خواص المادة+كهرباء+مغناطيسية

اعداد

دكتور/ أبوالوفا أبوالمعارف محمد سالم

كلية العلوم

قسم الفيزياء

العام الجامعي

2023/2022

الباب الأول

الوحدات والأبعـــــــــاد

Units and Dimensions

١-١قياس الأشياء:

إن الفيزياء مبنية على القياس، ما هي الفترة الزمنية بين نبضتين في هذا العداد ؟ ما هي درجة حرارة السائل في هذا الإناء ؟ ما هو الطول الموحي لهذا الضوء من هذا الليزر؟ ما هي شدة التيار الكهربائي في هذا السلك ؟ وتستمر الأسئلة.

نبدأ – بمشيئة الله تعالى– بكيفية قياس الكميات الفيزيائية بواسطة القوانين الفيزيائية المعبرة عنها. فمن بين هذه الكميات: الطول، الزمن، الكتلة، درجة الحرارة، الضغط، المقاومة الكهربائية. قد نستخدم كثير من هذه الكميات في حديثنا اليومي، فنقول – مثلاً – " سأمشي مسافة ما لمساعدتك ما دمت لا تضغط عليَّ ". وكلمات مثل مسافة، ضغط - في الفيزياء – لها معناً محدوداً، ويجب ألا نخلط بينها وبين تلك المستخدمة في حياتنا اليومية.

١- ٢ النظام العالمي للوحدات (S.I - system international units)

في عام ١٩٧١ م في المؤتمر العام الرابع عشر للقياسات والأوزان اتفق على سبع كميات كوحدات أساسية تمثل النظام العالمي للوحدات ويختصر بـ (S.I) هذه الكميات هي الطول (Length) ، الكتلة (Mass) ، الزمن (Time) ، التيار الكهربائي (Electric current) ، درجة الحرارة (Temperature) ، كمية المادة (amount of substance)، شدة الإضاءة (Luminous intensity) انظر الجدول ١-١. وتقسم وحدات الكميات الفيزيائية إلى :

١) وحدات أساسية (Basic units)

٢) وحدات مشتقة (Derived units)

جدول ١-١: وحدات **S.I** الأساسية

Quantity الكمية	Name of unit الاسم	Symbol
Length الطول	Meter متر	m
Mass الكتلة	Kilogram كيلوجرام	kg
Time الزمن	Second ثانية	s
Electric current التيار الكهربائي	Ampere أمبير	A
Temperature درجة الحرارة	Kelvin كلفن	K
Amount of substance كمية المادة	Mole مول	mol
Luminous intensity شدة الإضاءة	Candela شمعة	cd

١) الوحدات الأساسية: وهي الطول (L) ويقاس بالمتر (m) ، الكتلة (M) وتقاس بالكيلوجرام (kg) ، الزمن (T) ويقاس بالثانية (s)

٢) الوحدات المشتقة: وهي الوحدات التي يعبر عنها بدلالة الكميات الأساسية وتشتق

منها. فعلى سبيل المثال ، الوحدة الدولية للقدرة هي الوات (W) وتعرف بدلالة الوحدات الأساسية كما يلي:

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ W} = 1 \text{ kg .m}^2 \text{ s}^{-3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1\text{-}1)$$

* وللتعبير عن الأرقام الكبيرة جداً ، وكذلك الصغيرة جداً فإننا دائماً نستخدم الرموز العلمية فمثلاً الرقم

$$3{,}560{,}000{,}000 \text{ m} = 3.56 \times 10^9 \text{ m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1\text{-}2)$$

والرقم

$$0.000\ 000\ 492 \text{ s} = 4.92 \times 10^{-7} \text{ s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1\text{-}3)$$

- يجب عليك أن تراجع هذه التعبيرات ويجب عليك التأكد منها – والتأكد من قدرتك على استخدامها بسهولة على الورق وفي الآلة الحاسبة.
- شيء آخر يجب أن تتعلمه عند استخدامك للأعداد الكبيرة جداً والصغيرة جداً وهو أننا – دائماً - نستخدم رموز مضاعفات وكسور الكميات الموجودة في الجدول (١-٢) . إذن يمكننا التعبير عن القدرة الكهربية – مثلاً – بـ :

$$1.27 \times 10^{9} \text{ Watts} = 1.27 \text{ Giga-Watts} = 1.27 \text{ GW} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1\text{-}4)$$

والتعبير عن زمن معين بـ :

$$2.35 \times 10^{-9} \text{ second} = 2.35 \text{ nano-seconds} = 2.35 \text{ ns} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1\text{-}5)$$

<u>جدول **(1-2)** : رموز مضاعفات وكسور الأعداد في النظام **(S.I)**</u>

Power	Prefix	Abbreviation	Power	Prefix	Abbreviation
10^{18}	exa-	E	10^{-18}	atto-	a
10^{15}	peta-	P	10^{-15}	femto-	f
10^{12}	tera-	T	10^{-12}	pico-	p
10^{9}	giga-	G	10^{-9}	nano-	n
10^{6}	mega-	M	10^{-6}	micro-	μ
10^{3}	kilo-	k	10^{-3}	milli-	m
10^{2}	hector-	h	10^{-2}	centi-	c
10^{1}	deka-	Da	10^{-1}	deci-	d

- الطــول**Length**

لقد اتفق منذ فترة طويلة أن المعيار الدولي للطول هو قضيب مصنوع من سبيكة من البلاتين والإيريديوم يسمى المتر المعياري محفوظ قي المكتب الدولي للموازين والمقاييس بالقرب من باريس بفرنسا. وأخيراً في عام ١٩٨٣ اتفق على اتخاذ سرعة الضوء في الفراغ وسيلة لتحديد طول المتر العياري على أنه يساوي (1/ 299792458) من المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ في ثانية واحدة وذلك لأن سرعة انتشار الضوء في الفراغ كمية فيزيائية ثابتة، وهذا يكافئ قولنا أن سرعة الضوء c هي بالتمام

$c = 299,792,458$ m/sويرمز لبعد الطول في القوانين الفيزيائية بالرمز (L) وللمتر بالرمز (m) . الجدول ١-٣ يعطي بعض المسافات بالمتر

<u>جدول ١-٣ : بعض المسافات المقاسة</u>

المسافة**Length**	متر **(m)**
إلى أبعد كوازار (نجم نابض)	2×10^{26}
إلى مجرة أندرو ميدا	2×10^{22}
إلى أقرب نجم	2×10^{16}
إلى أبعد كوكب (بلوتو)	2×10^{12}
نصف قطر الأرض	2×10^{6}
ارتفاع جبال إيفريست	2×10^{3}
سمك هذه الورقة	2×10^{-4}
طول موجة ضوئية	2×10^{-7}
حيز فيروس	2×10^{-8}
نصف قطر ذرة الهيدروجين	2×10^{-11}
نصف قطر البروتون	2×10^{-15}

- الزمــن**Time**

في حياتنا العامة وبعض الأغراض العلمية نـحتاج إلى معرفة الوقت حتى نستطيع ترتيب الأحداث. وفي كثير من الأعمال العلمية المعروفة نريد معرفة الوقت الذي استمر فيه حدث معين. إذن فأي مقياس للزمن يجب أن يجيب على الأسئلة : " عند أي وقت حدث هذا ؟ " " وما هي الفترة الزمنية التي استغرقها هذا الحدث ؟ ". إن الجدول ١-٣ يوضح قيم بعض الفترات الزمنية.

وللحصول على معيار أفضل للزمناستخدمت الساعات الذرية في عديد من الدول وهذه الساعات مبنية على الترددات الخاصة لنظير السيزيوم-١٣٣ (cesium-133) . ولقد اتفق في المؤتمر العام الثالث عشر للقياسات والأوزان عام ١٩٦٧ على اعتبار المعيار الآتي للزمن (الثانية): الثانية هي فترة ٩,١٩٢,٦٣١,٧٧٠ ذبذبة للضوء (بطول موجي معين) المنبعث من ذرة السيزيوم-١٣٣ .

جدول ١-٤ : بعض الفترات الزمنية

الفترة الزمنيــة	ثانيـــة (s)
فترة عمر البروتون	$\sim 10^{39}$
عمر الكون	5×10^{17}
عمر هرم خوفو	1×10^{11}
عمر الإنسان على الأرض	2×10^{9}
طول اليوم	9×10^{4}
الفترة الزمنية بين دقتين للقلب	8×10^{-1}
الفترة الزمنية بين اهتزازتين لشوكة رنانة	3×10^{-3}
فترة عمر الميون(جسيم أولي)	2×10^{-6}
فترة أقصر نبضة ضوئية مختبرية	1×10^{-15}
فترة عمر معظم الجسيمات المشعة	$\sim 10^{-23}$
زمن بلانك*	$\sim 10^{-43}$

*هذا هو أقدم زمن بعد الانفجار العظيم ومن بعده يمكن تطبيق قوانين الفيزياء كما نعرفها.

