقد سمى المناطقة بعد بول هذه العملية (الضرب المنطقي logical product. ونلاحظ أن ليبشتر قد أدرك وجه الشبه بين الربط conjunction في

التصورات، والضرب في الأعداد، لكنه لم يستطع صياغة هذا الشبه صباغة دقيقة. ويرجع إلى بول الفضل الأول في تلك الصياغة [٧٠]وقد توصل بول من عملية الضرب المنطقى بين الأصناف إلى قانون في حبر المنطق يختلف عن مثيله في الحر المألوف وتعنى به أن المعادلة هـ هـ = هـ صحيحة في حبر الأصناف وإن كانت كاذبة في الجبر المألوف إلا إذا كانت قيمة هـ صفرا أو الواحد الصحيح، ويفر بول صحتها بقوله إن تداخل صنف في ذاته يؤدي إلى ذات الصنف ولا يضيف إليه حديدا صنف المصريين مضروبا في صنف المصريين هو صنف المصريين أنفسهم بلا زيادة. وهاك قانونان آخران عند بول في حبر الأصناف: ١ – هـ = هـ عمر – هـ = صفر اذا رمزنا بالواحد الصحيح إلى صنف الناس، وبالحرف هـ إلى المصريين، وار د نا تحديد الأعضاء الذين ينتمون إلى الصفين معا، وحدنا أنهم المصريون فقط: إما الصنف لذي ينتمى إلى المصريين وإلى صنف لا أفراد له في الواقع، فهو صنف لا أفراد له. نلاحظ أن هذين القانونين الآخيرين صادقان أيضا في الجبر المألوف.

هـ – القسمة الجبرية[٧١]

لقد فكر بول في استخدام عملية القسمة الجبرية في الأصناف؛ وقد حاول ذلك على أساس أن القسمة عكس inverse عملية الضرب ويمكننا الانتقال من الصيغة هـ = وى إلى الصيغة ي = و ، والمقصود أن ي تدل على الصف هـ

[70] Kneale, the Development of Logic, p. 404.

[71] Kneale, op. Cit., pp. 408-9.

باستبعاد الصنف و، فإذا قلنا يمكننا الوصول إلى صنف الناس بضرب منطقي بين صنف الحيوانات وصنف الكائنات المفكرة، يمكننا القول أن صنف الحيوان صنف الإنسان ، تعنى أنه إذا استبعدنا صنف الكائنات المفكرة من صنف حصلنا على صنف الحيوان، لقد لاحظ التالون ليول أن في تطبيقه القسمة على الأصناف تعفا، فمثلا لا معنى للقسمة بين الأصناف إذا كان الصنف المقسوم عليه جزءا من المقسوم. إذا قلنا أن الكائنات المفكرة هي جزء من صنف الناس[٧٢]

و – الجمع المنطقى:

استطاع بول أن يصوغ صياغة دقيقة ذلك التشابه بين الفصل ١ disjunction في الأصناف والجمع في الأعداد. لقد استخدم (هـ + و) ليدل على صنف الأفراد الذين ينتمون إلى الصنف هـ أو إلى الصنف و، لكن لا ينتمون إلى و كليهما معا، أفرض أتنا رمزنا بالحرف هـ إلى صنف الحيوان الذي يمشى على أربع بالحرف وإلى صنف الحيوان الذي يمشى على بطنه، وبالحرف | إلى صف الثعابين، وأردنا معرفة أي الصنفين تنتمى إليه أفراد الثعابين، قلنا أن ا ينتمى إلى هـ أو ينتمي إلى و، لكن لا ينتمى إليهما معا، ولقد سمى التعبير (هـ + و) من بعد بالجمع المنطقى Logical sum، وقد توصل بول من فكرة الجمع المنطقى بين الأصناف إلى معادلة تختلف عن الجبر المألوف، وهي (هـ + هـ = هـ) ويفر

[٧٢] تقترح التسمية للدلالة على القسمة في الأصاف، حتى لا تحتفظ بالقسمة) استخدمها افلاطون كنظرية في تعريف التصورات.

صدق هذه المعادلة بأننا إذا رمزنا إلى صنف ما بالحرف هـ، وأردنا مضاعفة ذلك الصنف بإضافته إلى ذاته، فإننا لن نحصل في حاصل الجمع على تضعيف الصنف وإنما على الصنف نفسه بلا زيادة. سوف تعرف من بعد أن هذه المعادلة لا تتسق مع فهم بول للجمع المنطقي ومن ثم يلزم تغيير تعريفه للجمع حتى تكون المعادلة صحيحة[٧٣].

ز – الطرح المنطقى:

انتقل بول من عملية الجمع المنطقى إلى الطرح المنطقي، كما انتقل من عملية الضرب إلى القسمة فيدل التعبير (هـ – و) على طرح بين صفين، فإذا كان هـ وه ى فإن ي= هـ – ومثال ذلك إذا دل هـ على صنف الناس، (و) على صف الحيوانات، (ي) على الكائنات المفكرة فإن هـ = و + ى، وبالتالي ي = هـ و اي أن صنف الكائنات المفكرة هو صنف الإنسان مستبعدين منه صنف الحيوان تلاحظ أن بون يستخدم الطرح أيضا ليعبر عن الصنف السالب ورمزه (١ – هـ) فافرض أننا رمزنا بالواحد الصحيح إلى كل الناس، كصنف شامل أو عالم مقال، وبالحرف هـ إلى المصريين، فإن ١ – هـ يدل على كل الناس ما عدا المصريين.

٢٩– جبر الأصناف والقضية الحملية

١– تناول بول التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية تناولا ينطوى على أن ترمز الحدود إلى أصناف لا إلى تصورات، وأن تصاغ القضية في صورة معادلة

[٧٣] انظر الفترة ٣٤

تحوى علامة المساواة ويكون أحد طرفي المعادلة صفرا أو واحدا صحيحا سترمز إلى موضوع القضية الحملية بالرمز (هـ)، وإلى المحمول فيها بالرمز (و) فيما يلي، يستخدم بول أيضا الرمز (V) ليدل على سور القضية الجزئية في المنطق التقليدي، وسوف تعطى الحرف (ج) ترجمة له: هاك قائمة التصنيف الرباعي للقضية الحملية عند التقليديين، في مصطلح بول:

ك م : كل هـ هو و هـ(١ – و)=صفر

كل س : لا هـ هو و هـ و=صفر

ح م :بعض هـ هو و هـ و= ح او هـ و = صفر

ح س : بعض هـ ليس و هـ(١–و)=ح او هـ (١–و)=صفر

خد القضية كل الرياضيين يستخدمون الاستنباط لتوضيح قائمة سول سنفترض أن هذه القضية صادقة؛ وترمز بالحرف (هـ) إلى صنف الرياضيين بالحرف (و) إلى من يستخدم الاستنباط، وبالواحد إلى عالم المقال وهو ها الرياضيون والدين ليسوا رياضيين، (١ – و) ترمز إلى الذين لا يستخدمون الاستنباط . والآن يمكننا التعبير عن الكلية الموجبة في الصورة هـ (١– و) = صفر، وهذه تعنى أن صنف الأفراد الدين هم رياضيون ولا يستخدمون الاستنباط هـ و = صفر، أي أن الرياضيين الذين يستخدمون الاستنباط صنف فارغ (بافتراض صدق الكلية السالية هنا). الجزئية الموجبة وهي هـ و = حـ) أوهـ و * صفر) تعني أن الأفراد الدين هم

رياضيون ويستخدمون الاستنباط معا صنف له وجود وليس صنفا فارغا، الجزئية السالبة وهي هـ (١–) = ح تعنى أن الأفراد الذين هم رياضيون ولا يستخدمون الاستنباط لهم وجود واقعي ولا يمثلون صنفا فارغا (بافتراض صدق الجزئية السالبة).

ب– تلاحظ هنا أن بول أدرك نقطة كان قد أدركها ليبنتز من قبل، لكن الأخير لم يصدق نفسه فتراجع عنها، وهي أن القضايا الجزئية تنطوي على تقرير وجود واقعي لأفراد موضوعها أي أن لموضوع هذه القضايا أفرادا في الواقع، بينما لا يتحتم أن تنطوى القضايا الكلية على هذا التقرير[٧٤]. أدرك بول هذه النقطة – وهو أول من قررها – إذ لم تكن مخطوطات ليبنتز المنطقية قد نشرت في أيامه لكن بول لم يلق عليها ضوءا خاصا، رغم أهميتها.

٣٠– قوانين جبرالاصناف

وصل بول من أفكاره السابقة عن إمكان إقامة المنطق على نموذج الحبر إلى معادلات هامة في منطق الأصناف، هي بمثابة قوانين أساسية لهذا المنطق تذكر أهمها فيما يلي:

(١) هـ و = وهـ هـ + و – و +هـ

[٧٤] Kneale, op. Cit., p. 411-3

(٣) ي (هـ + و)= (ي هـ + ي و) (٤) ي (هـ = و) = (ي هـ − ي و)

(٥) إذا كان هـ = و فإن هـ = ي و

(٦) إذا كان هـ = و فإن ي + هـ = ي + و

(٧) إذا كان هـ = و فإن هـ − ي = و−ي

(٨) هـ٢ = هـ

تلاحظ على القوانين السابقة (أ) أن لبول الفضل الأول في إدخال قوانين الجبر في المنطق، وسوف يقبل الفلاسفة اللاحقون بعض تلك القوانين ويضيفون إليها قوانين أخرى، بل سوف يطبقونها على نظريات أخرى في المنطق الرمزي، تعنى نظرية حساب القضايا التي لم يعرفها بول. (ب) أن القانون الثامن مختلف عن مثيله في الجبر المألوف، كما أوضحنا من قبل. (حد) أن القانون الخامس) لا يقبل العكس في الجبر المألوف أو في الأصناف – لا يقبل العكس بمعنى أنه إذا كان هـ = ى و فإننا لا نستطيع القول إن هـ = و إلا إذا كانت قيمة ى صفرا .

٣١- خاتمة

يعتبر جهد بول في جبر الأصناف نقطة البداية الحقيقية في المنطق الرمزي، لكن نقطة البداية تحمل في طياتها دائما أخطاء أو فجوات أو الأمرين معا، ومن ثم جاء المناطقة المعاصرون له واللاحقون مصححين لبعض اخطائه او

مطورين لنظرياته وتؤخذ على بول للاثة اعتراضات أساسية: (١) نظريته الصحفية أقرب إلى علم الجبر منها إلى علم المنطق، بل كانت مقصورة على حبر محدود يتناول عددين فقط دون سائر الأعداد في قوانينها ومعادلاتها. (٢) لم يضح بول في منطقه زمورا لتصورات او لثوابت – منطقية أساسية مثل الاحتواء inclusion نعم لقد عرف بول الاحتواء لكنه كان يرمز إليه بعلامة المساواة، وذلك خلط بين المساواة والاحتواء. (٣) لقد تعسف بول في تطبيق بعض العمليات الحرية في المنطق مثل عمليتي الطرح والقسمة إذ لا يمكن تناولهما تناولا منطقيا دقيقا (٤) قد يكون بول استنباطيا على نموذج الهندسة. أول من أحرز تقدما محدودا في إقامة منطق رمزي، لكنه لم يحاول إقامته نسقا استنباطيا علي نموزج الهندسة.

ب–لقد تنبه المعاصرون واللاحقون إلى أهمية الباب الذي طرقه بول في المنطق، وأدركوا ما في نظريته من أخطاء وفجوات، وحاولوا إصلاحها أو تطويرها. بدأ ستانلي جيفونز العمل، وأعلن أن بإمكانه الوصول إلى نتائج بول بخطوات منطقية بحتة دون الحاجة إلى علم الجبر، كما أصلح بعض أخطاء بول ، ووافق تشارلز بيرس على إصلاحات جيفونز لكنه احتفظ ببرنامج سول الجبري، وطور جبر الأصناف، واستفاد من دي مورجان بإقامة منطق العلاقات في إطار حرى، وأكمل ارنست شرويدر عمل بيرس في نسق واسع وأخيرا حاول هنتنجتون إقامة جبر بول في نسق استنباطي بوضع مصادراته كمقدمات أولية لنظرية الأصناف، ولقد كان

فريحة وبيانو يقومان في نفس الوقت بينام منطقي ضخم ليست نظرية بول سوى قطاع صغير منه.

الفصل السابع

المنطق الرمزي بعد بول

١ – جيفونز

٣٢– مقدمة :

وليم ستايلي جيمونز (W. S. Jevons ١٨٣٠ -١٨٨٢) منطقي انجليزي مرموق، وأحد رجال الاقتصاد السياسي في زمانه، تمد لدى مورجان في الرياضيات، وكان صديقا لبول وتبادل معه مراسلات، شغل وظيفة أستاذ المنطق والأخلاق والاقتصاد السياسي في جامعتي مانشستر ولندن فيما بين ١٨٦٦ و ١٨٨٠. كتب في المنطق التقليدي وإصلاحه مستفيدا من مواقف وليم هاملتون ودى مورجان وبول، كما كتب في الاستقراء وحساب الاحتمالات ومناهج البحث العلمي ولم يدخر جهدا في توجيه اعتراضاته اللاذعة على مواقف حون عل المعاصر له فيما يختص بالاستقراء ويهمنا من أبحاثه المنطقية ما له ارتباط مباشر بمنطق بول، لقد أراد جيفونز تقديم المطق التقليدي في ثوب جديد كما أراد في نفس الوقت الوصول إلى نتائج بول دون حاجة إلى علم الحبر

٣٣– الاستدلال غير المباشر

تكتفى من مواقفه في المنطق التقليدي بالإشارة إلى موقف حديد من الاستدلال غير المباشر ينطوي على أن القياس الأرسطي التقليدي ليس النمودج الوحيد

للاستدلال، كما أنه سوف يساعده على اختراع نواة للعقل الحاسب راي انه computer نتمكن بفضله من القيام باستدلالات منطقية بطريقة آلية حين يمكننا إقامة استدلال غير مباشر يحوى أى عدد من المقدمات وأى عدد من لحدود، دون التقيد بثلاثة حدود وثلاثة قضايا. خذ مثلا استدلالا ذا ثلاثة مقدمات

الكائن الحي نبات أو حيوان .

النبات يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت.

الحيوان يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت.