❖ ملاحظة: إن ساعتين من السيزيوم قد تعمل لمدة ٦٠٠٠ عام قبل أن تختلف قراءتهما بمقدار ثانية واحدة. هذا ويرمز لبعد الزمن بالرمز (T).

مثال ١-١:

لقد اقترح إسحاق أزيموف وحدة زمن تعتمد على أكبر سرعة معروفة وأقل مسافة مقاسة، إنه (ضوء-فيرمي) light-fermi وهو الزمن الذي يقطعه الضوء لمسافة = ١ فيرمي (1 femi) .

$1 \text{ fermi} = 1 \text{ femto} = 10^{-15}$ m

أ) ما هي فترة زمن (الضوء – فيرمي) ؟

نوجد هذا الزمن عن طريق قسمة مسافة واحد فيرمي على سرعة الضوء c وتساوي 3×10^{8} m/s

Then ***light Fermi = 1 femtometer/c***

$$= 10^{-15} \text{ m} / 3 \times 10^{8} \text{ m/s} = 3.33 \times 10^{-24} \text{ s}$$

لاحظ أن الجدول ١-٤ يوضح أن أكبر جسيم أولي مشع معروف حتى الآن متوسط عمره يساوي (10^{-23} s) قبل أن يضمحل. يمكننا – إذن – القول أن متوسط عمر هذا الجسيم حوالي
(~ 3 light -Fermi).

ب) السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء في سنة. إنها ليست زمن ولكنها مسافة. فكم تكون المسافة التي يقطعها الضوء في سنة؟

$$1 \text{ light-year} = c \cdot t = (3 \times 10^{8} \text{ m/s}).(3.16 \times 10^{7} \text{ s})$$
$$= 9.48 \times 10^{15} \text{ m}$$

لاحظ أن الجدول ١-٤ يوضح أن أقرب نجم لنا يبعد حوالي ($\sim 4 \times 10^{16}$ m) إنه - إذن –يبعد عنا مسافة تساوي (٤.٢) سنة ضوئية. إن الضوء المنبعث من هذا النجم يصل إلى عينيك الآن وقد انبعث من النجم منذ ٤.٢ سنة !! – هل تخيلت ذلك ؟

- ## الكتلــة **Mass**

إن الوحدة العالمية للكتلة هي سبيكة اسطوانية من البلاتين والإيريديوم محفوظة في مكتب المعايرة والمقاييس بالقرب من باريس. وهذه الوحدة تمثل واحد كيلوجرام ويوجد منها نسخ دقيقة في عديد من دول العالم المختلفة.

هناك وحدة قياس أخرى للكتلة وتستخدم في قياس كتلة الذرات. هذه الوحدة هي وحدة الكتل الذرية ($\boldsymbol{u}$) ووضعت على أساس أن كتلة ذرة الكربون (١٢) تساوي(12 $\boldsymbol{u}$). وترتبط وحدة الكتل الذرية ($\boldsymbol{u}$) بالكيلوجرام بالعلاقة :

$$1\, u = 1.6605402 \times 10^{-27}\, kg \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1\text{-}6)$$

هذا ويرمز لبعد الكتلة بالرمز (M).

<u>جدول **١-٥** : بعض كتل الأشياء</u>

الكتلة	كيلوجرام(kg)
الكون المرئي	$\sim 10^{52}$

مجرة درب التبانة	$\sim 10^{42}$
الشمس	2×10^{30}
الأرض	6×10^{24}
القمر	7×10^{22}
سمكة القرش	3×10^{2}
الإنسان	7×10^{1}
ضفدع	1×10^{-1}
ناموسة	1×10^{-5}
البكتيريا	1×10^{-15}
ذرة الهيدروجين	1.67×10^{-27}
الإلكترون	9.11×10^{-31}

١- ٣أهمية الوحدات والأبعاد:

تستخدم الوحدات والأبعاد في : ١- إثبات صحة المعادلات الفيزيائية. ٢- استنتاج القوانين الفيزيائية . ٣- استنتاج الوحدات المجهولة.

مثال ١-٢:

اثبت – باستخدام الوحدات والأبعاد – صحة العلاقة التالية:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

حيث T الزمن الدوري للبندول البسيط ، L طول البندول ، g عجلة الجاذبية الأرضية.

لإثبات صحة العلاقة – باستخدام الوحدات والأبعاد – نوجد أبعاد كل طرف :

أبعاد الطرف الأيسر = T

أبعاد الطرف الأيمن =

$$(L/LT^{-2})^{1/2} = T$$

أي أن أبعاد الطرف الأيسر = أبعاد الطرف الأيمن. إذن العلاقة السابقة صحيحة.

مثــال ١-٣:

باستخدام الوحدات والأبعاد – استنتج العلاقة بين زمن دورة بندول بسيط (T) وطوله (L) إذا علمت أن T تعتمد فقط على عجلة الجاذبية الأرضية (g) وطول البندول (L).

Since $T = k\,L^a g^b T \propto L^a g^b$

حيث k ثابت ليس له وحدة. والمطلوب إيجاد قيمة كل من a , b

$$T = k(L)^a (LT^{-2})^b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1\text{-}7)$$

بمساواة أبعاد الطرفين: أبعاد الزمن $1 = -2b \;, b = -1/2$

أبعاد الطول $0 = a + b \,,\; a = -b = ½$

بالتعويض في المعادلة (1-7)

$$T = k(L)^{1/2}(LT^{-2})^{-1/2}$$

ووجد عملياً أن $k = 2\pi$ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

وهو المطلوب

مثــال ١-٤ :

باستخدام الوحدات والأبعاد أوجد وحدة معامل اللزوجة η الذي يعطى بالعلاقة:

$$\eta = \frac{F}{A\dfrac{\Delta v}{\Delta x}}$$

F = القوة ، Δv = التغير في السرعة ، Δx = المسافة ، A = المساحة.

أبعاد القوة = MLT^{-2} ، أبعاد المساحة = L^2 ،أبعاد المسافة = L ،أبعاد السرعة= LT^{-1}

$$\eta = \frac{MLT^{-2}}{L^2(L/TL)}$$

$$\eta = ML^{-1}T^{-1}$$
$$= kg/m\ s$$

وهو المطلوب

❖ لاحظ أن :

١- يجب أن تكون الكميات المجموعة أو المطروحة لها نفس الوحدات وهي نفس وحدة حاصل الجمع أو الطرح.

٢- في أي معادلة فيزيائية يجب مراعاة تساوي وحدات طرفي المعادلة.

٣- الأرقام والنسب لا وحدة لها.

تماريـن

١- الميكروميتر = $(10^{-6}\,m = 1\mu m)$ يسمى دائماً الميكرون.

أ) كم ميكرون في الكيلومتر الواحد ؟

ب) ما هو جزء السنتيميتر الذي يساوي $(1\mu m)$ ؟

٢- الأرض تقريباً كرة نصف قطرها = $(6.37\times10^{6}\,m)$.

أ) ما هو قطر الأرض بالكيلومتر ؟ ب) ما هي مساحتها بالكيلومتر المربع ؟

ب) ما هو حجم الكرة الأرضية بالكيلومتر المكعب ؟

٣- القارة القطبية الجنوبية (الأنتراكتيكا) شبه دائرة نصف قطرها (2000 km). إذا كان متوسط سمك الثلج المغطى لهذه القارة 3000 m فما هو حجم الجليد المغطى للأنتراكتيكا بالسنتيمتر المكعب. (أهمل انحناء الأرض)

٤- عبر عن سرعة الضوء (3×10^{8} m/s) بالمليميتر لكل ميكروثانية.

٥- لقد أشار فيرمي مرة أن زمن المحاضرات المثالي هو ٥٠ دقيقة للمحاضرة وهو يساوي واحد ميكروقرن (1 micro-century) فكم يساوي الميكروقرن بالدقائق؟

٦- ما هو عدد الثواني في السنة الميلادية ؟ (السنة = ٣٦٥.٢٥ يوماً).

٧- إذا كانت الوحدة الفلكية (Au) هي متوسط المسافة بين الأرض والشمس وتساوي ١٥٠,٠٠٠,٠٠٠ كيلومتر ، وسرعة الضوء تساوي 3×10^8 m/s فما هي سرعة الضوء بالوحدات الفلكية لكل دقيقة (Au/min) ؟

٨- ما هو عدد ذرات الهيدوجين الموجودة في واحد كيلوجرام من الهيدروجين ؟

٩- جزيء الماء (H_2O) يحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة من الأكسوجين ، وكتلة ذرة الهيدروجين 1u) = (وكتلة ذرة الأكسوجين= (16u) تقريباً.

أ) ما هي كتلة جزيء الماء بالكيلوجرام ؟ ب) ما هو عدد جزيئات الماء الموجودة في محيطات العالم ؟

[كتلة ماء المحيطات = 1.4×10^{21} kg] .

١٠- إذا كانت كتلة الأرض = (5.98×10^{24} kg) ومتوسط كتلة الذرات المكونة للأرض (40 u) فما هو عدد الذرات الموجودة في الكرة الأرضية؟

١١- أ) إذا كانت كثافة الماء = (1 g/cm^3) فما هي كثافة الماء بوحدة الكيلوغرام لكل متر^٣ ؟

ب) وبفرض أن خزاناً به 5700 m^3 من الماء يحتاج إلى زمن قدره 10 h لتصريفه. فما هو معدل انسياب الماء بالكيلوغرام لكل ثانية؟

١٢- أي من العلاقات الآتية أبعاده صحيحة ؟

أ) $v_f = v_i + ax$ ب) $y = (2\ m)\cos(kx)$, where $k = 2\ m^{-1}$

الباب الثاني

المتجهـــات
Vectors

يعتبر علم الميكانيكا من العلوم الأساسية التي ينبغي للفيزيائي أن يعرفها جيدا حتى يتسنى له فهم الفروع الأخرى في الفيزياء فهماً جيداً. فالمفاهيم مثل الطاقة وكمية الحركة ضرورية وتشكل حجر الزاوية في معظم فروع الفيزياء. ولاستيعاب هذه المفاهيم وغيرها فإنه يتعين علينا في البداية دراسة " اللغة " التي تمكننا من الإلمام بهذه المفاهيم ودراستها دراسة وافية. هذه اللغة هي لغة " المتجهات " . سوف نجد أنه باستخدام المتجهات فإنه يمكن كتابة قوانين الفيزياء في صورة مبسطة ومختزلة. وكمثال على ذلك خذ قانون نيوتن الثاني والذي يمكن كتابته على الصورة:

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_x &= m\vec{a}_x \\ \vec{F}_y &= m\vec{a}_y \\ \vec{F}_z &= m\vec{a}_z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2\text{-}1)$$

حيث تشير $\vec{F}_x$ إلى القوة باتجاه x على جسم كتلته m فتكسبه تسارعاً في اتجاه x مقداره a_x . الآن – باستخدام المتجهات سوف نجد أنه يمكن اختزال تلك المعادلات الثلاث إلى المعادلة :

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2\text{-}2)$$

حيث يشير الرمز " $\rightarrow$ "إلى أن الكمية ***F*** متجهة، وتربط $\vec{F}$ بالكميات المبينة في العلاقات (2-1) على الشكل التالي:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

وتسمى كل من $\vec{F}_x, \vec{F}_y, \vec{F}_z$ بمركبات القوة في اتجاه x , y , z على التوالي. كذلك فإن التسارع $\vec{a}$ يكتب على الشكل :

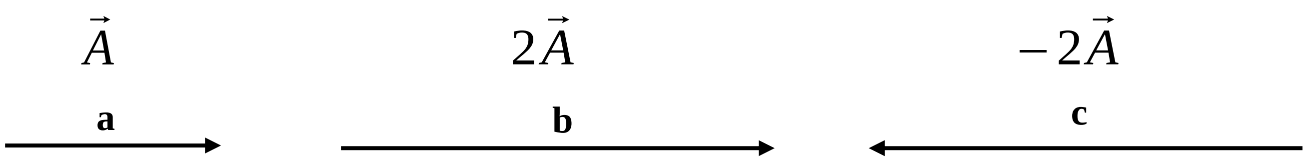
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$

حيث $\vec{a}_x, \vec{a}_y, \vec{a}_z$ هي مركبات التسارع باتجاه x , y , z وسنتعرض – إن شاء الله – لموضوع مركبات المتجه بالتفصيل فيما بعد. وتعرف الكميات القياسية والكميات المتجهة عل النحو التالي:

الكمية القياسية**(Scalar Quantity)** : هي كمية لها مقدار فقط، أي إذا أردنا وصف كمية قياسية فإنه يلزمنا تحديد مقدارها فقط مثل الطول و الكثافة و الزمن و درجة الحرارة.☺

الكميات المتجهة**(Vector Quantity)**:هي الكمية التي تحتاج لتحديدها إلى معرفة مقدارها واتجاهها وتخضع لما يسمى " بقانون جمع المتجهات " مثال ذلك السرعة ، القوة ، التسارع ، شدة مجال الجاذبية والكهربائي والمغناطيسي ($\vec{B}, \vec{E}, \vec{g}$) وهكذا .

سوف نرمز لكمية متجهة بالرمز $\vec{A}$ (الشكل 2-1a)حيث يشير السهم إلى أن الكمية A متجهة [بعض الكتب تستخدم رموزاً أخرى مثل $\underline{A}$ $\mathbf{A}$ **]**,كما نرمز لمقدار المتجهة بالرمز A بدون سهم (أو $|\vec{A}|$حيث | | هي القيمة المطلقة للمتجه $\vec{A}$) ويسمى المتجه $\vec{A}$ متجه وحده إذا كان مقداره يساوي الوحدة (أي ١). وإذا فرضنا أن المتجه $\vec{A}$ضرب في كمية مقياسيه α فإن النتيجة عبارة عن متجه آخر $\alpha\ \vec{A}$ مقداره $|\alpha| \cdot \vec{A}$ واتجاهه هو نفس اتجاه $\vec{A}$ إذا كانت α موجبه ، وعكس اتجاه $\vec{A}$ إذا كانت α سالبة. فمثلاً إذا كانت $\alpha = 2$ فإن النتيجة هي $\vec{A}\ \alpha\ \vec{A}$ =2 كما في الشكل (2-1b) وإذا كانت $\alpha =- 2$ فإن $\vec{A}\ \alpha\ \vec{A}$ =2- ويمثلها الشكل (2-1c).

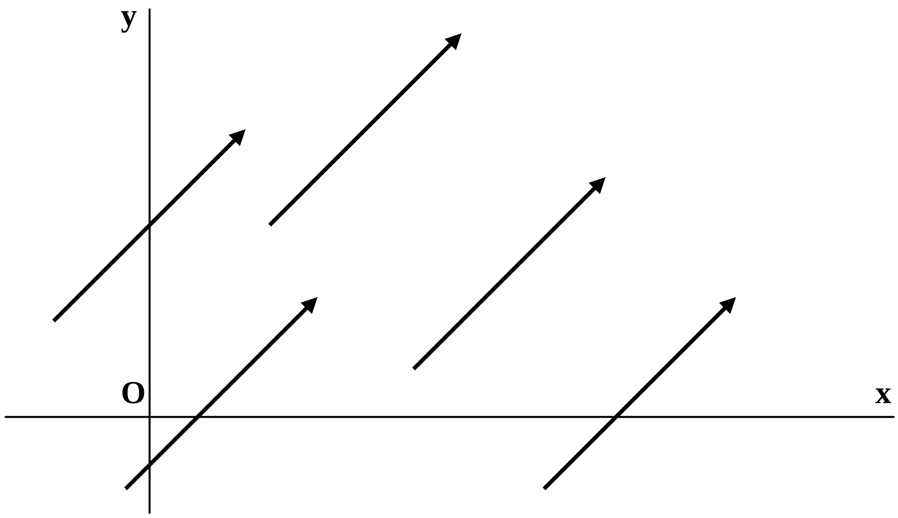


شكل (2-1)(a)**:** تمثيل المتجه $\vec{A}$ **(b)** المتجه $\vec{A}$ مضروباً في المقدار**(c)** 2 المتجه $\vec{A}$ مضروباً في **2-**

1-2بعض خواص المتجهات **[Some Properties of Vectors]**

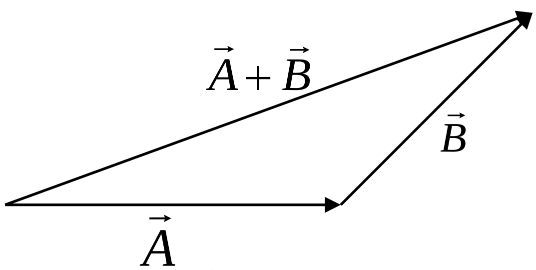
بعد تعريف المتجهات نستعرض الآن بعض خواص المتجهات:

تساوي متجهين **Equality of two vectors:** يكونالمتجهان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ متساويين لو أن لهما نفس الوحدة و المقدار و نفس الاتجاه. أي أن $\vec{B}$ $\vec{A}$ = لو أن $A = B$وأن $\vec{A}$ و $\vec{B}$ لهما نفس الاتجاه. على سبيل المثال ، فكل المتجهات في الشكل (2-2) متساوية رغم أنها تختلف في البدايات. إن هذه الخاصية تسمح لنا بنقل المتجهات المتوازية والمتساوية في الطول (المقدار) دون المساس بالمتجه نفسه.