لدينا هنا ثلاث مقدمات وأربعة حدود، فإذا رمزنا بالحرف أ إلى (الكائن الحي) وبالحرف ب إلى (النبات) وبالحرف ح إلى (الحيوان)، وبالحرف د إلى (يتألف من .....)، أمكن وضع المقدمات السابقة في صورة رمزية كما يلي:

ا يكون ب أو حد

ب يكون د

ح يكون د

لكي نتوصل إلى نتيجة الاستدلال، نقوم بالتركيبات combinations الممكنة بين حدوده ومقدماته سوف يمثل الحرف ب الحد المذكور موجبا والحرف ب نفس الحد ساليا، ونتخذ نفس الطريق مع الحروف حس و د سوف تجد ان لدينا ثمانية احتمالات ناتجة عن تركيب الحدود الأربعة السابقة، كما يلي:

(١) آب حد (٢) آب حد (٣) آب حد (٤) آب حد

(٥) أ ب حد (٦) اب حاد (٢) آب حد (٨) آب حد

حين تنظر إلى التركيبات السابقة تضطر إلى استبعاد الاحتمالين و لتناقضهما مع المقدمة الأولى (أ يكون ب أو ح) واستبعاد الاحتمالين ٣ و٤ لتناقضهما مع المقدمة الثانية (ب هو د)، واستبعاد الاحتمال ٦ لتناقضه مع المقدمة الثالثة – هود) وتتبقى لدينا احتمالات ثلاثة: أب حد، آب حد آب حد فتحد بالنظر إليها أنها تتسق مع د في كل الحالات ومن ثم نستنتج أن الكائن الحي يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت. هذا مثل يضربه حيمونز لبيان أنه يمكن الإتيان باستدلال غير مباشر بتألف من عدد من الحدود والمقدمات ونلاحظ أنه إذا كان لدينا ثمانية حدود تخرج منها سنة عشر ممكنا[٧٥] ولكن جيفونز أدرك صعوبة الوصول إلى بيمه استدلال مي بكثر عدد مقدماته، فبحث من وسيلة لتسهيل عملية الاستدلال فاخترع ما سماه (الآلة المنطقية) Logical machine لأداء التركيبات المطلوبة بين الحدود والوصول إلى نتيجة أي استدلال دون اي جهد عقلي

٣٤- الآلة المنطقية:

اخترع جيمور تصميما للآلة المنطقية، وكان بذلت صاحب الفضل الأول في وضع نواة لاختراع العقل الحاسب Computer تتالف آلته . من شيء شبيه

[٧٥] S. Jevons, Elementary Lessons in Logic, pp. 191-99

باليانو في وضع رأسي لا أفقي، وتحوي قطعا خشبية مثبنا عليها حروف الهجاء ورموزا للرابطة المنطقية وأداة الفصل وكلها في ترتيب معين وعلى نحو يسهل تحريكها باليد ويمكنك بفضل هذه الآلة الوصول إلى التركيبات الممكنة بين الحدود التي تؤلف أي عدد من المقدمات، لقد وضع حيمونز تصميمه لألته عام ١٨٦٩ وتحدث عنها في محاضرة ألقاها أمام (الجمعية الملكية) Royal Society وقد الآلة لأعضاء هذه الجمعية في ٢٠ ساير ١٨٧٠، ثم نشرت المحاضرة في (المنشورات الفلسفية للجمعية الملكية) Philosophical Transactions of the Royal Society في نفس السنة، وعنوانها (في الأداء الآلي للاستدلال المنطقي) on the Mechanical Performance of Logical inference ولقد أشار جيفونز إلى التله في كتابه مباديء العلم: مقالة في المنطبق والسهج العلمي (١٨٢٤) Principles of Science: A Treatise on Logic and Scientific Method، وقد طور كثير من العلماء عمل جيفونز: إذ صمم الآن مار كاند Allan Marquand آلة تعمل بالكهرباء عام ١٨٨٥، وقدم كالي T A Kalin وبوركهارد W Burkhard من هارفارد أول تصميم لعقل حاسب كهربي electric

computer عام ١٩٣٧ لحل معادلات في جبر بول تصل إلى متغيرا[٧٦] ونلاحظ أن العقل الحاسب الذي تستعمله الدول المتقدمة في أبحاثها المختلفة ولخدمة أعراضها العلمية إنما يقوم في تصميمه على استخدامه الثوابت المنطقية

[٧٦] Kacale, The Development of logic, pp. 421

التي سيكشف عنها المنطق الرمزي كالربط والفصل والسلب والشرط خد مثالا لما يمكن أن يقوم به العقل الحاسب لأداء عملية معقدة: (إذا تحقق الشرطان أ وب مثلا، فإنه يؤدى العملية حب وإذا أدت العلمية حد إلى د أو هـ فإنه يستمر في أداء العملية و وكذلك يؤدي العملية ، وهكدا)".[٧٧]

٣٥- تصحيح بول

تقدم جيمون بالنقد الأفكار حول الآتية: (أ) المعرض على تعريف بول للجمع الأصناف فقد قال بول إن التكسر عن الجمع المنطقى يدل على صف المعبحيث آن فردا ما يمكن اندراجه في أحد الصفين لكن لا يندرج أيهما معا، لكن جينوم رأى المعادلة هـ + هـ = هـ (احد قوانين بول) لا يمكن تفسيرها حسب ذلك التعريف للجمع، والترح أن يكون الجمع المنطقى دالا على السراج فرد ما في أحد فيهما معاد كي يمكن تفسير المعادلة السابقة وقد رحب السابقة باقتراح حضور (ب) اعترض حضور على تطبيق عمليتي الطرح والقسمة في المنطق، ذلك لاهما عمليتان حريتان لا تقابلهما أفكار مكة، وسوف طور پرس هذا النقد ليسير التي يمكن تطبيقها على الأصناف كالجمع والضرب من العمليات الحرية التي تخص العبر والحساب وحدهما كالطرح وقسمة حنا اقتراح حمور تعبير عن السبعة (١- و) في مسطح بول بالصيفة لا – و) [٧٨].

---

[٧٧] bid p . 422

[٧٨] Lewis A Survey of Symbolic Logic, pp. 73-8

٢- بيرس

٣ - مقدمة:

تشارلز ساندرز بيوس (C. S. Prince١٨٣٩ - ١٩١٤) من أكبر المناطقة والفلاسفة الأمريكان، له تعديلاته الهامة على المنطق التقليدي، وأفكاره الأصيلة التي شارك بها في إقامة بعض نظريات المنطق الرمزي، ومواقفه الجديدة في مناهج البحث في العلوم الطبيعية والرياضية، كما أن له نظريات أصيلة في الميتافيزيقا ونظرية المعرفة، وهو المؤسس الحقيقي للبراجماتية كمنهج لتعريف الحدود واختار صدق القضايا، دخل جامعة هارفارد عام ١٨٠٠ وتخرج منها بعد أربع سنين، وظل يكتب قرابة خمسين عاما ابتداء من سنة ١٨٦١ بدأ حياته الفكرية باحثا في الكيمياء ثم دخل إلى الفلك والفيزيقا واهتم بعدها بمناهج البحث في العلوم، ومن هذه اتجه إلى المنطق حيث يقول عن نفسه: إنه قرأ منطق اليونان والعصر الوسيط كما أحاط بالمناطقة المحدثين والمعاصرين من إنجليز وفرنسيين وألمان ونحن نعلم أنه فرادي مورجان وبول وجيفونز وويقل Whewell مبكرا، ولكنه لم يسمع عن فريحة وبيانو قبل عام ١٨٨٣ ، ومن المنطق الجه بيرس نحو الفلسفة.

كان بيرس عميق الفكر ضخم الإنتاج، فكتب أكثر من ثمانين صحيفة من المنطق والرياضيات والفيزيقا والفلك في المعجم الفلسفي البولدوين Baldwin كما كتب قرابة مالة وخمسين مقالا في المجلات الفلسفية، وكان غامض

الأسلوب الدرجة تنفر القارىء، كما كان يستخدم مصطلحات غربية ينحتها لنفسه، وكان ذلك سا في عدم ذيوع صيته في حياته، إذ لم يكن معروفا إلا الأعلام قليلة من بني وطنه مثل ديد كند وشرويدر ووليم جيمس، ولم يسمع به كثير من الفلاسفة ممن يشاركونه في موضوع الدراسة، وفي ذلك يقول عنه رسل: سمعت عن بيرس لأول مرة خير زرت هارفارد عام ١٨٩٦ لكني لم أقرأ له من قبل عام ١٩٠٠ حين اشتغلت بالمنطق الرمزي، وكنت عرفت من كتاب جبر المنطق الشرويدر أن بيرس عالج هذا الموضوع.

إلى وقت قريب لا أعلم غير منطقة الرمزي)، وقد بدأت ترتفع بعد وفاته حين بدأ الفلاسفة يكتبون عنه مثل ديوى، والمؤرخون مثل لويس ( ) Lewis، حتى أتيح لمقالاته وأبحاله أن ترى النور حسين مكتف هارشورت) Hartshorne وبول فايس P Weiss من أساتدة الفلسفة في هارفاره على جمع كتاباته ونشرها في عشرة أجزاء باسم مجموعة أبحاث بيرس Collected papers of Pearce، أخرجا منها ستة أجزاء فيما بين ١٩٣١ و ١٩٣٥ ولقد تم نشر مجموعة الأبحاث في الخمسينات من القرن العشرين.

القضية الحملية والتضمن :

نتعرض هنا لمنطق بيرس دون باقي جوانب مذهبه، بل سوف نتصر في عرض منطقه على ما له ارتباط مباشر بالمنطق الرمزي، لكنا سنعرض قبل ذلك موقعه من مسألتين بعدل بهما بعض نظريات المنطق التقليدي، طبعة

الحية العملية والاستدلال، رأى بيرس أن علاقة التضمن (وكان يسميها llative relation مرقة منطقية أساسية، وهي ما تعبر عنها بالحروف (٠) إذن) استخدم بيرس هذه العلاقة أولا لتقديم فهم جديد للقضية الحماية، وفي ذلك يقول في مقال كنه عام ١٨٩٦ : (لقد أعلنت منذ عام ١٨٦٧ أنه يوجد علاقة منطقية أساسية وهي التصمي وليست القضية سوى استدلال عزانا عنه تقرير مقدمته الكبرى وتحته، وذلك يجعل كل قضية في أساسها شرطية متصلة. وبالمثل ليس الحد أو اللفظ المال على صنف

عندى سوى قضية خلا مكان موضوعها أو أن موضوعها غير محدد... تعطى هذه النظرية للمنطق وحدة كبرى)".[٧٩] رأى بيرس أن القضية (كل إنسان فان) مثلا تعنى أنه (إذا كان حاصلا على الصفة يلزم أن يكون حاصلا على الصفة ب)، أو (إذا كان س إنسانا فهو إذن فان)؛ ومن ثم يرد بيرس القضية الحملية إلى شرطية متصلة، لا أن يرد الشرطيات إلى حمليات كما حاول التقليديون ونحد هذه الفكرة المنطقية واضحة عند رسل ويدين بالفضل فيها إلى برادلي الذي ذكر الفكرة في كتابه المنطق ونشر عام ١٨٨٣ ونلاحظ أن فريجة دون هذه الفكرة في كتبه مثل كتابه التصورات Begriffsschrift الذي نشر عام ١٨٧٩، ومن لم يكون لفريحة سبق القول بهذه الفكرة على برادلي دون أن يعلم

---

[٧٩] النص مأخوذ من

J. passmore. A Hundred Years of Philosophy, London, 2 ١٩٦٦، p. 142

رسل بذلك وفتند. لكن يتضح من النص السابق لبيرس أنه وصل إلى الفكرة عام ١٨٦٧ ومن لم تعطى لميرس السبق على فريحة في هذه الفكرة ولا يقتصر استخدام بيرس للتطمن على نظرته إلى القضية الحملية، إنما تعداها إلى مجالات أخرى، من بينها مجال الاستدلال، وهو ما سنعرض له في الفترة التالية:

أ – رأى بيرس أن المنطق التقليدي قد تعسف في التمييز بين الحد والقضية، وفي التمييز بين القضية والاستدلال ورأى بيرس أن الحمد والقصية لا يختلفان من حيث التركيب المنطقى وإنما من حيث أن القضية تقرير صريح، بينما الحد تقرير أولى rudimentary assertion، والحدود التي يقصدها بيرس هنا هي

الحدود العامة مثل: إنسان، حيوان ... خد (مثلث) مثالا حين أقول (مثلث)، أو أفكر فيه، فإني أفكر في شيء له خصائص معينة، ومن ثم أتناول قضية خلا مكان موضوعها، مما تتخذ الصورة (..... مثلث). نلاحظ أن التعبير الأخير الذي سماه بيرس قصية، يسمى في الواقع دالة قضية.

رأى بيرس أيضا أن القضية والاستدلال من تركيب منطقى واحد ولا يختلفان إلا من حيث أن القضية استدلال اولي، حذفت مقدمته ونتيجته خد القضية: كل إنسان فان، والاستدلال: سقراط إنسان، وكل إنسان فان، إذن سقراط ان، تعبر عن القضية بقولنا (إذا كان س إنسان فهو فان) وتعبر عن الاستدلال بقولنا س إنسان وهو إذن فان)؛ الفرق بين الصورتين السابقتين أن الأولى لا " تنطوي

على قرير صريح وإنما على صيغة شرطية، بينما تنطوى الثانية على تقرير صريح". [٨٠]

ح – تلاحظ أنه بالرغم من وجاهة الفكرة السابقة لسيري، فإنه يخلط بين حد والقضية. نعم ينظر إلى الحد كما لو كان دالة قضية، لكن يظل الفارق واضحا ن الحد والقضية إنه الحد لا يحتمل الصدق أو الكذب ومن ثم ليس قضية وإنما سدق على أشياء كثيرة، أو على شيء واحد، أو لا يصدق على شيء. (إنسان) حد دق على عدة أشياء، (توابع الأرض) حد يصدق على شيء واحد (القصر)، (حصان قرون) حد فارغ، لكن حدا من تلك الحدود لا يرتفع إلى مقام القصية، وبالمثل. ستطيع أن نقول إن القضية استدلال مضمر، وإنما تقول فقط إن القضية الحمية أساسها شرطية متصلة.

٣٩ – جبر الأصناف وعلاقة الاحتواء

ننتقل الآن إلى الإشارة إلى بعض إضافات بيرس للمنطق الرمزي وتكاد تنحصر في المساهمة في تطوير جبر الأصناف ونظرية العلاقات، يمثل بيرس الخطوة الثانية في تطوير جبر الأصناف بعد بول، كما يمثل شرويدر الخطوة الثالثة، ومن ثم نقول أن بول – بيرس – شرويدر يمثلون حلقة إقامة المنطق على نموذج الجبر حيث يبدأ بيرس مساهمته في نظرية الأصناف بملاحظات على بول:

---

[80] Ibid. p. 141.

(١) اتفق بيرس مع جيفونز في تعديله لمعنى الجمع المنطقي بين الأصناف مع بول حيث رأي بول أن الصيغة (أ + ب) تدل على صنف بحيث ان الفرد هـ. مثلا ينتمى إلى الصنف (أو إلى الصنف ب، لكن لا ينتمي إلى كليهما معا، ورأى جيفونز أن الفرد هـ ينتمي إلى ا اوب أو كليهما معا، ولكن لقد تحمس بيرس – خلافا لجيفونز – لاتجاه بول في إقامة منطق الأصناف على نموذج الجبر، (٢) أدرك بيرس خطأ بول في استخدامه لعمليتي الطرح والقسمة في حبر الأصناف وتصحيحا لبول، مير بيرس بين العمليات الحسابية التي تعبر عن علاقات منطقية كالجمع والضرب، والعملية الحسابية التي لا تعير عن تلك العلاقات كالطرح والقسمة، وهو تمييز لم يفطن إليه بول".[٨١]

استطاع بيرس – بعد توصيح النقطتين السابقتين – أن يصوغ قوانين جبر الأصناف، وأهمها: أ + أ = أوأأ = أ ،أ +ب =ب +أ،أب=ب أ ،(أ+ ب) + حـ = ١ + (ب + حـ)، (أب) ح = أب حـ)، (أ + ب) حـ = أحـ +ب ح ، آب + ح = (أ + ح) (ب + ح)[٨٢].

(٤) لم يدرك بول أهمية فكرة الاحتواء inclusion كفكرة منطقية أصلية، ومن ثم خلط الاحتواء بالمساواة ويعتبر بيرس أول من نبه إلى أهمية الاحتواء في منطق الأصناف، وأضافها إلى فكرتي الجمع والضرب في محاولته إقامة

---

[81] LEWIS ,OP.OP.82

[٨٢] ibid: قارن قوانين بول الفصل الخامس، الفقرة ٣٠

Lewis, op. Cit., p. 83.

مبادىء حساب الأصناف (ومبادىء الحساب صيغ أكثر تعقيدا من قوانين الحساب المذكورة آنفا). وبحسن بنا قبل عرض أهم تلك المباديء أن تلاحظ شينين علي بيرس:

الأول : أن بيرس عرف التعبير (محتوى في) included in بانه (صغير مثل) being as small as)، وهو تعريف خاطيء، لأن (محتوى في) تعنى (اصغر من) أو (أقل شمولا من) ومن ثم خلط بيرس الاحتواء والمساواة بالرغم من أنه أعطى لكل منهما رمزا متميزا؛ لكننا نلاحظ من جهة أخرى أن بيرس يصوغ بعض مبادئه التي تنطوي على الاحتواء صياغة صحيحة، ومن ثم فحديثه عن الاحتواء مصلل.

الثاني : حين وضع بيرس مبادىء حساب الأصناف في صورة رمزية، كان يدل باحرف اللغة جميعا على أنها متغيرات لأصناف وكان يستخدم الحروف Y,X, C,B,A، على أنها جميعا رموز أصناف ، ومن ثم لم يميز في مصطلحه الرمزي بين الصنف والعضو في صنف، أو بين الحد العام واسم لعلم، وبالتالي لم يمير بين القضية الشخصية والقضية العامة لمبيرا أساسيا، ولذلك اضطريت عنده دلالة مبادىء حساب الأصناف. وسترى فيما بعد أن بيانو وفريحة قد أدركا ضرورة التمييز بين هذين النوعين من الحدود وهذين النوعين من القضايا وكانا يصطنعان الحروف الأولى للغة رمورا لأصناف، والحروف الأخيرة رموزا لأعضاء الأصناف.

ب- أهم مبادىء حساب الأصناف عند بيرس: تصطنع الرموز العربية الآلية أ، ب، ح بدائل للحروف C, B, A على التوالي، والحروف هـ، و ي بدائل للحروفZ,Y,x على التوالي.