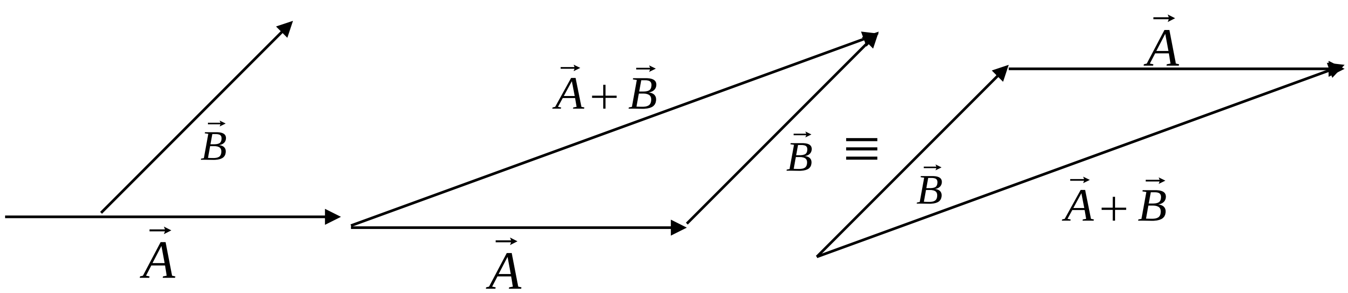
شكل(2-2) المتجهات الخمسة كلها متساوية لأن لها نفس المقدار والاتجاه

الجمع :**Addition**المتجه $\vec{A}$ يمكن تمثيله هندسياً بخط نهايته سهم. طول الخط يمثل طول (أو مقدار) هذا المتجه واتجاه السهم يمثل اتجاهه. وإذا أردنا
جمع متجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ فإننا نرسم المتجه $\vec{A}$
هندسياً ونرسم المتجه $\vec{B}$ بحيث تكون بدايته
تنطبق على نهاية $\vec{A}$. فيكون الخط الواصل
بين بداية $\vec{A}$ ونهاية $\vec{B}$ هو حاصل جمع $\vec{A}$ و $\vec{B}$.



شكل (2-3) جمعمتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$

خواص الجمع : إذا كان لدينا ثلاث متجهات $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ ، $\vec{C}$فإن :



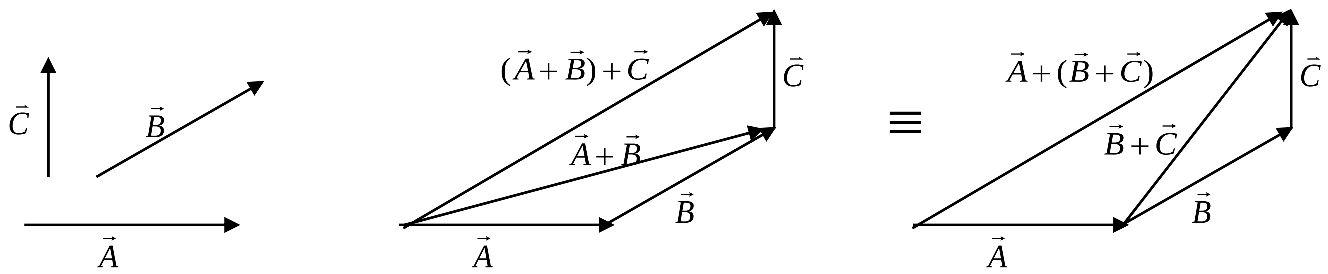
شكل (2-4) يوضح الخاصية التبديلية

$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$ ………………(2-3) (خاصة تبديليه commutative

($\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}$ (خاصية التوزيع associative)

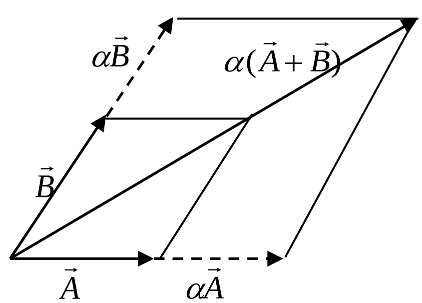
$\alpha(\vec{A}+\vec{B})=\alpha\vec{B}+\alpha\vec{A}$ (2-4)…………

حيث α كمية قياسية. ويمكن تمثيل الجزء الأول من المعادلة (2–4) كما بالشكل (2–5).



شكل (2-5) يوضح الخاصية التوزيع $\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}$

أما الشق الثاني من المعادلة (2-4) فتمثل بالشكل (2-6).

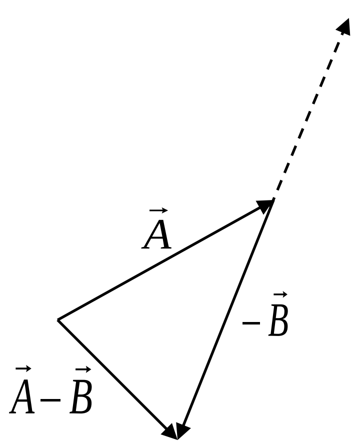


شكل (2-6) يوضح الخاصية التوزيع

$\alpha(\vec{A}+\vec{B})=\alpha\vec{A}+\alpha\vec{B}$

الطرح **Subtraction:** يمكننا تعريف عملية الطرح $\vec{A}-\vec{B}$ على أنها إضافة المتجه $\vec{A}$ إلى المتجه $-\vec{B}$ أي أن :

$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$ …………………………..(2-5)



شكل (2-7) تعرف عملية الطرح على أنها

$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$

الضرب: Multiplication

أ) الضرب القياسي:**Scalar product** يسمى أحياناً بالضرب النقطي ويعرف الضرب القياسي لمتجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ بأنه عدد نحصل عليه بضرب مقدار كل من $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما ويكتب على الصورة:

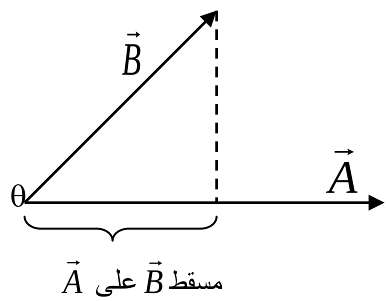
$$\vec{A}\bullet\vec{B}=A\cdot B\cdot\cos\theta \quad \text{(2-6)}$$

ويقرأ ($\vec{A}$ dot $\vec{B}$) ، θ هي الزاوية بين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$. وكما في الشكل (2-8) الكمية $B\cos\theta$ هي عبارة عن مسقط $\vec{B}$ على $\vec{A}$ ؛ إذن :

$$\vec{A}\bullet\vec{B}=A\cdot(\text{مسقط } \vec{B} \text{ على } \vec{A})$$

$$=B\cdot(\text{مسقط } \vec{A} \text{ على } \vec{B})$$

أي أن : $\vec{A}\bullet\vec{B}=\vec{B}\bullet\vec{A}$



شكل (2-8)تعريف الضرب القياسي لمتجهين

❖ لاحظ ان: 1) من تعريف الضرب القياسي نجد أن :

إذا كان $\vec{A}\bullet\vec{B}=0$ ، $A\neq 0, B\neq 0$ فإن $\vec{A}$ و $\vec{B}$ متعامدان

2) $\vec{A}\bullet\vec{A}=A^2$ وذلك لأن (θ = صفر هنا)

خواص الضرب القياسي: إذا كان لدينا المتجهات $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ ، $\vec{C}$ فإنه يمكن استنتاج الخواص التالية بسهولة :

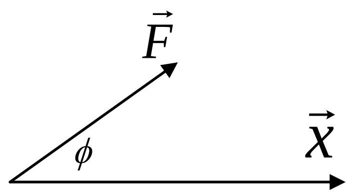
$$\vec{A}\bullet\vec{B}=\vec{B}\bullet\vec{A} \quad \text{(2-7)}$$ (خاصية التبادل)

$$\vec{A}\bullet(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\bullet\vec{B}+\vec{A}\bullet\vec{C} \quad \text{(2-8)}$$ (خاصية التوزيع)

وإذا كانت β,α كميتان قياسيتان فإن:

$$(\alpha\vec{A})\bullet(\beta\vec{B})=\alpha\beta(\vec{A}\bullet\vec{B}) \quad \text{(2-9)}$$

مثال(2-1):الشغل: يعرف الشغل W الذي تبذله قوة متجهه $\vec{F}$ لتحريك جسم بأنه مقدار الإزاحة $\vec{x}$ التي يتحركها الجسم مضروباً في مركبة القوة باتجاه الإزاحة . فإذا فرضنا أن القوة $\vec{F}$ تؤثر بزاوية ϕ على اتجاه الإزاحة $\vec{x}$ فإن :



$$W = (F\cos\phi)d$$

وحيث أن الإزاحة كمية متجهة إذن :

$$W = \vec{F} \bullet \vec{d}$$

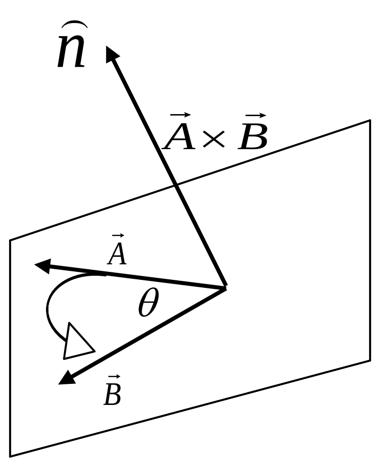
أي أن الشغل يساوي الضرب القياسي للقوة مع الإزاحة وهو كمية قياسية.