١- إذا كان هـ محتوى في و، ومحتوى في ي، فإن هـ محتوى في ي

(٢) إذا كان ا محتوى في ب، فإنه يوجد حد ما هـ بحيث ان ا هـ هـ ب.

(٣) إذا كان ١ محتوى في ب، فإنه يوجد حد ما و بحيث أن ب و = ا

(٤) إذا كان أ محتوى في ب، فإنه (ح + ١) محتوي في (حه + ب).

(٥) إذا كان | محتوى في ب، فإن حدأ محتوى في ح ب

(٦) آب محتوى في أ. (٧) هـ محتوى في (هـ +و)[٨٣])

٤٠- من جبر الأصناف إلى حساب القضايا:

١- استطاع بيرس أن يقدم قراءة لجبر المنطق تختلف عن قراءة بول أى أنه قد أمكنه النظر إلى المتغيرات في قوانين الأصناف على أنها دالة على قضايا، كما تدل أيضا على أصناف وأمكنه النظر أيضا إلى علاقة الاحتواء بين الأصناف على أنها تدل على التضمن بين القضايا، ومن ثم ساهم بيرس مساهمة متواضعة في إقامة أولى ظريات المنطق الرمزي وهي نظرية حساب القضايا. لقد سجل بيرس هذه الفكرة في بعث نشره عام

[83] IBID .P.84.

١٨٨٥، لكننا نعلم أيضا أن فريحة أقام نظرية حساب القصايا كاملة في كتابه التصورات الذي نشر عام ١٨٧٩ ومن ثم كان فريجة أسبق، ونحن نعلم أيضا أن بيرس لم يسمع عن فريحة قبل عام ١٨٨٣ ، فمن المحتمل أن يكون قد قرأ فريحة بعد هذه السنة، أو أنه وصل إلى ما وصل إليه من أفكار في حساب القضايا بمفرده ونحن ترجح الاحتمال الثاني لأن بيرس أقام أفكاره على نموذج قوانين حساب الأصناف، بينما أقام فريحة نظريته في القضايا مستقلة تماما عن نظرية الأصناف، بل رأى أن قوانين الأصناف ليست إلا مشتقة من قوانين حساب القضايا.

٢- ب- رأي بيرس أن علاقة التضمن بين القضايا تقابل الاحتواء بين الأصناف

- كما قلنا - لذلك فإن (هـ تتضمن و) (الحروف هنا ترمز إلى قضايا) تعنى أنه (إذا) كان هـ صادقا، فإن وصادقة) ومن ثم يقرن بيرس فكرة التضمن بالقضية الشرطية المتصلة، ويقدم تعريفا للتضمن: تصدق القضية الشرطية إذا كذب المقدم أوادا صدق التالي، وتكذب إذا صدق المقدم وكذب التالي، وهو تعريف صحيح لكنه قديم وظهر عند فيلون الميغاري، بل إن هذا أعطى تعريفا أو في، حيث أعطاء في صورة دالات صدق فاعطى بيرس - بعد تعريفه للتضمن بين القضايا - بعض قوانين هذا التضمن، ونذكر فيما يلي أهمها:

(١) هـ تتضمن (و تضمن هم). يعبر هذا القانون من أن القضية الصادقة عن منضمة في أي قضية).

(٢) (هـ تتضمن و" تتضمن هـ) تتضمن هـ. ويعني أنه (إذا كان "هـ تتضمن و" فإنها تتضمن أن هـ صادقة، إذن هـ صادقة)

هـ تتضمن هـ، وهو صورة من صور مبدأ الهوية...

٤) (هـ تتضمن و) تتضمن ضمن تتضمن ى" وذلك ما

" بمبدأ القياس[٨٤]".

٤١- منطق العلاقات:

١- أدرك بيرس أهمية توسيع نطاق حبر المنطق بحيث يشمل نظرية في العلاقات وإلى بيرس يرجع الفضل الكبير في إقامة نظرية العلاقات بادنا من تلك الإشارات والتوجيهات التي قدمها دي مورجان ونذكر في فقرات متصلة أهم أفكار بيرس في تلك النظرية، ونبدأ برأيه في انواع العلاقات حيث رأى بيرس إمكان النظر إلى قضية – حتى القضية الحملية – على أنها قضية علاقة، إذ يمكن النظر إلى المحمول على أنه حد يتعلق بشيء واحد هو الموضوع، ويسميه (علاقة واحدية) monadic relation ، تقول في القضية (سقراط حكيم) ان (حكيم) حد يتعلق بقراط، ومن ثم نظر إلى أي حد عام

[84] Ibid., p. 85. Kneale, op. Cit., p. 432

على أنه ينطوي على علاقة واحدية، أى علاقة بشيء واحد. يستى بيرس العلاقة (الثانية) DYADIC إذا ربطت مي حدين مثل (أ أكبر من ب ويسميها (ثلاثية) TRIADIC إذا ربطت بين ثلاثة حدود، مثل () أعطى ب إلى ح)، وامتعددة الأطراف) POLY ADIC إذا ربطت بين عدد أكبر من الحدود[٨٥]. سوف تلاحظ فيما بعد أن رسل يستخدم العلاقة الواحدية للدلالة على المحمول في القضية الحملية دون إشارة إلى أن بيرس هو أول من استخدم التعبير.

ب- تعريف العلاقة عند بيري العلاقي بانه زبانه زوج " او ثلاثي الخ" من الأشياء الحربية) relative is the 1

Pain (offriad ate of individual things كلمات مثل (محب) أو (محسن) حدود علاقية يربط كل منها اثنين من الأفراد: محب ومحبوب، محسن ومحسن إليه. بعلاقة معينة هي الحب أو الإحسان، وتصبح هذه العلاقات جمعا منطقيا لكل الحدود التي تتعلق بها، وذلك تعريف ما صدقي للصنف أو العلاقة[٨٦] .

ح - الضرب النسبي والجمع النسبي بين العلاقات.

---

[85] KNEALE. OP . CIT

[86] Ibid., p. 85.

راي بيرس أنه مادامت الحدود العلاقية relatives هي ذاتها رموز اصناف فإنه يمكن تطبيق قوانين نظرية الأصناف على العلاقات وكما كان استخدام بول لأفكار السلب والضرب والجمع في قضايا الأصناف، فاستعان دي مورجان بهده الأفكار في قضايا العلاقات وأضاف إليها فكرة عكس العلاقة فلقد استفاد بيرش من سابقيه في تطوير نظرية العلاقات وأضاف إليها أفكارا جديدة مثل الاحتواء، كما أضاف فكرة إقامة العلاقات في (حساب منطقي) calculus. وقد وضع بيرس كل ذلك في (وصف مصطلح رمزى المنطق العلاقات) Discription of a Notation for the Logic of Relatives، نشره عام ١٨٦٧) ولا تستطيع كتابة هذا المصطلح هنا لصعوبة طبعه ولذا تحاول التغير عن قضاياه بالألفاظ أحيانا وصية رمزية مبسطة أحيانا أخرى، أما من أفكار الضرب النسبي والجمع السبي أدخلهما دي مورجان من قبل، حين ميز بين (محام وتاجر) مثلا (ضرب منطقي بين علاقتين) و (محامي تاجر ما) (ضرب نسبي)، لقد طور بيرس هذه الفكرة الأخيرة وحدد قوانينها، فرأي مثلا أن الضرب النسبي والجمع السبي يخضعان لقانون الترابط associative law وقانون التوزيع distributive law لكن لا يخضعان قانون تبادل المواسع commitative law افرض ان سونيا تحب سارتر، وان سارتر استاد ساجان، وميرنا من هذه الواقعة المركبة بالقضية سونيا تحب أستاذ ساجان، نجد أن القضية (محب (استاد ساجان[٨٧]

[٨٧] (Ibid, p. 86. Ibid. pp. 90-1

"تعافي، في الصدق (محب أستاذ) ساجان" لكن اللعبة محب أستاذ سامان، لا تعافي، استاد محب ساجان" د- بعد أن درس بير من العلاقات والعمليات المنطقية التي يمكن تطبيقها على قضايا العلاقات، حاول تقديم نظرية العلاقات في حساب منطقي اي وضعها في نسق استامي بنبدأ بطائفة من تعريفات ومقدمات أولية لم يستنبط قوانين، وكلها في صورة رمزية وتلاحظ أن بيرس لا يستخدم مبارة (نسق استباطي)، ويظهر أنه لم يكن مهتما فكرة النسق الاستنباطي بالمعنى الدقيق، للملك الفكرة التي أصبحت والتشد مالوفة عند معاصريه من الألمان والإيطاليين والإنجليز فإنه لم يكن مهتما بها لأنه حين وضع نظريته في الحساب المنطقي لم يميز بين تعريفاته ومقدماته الأولية والما سماها جميعا مقدمات أولية، تشير فيما يلي إلى أهم قوانين ذلك الحساب:

١ - مكس (مكس ١)

٢- سلب (مكس - عكس (سلب)).

٣ | محتوي في ب - عكس ب محتوى في عكس

٤- عكس (١ + ب) - سلبا و سلب ب.

هـ - عكس (آب) - عكس | مضروبا في

٢- خاتمة:

ا كان بيرس منجما فكريا هالا، لكن غموض أسلوبه وكتاباته المعرفة التي لم يجمعها بنفسه في صورة كتب يحمل كل منها موضوعا مستقلا أدت إلى أن مادهبه أموره التنسيق ويعاب عليه أيضا – فيما يختص بالمنطق أنه لم يتصل باعمال المناطقة المعاصرين عبر الاطلنطي الذين استطاعوا الخروج من دائرة بول إلى دائرة أعلى تطورا وتعنى بها دائرة بيانو وفريجة، ومن لم ظل محصورا في دائرة إقامة المنطق على نموذج الجبر ورغم هذا فإن له فضلا كبيرا تطوير منطق بول، وتلخص أهم مساهماته المنطقية فيما يلي: (١) أمكنه أن يعبر عن القضية الحملية بصورة قضية شرطية متصلة، وفي صيغة رمزية تتحد دالة القصية: الرد (كل) هوب) إلى (إذا كان هـ هوا فهو اذن ب)، ويكون بذلك قد سبق فريحة وبرادلي ورسل إلى هذه النقطة، (٢) أحد من جيفونز نقطة بداية لإصلاح نظرية الأصناف عبد بول، فوافق الأول على إصلاحه التعريف بول للجمع المنطقي، كما استبعد عطيني الطرح والقسمة من التطبيق على الأصناف، ومن ثم طور قوانين جبرا الأصاف ومبادله، لكن جهازه الرمزي كان معقدا وغير دقيق وغير دقيق معناها هنا أنه لم يمير بين الصنف وعضو الصنف وبالتالي لم يسير بين الحد العام واسم العلم، ولم يسي تمييزا حاسما بين القضية العامة والقضية الشخصية (٣) لمع في ذهن ميرس اسكا إقامة نظرية لحساب القضايا، وذكر بعض قوانينها لكن أقامها على مودج حمر الأصناف، ولكن فريحة في الوقت نفسه استطاع أن يخرج بهذه النظرية ناصحة كاملة الأصناف مستفيدا من الأفكار التي أدخلها دي مورج الأصناف، (٤) له فضل كبير في إقامة منطق

العلاقات على نمودج جبر الاصناف مستفيدا من الافكار التي ادخلها دي مولرجان عن خصائص العلاقات درس العلاقات وطورها في حساب منطقى بما يحوى من مقدمات أولية وقوانين ونظريات مستنبطة.

اتم ارنست شرويدر ١٨١ - ١٩٠٣E Shroeder) رسالة بيرس، فأقام نستا منطقيا متكاملا على نموذج الجر وطور نظريات الأصاف والعلاقات والقضايا أكثر مما تركها بول وميرس ولقد احتوى منطق شرويدر أيضا على كتابة المنطق التقليدي في صورة جبرية، وصياغة التصنيف الرباعي للقضية الحملية وقوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر والقياس، كل ذلك في قالب رمزى خبرى وأدرك شرويدر أيضا بعض أخطاء تلك القوانين التقليدية؛ إذ رأى أن قوانين التضاد والتداخل والدخول تحت التضاد فاسدة إذا كان موضوع القضية بمثل ما فارما، وراي بالتالي فساد الاستدلال المباشر والقياسي الذين ينطويان على الانتقال من مقدمات كلية إلى شيحة جزئية ولقد دون شرويدر جهوده في كتب ثلاثة مجال حساب المنطق operations kreis des Look kalkulus (١٨٧٧)، محاضرات في جر المنطق voriesungen uber die Algebra der ١٨٩٠k–١٨٩٥) في ثلاثة أجزاء، موجز جبر المنطق der Logik Ahras den Algebra نشره ميلر E Muller في الأعوام ١٩٠٩ –١٩١٠. -- وفي زمن بيرس وشرويدر ظهر تيار منطقي آخر مخالف لهما – تيار لا يقنع باتجاه سول الحبرى، وإنما يشق طريقا آخر نشا

عن بحث لوري في أصول الرياضيات، وهو بحث في الأنساق الاستشاطية في الهندسة، ومحاولة إقامة علم الحساب سنا استياطيا، ثم محاولة رد التصورات الأساسية للحساب – ومن ورائه

التصورات الرياضية البحتة كلها – إلى تصورات منطقية خالصة، ولكي يصل هذا البحث إلى هدفه، رأى أنصاره انهم بحاجة إلى سلاح منطقى حديد يطاول الرياضيات في أسلوبها ونسقها الاستنباطي، ومن ثم نشأ المنطق الرمري الذي لا يرد إلى الجبر بل يرد الجبر والحساب والهندسة إليه، ويجعل جير الأصناف والعلاقات جزءا صغيرا منه، وكان بيانو وفريحة من مؤسسي هذا التيار الجديد.

الباب الثالث

ضحى المنطق الرمزي

الفصل الثامن

المنطق الرمزي وتطور الرياضيات

٤٣- علم الهندسة والنسق الاستنباطي

أ- اتجه المنطق الرمزي وجهة جديدة على أيدى فريجة وبيانو حين حاولا إقامته علما رمزيا يتخلص من آثار لغة الحديث، وإقامته نسقا استنباطيا محكما نضع فيه قائمة التعريفات والمقدمات الأولية واضحة صريحة منذ البدء ولقد نشأ موقفهما ذاك عن بحثهما في الرياضيات وأصولها. لهذا ينبغي قبل أن نعرض لهما أن نشير إلى تطور الرياضيات والمشكلات الناتجة عنه مما أدى إلى البناء المنطقي الجديد، وأن نشير بوجه خاص إلى تطور الهندسة والتحليل[٨٨].

ب- بدأت الثورة على الهندسة الإقليدية بجهود جيرولاموساكيري Gerolamo Saccheri الرياضي المنطقى الإيطالي الذي عاش في نهاية القرن بان السابع عشر وأوائل القرن الثامن عشر الميلادي، مما دونه في كتابه "يطلب من إقليدس كل ما هو جديد" (١٧٣٣) Euclides ab omni Naevo Vindicatus.

كان ساكيري مصلحا لإقليدس أكثر منه ثائرا عليه، فقد نظر في المصادرة الخامسة في الهندسة الإقليدية التي تقول: "إذا قطع خط مستقيم خطين مستقيمين آخرين بحيث يكون مجموع الزوايتين الداخلتيين من جهة واحدة من القاطع أقل من

---

[٨٨] الإيجاز في هذا الفصل مخل. لكنه واف بغرضنا حيث أن ذكر تطور الرياضيات بتفصيل موضوع يتصل بفلسفة الرياضة وهو خارج عن موضوع بحثنا وإن مجرد الإشارة إليه كاف لنا حيث يرسم ملامح بداية المنطق الرمزي في المرحلة التي نحن الآن بصدد نشأتها وهي مرحلة "ضحى المنطق الرمزي

قائمتين، فإن هذين الخطين يلتقيان إذا امتدا من جهة هاتين الزاويتين". رأى ساكيرى أن هذه المصادرة معقدة، ومن ثم يلزم أن تكون موضوع برهان، لا أن نبدأ بالتسليم بها.[٨٩]ولا يهمنا هنا برهان ساكيري ومدى نجاحه أو فشله فيه ولكن تهمنا فقط الإشارة إلى أنه قدم – في ثنايا برهانه – أفكارا هندسية جديدة، مما حفز الرياضيين من بعده إلى إقامة ما سمي (الهندسة اللا إقليدية) (وهذه العبارة من وضع جوس Gauss الرياضي الألماني ١٧٧٧-١٨٥٥) وظلت أبحاث ساكيرى مطمورة حتى انتبه إليها جوس وأدرك أن بها أفكارا هندسية غريبة على إقليدس حينئذ نشأ نموذجان من الهندسة اللا إقليدية حيث قدم أحد النموذجين لوباتشفسكي Lobachevsky الرياضي الروسي في بحث نشره عام ١٨٢٦، وقدم ثانيهما ريمان Riemann الرياضي الألماني في محاضرة ألقاها عام ١٨٥٤. ونلاحظ أن هذين النموذجين يختلفان فيما بينهما، كما يختلفان عن هندسة إقليدس[٩٠] ونلاحظ فيما بعد أن الهندسات اللا إقليدية لم تنحصر في هذين

٨٩

[٩٠]لم يكن ساكيرى أول من حاول البرهنة على هذه المصادرة، بل قدمت من قبل محاولات أخرى لكل من بطليموس الفلكي والرياضي الإسكندراني في القرن الثاني الميلادي وبروكلس procleus الأفلاطوني المحدث الإسكندراني في القرن الخامس، انظر: Kneale, the development of Logic .380 .p،. ويقول الدكتور محمد ثابت الفندى أن نصير الدين الطوسي في القرن السابع الهجرى قدم نفس المحاولة التي قدمها ساكيرى فيما بعد، انظر كتابه: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٦٥م، ص ٥٤-هـ.

(٣) من مبادىء هندسة لوباتشفسكي: المكان سطح منحن curve، من نقطة خارجة على خط مستقيم، يمكن رسم عدد لا منتاه من المستقيمات الموازية له؛ زوايا المثلث الداخلة أقل من قائمتين ومن مبادىء هندسة ريمان. المكان سطح كروى، لا يمتد الخط المستقيم إلى غير نهاية وإنما هو منته لأنه دائري، ليس المستقيم أقصر بعد بين نقطتين وإنما المنحنى أقصر الخطوط، لا مستقيمات متوازية، زوايا المثلث الداخلة أكثر من قائمتين. انظر: محمد ثابت الفندي: المرجع السابق ص ٥٦-٧، وايضا

النموذجين، وإنما يمكن إقامة عدد لا متناه من الأنساق اللا إقليدية التي لا يعنينا هنا تفصيلها[٩١].

ح- حين تطورت الهندسات اللا إقليدية، بدأ المشتغلون بالهندسة في ملاحظة أمور ثلاثة: (١) تعريفات ومبادىء ومصادرات النسق الإقليدية مختلفة عن مثيلاتها في الأنساق الجديدة. (٢) تعريفات ومبادىء ومصادرات إقليدس مرتبطة بالأشكال والرسوم diagrams أي إذا أردنا البرهان على نظرية إقليدية واستخدمنا الأشكال والرسوم، بدت واضحة، فإذا استبعدنا تلك الرسوم والأشكال وأبعادها، جاء البرهان ناقصا معيبا، خذ النظرية الأولى في الكتاب الأول من المباديء Elements "من خط مستقيم، يمكن رسم مثلث متساوي الأضلاع" يبدأ البرهان على هذه النظرية بعمل دائرتين مركز كل منهما أحد طرفي المستقيم المعطى بنصف قطر مساو لطوله، فتتلاقى الدائرتان في نقطتين. ونصل إحدى نقطتي التقاطع بطرفي المستقيم، نحصل على مثلث متساوي الأضلاع، ويقوم البرهان على النظرية باستخدام مبادىء ومصادرات معينة مما وضعها إقليدس منذ البدء. لقد لاحظ علماء الهندسة أن هذا البرهان يقوم على افتراض ضمنى ليس مسجلا في ق قائمة المبادىء والمصادرات المعطاة، وهو أن الدائرتين يجب أن تتقاطعا في نقطتين وتساءلوا إذن لم يجب أن تتقاطع الدائرتان في نقطتين فقط لا في نقطة واحدة أو ثلاثة؟ حينئذ ظهرت فجوات استنباطية أخرى في نسق إقليدس.

Kneale, op. cit., p. 382.

[٩١] انظر: محمد ثابت الفندي: المرجع السابق ص ٦٠-٦٣

(٣) هندسة إقليدس مرتبطة بالمكان، ما دامت ترتبط بالأشكال، وارتبطت أيضا بتصور معين للمكان وهو أنه سطح مستو، وأن المكان الهندسي صادق على المكان الفيزيقي، وهذا فرض آخر استخدمه إقليدس دون أن يضعه صريحا مند البدء[٩٢].

د- من الملاحظات السابقة، نشأت الأسئلة الآتية: هل لا يمكن إقامة قائمة تعريفات ومبادىء محددة لكل الأنساق؟ وإذا كان هذا التحديد غير ممكن، فأي الأنساق صادق وأيها كاذب؟ وما شروط إقامة النسق الصحيح؟ بحث الرياضيون في وضع أسس النسق الاستنباطي، ووصلوا إلى الموقف التالي: لا تسل عن صدق واقعي لمبادىء أو مصادرات أو نظريات، وإنما خذ نقطة بدايتك من أية تعريفات ومبادىء، ثم استنتج منها نظريات بحيث يكون الاستنتاج استنباطا صوريا محكما دقيقا، حينئذ يكون النسق صحيحا، فإذا جاء في النسق فجوة منطقية أو عيب استنباطي فالنسق إذن فاسد. وقد وضع الرياضيون الشروط التي يجب توافرها في أي نسق استنباطي، نوجزها فيما يلي: (١) أن نضع منذ البدء بطريق صريح واضح قائمة بالحدود اللا معرفة التي يمكننا بفضلها تعريف قائمة من حدود أخرى، وأن نبتعد بهذه التعريفات عن المعاني المألوفة للألفاظ في الواقع. (٣) أن نضع قائمة (القضايا الأولية) التي نبدأ بها بلا برهان، لا لأنها

---

٩٢. قارن :الفصل الأول، الفقرة ٤ج . وايضا:

S. F. Barker, Philosophy of Mathematics, Printice-Hall, Inc., N

j., 1964 pp. 21-2, وايضا:

R. Blanche, Axiomatics, English trans. By G. B keene, London 1962, pp. 5-10

واضحة بذاتها، فقد لا تكون كذلك، وإنما لأنها تنطوى على علاقات منطقية بحتة بين حدودها، ولا أثر فيها لبداهة حسية أو تطبيق واقعي ونلاحظ هنا أنه قد بطل التمييز القديم بين المبدأ والمصادرة، وأصبح كلاهما قضية أولية نأخذها بلا برهان ونبدأ منها البراهين، كما أصبحا في مرتبة واحدة من الوضوح أو البساطة أو التصديق. (٣) أن نستنبط نظريات من تلك المقامات الأولية استنباطا صوريا محكما لا أثر فيه لرسوم وأشكال أو لفكرة المكان. كان مورتز باش M. Pasch أول من قاد هذه الحركة عام ١٨٨٢[٩٣] – حركة الأكسيوماتيك أو وضع أسس النسق الاستنباطي في الهندسة، وقد تطورت الحركة على أيدى كثيرين وأضافوا إلى العناصر السابقة شروطا يجب توافرها في قائمة القضايا الأولية وهي الاتساق consistency والتمام completeness والاستقلال independence ولقد استطاع الرياضيون حينئذ إعادة صياغة الهندسة الإقليدية في ضوء هذه العناصر والشروط بحيث تتسق الصياغة الجديدة مع نسق إقليدس ونظرياته دون أخطاء أو فجوات، وبذلك تصبح نسقا استنباطيا صحيحا، مثلها في ذلك كمثل الأنساق اللا إقليدية الصحيحة[٩٤].

علم الحساب والنسق الاستنباطي:

[٩٣] محمد ثابت الفندي: المرجع السابق ص ٦٧-٧٠

[94] Blanche, op. cit., p. 33 وايضا:
Kneale. Op.cit., p. 384.

أ-قبل ظهور الهندسات اللا إقليدية كان قد نشأ علم التحليل analysis وحين تطورت تطور معها. ويشمل التحليل فروع الرياضيات التي تخلصت من الخطوط والأشكال وتصورات المكان بحيث تصاغ صياغة عددية جبرية بحتة، ومن ثم يشمل التحليل علوم الجبر والهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل إلى جانب علم الحساب، ويستبعد الأنساق الهندسية التي لا يمكن تناولها في صورة جبرية. لقد تطور علم التحليل تطورا ملحوظا منذ أوائل القرن التاسع عشر، يكفينا الحديث هنا عن مظهرين من مظاهره، هما ظهور أنواع جديدة من الأعداد، واكتشاف الدالات المنفصلة. كلنا يعرف لأعداد الطبيعية natural numbers وهي الصفر ، ١، ٢، ٣ إلخ، ولكن اكتشف الرياضيون أنواعا جديدة من الأعداد منها العدد المنطوق rational numbers مثل ، والعدد الأصم .irrational n مثل والعدد المركب أو الخيالي complex or imaginary n مثل . ولقد عرف الفيثاغوريون العدد الأصم ولكنهم عجزوا عن تحديد قيمته تحديدا عدديا دقيقا، كما عرف ديكارت العدد الخيالي، وسماه ليبنتز، الكم المستحيل، لأنه رأى استحالة الوصول إلى جذره التربيعي.وانتبه رياضيو القرن التاسع عشر إلى وجوب تعريف هذه الأعداد، وقضوا فيها وقتا وجهدا وبذلوا محاولات متتابعة، ومن بينهم ديديكند) Dedekind١٨٣١-١٩١٦) وكانتور Catnor .G (١٨٤٥ – ١٩١٨) وفريجة وبيانو.

ب- لقد كان من المألوف حتى بداية القرن الماضي أن كل الدالات متصلة والدالة function مصطلح من وضع ليبنتز، وقصد بها المنحنى الهندسي

geometrical curve الذي يعبر عن علاقات (متصلة) متتابعة بين كمين متغيرين هما (الإحداثيان) Co ordinates فإذا أخذنا شيئين محددين مثل حرارة الغاز والضغط الواقع عليه فإن العلاقة التي تنشأ من تغير أحدهما عند تغير الآخر ترسم خطا منحنيا.تسمى هذه العلاقة دالة وهي متصلة اتصال الخط المنحنى الهندسي بحيث تكون للدالة قيمة معينة في كل نقطة من نقط المنحنى[٩٥]. وبدأ التحليل مرتبطا بالهندسة والاتصال المكاني. ولكن بتوصل كوشي Cauchy إلى اكتشاف دالات منفصلة discontinuons f، تولد الشك في المكان الهندسي، ومن ثم الشك في أحد أسس التحليل، وتبع كوشي رياضيون آخرون اكتشفوا أفكارا رياضية أدت إلى نبذ فكرة الحدس المكاني[٩٦]. اكتشف الرياضيون حينئذ أن التحليل قد فقد مصدر يقينه وهو المكان المتصل، فاضطروا إلى البحث عن مصدر آخر لليقين لقد تأكد هذا الموقف – وهو أن المكان لم يعد أساسا ليقين العلم الرياضي – بعد ظهور الهندسات اللا إقليدية وتطورها، ذلك التطور الذي انطوى على نبذ فكرة المكان والرسوم.

حـ – أدى الموقف السابق إلى ظهور حركة يمكن تسميتها (تحسيب التحليل)[٩٧] أو تحويل التحليل إلى حساب Arithmetisation of Analysis والمقصود بها التماس يقين التحليل في يقين علم الحساب، لكن علم الحساب كان وقتئذ مشغولا

---

[٩٥] محمد ثابت الفندي: المرجع السابق ص ٩١-٢

[٩٦] المرجع السابق ص ٩٢-٣.

[٩٧] العبارة العربية من وضع الدكتور ثابت الفندي

بمشكلات أنواع الأعداد التي ظهرت فيه، ومن ثم تلزم محاولة تعريف تلك الأنواع من الأعداد وذلك بردها إلى الأعداد الطبيعية ولقد جدت الآن مشكلة جديدة هي استحالة القيام بهذا الرد دون إقامة علم الحساب نسقا استنباطيا له من حدوده الأولية وتعريفاته ومصادراته ونظرياته المستنبطة، وهو ما لم يتم بعد؛ ولذا كانت الخطوة الواجب القيام بها قبل تحويل التحليل إلى حساب هي إقامة الحساب نسقا استنباطيا. ولقد قدم فريجة وبيانو – كل منهما مستقلا عن الآخر في أول الأمر – محاولتين لنسق استنباطي للحساب، وحاول رياضيون آخرون تعريف الأعداد المنطوقة والصماء والخيالية وردها إلى الأعداد الطبيعية، ومنهم ديد كند وكانتور وفريجة. ونشأ عن الحركة السابقة اتجاه آخر في فلسفة الرياضيات هو الاتجاه اللوجستيقى logistic ويعني رد التصورات الأساسية لعلم الحساب – تعريف الأعداد والعمليات الحسابية المختلفة – ومن وراء الحساب فروع الرياضيات جميعا إلى تصورات منطقية بحتة، ومن أصحاب هذا الاتجاه الرياضيون السابق ذكرهم، وطوره فيما بعد رسل ووايتهد.

د– قصدنا من الإشارات الموجزة السابقة في تطور الرياضيات، إلى بيان أن تطور المنطق الرمزي بعد بول، جاء نتيجة تطور الرياضيات لقد أريد للهندسة أن تكون نسقا استنباطيا، وأريد للحساب أن يكون كذلك وأريد رد التصورات الأساسية للرياضيات إلى تصورات منطقية خالصة ولكي نرد الحساب إلى المنطق، يلزم أن نشتق قضايا الحساب الأساسية من قضايا منطقية خالصة، ولتحقيق ذلك يلزم

صياغة القضايا الأساسية في المنطق صياغة صورية رمزية تبلغ حدا بعيدا، ويستلزم أداء هذا العمل بحثا جديدا في القضية وتركيبها، وطريقة كتابتها في صورة رمزية خالصة، وحصر أنواعها، وبحثا في الاستنباط ووضع مبادئه وقوانينه، وبحثا في الأسماء والتصورات والعلاقات، ومن هنا نشأ منطق بيانو وفريجة

الفصل التاسع

بيانو والمنطق الرمزي

٤٥- مقدمة:

أ - جيوسيب بيانو giuseppe Peano (1858 - ١٩٣٢) أعظم الرياضيين الإيطاليين في أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين كانت الرياضيات موضوع اهتمامه الأساسي وحاول صياغة نظريات الهندسة الإقليدية بعد أن وضع لها نسقا من اللا معرفات والتعريفات والمصادرات بحيث أصبحت نظريات إقليدس استنباطا محكما لا فجوة فيه، وهي محاولة مختلفة عن محاولات كل من باش وبادوا Padoa وهلبرت Hilbert لإعادة صياغة نفس الهندسة. وحاول أيضا جعل علم الحساب نسقا استنباطيا بوضع ثلاثة أفكار لا معرفة وخمسة مصادرات[٩٨] نستطيع بفضلها تعريف الأعداد الطبيعية وصياغة قضايا الحساب التي تحويها؛ وقام بنصيب ملحوظ في حركة الاتجاه اللوجستيقى - بمعنى رد التصورات الأولية لعلم الحساب إلى تصورات منطقية خالصة. وقدم بيانو وأتباعه - وأبرزهم بادوا وفايلاتي Vailati

- هذه المحاولات الكبيرة في كتب عديدة أهمها: ١) عرض منهج جديد لمبادئ الحساب Arithmetices Principia Nova Method

---

Kneale, The Development of Logic, pp. 373-7انظر ايضا:

وأيضا: محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة: ص ١٢٠-١٢١

) Exposita١٨٨٩)، وضع فيه أسس علم الحساب. (٢) والمصطلح الرمزي للمنطق الرياضي Notations de Logique Mathematique (١٨٩٤) ووضع فيه أيضا الرياضيات في لغة رمزية خالصة[٩٩] (٣) تدوين الصيغ الرياضية (Mathematiques de Formulaire، في خمسة أجزاء فيما بين أعوام (١٨٩٥ – ١٩٠٨)؛ وليست هذه أجزاء بالمعنى المألوف وإنما كانت طبعات متعددة متتابعة لكتاب واحد، كل طبعة تالية فيها تعديل وتطوير للصورة التي أتي عليها نفس الكتاب في طبعته السابقة، وقد طور بيانو فيه موضوعات الكتابين السابقين، مضيفا إليها مصطلحه الرمزي وهو اختراعه الفذ.