ب) الضرب المتجهي:**Vector product** الضرب المتجهي لمتجهين $\vec{B}, \vec{A}$ يعطي متجه ثالث مقداره هو $AB\sin(\theta)$ واتجاهه عمودي على المستوى الحاوي للمتجهين $\vec{B}, \vec{A}$ ويكتب على الصورة

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin(\theta)\hat{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2\text{-}10)$$

حيث θ الزاوية بين $\vec{B}, \vec{A}$ و $\hat{n}$ متجه وحدة عمودي على كل من $\vec{B}, \vec{A}$ والكمية $\vec{A}\times\vec{B}$ تقرأ ($\vec{A}$ cross $\vec{B}$) . ولكي نحدد اتجاه المتجه $\vec{A}\times\vec{B}$ نتبع قاعدة اليد اليمنى كالتالي :

نرسم المتجهين $\vec{B}, \vec{A}$ بحيث تتطابق بدايتهما كما بالشكل (2-8):



شكل(2-9)تعريف الضرب المتجهي

المتجه $\vec{A}\times\vec{B}$ يكون عمودياً على المستوى الذي يجمع كل من $\vec{B}, \vec{A}$. ندير المتجه $\vec{A}$ إلى $\vec{B}$ خلال الزاوية θ بحيث تشير أصابع اليد اليمنى ما عدا الإبهام إلى اتجاه $\vec{A}$ ويكون $\vec{B}$ خارجاً من راحة اليد اليمنى وعندئذ يكون اتجاه الإبهام هو اتجاه المتجه الناتج عن $\vec{A}\times\vec{B}$. كما يمكن تحديد

اتجاه $\vec{A}\times\vec{B}$ وذلك بتخيل المتجه $\vec{A}\times\vec{B}$ على أن لولب يميني بحيث عندما يدار اللولب من $\vec{A}$ إلى $\vec{B}$ باتجاه الزاوية الصغرى بينهما فإن اتجاهه يكون خارجاً من مستوى الصفحة بينهما عند إدارته من $\vec{B}$ إلى $\vec{A}$ فإن اتجاهه يكون داخلاً في مستوى الصفحة.

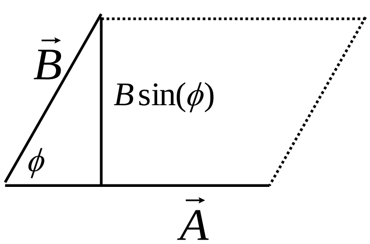
خواص الضرب المتجهي: من تعريف الضرب المتجهي نجد أن :

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A} \qquad \text{.....................................(2-11)}$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C} \qquad \text{.............................(2-12)}$$

$$(\alpha\vec{A})\times(\beta\vec{B}) = (\alpha\beta)(\vec{A}\times\vec{B}) \qquad \text{...............................(2-13)}$$

من الشكل (2-10) نرى أن مقياس الضرب المتجهي $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right| = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\sin(\phi)$ يساوي مساحة سطح المتوازي الذي يكون المتجهان $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ ضلعين متجاورين فيه.



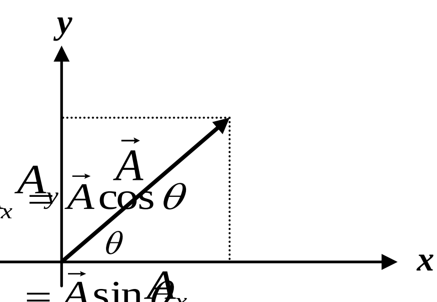
شكل(2-10): تعريف مساحة متوازي الأضلاع

2-2 جبر المتجهات بدلالة المركبات:

تحليل المتجه لمركبات: المتجه يمكن تحليله إلى مركبات

منسوبة إلى محاور اختيارية من أبسطها المحاور الكارتيزية فمثلاً الشكل (2-11) يوضح كيفية تحليل المتجه إلى مركبتين أحدهما في اتجاه المحور x وهي A_x والأخر في

اتجاه المحور y وهي A_y :



$$\left.\begin{aligned} A_x &= \vec{A}\cos\theta \\ A_y &= \vec{A}\sin\theta \end{aligned}\right\} \qquad \text{.......(2-11)}$$

شكل(2-11): تحليل المتجه إلى مركبات كارتيزية

حيث ترمز (θ) للزاوية المحصورة بين الاتجاه الموجب للمحور x والمتجه $\vec{A}$ (في اتجاه عكس عقارب الساعة)، يسهل - من الشكل المذكور – إيجاد القيمة المطلقة للمتجه $\vec{A}$ بدلالة القيم المطلقة لمركباته على النحو التالي:

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad \text{.............................(2-12)}$$

كذلك يمكن تحديد اتجاه المتجه $\vec{A}$ بالنسبة للمحاور المذكورة بدلالة ظل الزاوية θ:

$$\tan\theta = A_x / A_y \qquad \text{...........................(2-13)}$$

يجدر الإشارة إلى أن (A_x , A_y) يمكن أن تأخذ قيماً سالبة إذا كانت الزاوية θ منفرجة.

متجه الوحدة: Unit Vector

من المفيد عند تحليل متجه ما إلى مركباته بالنسبة لمحاور معينة استخدام مفهوم متجه الوحدة (حسب وحدات المتجه) ويشير إلى اتجاه معين. ليكن مثلاً متجه الوحدة في اتجاه المتجه $\vec{A}$ هو المتجه($\hat{A}$) بذا يمكن كتابة المتجه $\vec{A}$ على النحو التالي:

$$\vec{A} = |\vec{A}| \cdot \hat{\vec{A}}$$

ومنه فإن

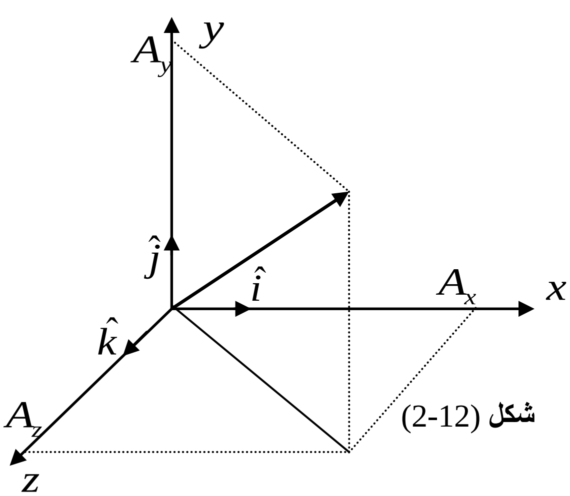
$$\boxed{\hat{\vec{A}} = \vec{A} / |\vec{A}|} \qquad \text{.................(2-14)}$$

- ومن المتفق عليه استخدام الرمز " $\hat{i}$ " ليمثل متجه الوحدة للمحور x في الاتجاه الموجب ، والرمز " $\hat{j}$ " متجه الوحدة في الاتجاه الموجب للمحور y ،

والرمز " $\hat{k}$ " متجه الوحدة فيي الاتجاه الموجب للمحور

Z. وبذا يمكن يمكن تمثيل المتجه بدلالة مركباته

(A_x , A_y , A_z) على النحو التالي:



شكل (2-12)

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k} \qquad \text{...............................(2-15)}$$

كما هو موضح في الشكل (2-12).