ب- شارك بيانو في إقامة المنطق الرمزي كما شارك في أبحاث الرياضيات لكن كانت مشاركته في المنطق عرضية، بمعنى أنه دخل إلى المنطق من باب الرياضة: حين كان يشرح طبيعة البرهان الرياضي وتعريفه للأعداد فكان يصطنع استدلالات لها طابعها المنطقي الخالص، ومن ثم وصل إلى أفكار وقوانين منطقية جديدة أصبحت فيما بعد جزءا من نظريات المنطق الرمزي وشارك بيانو في إقامة نظرية حساب القضايا أو نظرية الاستنباط، وأدرك أهمية فكرة الصنف ودرس خصائصه وأنواعه أكثر مما وصل إليه بول وبيرس وشرويدر، وأعطى تعريف الصنف الفارغ

[٩٩] يبدو أن بيانو أول من استخدم عبارة (المنطق الرياضي) وكان يعنى بها البحث في رد الرياضيات إلى المنطق.
انظر: P.H. Nidditch, the Development of Mathematical Logic London, 1962, pp. 73-77،

كما ميز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء صنف آخر، وهو أمر لم يفطن إليه السابقون وتوصل أيضا إلى فكرة دالة القضية Propositional Function ودرسها لإمكان اشتقاق الرياضيات من مبادىء منطقية، وقدم أفكارا جديدة في نظرية حساب دالات القضايا _أو حساب المحمول) وحاول بيانو صياغة كل هذه الأفكار والقوانين السابقة في صورة رمزية خالصة خالية من أي أثر لاستخدام لغة الحديث، ومن ثم قدم مصطلحا رمزيا يحوى رموزا لمتغيرات الحدود والأصناف والقضايا ورموزا للثوابت؛ يضاف إلى ذلك كله وضع المنطق في نسق استنباطي بوضع قائمة لحدوده اللا معرفة وتعريفاته ومقدماته الأولية.

ح – ونحن نريد أن نحقق – بقدر ما لدينا من وقائع – ما إذا كان بيانو قد توصل إلى المواقف المنطقية السابق ذكرها قبل فريجة أم أنه أخذها عنه. إن السبب الذي من أجله نثير هذا التساؤل هو أن رسل حين اتصل ببيانو لأول مرة عام ١٩٠٠[١٠٠]، سجل أنه تعلم من بيانو كثيرا من النقط المنطقية السابقة، وقال رسل ذلك وقتئذ لأنه لم يكن قد عرف فريجة بعد، فلما عرفه عام ١٩٠١ أعلن أن النقط التي استفادها من بيانو كانت مألوفة من قبل لفريجة. نحن نريد الآن تحقيق مدى اتصال بيانو بفريجة ولذلك نضع أمامنا الوقائع الآتية:

[١٠٠] تجد تفصيل اتصال رسل ببيانو وفريجة في الفصل الثالث عشر – الفقرة ٦٥

(١) كانت الرياضيات موضوع اهتمام بيانو الرئيسي، أما أفكاره المنطقية فقد جاءت عرضاً إذ كانت وليدة اتجاهه اللوجستيقى، بينما اهتم فريجة بالمنطق اهتماما خاصا كاهتمامه بالرياضيات تماما، إذ درس فريجة المنطق التقليدي دراسة عميقة كما درس ما وصل إليه بول وكان يتجه نحو إقامة منطق أكثر شمولا مما ذهب إليه بول ومدرسته، وتلك دراسة لم تتح لبيانو.

(٢) نشر فريجه أول أعماله المنطقية عام ١٨٧٩، بينما نشر بيانو أول أعماله الرياضية التي بها أفكار منطقية عام ١٨٨٩.

(٣) عرف فريجة بيانو وأعماله وقتا ما قبل عام ١٨٩٥، حيث نجد إشارة فريجة إلى بيانو في سياق نقده لمنطق شرويدر[١٠١].

(٤) عرف بيانو فريجة وأعماله وقتا ما بعد عام ١٨٩٥، ذلك لأنه عدل من مصادراته لنسق الحساب في الطبعة الثانية لكتاب تدوين الصيغ الرياضية بعد اطلاعه على نسق فريجة الحسابي الذي دونه في كتابه أسس علم الحساب Die Grundlagen der Arithmetik ونشره عام ١٨٨٤[١٠٢] ونلاحظ أن بيانو قدم في طبعة تالية لكتابه السابق ذكره آنفا

١٠١

انظر مقال Acritical Elucidation of Some Points in E. Schroedesrs Voriesungen uber Die Algebra Der Logik ونشر المقال بالألمانية في Archiv für Sy tematische Philosophie, ١، ١٨٩٥. وتجد المقال مع مقالات أخر وأجزاء من كتب فريجة مترجمة إلى الإنجليزية نشرت بعنوان. vol.

مصطلحه الرمزي المبسط باللغة اللاتينية ولعله ابتكره كتبسيط للمصطلح الرمزي المعقد الذي أقامه فريجة في كتابه التصورات: لغة صورية للفكر الخالص تحاكي لغة علم الحساب في عام ١٨٧٩.

يمكننا من الملاحظات السابقة استنتاج ما يلي. كان فريجة وبيانو يعملان في الرياضة والمنطق، كل منهما مستقلا عن الآخر، أول الأمر؛ وأن الاتصال بينهما بدأ عام ١٨٩٥ تقريبا؛ حينئذ استطاع بيانو تعديل بعض أفكاره في نسق الحساب وفق أفكار فريجة، كما استطاع تبسيط بعض أفكار فريجة المنطقية؛ وقد يكون فريجة قد لاحظ أن بيانو قد اكتشف بعض ما اكتشفه هو من قبل وهنا جاءت إشارات كل منهما إلى الآخر في كتاباته، من قبيل اشتراكهما في الوصول إلى أفكار معينة، وانتمائهما إلى اتجاه واحد.

٤٦- المصطلح الرمزي:

(المصطلح الرمزي) notation هو صياغة القضايا وقواعد الاستنباط والقوانين المنطقية في لغة رمزية لا أثر فيها لكلمات لغة الحديث، ونجد

Translations from the Philosophical Writings of G. Frege, by Geach and Black, Oxford, 2nd ed. 1960.

١٥ جعل بيانو أول مصادرات الحساب أن الصفر عدد. وكان جعلها من قبل أن الواحد الصحيح عـد. Kneala, op. Cit., p. 47 انظر:

أول مصطلح رمزى للمنطق عند فريجة[١٠٣]، استعان فيه بحروف الهجاء اليونانية وبخطوط أفقية ورأسية وأقواس – وهو مصطلح صعب الطبع كما أنه صعب على القارىء متابعة فهم دلالاته بسهولة وبعكس هذا نجد مصطلحا رمزيا آخر للمنطق عند بيانو، جذب صاحبي البرنكبيا فيما بعد لبساطته فاصطنعاه في نسقهما المنطقى والرياضي ونجد صورا أخرى مختلفة للمصطلح الرمزي عند هلبرت ولوكاشيفتش وآخرين ويعنينا هنا مصلح بيانو. حين يشرح نظرية الاستنباط أو حساب القضايا يعطى الرموز S, r, q, p إلخ ليعبر كل منها عن القضية ككل دون تمييز حدودها. (سوف نعطي هنا الحرف العربي ق ترجمة للحرف p، والحرف ل ترجمة للحرف q، والحرف م ترجمة للحرفr) وعرف بيانو (القضية المركبة) – وهي نقطة البداية في نظرية حساب القضايا، والتي قطع الرواقيون فيها شوطا متواضعا – وهي القضية المؤلفة من قضيتين أو أكثر ترتبطان بأحد (الثوابت المنطقية)، وتلك فكرة أساسية أخرى في النظرية السابقة، أضافها بيانو إلى ما بدأه الرواقيون يعد بيانو – ومن قبله فريجة – أول من وضع للثوابت رموزا. رمز إلى السلب بالعلامة ~، وإلى الربط بالعلامة (٠)، وإلى الفصل بالعلامة (V)، وإلى التضمن بالعلامة (د)، وإلى التكافؤ بالعلامة(=). (سنبقى هذه العلامات

[١٠٣] نعم صاغ ليبنتز وبول وبيرس نظرياتهم في الأصناف والعلاقات صياغة رمزية في كثير من مواضعها، وجاء شرويدر وتوج أعمالهم باصطناع مصطلح رمزى كبير تناول فيه النظريات السابقة مطورة، لكن

برسومها هذه في العربية) وحين يشرح بيانو نظرية الأصناف، يجعل الحروف الأولى c, b, a إلخ رموزا لأصناف (وسنحيلها هنا بالحروف الأولى من العربية أ، ب، ح على التوالي) ويرمز إلى العضو في صنف بالحروف الأخيرة y،x، z(وسنحيلها هنا أيضا إلى الحروف الأخيرة من العربية هـ ، و، ى) ويرمز بيانو إلى عضوية الفرد في صنف بالعلامة (ع) وإلى احتواء الصنف في آخر بالعلامة (٢) وهو نفس رمز التضمن. رمز بيانو للدالة بالرمز (F) وإلى دالة القضية بالرمز F (x)، وإلى السور الكلى universal quantifier بالرمز (x)، وإلى القضية الكلية بالرمز (x) F (x) وإلى السور الوجودي existential quantifier بالرمز (x 3) وإلى القضية الوجودية بالرمز F(x) ( )[١٠٤].

٤٧- النسق الاستنباطي:

أ- أراد بيانو للمنطق الرمزي أن يكون نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة والحساب؛ أي وضع منذ البدء طائفة الحدود اللا معرفة والتعريفات والمصادرات، بحيث تصبح النظريات المنطقية استنباطا محكما من تلك البدايات وساهم بيانو - كما قلنا - في وضع مبادىء نظريات حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الأصناف، لكنه لم

لكن قوام هذه المصطلحات جميعا رموزا جبرية خالصة؛ أما مصطلحات فريجة وبيانو فقد خلت من رموز الأعداد والعمليات الحسابية.

١٧ قارن: Kneale, op, cit., p. ٥٢١. وأيضا : Nidditch. ٧٥

يساهم في وضع أسس نظرية حساب العلاقات؛ وسوف نعرف من بعد أن فريجة وأصحاب البرنكبيا يجعلون لكل نظرية من النظريات السابقة نسقها الاستنباطي، لكن بيانو وضع نسقا واحدا يطبقه على النظريات التي شارك في بنائها، وفيما يلى إشارة إلى نسقه.

ب- الأفكار الأولية primitive notions: صنف، حد، تعريف، سلب، عضوية الفرد في صنف، والتضمن الصوري وتقرير قضيتين معا. هذه الأفكار نأخذها بلا تعريف، ونبدأ بها لوضوحها؛ هي واضحة لا لأنها فطرية أو قبلية، وإنما لبساطتها وأنه يمكن استخدامها في تعريف أفكار أخرى حين نريد التعليق على فكرتين فقط، ونبدأ بعضوية الفرد في صنف. لقد ميز بيانو بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر؛ إنه التمييز بين (سقراط إنسان) و(كل إنسان فان). من الواضح أن هذا التمييز مرتبط بالتمييز بين القضية الشخصية singular والقضية الكلية أو العامة، ولكي نوضح قيمة هذا التمييز الذي أعطاه بيانو – ومن ورائه المناطقة الرمزيون المعاصرون – أهمية كبرى، يحسن الرجوع بالوراء قليلا.

ح- لقد رأى أرسطو – ومن ورائه المنطق التقليدي – أن القضية الشخصية والكلية من صورة منطقية واحدة، ومن الشواهد على ذلك ما يلي: (١) كان أرسطو يعتبر القضية الشخصية كما لو كانت قضية كلية إذا دخلت مقدمة في قياس. (٢) تنطوى القضية الكلية على تقرير

وجودي لأفراد موضوعها أي أن الحد العام يدل على وجود واقعى كما أن اسم العلم يشير إلى شيء جزئي في الواقع، ذلك لأن أرسطو كان قد وصل إلى صياغة نظريته الواقعية في المعنى بحيث يكون بمقتضاها للكليات والمعاني العامة قوام واقعي، وإن كان واقعا غير محسوس[١٠٥]. (٣) موضوع القضية الشخصية مستغرق كموضوع القضية الكلية، ذلك لأننا ننظر إلى (سقراط) في القضية (سقراط فان) مثلا على أنه حد يسند المحمول كله إليه كجزء لا إلى جزء منه، واسم العلم لا يجرى عليه التجزيء[١٠٦].

خ–بالرغم من أن أرسطو والتقليديين لم يميزوا بوضوح كما أنهم لم يميزوا تمييزا حاسما بين القضية الشخصية والقضية الكلية، فإنا نجد عند أرسطو والتقليديين نقطا أخرى توحى بإدراكهم لذلك التمييز، نشير إلى بعضها فيما يلي. (١) يمكن سلب الحد العام بينما لا يوجد سلب لاسم العلم: (لا أبيض) قد يكون له معنى، بينما (لا سقراط) لا معنى له لأنه ليس اسما لأحد. (٢) للقضية الكلية عكس، بينما القضية الشخصية لا تعكس: تعكس الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة، كما تعكس السالبة إلى كلية سالبة، بينما لا عكس للقضية الشخصية، ذلك لأن اسم العلم لا يكون محمولا في قضية. نعم يمكن لاسم العلم أن يتخذ مكان

---

١٨ انظر: W. D. Ross, Aristotle, London, 5th ed. 1949, p. 158

Kneale, op. Cit., pp. 60-1ايضا

[١٠٦] انظر D. Mitchell, An Introduction to Logic, pp. 43-4

المحمول مثلما نقول أن (فيلسوف العدالة هو سقراط)، لكن حينئذ لا تؤدى (سقراط) وظيفة المحمول بل لا تزال موضوع الحمل. (٣) لقد ميز أرسطو في المقولات بين نوعين من الجوهر، الجوهر بالمعنى الأولى in the Primary sense، وهو الفرد individual، والجوهر بالمعنى الثانوي in the secondary senseوهو الأجناس والأنواع، ويعني أرسطو بذلك أن موضوع القضية الشخصية موضوع حمل حقيقي؛ بينما موضوع القضية لكلية موضوع حمل بالعرض)[١٠٧]. وحين رفض أرسطو في الميتافيزيقا أن الأجناس والأنواع جواهر – في سياق هجومه على نظرية المثل الأفلاطونية – ظل على رأيه في أن الشيء الجزئي هو الموضع الحقيقي للحمل؛ وقد أكد ذلك حين ميز في سياق آخر في كتاب التحليلات الأولى بين الحمل الطبيعي natural predication والحمل المتكلف un natural p. وقد استخدم القضية الآتية لتوضيح هذا التمييز. تعبر القضية (قطعة من خشب بيضاء) a log is white عن حمل طبيعي حيث أننا نسند صفة البياض إلى شيء جزئي بينما تعبر القضية (الأبيض قطعة من خشب) the whit is a log عن حمل متكلف لأننا نعنى أن شيئا ما تصادف أنه أبيض، أي أن أبيض شيء حملنا عليه أنه قطعة خشب، حيث ليس من

[١٠٧] Categories, 2 a 11-13

الطبيعي أن نحمل جوهرا على صفة[١٠٨] . (٤) لا يستخدم اسم العلم كحد أوسط في قياس إلا في الشكل الثالث، لكنا حينئذ لا نستخدمه استخداما حملياً، بمعنى أنه لا يقوم بوظيفة التعدى: حين نقول سقراط فيلسوف، سقراط مصلح للشباب، إذن بعض الفلاسفة مصلحون، فإن (سقراط) لم تقم بوظيفة الربط بين الحدين الأصغر والأكبر ربطاً كاملاً، مثلما تقوم "فان" مثلا بوظيفة الربط الكامل في القياس "كل إنسان فان"، كل "فان" مركب، إذن "كل إنسان" مركب. تلك نقط منطقية نجدها هنا وهناك في المنطق الأرسطى، توحى بإدراك أرسطو بالتمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية، لكنه لم يفعل. وقد يكون بيانو ممن أدرك كل هذه التمييزات أو بعضها، وقد لا يكون؛ لكن لبيانو فضل كبير في التمييز بينهما؛ إن ذلك التميز هو أساس التمييز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء صنف في آخر.

هـ- التضمن: أدرك بيانو أن التضمن علاقة منطقية أساسية وربطه بصياغ القضية الشرطية المتصلة، كما فعل الميغاريون والرواقيون وبيرس من قبل؛ وربط بيانو أيضا – كما فعل بيرس من قبل – بين التضمن في مجال القضايا والاحتواء في مجال الأصناف؛ مثل على التضمن في نظره: (إذا كان هـ إنسانا فهو إذن فان) ذلك مثل على ما سوف يسميه رسل (التضمن الصوري) formal

---

[١٠٨] An. pr. 83a 5- 14..قارن ايضا:
Ross, op. Cit., p, 166.

implication ليميزه عن التضمن المادي .material im ومثال له هو (إذا كان أ حينئذ ب) (المتغيرات هنا رموز إلى قضايا). لم يميز بيانو بين هذين النوعين من التضمن، ورأى كل تضمن صوريا.

و- التعريفات:

يقدم بيانو تعريفات أربعة: (١) إذا كان "أ" رمزاً إلى صنف؛ "هـ، و" رمزين إلى أعضاء في ينتميان إلى أصناف، فان "هـ، و" أ) تعنى أن ("هـ" عضو في "أ" وأن "و" عضو في "أ"). (٢) إذا كان "أ" و "ب" رموزاً لأصناف فإن (كل "أ" هو "ب") تعنى أن ("هـ" هو " "أ" تتضمن أن "هـ" هو "ب"). (٣) إذا كان "أ" و "ب" رموزا لأصناف، فإن الضرب المنطقى بينهما يتألف من عدد الأفراد التي تكون أعضاء من الصنفين "أ" ، "ب" معا، أو أعضاء في الصنف "أب". (٤) الصنف الفارغ هو الصنف المحتوى في كل صنف.

يستعين التعريف الأول بفكرة عضوية الفرد في صنف ويوضح نفس هذه الفكرة، أما التعريف الثاني فإنه يستعين بفكرة التضمن (الصورى) ونلاحظ أن بيانو توصل من فكرتي عضوية الفرد في صنف والتضمن الصوري إلى أن التعبير الصحيح في القضية الكلية الموجبة هو صياغتها على نحو ينطوي على التضمن الصورى، وقد توصل بيرس وفريجة إلى النقطة الأخيرة من قبل لكن كان ثلاثتهم يعملون باستقلال أحدهم عن الآخرين[١٠٩] ويستعين بيانو في ثالث تعريفاته – وهو الضرب

[١٠٩] قارن الفقرات : ٥٣،٣٧

المنطقى – بفكرة لا معرفة هي تقرير قضيتين في وقت معا simultaneous affirmation of two propositions، وتعنى أنه إذا كان "هـ" عضوا في الصنف "أ" وعضوا في الصنف "ب"، فإنه يمكن تقرير أن "هـ" عضو في الصنف "أب". رابع تعريفات بيانو ثورة على منطق بيرس وشرويدر لأن هذين يفهمان الصنف فهما ما صدقيا فقط، ومن ثم حين اعترافا بالصنف الفارغ لم يستطيعا أعطاءه تعريفا واضحا طبقا للنظرية الماصدقية؛ لقد أعطى بيانو تعريفه الواضح لأنه نظر إلى الصنف نظرة مزدوجة: من جهة المفهوم ومن جهة الماصدق.

ز – القضايا الأولية:

القضايا الأولية primitive propositions قضايا نقبلها بلا برهان، ونستخدمها لاستنباط قضايا أخرى منها، وقد وضع بيايو خمسة قضايا أولية يمكن أن نستنبط منها كل قوانين المنطق الأكثر تعقيدا، ونذكرها فيما يلي:

(١)"كل صنف محتوى في ذاته" very class is contained in itself يكافيء هذا المبدأ في حساب الأصناف – عند بيانو – مدأ في حساب لتها القضايا وهو (كل قضية تتضمن ذاتها) very proposition implies itself وكلاهما تعبير عن قانون الهوية. (٢) " الضرب المنطقي بين صنفين جديد".

(٣) إذا كان أ، ب رمزين إلى صنفين فإن الضرب المنطقى بينهما – ما نعبر با عنه بالرمز أب – مجتمع في الصنف أ ومحتوى في الصنف ب أيضا، ويكافيء

هذا المبدأ مبدأ آخر في حساب القضايا، وهو أن أي تقرير اين صنف من القضايا يتضمن تقريرا عن أي قضية من هذا الصنف، وصيغة هذا المبدأ الأخير:

(٤)صورتان متميزتان للقياس: (أ) (إذا كان أ ، ب، حـ أصنافا وأن "أ" محتوي في "ب"، هـ عضو في "أ"، فإن "هـ" عضو في "ب").

(ب) "إذا كان أ، ب، ح أصنافا وإذا كان أ محتوى في ب، ب محتوى في ، فإن أ محتوى في ح". لقد ميز بيانو بين صورتين مت متميزتين من الضرب الأول من الشكل الأول للقياس التقليدي – مما لم يكن ملحوظا من قبل – إذ تحوى الصورة الأولى قضية شخصية كمقدمة، بينما كل قضايا الصورة الثانية كليات، وقد قام هذا التمييز على التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والقضية الكلية. نلاحظ أن الصورة (ب) من القضية الأولية (٤) تنطوي على علاقتي التضمن والتعدى، وقد رأى بيانو أنها أساس لكل الاستنباط ونلاحظ أيضا أن بيانو نظر في الصورة (أ) من نفس القضية الأولية في طبعاته التالية لكتابه المذكور، فوجد أنه يمكن – في حساب القضايا – أن تتخذ الصورة الآتية:

r (p.q) <[(د) = p]> [p.q)؛ وقد علق رسل على الصيغة الاخيره بقوله أنها صادقة دائما حتما لكن لا يمكن اشتقاقها من صورة الضرب الأول من الشكل حين تكون المقدمة الصغرى شخصية[١١٠].

---

[١١٠]اعتمدنا في بيان خطوات النسق الاستنباطي وصيغه عند بيانو على الفقرات التي خصصها رسل في مبادئ الرياضيات لتلخيص منطق بيانو اعترافا بفضله; انظر:

B. Russell' the principles of mathematics. London. 2nd. 1937. Pp. 26-36

٤٨- خاتمة:

(١) يذكر لبيانو أربعة مواقف رئيسة ساهم بها في إقامة المنطق الرمزى: (١) ابتكار مصطلح رمزى فذ في سهولته وبساطته ووضوحه نافس به المصطلحات الرمزية الأخرى التي قام بها مناطقة آخرون معاصرون له مثل فريجة، وقد جذب مصطلحه الرمزي أصحاب البرنكبيا فاصطنعوه في نسقهم المنطقى، وقد تميز هذا المصطلح أيضا باحتوائه على حروف لغوية تدل على الأصناف (أو الحدود العامة) وأفراد الأصناف (أسماء الأعلام) والقضايا، وعلامات أخرى ترمز إلى الثوابت المنطقية، ولقد خلا هذا المصطلح من رموز الجبر وعلامات الأعداد، ومن ثم يعتبر مصطلحه تطورا لمصطلحات أصحاب جبر المنطق.

(٢) قدم إضافات منطقية هامة نضرب هنا أمثلة منها: ميز بين اسم العلم والحد العام تمييزا حاسما، وبالتالي بين القضية الشخصية والكلية؛ ميز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر؛ ميز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك الصنف، وذلك يعني أنه أعطى تعريفا للصنف من جهة المفهوم ومن جهة الما صدق؛ ومن ثم تعتبر هذه التمييزات تطورا أو تصحيحا لمواقف أهل جبر المنطق.

(٣) شارك في إقامة مباديء ثلاثة نظريات في المنطق الرمزي هي: حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف، لكنه لم يهتم

اهتماما كافيا بوضع مبادىء نظرية حساب العلاقات وقدم بعض الأفكار الرئيسية في نظرية حساب القضايا، فوضع القضايا المركبة – والقضايا الشرطية المتصلة بوجه خاص – والثوابت المنطقية وبعض قوانين هذا الحساب في صيغ رمزية خالصة لم تكن معروفة عند الرواقيين أو بيرس. وقد توصل بيانو إلى أفكار دالة القضية والسور الكلى برمزية خالصة. أما في حساب الأصناف فقد خلص هذه النظرية من رموز الجبر وعلامات الأعداد، كما خلصها من بعض الأخطاء المنطقية التي ارتكبها أصحاب جبر المنطق السابقون عليه والمعاصرون له كما قلنا؛ وقد وضح أيضا أفكار الصنف الفارغ وعضوية الفرد في صنف وزاد بعض الأفكار السابقة في جبر المنطق توضيحا.

(٤) وضع بيانو النظريات المنطقية السابقة في نسق استنباطي رمزي خالص بادئا بقائمة اللا معرفات والتعريفات والمصادرات وفق مصطلحه الرمزي ونلاحظ أن الموقفين الأول والثاني مما ذكرنا أصبحا جزءا لا يتجزأ من المنطق الرمزي فيما بعد، لكن بالرغم من أهمية ما أضاف من أفكار ومبادئ في النظريات الثلاث المشار إليها، فإنه لم يضعها بكل عناصرها وفي صورة كاملة، وسوف يقوم فريجة بهذا العمل الكبير ويطوره اصحاب البرنكبيا.

الفصل العاشر

منطق فريجة (١)

القضايا والدالات

٤٩- مقدمة :

أ . فردريك جوتلوب فريجة F. G. Frege (١٨٤٨ - ١٩٢٥) من أكبر الرياضيين الألمان في أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين. كان أستاذ الرياضيات في جامعة بينا jena فيما بين ١٨٧٩ و ١٩١٨. شارك في حركة (تحسب التحليل) أي تحويل التحليل إلى حساب، وفي (الاتجاه اللوجستيقى) أي رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية خالصة، وله جهوده الكبيرة في تعريفه للأعداد الصماء الواقعية والأعداد المركبة تعريفا منطقيا بحتا؛ وله نظريات في طبيعة العدد وطبيعة القضية الرياضية محددا موقفه من نظريات كنط ومل والرياضيين له [١١١]: وكان فريجة يعلم أنه قد سبقه غيره من الرياضيين إلى الاستعانة بتصورات منطقية في تحديد التصورات الرياضية وتعريف بعض أنواع الأعداد مثل ديد كند (١٨٣١ - ١٩١٦) وكانتور (١٨٤٥ - ١٩١٨)، لكنه أدرك أنه لكي يكون العمل اللوجستيقى محكما يلزم أن يكون المنطق ذاته نسقا استنباطيا محكما، وهذا لم يقدمه السابقون عليه على نحو مكتمل؛ ولكى يؤدى فريجة هذا العمل الجديد كان يلزمه مراجعة المنطق التقليدي كله وأعمال ليبنتز وبول المنطقية والإرشاد إلى أخطائها وتوجيهها وجهة جديدة، وذلك ما لم يقم به أحد من

---

[١١١] تجد تفصيلا لهذه المواقف في:.. Kneale. . the development of logic pp. 435-8’443-67

قبله فكان لفريجة تحليلاته الجديدة للقضية: ما هي وأنواعها، وعناصر كل منها، ووظيفة كل عنصر، ثم صياغته لقوانين الاستنباط.

لقد دون فريجة أعماله في كتب ومقالات عدة نذكر أهمها: (١) كتابه التصورات: لغة صورية للفكر الخالص تحاكي لغة علم الحساب ، begriffsschrift eine der Arithmetishen nachgebildete formels prache des reinen Denkens (١٨٧٩)، وضع فيه أسس منطقه الجديد ومحاولة لإقامة اتجاهه اللوجستيقي[١١٢]. (٢) أسس علم الحساب die grundlagen der Arithmetik ر شاملش PNAL SAHP ەيں (١٨٨٤)[١١٣]، وهو محاولة متطورة للاتجاه اللوجستيقى مع نقد مواقف معينة في طبيعة العدد. (٣) القوانين الأساسية لعلم الحساب Die Grundgesetze der كستاني Arithmetik في جزئين نشر الأول عام ١٨٩٣ والثاني ١٩٠٣ وفي الفترة ما بين إخراج هذين الجزئين شعر أن لديه أفكار منطقية أصلية لم يحتويها كتابه الأول، فنشرها في مقالات ثلاث: (٤) الدالة والتصورات uber funktion und Begriff ١٨٩١)، (٥) التصورات والموضوع) uber Begriff und gegenstand ١٨٩٢(٦)المعنى والإشارة uber Sinn und Bedeutung(١٨٩٢)[١١٤]

---

[١١٢]عنوان هذا الكتاب مضلل من وجهين: (١) يوحي بأنه بحث في منطق التصورات، بالرغم من أنه بحث في كل نظريات المنطق، (ب) يوحى بأنه بحث يرد المنطق إلى الحساب، بالرغم من أنه بحث يرد الحساب إلى المنطق.

[١١٣]) لهذا الكتاب ترجمة إنجليزية قام بها Austin بعنوان The foundations of arithmetic

[١١٤]

ح- قد تبدو نظرة بول إلى المنطق معارضة لنظرة فريجة من حيث أن الأولى تجعل المنطق فرعا من الجبر وأن الثانية ترد الحساب إلى المنطق، لكن التعارض ليس حقيقيا، لم ينكر فريجة على بول ما قدمه للمنطق، وإنما أراد أن يخطو بالمنطق خطوات نحو الصورية والإحكام أكثر مما أتى عليه بول؛ أضف إلى ذلك أن بول لم يتناول إلا نظرية واحدة هي نظرية الأصناف، بينما يجعل فريجة هذه النظرية جزءا من كل، يشمل منطقا للقضايا والدالات والعلاقات أيضا وقد يقال أن بيرس وشرويدر بحثا في بعض ما قدمه فريجة مثل رد بعض الأفكار الرياضية إلى أفكار منطقية، وفكرة الأسوار quantifiers، والقضية الوجودية، وبعض مبادىء ما تما! ما روستا رفسنا الاستنباط في القضايا؛ لكن يجب ألا ننسى أن أبحاثهما هذه كانت محصورة في نطاق منطق الأصناف والعلاقات فقط، بينما كان منطق فريجة شاملاً، بالإضافة إلى إشارته إلى كثير من الأخطاء المنطقية التي وقع فيها بيرس وشرويدر؛ ومن ثم يمثل فريجة بحق الحلقة العظمى الثالثة من سلسلة تطوير المنطق الرمزي، ولا عجب إذا وجدنا كواين Quine أحد كبار المناطقة المعاصرين - يجعل عام ١٨٧٩ حدا فاصلا بين منطق قديم ومنطق جديد كان عام نشر فريجة كتابه التصورات[١١٥].

---

[١١٥] هنالك ترجمة إنجليزية للباب الأول من كتابة التصورات ومقالات (الدالة والتصوير). (التصورات والموضوع)، (المعنى والإشارة) ومقالات أخرى، وصدر بعنوان:

Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege, by M. Blak and Peter Geach, Oxford, 2nd ed., 1960

في إشاراتنا المقبلة لهذا الكتاب سنذكر كلمة Translations متبوعة بعنوان الكتاب أو المقالة المترجمة، وصفحة الكتاب المترجم.

د–بالرغم من أن فريجة كان عميقا أصيلا في أفكاره المنطقية فإنه لم يجذب انتباه المناطقة إليه، ذلك لأن لغته الرمزية كانت صعبة الفهم ولقد كان بيانو أول من عرفه بعد خمس عشرة سنة من بعد أن كتب فريجة كتابه المنطقى الأول، حينئذ استفاد بيانو من منطقه وفلسفته الرياضية، كما حاول ابتكار مصطلحه الرمزي للمنطق بحيث استطاع قراء فريجة أن يفهموه إذا ما استخدموا لغة بيانو وأن أول من كشف عن عبقرية فريجة بتفصيل كبير لم يكن بيانو وإنما رسل حين عرفه عام ١٩٠١، وكان بيانو هو الذي أرشده إليه عام ١٩٠٠[١١٦].

٥٠–أخطاء القضية الحملية:

سنجمل منطق فريجه في ثلاثة موضوعات رئيسة: القضية والدالة ، المنطق كنسق استنباطي، المعنى والإشارة؛ سوف نوجز موضوع القضية والدالة على النحو التالي: لقد اكتشف فريجة بعض الأخطاء في تصور المنطق التقليدي للقضية ام الحال ، كا سالن الحملية، كما أشار إلى النقطة المنطقية التي قبلها من المنطق التقليدي في تلك وم بستتي القضية، ودعمها دعما جديدا، حين عرض ما في تصور ذلك المنطق في القضية الحملية من حسنات وعيوب ورأى أن لديه ما يقوله من صور أخرى من القضية غير de son القضية الحملية مثل قضية الهوية والقضية الوجودية، بل وجد لديه تعريفا جديدا للقضية المنطقية وتركيبها

W. V. O. Quine. Methods of Logic. London 1952. Preface vii.

[١١٦] نجد تفصيل صلة رسل بفريجة وبيانو في الفقرة ٦٥ب، حـ

وحين فعل فريجة ذلك، لم يكن يريد أن يصلح المنطق حي فيا فريحة . التقليدي وإنما أراد الثورة عليه، إذ أراد الاستغناء عن لغة الموضوع والمحمول واصطناع لغة الدالة والحجة لكننا سنبدأ بالإشارة إلى الأخطاء التي رأى فريجة أن W lordgezolid out mort solglensit التقليديين وقعوا فيها في أثناء تناولهم للقضية الحملية.