❖ جمع المتجهات بدلالة المركبات: Vector addition

ليكن المتجهان $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ معطيين بدلالة المركبات أي:

$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k} \quad \vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k} \quad , \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2\text{-}16)$$

لذا فحاصل الجمع ($\vec{A} + \vec{B}$) هو المتجه $\vec{C}$ حيث :

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B},$$

$$\vec{C} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

$$\vec{C} = C_x\hat{\imath} + C_y\hat{\jmath} + C_z\hat{k}$$

وقيمة المتجه $\vec{C}$ هي :

$$|\vec{C}| = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2\text{-}17)$$

مثال(2-2):أوجد حاصل جمع المتجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$وكذلك متجهالوحدة للمتجه الناتج حيث:

$$\vec{B} = \hat{\imath} - 2\,\hat{\jmath} + \hat{k} \quad \vec{A} = 2\,\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k} \quad ,$$

الحل : حاصل الجمع ($\vec{A} + \vec{B}$) هو المتجه $\vec{C}$ حيث :

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = 3\hat{\imath} - \hat{\jmath}$$

ومتجه الوحدة للمتجه $\vec{C}$ هو :

$$\hat{C} = \frac{\vec{C}}{|\vec{C}|} \quad , \; |\vec{C}| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \quad ,$$

$$\hat{C} = \frac{3}{\sqrt{10}}\hat{\imath} - \frac{1}{\sqrt{10}}\hat{\jmath} = 0.95\,\hat{\imath} - 0.32\,\hat{\jmath}$$

مثال(3-2) : أوجد حاصل الجمع للمتجهات الثلاث التالية والتي تقع في مستو واحد:

$$\vec{A} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}, \quad \vec{B} = -\hat{\imath} + \hat{\jmath}, \quad \vec{C} = 6\hat{\jmath}$$

مقداراً واتجاهاً ثم أوجد متجه الوحدة له.

الحل :

$$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$$

ومنه نجد التالي:

$$|\vec{D}| = \sqrt{9 + 16} = 5$$

واتجاه المتجه $\vec{D}$:

$$\tan\theta = 4/3 \quad , \qquad \theta = 53^{\circ}$$

ومتجه الوحدة باتجاه $\vec{D}$ هو $\widehat{D}$:

$$\widehat{D} = \vec{D}/|\vec{D}|, \quad \widehat{D} = \frac{(3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})}{5} = 0.6\hat{\imath} + 0.8\hat{\jmath}$$

❖ ضرب المتجهات بدلالة المركبات: Vector multiplication

لاحظنا في الفقرات السابقة أن عملية جمع المتجهات تتم حسب علاقات خاصة تختلف عن العلاقات المستخدمة في جمع الأعداد. وبالمثل فإنه يوجد علاقات خاصة لضرب المتجهات و هي ثلاث:

أ) ضرب متجه بكمية قياسية ب) الضرب القياسي ج) الضرب الاتجاهي

وفيما يلي تعريف وخواص كل منهم.

أ) ضرب متجه بكمية قياسية:

كما رأينا من قبل فإن ضرب المتجه $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$ بكمية قياسية α يعطي متجهاً $\vec{B}$ ومركبات $\vec{B}$ نحصل عليها باستخدام خواص الضرب:

$$\vec{B} = \alpha\,\vec{A} = \alpha\left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right),$$

وحيث أن $\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$ نجد بالمقارنة أن:

$$B_x = \alpha\,A_x,\quad B_y = \alpha A_y,\quad B_z = \alpha A_z$$

مثال(2-4) : أوجد المتجه $\vec{C} = 2\vec{A} + 3\vec{B}$ إذا كانت

$$\vec{A} = 2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k},\quad \vec{B} = -\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$$

الحل :

$$\vec{C} = 2\left(2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}\right) + 3\left(-\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}\right)$$

$$= 4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 2\hat{k} - 3\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} + 6\hat{k} = \hat{\imath} + 8\hat{\jmath} + 4\hat{k}$$

ب) الضرب القياسي:

عرفنا الضرب القياسي بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بالصورة:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A\,B\,\cos\theta$$

وإذا كانت : $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$,

فإنه يمكن إيجاد قيمة $\vec{A}\cdot\vec{B}$ بدلالة المركبات باستخدام خواص الضرب القياسي كما يلي:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right)\cdot\left(\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}\right)$$
$$= A_xB_x(\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}) + A_xB_y(\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}) + A_xB_z(\hat{\imath}\cdot\hat{k})$$
$$+ A_yB_x(\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}) + A_yB_y(\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}) + A_yB_z(\hat{\jmath}\cdot\hat{k})$$
$$+ A_zB_x(\hat{k}\cdot\hat{\imath}) + A_zB_y(\hat{k}\cdot\hat{\jmath}) + A_zB_z(\hat{k}\cdot\hat{k})$$

الآن حيث أن $\hat{\imath}$ ، $\hat{\jmath}$ ، $\hat{k}$ متعامدة يمينياً فإن:

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}=\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}=0\ ,\ \hat{k}\cdot\hat{\imath}=\hat{\imath}\cdot\hat{k}=0\ ,\qquad \hat{\jmath}\cdot\hat{k}=\hat{k}\cdot\hat{\jmath}=0$$

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}=1\ ,\qquad \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}=1\ ,\qquad \hat{k}\cdot\hat{k}=1$$

ومنه ينتج أن:

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

مثال(5-2) : أوجد الزاوية بين المتجهين :

$$\vec{A}=2\hat{\imath}+\ 2\hat{\jmath}+\hat{k};\qquad \vec{B}=\hat{\imath}+\ \hat{\jmath}+\ 2\hat{k}$$

الحل : من تعريف الضرب القياسي: $\vec{A}\cdot\vec{B}=A\,B\ \cos\theta$

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=2\,.1+2\,.1+1\,.2=6\qquad ,$$

$$\left|\vec{A}\right|^2=\vec{A}\ \cdot\ \vec{A}=4+4+1=9\quad ,\quad \left|\vec{B}\right|^2=\vec{B}\cdot\vec{B}=1+1+4=6$$

$$\therefore\ \cos\theta=\left(\vec{A}\cdot\vec{B}\right)/A\cdot B=6/3\sqrt{6}=0.816$$

الزاوية بين المتجهين هي $\theta=\ \cos^{-1}(0.816\ )$

❖ ملاحظة:

لاحظ أن :

$$\vec{A}\cdot\vec{A}=A\,A\ \cos 0=A^2,\qquad A=\left|\vec{A}\right|=\left(A_x^2+\ A_y^2+\ A_z^2\right)^{1/2}$$

ج) الضرب الاتجاهي: Cross Multiplication

لإيجاد الضرب المتجهي بين المتجهين:

$$\vec{A}=A_x\hat{\imath}+A_y\hat{\jmath}+A_z\hat{k}\ ,\qquad \vec{B}=B_x\hat{\imath}+B_y\hat{\jmath}+B_z\hat{k}$$

بدلالة المركبات نتبع نفس الطريقة السابقة التي استخدمناها في إيجاد الضرب القياسي وتعتمد على خواص الضرب المتجهي كما يلي :

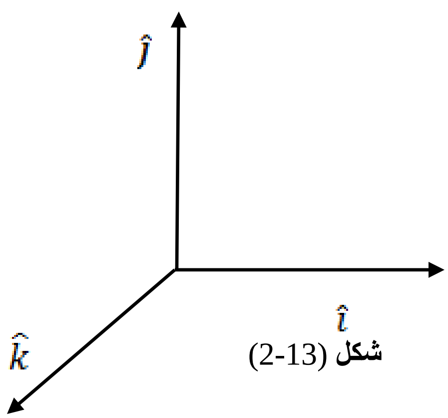
$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right)\times\left(\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}\right)$$
$$= A_xB_x(\hat{\imath}\times\hat{\imath}) + A_xB_y(\hat{\imath}\times\hat{\jmath}) + A_xB_z(\hat{\imath}\times\hat{k})$$
$$+ A_yB_x(\hat{\jmath}\times\hat{\imath}) + A_yB_y(\hat{\jmath}\times\hat{\jmath}) + A_yB_z(\hat{\jmath}\times\hat{k})$$
$$+ A_zB_x(\hat{k}\times\hat{\imath}) + A_zB_y(\hat{k}\times\hat{\jmath}) + A_zB_z(\hat{k}\times\hat{k})$$

ومن خصائص الضرب المتجهي:

$$\hat{\imath}\times\hat{\imath} = \hat{\jmath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}\times\hat{k} = 0\ , \qquad since \quad \sin 0 = 0$$
$$\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}, \qquad \hat{\jmath}\times\hat{k} = \hat{\imath}, \qquad \hat{k}\times\hat{\imath} = \hat{\jmath},$$
$$\hat{\jmath}\times\hat{\imath} = -\hat{k}, \qquad \hat{k}\times\hat{\jmath} = -\hat{\imath}, \qquad \hat{\imath}\times\hat{k} = -\hat{\jmath}$$

وبالتالي نجد أن :

$$\vec{A}\times\vec{B} = \hat{\imath}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) - \hat{\jmath}\left(A_xB_z - A_zB_x\right) + \hat{k}\left(A_xB_y - A_yB_x\right) \qquad (2\text{-}18)$$



شكل (2-13)

أي أن مركبات المتجه $\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$ تعطى بالعلاقة:

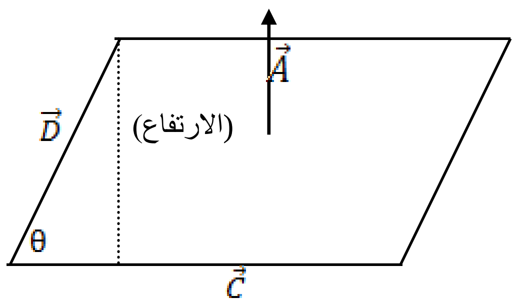
$$C_x = A_yB_z - A_zB_y\ , \quad C_y = A_zB_x - A_xB_z, \quad C_z = A_xB_y - A_yB_x$$

هناك وسيلة مساعدة لتذكر طريقة إيجاد مركبات $\vec{A}\times\vec{B}$ باستخدام المحددة على الشكل:

$$A\times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2\text{-}19)$$

☒ تمرين : أثبت أن العلاقتين (2-18) , (2-19) متكافئتان.

مثال(2-6) : يمكن استخدام الضرب المتجهي لإيجاد مساحة متوازي الأضلاع الموضح في الشكل حيث $\vec{C}$ و $\vec{D}$ ضلعان فيه فإن مساحة الشكل هي A :



شكل (2-14)

$$A = \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$
$$= C\,D\,\sin\theta$$
$$\text{مساحة المتوازي} = |\vec{C} \times \vec{D}|$$

حيث | | تعني القيمة المطلقة بدون اتجاه. فلو أخذنا المساحة A على أنها كمية متجهة كما هو الحال في كثير من التطبيقات الفيزيائية فإن:

$$\vec{A} = \vec{C} \times \vec{D}$$

مثال(2-7) : باستخدام الضرب المتجهي أوجد الزاوية بين المتجهين:

$$\vec{A} = 2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k}, \quad \vec{B} = \hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$$

الحل : من التعريف

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = A \cdot B\,\sin\theta \quad \rightarrow \quad \sin\theta = |\vec{A} \times \vec{B}|/A \cdot B$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 2\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} + 6\hat{k}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$$
$$|\vec{B}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$$
$$|\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{2^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{65}$$

Then : $\sin\theta = \sqrt{65}/3.3 = 0.895$; $\theta = 63.6^\circ$

مثال(8-2) :

$\vec{A}$و$\vec{B}$ متجهان يقعان في المستوى x y ، فإذا كان $\vec{A}$ يصنع زاوية مقدارها 50^o مع الاتجاه الموجب لمحور x ومقداره 7 m والمتجه $\vec{B}$ يصنع زاوية مقدارها 100^o مع الاتجاه الموجب لمحور x ومقداره 5m ، أوجد $\vec{A}\times\vec{B}$.

الحل : إن اتجاه $\vec{A}\times\vec{B}$ يمكن ايجاده باستخدام قاعدة اليد اليمنى بوضع الكف الأيمن باتجاه المتجه $\vec{A}$ ، ثم ثني الأصابع نحو المتجه $\vec{B}$ فنجد أن البهام القائم يشير بالاتجاه الموجب لمحور z ، ولإيجاد مقدار $\vec{A}\times\vec{B}$ لا بد من معرفة الزاوية بين $\vec{A}$و$\vec{B}$ ونظراً لأنهما واقعان في مستوى واحد فإن الزاوية بينهما θ هي : $\theta = 100 - 50 = 50^\circ$ وبذلك يكون مقدار حاصل الضرب المتجهي: $|\vec{A}\times\vec{B}| = A\cdot B\sin\theta = (7)(5)\sin 50^\circ = 26.8\ m^2$

$$\vec{A}\times\vec{B} = 26.8\ \hat{k}m^2$$

حل آخر: نكتب كلاً من المتجهين بدلالة مركبتيه (المركبة الثالثة = صفر)

$$\vec{A} = (7\cos 50^\circ)\hat{\imath} + (7\sin 50^\circ)\hat{\jmath}$$

$$\vec{A} = 4.5\,\hat{\imath} + 5.36\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{B} = -0.87\,\hat{\imath} + 4.92\,\hat{\jmath}$$

أكمل لإيجاد $\vec{A}\times\vec{B}$

تمارين على الباب الثاني

1- يمشي 1رجل على النحو التالي: (3 km) شمالاً ، (2.5 km) غرباً ، (5 km) جنوباً.

أ) ارسم المتجهات التي تصف ازاحته.

ب) ما هو مقدار واتجاه ازاحته النهائية من نقطة بدء الحركة.

2- سيارة تتحرك 5 km باتجاه الشرق ثم 4 km باتجاه الجنوب بعد ذلك 2 km باتجاه الغرب . أوجد محصلة الإزاحة (مقداراً واتجاهاً).

3- المتجه $\vec{A}$ مقداره 3 m واتجاهه هو الاتجاه الموجب لمحور x ، والمتجه $\vec{B}$ مقداره 4 m واتجاهه هو الاتجاه السالب لمحور y ، استخدم الطريقة البيانية لايجاد مقدار و اتجاه المتجهين.

أ) $\vec{A}+\vec{B}$ ب) $\vec{A}-\vec{B}$

4-احسب قيمة واتجاه ومركبات المتجهات التالية:

أ) $\vec{A}+\vec{B}$ ب) $\vec{B}-\vec{A}$

علماً بأن: $\vec{B}=5\hat{\imath}-2\hat{\jmath}$, $\vec{A}=3\hat{\imath}+4\hat{\jmath}$

5_ مستخدماً تعريف الضرب القياسي أوجد الزاوية بين المتجهين التاليين:

$$\vec{B}=\hat{\imath}-\hat{\jmath} \qquad \vec{A}=\hat{\imath}+\hat{\jmath},$$

6- أوجد متجه الوحدة للمتجهين التاليين:

$$\vec{A}=3\hat{\imath}+4\hat{\jmath}\vec{B}=6\hat{\imath}-8\hat{\jmath}$$

7– مركبات المتجه $\vec{A}$ هي $A_x=2\ cm$ ، $A_y=3\ cm$ ومركبات المتجه $\vec{B}$ هي $B_x=2\ cm$ ، $B_y=2\ cm$ أوجد:

أ) مقدار واتجاه المحصلة $\vec{A}+\vec{B}$ ب) مركبات المتجه $\vec{A}-\vec{B}$ و مقدار المتجه $|\vec{A}-\vec{B}|$

8- إذا أعطيت المتجهين : $\vec{B} = 6\hat{\imath} - 8\hat{\jmath}$, $\vec{A} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$ أوجد:

أ) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ب) $\vec{A} \times \vec{B}$

ج) $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{B}$ د) $(\vec{A} + \vec{B}) \times \vec{B}$ هـ) الزاوية بين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$

9- أحسب قيمة a التي تجعل المتجهين التاليين متعامدين:

$\vec{A} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 5\hat{k}\vec{B} = 3\hat{\imath} + a\hat{\jmath} - 2\hat{k}$

10- أوجد متجه الوحدة العمودي على المتجهين :

$\vec{A} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 5\hat{k}\vec{B} = 3\hat{\imath} + \hat{\jmath} - 2\hat{k}$

11- إذا كان :

$\vec{C} = -\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} + \hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}$, $\vec{A} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + 2\hat{k}$

فأوجد : أ) $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$ ب) $(\vec{A} - \vec{B}) \times \vec{C}$

ج) الزاوية بين $\vec{A}, \vec{B}$ د) متجه الوحدة للمتجه : $\vec{A} \times \vec{B}$

12- إذا كان : $\vec{A} = (3\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})\, m$ و $\vec{B} = (\hat{\imath} - 4\hat{\jmath})m$ يكونان ضلعي متوازي أضلاع فأوجد مساحته.

الباب الثالث

الميكانيكا
Mechanics

تعتبر الميكانيكا من أقدم فروع العلوم الفيزيائية وهي تبحث بشكل عام في القوانين التي تتحرك الأجسام المختلفة بموجبها. يقسم علم الميكانيكا إلى قسمين: الأول ويتناول اتزان الأجسام ويسمى بالاستاتيكا " statics والثاني ويتناول الشكل العام للحركة ويسمى " الكينامتيكا " kinematics والثالث يتناول مسببات الحركة والقوى المرتبطة بها ويسمى " الديناميكا " dynamics . وسوف نبدأ هذا الفصل بتعريف بعض الكميات الكينماتيكية وندرس الحركة باتجاه واحد بشيء من التفصيل.

- الإزاحة : Displacement

نعرف إزاحة الجسم بأنها التغيير في موضعة بالنسبة إلى نقطة اسناد (مرجع) معينة، وهي كمية متجهة تعتمد على نقطة البداية ونقطة النهاية بغض النظر عن المسار الذي يتبعه الجسم في تحركه. أما المسافة التي يقطعها الجسم **x(t)** فهي كمية قياسية.