أ- بينما يرى المنطق التقليدي أن الحكم في القضية الحماية موجه إلى الموضوع، يرى فريحة أن الحكم موجه إلى الموضوع والمحمول دون تمييز، مثلما تحول معنى قضية ما من حالة البناء للمعلوم إلى البناء للمجهول، حد القصيتين: (الإفريق هزموا الفرس)، (الفرس هزموا بواسطة الإفريق)، قد يتجه الحكم هنا إلى الإغريق مستندين إلى هزيمتهم للفرس، كما ينحه نفس الحكم إلى الفرس مسندين إليهم هزيمتهم أمام الإغريق، يمكننا أن تجعل الحد الذي يبدأ به قائل النصية أو كاليها هو موضوع الحكم، حيث بريد توجيه الانتباه إليه، لكن ذلك أمر ذالي لا قيمة له في لغة رمزية، ومن ثم رأي فريجة أن التغيير الحاسم بين ما هو موضوع وما هو محمول ليس ضروريا للتفكير في الحكم، وأنه يمكسا إصدار حكم دون ان سند محمولا معينا إلى موضوع معين".[١١٧]

ت- بينما يرى التقليديون أن القضية العملية تضمن حكما أو تقريرا بشيء، يميز فريجة بين عنصرين في القضية محتوى content وتقرير

[117] Translation ,Begriff,p3

Assertion ويميز بعبارة أخرى بين الحمل والتقرير، إذ يمكننا إسناد محمول إلى موضوع دون أن تلتزم بتقرير صدق أو كذب؛ في القضية إذا كان القمر شديد الرودة فحياة الإنسان عليه مستحيلة، إذا أخذنا مقدم تلك القضية أو تاليها وحده، يكون لدينا حمل لا تقرير، أي تكون قد أعلنا فكرة أو مجموعة افكار دون أن تقرر شي [١١٨]–

رأي فريحة أن السور في القضية الحملية جزء من المحمول، وليس مستقلا عنه كما ظن التقليديون المحمول في القضية كل فيلسوف سالم بالمنطق) ليس عبارة (عالم بالمنطق) وإنما كل عالم بالمنطق)، إن المحمول في

القضايا (كل مصرى يتقن العربية) ، (كل مصرى لا يتقن العربية) هو كل العربية)، (كل ..... لا يتقن العربية ([١١٩]).

د – يرى التقليديون أن القضية السالبة لا تصدر حكما جديدا بقدر ما تسلي حكما موجبا، ومن ثم رأوا وظيفة السلب إنكارا لحكم ما، بينما يرى فريحة أن القضية السالبة حكم مستقل بذاته يحمل معنى مستقلا ويمكننا رفضه كالقضية الموجبة تماما. ولو كان السلب عدما لما أمكننا إنكاره، إذا أننا نشكر دائما حكما قائما ويوضح فريحة هذا التمييز بمثالين: إذا لم يكن المتهم في برلين وقت ارتكاب الجريمة لم يكن هو المجرم؛ إذا كان المتهم في روما وقت ارتكاب الجريمة لم يكن هو المحرم لكن المتهم كان في روما وقت ارتكاب الجريمة؛

---

[118] Ibid,pp1-2.64n

[119] Ibid., Negation. pp. 127, 131. P. Geach, Reference and Genarality, N. Y., 1962, p. 58

إذن لم يكن هو المحرم. رأى فريحة أن هذين القياسين الشرطيين المتصلين من صورة منطقية واحدة بالرغم من أن المقدمة الكبرى في الأول تنطوي على سلب وفي الثاني تنطوي على إيجاب ومن جهة أخرى، رأى فريحه أن لا اختلاف بين القضية الموجبة والسالبة من حيث الصورة المنطقية وإنما في محتوى حكم كل منهما فقط؛ فقد رأى فريحة صعوبة في تمييز القضية الموجبة من السالبة، خد أمثلة: (النبي معصوم)، (اللي ليس معصوما)، (النبي معرض للخطا)، نعم نعتبر محتوى القضية سالما إذا حوت القضية أداة السلب لكن من الممكن أن يكون محتوى القضية ساليا دون استخدام أداة سلب " فإذا كنا في سياق الاعتراض على عصمة النبي، كانت القضية (النبي معصوم) سالبة [١٢٠]في

محتواها، وإذا كنا في سياق الاعتقاد بعصمة التي كانت القضية (اللي معرض للخطا) سالية.

هـ – ليس التمييز بين القضية الكلية والجزئية عند فريحة تمييزا بين صورتين منطقيتين مختلفتين وإنما تمييزا بين محتوى الحكم فيهما، في القضيتين (كل إنسان ذكي)، (بعض الناس أذكياء)، لا تقول هذا حكم جزلي وذاك حكم على كلاهما حكم ويقوم الخلاف بينهما في محتوى الحكم فقط سواء وصف الناس كلهم بالذكام أو وصف بعضهم فقط، لكن صورة الحكم واحدة وهي الصورة الحملية".

٥١– اسم العلم والمحمول:

---

[١٢٠] . Translations. Negation, pp. 124-5.

ا- بالرغم من اكتشاف فريحة بعض الأخطاء في تصور المنطق التقليدي للقضية الحملية فقد اتفق مع ذلك المنطق في نقطة أساسية وهي أن اسم العلم إذا دخل في قضية حملية يكون موضوعا دائما ولا يكون محمولا، وهو ما أسماء ارسطو (الجوهر بالمعنى الأولى).([١٢١]) ورأى فريحة أن اسم العلم لا يؤدي وظيفة المحمول، وأن المحمول لن يكون موضوعا لحمل بالمعنى الدقيق حيث يقول فريحة (ان التصور (كما أفهم الكلمة) يقوم بوظيفة المحمول، أما اسم شيء ما – اسم العلم – فإنه عاجز تماما عن استخدامه كمحمول ويبدو أن ذلك يحتاج لتوضيح وإلا كان التمييز باطلا [١٢٢].

حين وضح فريجة هذه النقطة توصل إلى تحليلات جديدة لأنواع أخرى من القضية، إذ اكتشف التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية، وأن

الأولى حملية بالمعنى الدقيق وأن الثانية ليست حملية[١٢٣])؛ واكتشف أيضا نوعين من القضايا لا يوصفان بأنهما حمليتان هما قضية الهوية والقضية الوجودية لقد توصل فريجة بعبارة أخرى إلى أن القضايا الكلية والهوية والوجودية ليست قضايا حملية على الإطلاق.

---

[١٢١] Translations, Begriff, pp. 4-5.

[١٢٢] Translations, Conceptand Object, p. 43.

[١٢٣] وجدنا هذا التمييز عند بيالو، لكننا نلاحظ أن فريحة كاب أمل منه إلى إعلانه التعبير، لأنه بادي سنه في مقال لشر عام ١٨٩٢، بينما اشار يا إله في Notations de Logique Mathematique الذي نشر عام ١٨٩٤ Translations, p. 44n, p.94n.

لقد أقام فريجة التمييزات الآتية بين اسم العلم والمحمول: (١) الوظيفة الأساسية لاسم العلم هي إشارته إلى شيء فردي معين ويسميه (موضوعا object [١٢٤](()، بينما رأى أن الوظيفة الأساسية للمحمول أن يدل على تصور concept ، والتصور هو المعنى العام الذي يندرج تحته أشياء فردية متعددة والخاصة الأساسية لاسم العلم أنه لفظ يؤدي معنى تاما مستقلا دون حاجة إلى لفظ آخر يتمم معناه: (سقراط) اسم علم يعطى معنى تاما مستقلا ، ومعناه هو من يمكن أن التحدث عن شخصيته وأفكاره إذا كنت تعرف الفلسفة الإغريقية: أما الخاصة الأساسية المحمول فهي أنه لا يمكنك استخدامه بمفرده وإنما يحتاج إلى اسم علم ليعطيه عناه: (إنسان) لفظ دلالته في ذاته ناقصة ويحتاج إلى اسم علم المتمم معناه، ومن ثم

[١٢٤] يستخدم فريحه كلمة (موضوع object (لتدل على أنباء عدة الموجود الفردي المولى محمد العدد، قيمة الصدق، المكان، الفترة الزمية الخ، ويربط الوضيح وابه في هذه الخطة الرياضيات حيث يرى أن الأعداد مثلا ليست مجرد رموز من صنع الانسان وإنما هي انها موضوعيتها واستقلالها عن الإنسان، وأن على الإنسان أن يكتشفها وسوف الجاهل ها الموقع الواقعي بالمعنى الأسكولاني الغرامة في العدد وقيمة الصدق الع وقتم هنا فقط موضوع كشى، بشر اله العلما وستترجم object بعبارة وشي، جولى فردى) لا (موضوع حتى لا لخط الكلمة بالموضوع كعنصر في القضية الحملة النظر
Translations, Sense and Reference, p. 61.

لا يقوم الاسم – حيث يسمى شيئا فرديا واحدا – بوظيفة الحمل أي الدلالة على معنى عام، كما أن المحمول لا يقوم بوظيفة الاسم – حيث أنه ليس اسما لشيء فردي واحد"[١٢٥].

الكلمات الدالة على السور في القضية مثل (كل)، (بعض)، (لا) الح لا معنى لها إذا ارتبطت باسم العلم، لكن لها معنى إذا ارتبطت بالمحمول (كل سقراط)، أو (بعض سقراط) عبارات لا معنى لها لأن اسم العلم لا يجرى عليه التبعيض، (لا سفراط) ليس اسم علم لأن اسم العلم لا يسلب، بينما يكون للكلمات الدالة على السور معنى إذا ارتبطت بالمحمول: (ليس سقراط عالما فيزيقيا) تعبير ذو معنى [١٢٦]

٥٢- قضية الهوية:

أ- وحد فريحة في التمييز بين القضية الشخصية singular proposition وقضية الهوية .identity p [١٢٧]أساسا للتمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول نقول عن (الإسكندر قائد عظيم) أو (الزهرة كوكب) أنها قصة شخصية تقول عن (الإسكندر مؤسس مدينة الإسكندرية)، أو (الزهرة هي النجم الصباحي)

---

[125] Geach, Reference and Generality, pp. 178-9. Translations, Concept and Object, p. 48.

[١٢٦] قارن

[127] الم يستخدم فريحة عبارات (قضية شخصية) و(قضية هوية) وإنما الحدث عن الحملة بدرج فيها شيء علاقة مسارا لعي تحت تصور لبعى القضية الشخصية، وعن القضية إلى عرى مام رسل المية الموجة أما تعبيرات رقمية شخصية) ورقه

Translations, p. 44.

أنها قضية هوية: إن القضية الشخصية نوع مالوف عند التقليديين، وكانوا ينظرون إليها على أنها من نفس الصورة المنطقية للقضية الكلية، لكن يرجع الفضل إلى فريجة في أنه أول من أعلن التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية في الصر الحديث، وأن الأولى قضية حملية بالمعنى الدقيق، وأن الكلية ليست حملية على الإطلاق)[١٢٨]. ونلاحظ أن قصية الهوية صورة جديدة من القضايا لم يتناولها التقليديون، وقد فريحة بتحليله أنها ليست قضية حملية.

يبدو أن فريحة يعطى معيارين ليميز بهما القضية الشخصية من قضية الهوية: (١) تدل الرابطة في القضية الشخصية على الحمل، بينما تدل في الثانية على المساواة equality أو الهوية) identity) لا يمكن تغيير مواضع عصري القصية الشخصية دون أن تصبح بلا معنى، بينما يمكن تغيير مواضع عنصرى قضية الهوية دون إخلال بالمعنى، إن المعيار الثاني أكثر المعيارين أهمية. حد القصية (الإسكندر قائد عظيم)، الإسكندر اسم علم وهو موضوع حمل، (قائد عظيم محمول يدل على تصور او معنى عام تتدرج تحته الشخصية المقدونية كما تتدرج تحته غيرها من القادة. أما العبارة (قائد عظيم هو الإسكندر) فإنها ليست قضية حملية على الإطلاق بل تعتبر صيغة رديئة لقضية ما لأن الإسكندر اسم علم يشير إلى شخص فرد ولا يمكن أن يؤدى وظيفة المحمول إذ أن المحمول يدل على معنى عام ولا يسعى فردا: (قائد

---

[١٢٨] ميز بطرس راموس Peter Ramus من عاد في الأوسعي الدي من العمري وعين الماء شخصية واللباس الذي من وست كن امر .A. N. Prior, Fomal Logic, Oxford. 2 ed., 1962. p. 160

عظيم) ليس موضوع حمل لأنه ليس اسما ولا يمكن أن يؤدي وظيفة الموضوع. نعم يمكنك أن تعنى بالعبارة (القائد العظيم هو الإسكندي أن الإسكندر يوصف بأنه أعظم القادة، لكن حين تصبح الصبغة متكلفة القضية حملية وليست طبيعية، إذ أن الحمل الطبيعي ما ينطوي على أن يكون موضوع الحمل سابقا على المحمول ترى مما سبق أن القضية الشخصية تصبح بلا معنى إذا غيرنا مواضع :الموضوع والمحمول لأن اسم العلم لا يؤدى وظيفة المحمول وأن المحمول لي كون موضوع حمل.

--ننتقل إلى قضية الهوية في القضية (الإسكندر مؤسس الإسكندرية) ليس الدينا محمولا ولا موضوع حمل وإنما لدينا اسما علم، فمن الواضح أن (الإسكنس) اسم علم وينظر فريحة إلى مؤسس الإسكندرية، على أنها اسم علم ما دامت تشير إلى فرد واحد معين دون غيره، وأن الرابطة بين حدى قضية الهوية تعبر عن مساواة أو هوية، ومن ثم يمكن تغيير مواضع الحدين ويظل الحكم هو هو، أن القضية مؤسس الإسكندرية هو الإسكندر) تصدر نفس الحكم الذي تصدره القضية الأصلية [١٢٩]" د– تحليله لقضايا الهوية، وصل إلى نقطة جديدة في التصير بين اسم العلم

والمحمول وأعلن أنه بالرغم من أن اسم العلم لا يمكن أن يكون محمولا في قضية فإنه لا يمكن أن يكون جزءا من محمول، خذ قضية الهوية (الزهرة هي

[129] -Translations, Concept and Object. p. 44

الحم الصباحي): رأينا أن القضية (النجم الصباحي هو الزهرة) تساوي القضية الأولى في المعنى وتعبر عن نفس الحكم، لكنا تجد الآن أن القضية والنجم الصباحي ليس إلا الزهرة) تساوي في معناها القضيتين السابقين وتلاحظ أن المحمول في القبة الأخيرة ليس (الزهرة)، وإنما (ليس إلا الزهرة)، وأن هذه العبارة الأخيرة لم تعد أسما لكوكب وإنما تعبير يدل على تصور وإن كان لا يندرج تحته إلا شيء واحد وهو كوكب الزهرة، ومن ثم تصبح القضية (النجم الصباحي ليس إلا الزهرة) قصية حملية

أو شخصية موضوعها (النجم الصباح التصور السابق الإشارة إليه".[١٣٠]

٥٣- القضية الكلية والجزئية والتسوير:

أ- حين ميز فريجة بين اسم العلم والمحمول، أقام تمييزا حاسما بين القضية الشخصية والقضية الكلية، وأعلن أنهما صورتان منطقيتان مختلفان المقصية. وأن الأولى هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق، وأن الثانية ليست حملية على الإطلاق، ذلك لأن موضوع القضية الكلية حد عام يدل على تصور ومن لم يؤدى وظيفة المحمول بالرغم من أنه يتخذ مكان الموضوع وينبغي أن تنظر إلى القضية الكلية على أنها شرطية متصلة، لا حملية؛ إن التعبير الصحيح عن الصبغة كل أهو ب) يكون (إذا كان يوجد شيء ما مما تحمل عليه الخاصة أ يلزم أن تحمل عليه الخاصة ب)؛ ومن ثم فالقراءة الصحيحة للقضية (كل الحيوانات الثديية

[130] Translations, Concept and Object, p. 44.

حيوانات فقرية) هي (إذا كان هـ حيوانا لدنيا فإن هـ حيوان فقرى) (هـ متغير يرمز إلى شيء فردي في الواقع) ونلاحظ [١٣١]أن فريجة ذكر هذه النقطة بوضوح تام في مقال نشر عام ١٨٩٢ ،[١٣٢] لكننا نجد أنه وصل إليها بطريق غير مباشر في سياق تحليله المستفيض لفكرة الشرط conditionality عام ١٨٧٩ (٣) فحين وصل فريحة إلى أن القضية الكلية إنما هي في الحقيقة شرطية متصلة، أدرك أنه لا يتحتم أن تنطوي على تقرير وجودي existential import لأفراد موضوعها كما لا تنطوى القصية (كل إنسان فان) بالضرورة على تقرير وجود الناس في الواقع، وإنما تقرر فقط أنه إذا كان يوجد

شيء ما مما يوصف بالإنسانية فيلزم أن يوصف أيضا بالضاء ووصل فريسة من حية أخرى إلى أن القضية الجزئية تتضمن تقريرا وجوديا واقعيا لأفراد موضوعها ") وتلاحظ أن لينتر وبول قد أدركا هذه النقطة لكن الأول لم يصدق نفسه لمعارضتها لأرسطو وأن الثاني لم يدرك أهميتها الثورية على المنطق التقليدي ".[١٣٣]

ب حين بحث فريحة في القضايا الكلية والجزئية، تناول الور quantifier بالتحليل؛ إذا أعطى المعنى السابق لكلمة (كل)، أي أنها لا تنطوى على تقرير وجودي لأفراد موضوع القضية التي يرد فيها، وأعطى معنى (بعض) التعنى (شيء واحد على الأقل)، وتطوى على تقرير واقعي لأفراد موضوعها، السور عند

[131] Ibid., p. 47. Ibid
[132] ., Begriff. pp. 5-7, 20.
[133] 4) Kneale. The Development of Logic, p. 485.

فريحة نوعان: سور كلي universal quantifier (وهذا التعمير من اصطناع بيرس) ويعبرء برعنه فريجة بالعمومية generality، وسور جزئي أو وجودي existential quantifier ولقد وضع فريحة لكل من النوعين رمرا خاصا مشير إليه فيما بعد، بل وانطلق من هذه الرموز إلى إقامة نظرية منطقية جديدة هي نظرية التوير quantification theory أو نظرية حساب دالات القضايا functional calculus ويعتبر فريحة بحق مؤسس هذه النظرية "[١٣٤]

ولقد سبق لبيرس أن تناول الأسوار ووضع لها رموزا، لكنه كان مهتما فيها بتطوير منطق العلاقات فقط، بينما استخدم فريحة تحليله للأسوار لإقامة مبادىء النظرية المشار إليها، وهي نظرية عربية على بيرس تماما.

٤- القضية الوجودية:

ا – لقد قدم فريجة تمييزا آخر بين اسم العلم والمحمول، حين حلل نوعا آخر من القضايا وتعنى به القضايا الوجودية existential propositions. القضية الوجودية هي ما يكون موضوعها حدا عاما دالا على تصور، ومحمولها جدا دالا على وجود، مثلما نقول (الناس موجودون) أو (الحياد المجنحة موجودة)، وقد أعلن فريجة أن القضية الوجودية إذا كان موضوعها اسم علم فلا معنى لها ولا دلالة فإن القضية (قيصر موجود) ليست صادقة ولا كاذبة وإنما بلا معنى senseless لأننا حين تحمل الوجود على شخص معين ناخذ الوجود بمعنى

[١٣٤] Quine, op. Cit., p. 166.

تقرير وجود واقعي محسوس لذلك الشخص، لكن ما دامت الوظيفة الأساسية لاسم العلم هي أنه يسمى شيئا معينا في الواقع ومن لم يتضمن استخدامنا له وجود مسماه فعلا، فلا معنى اذن لإسناد وجود إليه. ومن جهة أخرى، حين نلسند الوجود إلى حد عام فإننا لا تعنى إلبات وجود واقعي لأفراده وإنما تعنى أن هنالك معنى للتصور الذي يدل عليه استخدام هذا الحد العام، سواء له أمثلة في الواقع أو ليست له أمثلة. خذ القصايا الآلية (الحيوانات التي تمشي على رجلين موجودة)، (الحصن المجنحة موجودة) – تلك قضايا لا تقرر وجودا واقعيا لأفراد موضوعاتها، وإنما تنطوي على أن للموضوع . أو أنه يمكننا تصوره والتفكير فيه .

ب– وتلاحظ أن فريجة في تحليله للقضية الوجودية لم يستخدم الصوراللفظية السابقة مثل: (..... موجود)، وإنما كان يستخدم عبارات مثل: (لا يوجد . (There is.....)؛ (يوجد شيء مما يكون) (..... Something is a، (لا يوجد شيء مما يكون) there is such thing نقول مثلا (يوجد حذر تربيعي واحد على الأقل للعددة)، أو (هنالك حيوانات تمشى على أربع)، لهده القضايا دلالة بمعنى أن الوجود يحمل على أنواع من الأشياء، لكنه لا يحمل على افراد.

لاحظ أنه ليس بالقضية الوجودية موضوع: في التعبير (يوحد .....) فتحدان ما بعده يكون محمولا، لكن (يوجد) هنا هي ذاتها محمولا، ومن ثم فرق فريحة بين محمول من الدرجة الأولى، ومحمول من الدرجة الثانية وكان يسند المحمول من الدرجة الأولى إلى أفراد، ويسند المحمول من الدرجة الثانية إلى محمولات من الدرجة الثانية وإلى محمولات من الدرجة الأولى فحين نقول (من فيلسوف) فإن

(فيلسوف) محمول من الدرجة الأولى، ولكن حين نقول (يوجد فلاسفة) فإن (يوحد) محمول من الدرجة الثانية، أي أن صنف الفلاسفة يمكن التفكير فيهم أو الحديث عنهم .[١٣٥]

٥٥ -الدالة:

أ- لم يبدأ فريحة بناءه المنطقى الضخم بالأفكار السابق ذكرها، وإنما كانت نقطة بدايته تطبيق فكرة الدالة function في الرياضيات على المنطق وحاول كتابة القضية المنطقية بلغة الدالة، وقد احتاج منه ذلك إلى دراسة جديدة لعناصر القصية وأنواع القضايا، ومن ثم كشف عن قضية الهوية والقضية الوجودية والقضية المركبة وأعطى تحليله الجديد للقضية الكلية والقضية الجزئية، وأراد وضع كل صورة من

هده في لغة الدالة لكنه أدرك أنه يحاجة لدراسة تنطوي عليها القضية المركية ومن ثم انطلق إلى وضع أسس منطق الاستباط اي استاط قضية من أخرى ووضع قواعد هذا الاستنباط، مما سوف فيما بعد حساب القصابة) وأدرك ثانيا أنه بحاجة إلى دراسة جديدة للأسوار التي تنطوى عليها القضايا الكلية والحزبية والوجودية، ومن ثم انطلق إلى وضع أسس نظرية جديدة، سميت فيما بعد حساب دالات

---

[135] Translations, Concept and Object, pp. 49-50.

G. E. M. Anscombe and P. Geach, 3 Philosophers: Aristole. Aquinas, Frege. Oxford, 1961, pp. 137-8, 159. P. Geach, ((What actually exists?) in The Aristotelin Society Proceedings, Supplementary Volume, XI II.1968, pp. 7 7-9.

القضايا) وأراد فريحة ثالثا كتابة كل هذه الأنواع من القضايا بعناصرها من حدود ولوايت وأسوار وقواعد استدلال القضايا بلغة الدالة وبذلك ارتفع بالمنطق في صوريته إلى حد بعيد ولم يكتف فريحة تقديم المنطق ومريا سوريا خالصا، وإنما أراد له أن يكون نسقا استنباطيا له أفكاره الله معرفة وتعريفاته ومصادراله التي يجب أن توضع صريحة منذ البدء. كان فريحة هذه التحليلات يرجع إلى المنطق التقليدي ينظر في نظرياته بعين فاحصة ويضع بده على ما فيها من صواب فيدعمه دعما جديدا، وعلى ما بها أخطاء فيشير إليه وحين لعمق في القضية الحملية التقليدية لم يكن يقصد إلى إصلاح المنطق التقليدي وإنما تعمله كان يهدف للاستغناء عنه كما أراد الاستغناء عن لغة الموسوع والمحمول بلغة الدالة ومن لم يعكسا فهم قوله في افتتاحية كتاب اے الطرية للتمييز بين الموضوع والمحمول مكان في طريقي لتناول فريجة في كتابة القضايا بلغة الدالات موضوع النظرة التالية وتقدم لذلك بكلمة عن شرحه للدالة في الرياضيات

إن فكرة الدالة مأخوذة من علم التحليل [١٣٦]، ويعرفها فريحة كما يلي

(افرض أن لدينا رمزا بسيطا أو مركبا في مكان واحد أو أكثر في تعمير ها فاذا تخيلنا إمكان استبدال هذا الرمز بآخر (وأن يكون الرمز الأخير هو هو في كل حالة تقوم فيها بعملية الاستبدال) في مكان أو أكثر، فإن الجزء من التعبير الذي

[١٣٦١٣٦] Translations. Begriff, p. 2.

يظل باقيا في حالة الاستبدال نسميه (دالة) والجزء الذي يمكن استبداله نسميه (حجة الدالة) argument of the function[١٣٧])

خد التعبير الآتي: اس + س: الدالة هي ما يبقى في التعبير بعد استبعاد السيئات أي " ( ) + ( )" والحجة هي ما يوضع في المكان الحالي، يمكن للحجة أن تكون غير محددة كما هو الحال في المثال السابق، كما يمكن أن تكون الحجة محددة، وحينئذ تسمى الحجة المحددة (قيمة الدالة لحجة ما) the value of a function for an argument. مثال على الحجة المحددة للدالة السابقة: ٢(١) +٣١، ٢ (٤) + ٤ =٣٦، فنقول أن العدد ٣ قيمة للدالة ٢س + س للحجة١ والعدد ٣٦ قيمة نفس الدالة للحجة ٤ وقد يكون لدينا دالة واحدة لتؤلف مع حجج مختلفة أعدادا مختلفة كالتعبير السابق، وقد يكون هنالك دالات مختلفة لتمثل قيمة واحدة مثل:

خد الدالة س وافرض أني استبدلت بالمتغيرس حججا مختلفة سوف احصل على قيم مختلفة مثل: (١)' = t،)١= (١)13= (ملاحظ أن الدالتين الأولى والثانية صادقتان، أما الدالة الثالثة فإن قيمتها كاذبة، يدخل فريحة هنا عبارة قيمة صدق) truth-value، وهي الحكم على دالة ما بالصدق إن كانت صادقة وبالكذب إن

[١٣٧] Translations, Begriff, p. 13. 149

كانت كاذبة ومن ثم يقول أن قيمة الدالة قيمة صدق)، نقول عن ن الدالة (٢) = أن قيمة صدقي الدالة (١)' =! ان الكذب.[١٣٨]"

د- وصل فريجة من تحديده للدالة في الرياضة إلى أنها (ناقصة incomplete أو غير مشبعةunsaturated (، لأنها تحوى مكانا حاليا وتصبح تعبيرا تاما إذا ملأنا المكان الخالي بحجة محددة، وفي ذلك يقول فريحة: أنا مهتم بيان أن الحجة لا تتعلق بالدالة وإنما ترتبط بها لتؤلف كلا واحدا لأن الدالة في ذاتها يجب أن تكون ناقصة في حاجة إلى إتمام، أو أنها غير مشبعة، ومن هذه الحية تختلف الدالات اختلافا أساسيا عن الأعداد.[١٣٩]

-الدالة والقضية:

فريجة أول من طبق الكرة الدالة الرياضية في المنطق " [١٤٠]، إذ رأى أنه يمكننا النظر إلى القضية، لا على أنها مؤلفة من محصول وموضوع، وإنما من دالة وحجتها ولقد ربط فريجة بين المحمول والدالة فكيف تم له ذلك لقد سبق له أن ربط الدالة بقيمة الصدق حين رأى أن بالدالة مكانا حاليا إذا ملأناه بحجة، يصبح للدالة قيمة صدق، ومن جهة أخرى ربط المحمول بقيمة الصدق لكنه لم يوضح بطريق

---

[138] Ibdid , p 28

[139] Iid,p24

[١٤٠] لقد وصل بيانو إلى فكرة تطبيق الدالة الرياضية في المنطق لإمكان اشتقاق أصول الحساب من ماله منطقية، مما سجله في كتابه "المصطلح الرمزي للمنطق الرياضي الذي نشر عام ١٨٩٤ بينما الحل فريمه هذا التطبيق منذ عام ١٨٧٩م دون أن يعرف و ذلك إلا بعد خمسة عشر عاما ومية الشريعة فصل السل إلى هذه الفكرة لارت .D Mitchell, Introduction to Logic, London, 2 ed., 1962, p. 77

مباشر وجه الربط ومن اليسير أن تجد تفسيرا لهذا الربط: إذا قلنا أن القضية تعبير يحتمل الصدق أو الكذب، التجد أنت الصدق أو الكذب قائما في أن المحمول يسند إلى الموضوع إيجابا (صدقا) أو سلبا (كيا) ومن ثم فالمحمول هو الذي يحدد صدق القضية أو كذبها، ولقد ربط فريحة إذن الدالة بقيمة الصدق كما ربط قيمة الصدق بالمحمول، ومن ثم ربط الدالة بالمحمول ولقد استطاع فريحة حيد أن يعرف القضية بانها (دالة مكتملة) [١٤١] a completed functional expression" و يقصد بذلك أن القضية تتألف من جزءين : جزء تام في ذاته وهو الموضوع أن كان اسم علم وتسميه الحجة ناقص وهو المحمول وتسميه الدالة، خذ مثالا: (عمرو فتح مصر): (..... فتح مصر) دالة، (عمرو) حجة، (فتح مصر وحدها تعبير ناقص في حاجة إلى إتمام، ويتم حين تملأ الفراغ باسم، فإذا ملانا الفراع أمكننا الحديث عن قيمة صدق الدالة.

أدت هذه النظرة إلى القضية إلى رفض التمييز التقليدي بين الموضوع والمحمول في القضية، لقد رأى التقليديون أن الحكم في القضية الحملية منصب على الموضوع، ورأى فريجة أن الحكم منصب على الموضوع أو على المحمول بلا تمييز، ومن ثم يمكن النظر إلى أي من جزئي القضية على أنه موضوع او محمول خذ مثالا: في القضية (بروتس قتل قيصر يمكن اعشار (قل قصر) دالة. .. و(پروتس) حجة، بحيث يمكن تغيير هذه الحجة باسم آخر مع بقاء نفس الدالة

[141] G. E. M. Anscombe, An Introduction to Wittgenstein's Tractatus, London, 1959, p. 103.

كان نقول مثلا (كايوس قتل قيصر)، وحيننذ تحكم على الدالة الأولى بالصدق، وعلى الدالة الثانية بالكذب ويمكننا اعتبار (بروتس قتل) دالة، والبصر) صحة في القضية (بروتس قتل قيصر)، ويمكننا أن نحتفظ بالدالة الجديدة وبالي بحجة محضة

حين نقول أن (بروتس قتل) هي الدالة فإننا نعنى إستاد ارتكاب برولس جريمة القتل، وأن قيصر هو موضوع هذا الإسناد، أو الحجة، ولئن سألت فرحة اذا جينا أي عنصري القضية دالة أو حجة بلا تعير، فقد لا تعرف أيهما أسند إلى ماذا يجيب فريحة إنه لا معنى لهذا السؤال، مثلما تقول عن التعبير (٣٠٣) هل العدد ٢ هو الذي أصيف إلى العدد ٣ أم العدد ٣ هو الذي أصيف إلى العدد "[١٤٢] وتلاحظ أخيرا أن هذه النظرة إلى القضية لا تتعارض مع تغيير فريح مي اب والمحمول، لأنه قال إنه بالرغم من أن الاسم لن يكون محصولا، فإنه داد يكون جزءا من المحمول وأضف إلى ذلك أنه لا زال التمير بين الموضوع والمحمول أهمية كبرى في صياغة القصية بلغة الدالة لأنه الشخصية والقضية الكلية.

[142] Anscombe and Geach, 3 Philosophers ect. P. 151.