- السرعة المتجهة : Velocity

تعرف السرعة بشكل عام بأنها معدل الإزاحة التي تحدث لجسم ما بالنسبة إلى الزمن. أي أن السرعة = $\frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن}}$

، وسنرمز للسرعة بالرمز $\vec{v}$ فالسرعة كمية متجهة وإذا رمزنا للإزاحة بالرمز $\vec{s}$ والزمن بالرمز t إذن :

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3\text{-}1)$$

واضح من هذه العلاقة أن أبعاد السرعة هي (L/T) وتقاس بوحدة المتر / ثانية (m/s) .

- السرعة المتوسطة : (Average velocity)

إذا تحرك جسم ما مسافة 500 m مثلاً في زمن قدره 16 s فإن سرعته إذن $\frac{(500\ m)}{(16\ s)}$ أي 16 m/s هذا إذا كانت سرعته منتظمة أي أنه يقطع مسافات متساوية في خلال أزمنة متساوية أما إذا كانت سرعته غير منتظمة

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \text{................(3-2)}$$

بمعنى أنه قطع مسافة $\overrightarrow{x_1}$ في زمن t_1 ثم مسافة $\overrightarrow{x_2}$ زمن t_2 فتكون سرعته المتوسطة خلال هذه الفترة الزمنية هي:

حيث :

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad , \; \Delta t = t_2 - t_1$$

مثال(3-1) :

إذا قدت سيارتك في طريق مستقيم مسافة 9 *km* بسرعة 90 *km/h* وعند ذلك وقفت لعدم وجود بنزين ثم مشيت مسافة 3 *km* لأقرب محطة بنزين في 27 *min* . فما هي سرعتك المتوسطة من لحظة قيادة السيارة حتى الوقوف في محطة البنزين؟

الحل:

لحساب السرعة المتوسطة نحسب أولاً المسافة الكلية التي يقطعها الجسم Δx :

$$\Delta x = 9 + 3 = 12\ km \ = 12000\, m$$

ولحساب الزمن Δt نحسب زمن قطع ال 9 *km* بالسيارة ونضيف إليه زمن قطع 3 *km* ماشيا وهذا يساوي 27 *min* :

$$\Delta t = \frac{9000}{\frac{90\times1000}{60\times60}} + \ 27 \times 60 = 1980\ s$$

والسرعة المتوسطة تساوي:

$$\bar{v} = \frac{12000}{1980} = 6\ ms^{-1}$$

- السرعة اللحظية (Instantenous Velocity)

إن ما نريد معرفته دائماً ليست سرعة الجسم المتوسطة بل سرعته في لحظة معينة. هذه السرعة اللحظية يمكن حسابها من السرعة المتوسطة إذا صغرت الفترة الزمنية واقتربت من الصفر. وإذن يمكن تعريف السرعة اللحظية من العلاقة:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \qquad \text{……………….(3-3)}$$

ومن الرياضيات نعرف أن الطرف الأيمن في المعادلة (3-3) هو نفسه مشتقة الإزاحة بالنسبة للزمن $\frac{dx}{\mathrm{dt}}$ ويمكننا إذن كتابة المعادلة (3-3) على الصورة:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \qquad \text{…………………….(3-4)}$$

سوف نطلق كلمة " سرعة " من الآن على السرعة اللحظية.

مثال(٢-3) :

يتحرك جسم على المحور xحسب العلاقة:

$$x(t) = 7.8 + 9.2\,t - 2.1t^3$$

بحيث أن xبالمتر ، tبالثانية. ما هي سرعته عند $t = 3.5\ s$.

الحل:

من المعادلة (3-4)

$$)v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\,(7.8 + 9.2\,t - 2.1t^3$$

Or $$v = 0 + 9.2 - (3 \times 2.1)t^2 = 9.2 - 6.3t^2$$

وعند $t = 3.5\ s$السرعة هي:

$$v = 9.2 - (6.3)(3.5)^2 = -68\,ms^{-1}$$

❖ لاحظ أن الاشارة السالبة تعني أن الجسم يتحرك في الاتجاه السالب للمحور x

---

▪ التسارع Acceleration:

عندما يتحرك جسم ما بسرعة معينة على خط مستقيم وتزداد سرعته نقول بأنه يتسارع (accelerate) وإذا تناقصت سرعته فنقول أن تسارعه سالب أي أنه يتباطأ (decelerate). وبشكل عامنعرف متجه متوسط التسارع $\bar{a}$ (average acceleration) بأنه نسبة تغير السرعة المتجهة للزمن أو

$$\bar{a} = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \text{…………..(3-5)}$$

- التسارع اللحظي: (Instantaneous acceleration)

ويعرف التسارع اللحظي أو ببساطة التسارع بأنه:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad ....(3\text{-}6)$$

مثال(٣-3) :

يتحرك جسم بحيث يتغير موضعه وفق العلاقة:

$$\vec{r} = (2t^2 + 4)\hat{\imath} + (t^3)\hat{\jmath} + (3t)\hat{k}\ (m)$$

أوجد : أ) موضع الجسم عند بداية الحركة (t = 0)

ب) موضع الجسم بعد ثانية واحدة من بداية الحركة.

ج) سرعة الجسم المتجهة بعد ثانيتين من بداية الحركة.

د) تسارع الجسم بعد ثانيتين من بداية الحركة.

الحل:

أ) $\vec{r}(t=0) = [2(0)^2 + 4]\hat{\imath} + [(0)^3]\hat{\jmath} + [3(0)]\hat{k}(m) = 4\,\hat{\imath}(m)$

ب) $\vec{r}(t=1) = [2(1)^2 + 4]\hat{\imath} + [(1)^3]\hat{\jmath} + [3(1)]\hat{k}(m)$

$= 6\,\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 3\,\hat{k}\ (m)$

ج) سرعة الجسم المتجهة عند أي زمن t هي:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 4t\,\hat{\imath} + 3t^2\hat{\jmath} + 3\hat{k}\ (m/s)$$

وبعد ثانيتين تكون سرعته المتجهة:

$$\vec{v}(t=2) = 4(2)\hat{\imath} + 3(2)^2\hat{\jmath} + 3\,\hat{k} = 8\hat{\imath} + 12\,\hat{\jmath} + 3\,\hat{k}\ (ms^{-1})$$

د) تسارع الجسم عند أي زمن t:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 4\,\hat{\imath} + 6t\,\hat{\jmath}\ (ms^{-2})$$

وبعد مضي ثانيتين على بداية الحركة يكون:

$$\vec{a}(t=2) = 4\,\vec{\imath} + 6(2)\hat{\imath}\ (m\,s^2\,)$$

مثال(3-4) :

يتحرك جسم من نقطة الأصل على النحو التالي : شرقاً مسافة 40 m في ست ثوان ، غرباً مسافة 20 m في أربع ثوان ، وأخيراً شرقاً مسافة 60 m في عشر ثوان.

أوجد :

أ) إزاحة الجسم. ب) متوسط سرعته المتجهة.

ج) متوسط سرعته المتجهة خلال الفترة الزمنية الثانية.

د) المسافة الكلية التي يقطعها. هـ) متوسط سرعته القياسية.

و) متوسط سرعته القياسية خلال الفترة الزمنية الثانية.

الحل:

أ) بما أن الجسم يتحرك من نقطة الأصل على خط مستقيم $x_1 = 0$ فتكون ازاحة الجسم:

$$\Delta x = 40\ m - 20\ m + 60\ m = 80\ m$$

وهي موجبة أي باتجاه الشرق.

ب) متوسط السرعة المتجهة

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{80\ m}{6\ s + 4\ s + 10\ s} = 4\ m/s$$

وبما أنها موجبة فهي أيضاً في اتجاه الشرق.

ج) في الفترة الزمنية الثانية كانت

Δx = (20 – 40) m = - 20 m

Δt = 4 s

$$\bar{v} = \frac{-20\ m}{4\ s} = -5\ m/s$$

ما أنها سالبة فإنها تكون في اتجاه الغرب.

د) المسافة الكلية التي يقطعها الجسم.

$$s = 40\ m + 20\ m + 60\ m = 120\ m$$

هـ) معدل سرعته القياسية

$$v_s = \frac{s}{t} = \frac{120\ m}{6\ s + 4\ s + 10\ s} = 6\ m/s$$

وتختلف عن متوسط سرعة الجسم المتجهة والتي مقدارها 4 m/s

و) خلال الفترة الزمنية الثانية $t = 4\ s$ والمسافة المقطوعة $s = 20\ m$ فيكون متوسط السرعة القياسية

$$v_s = \frac{s}{t} = \frac{20\ m}{4\ s} = 5\ m/s$$

وتساوي مقدار متوسط السرعة المتجهة (5 m/s) لنفس الفترة وذلك لأن المسافة التي قطعها الجسم في هذه الفترة تساوي مقدار إزاحته.

الحركة المنتظمة التسارع على خط مستقيم:

Uniformly accelerated Motion in one Dimension

إن سقوط جسم سقوطاً حراً بالقرب من سطح الأرض يعتبر مثالاً جيداً للحركة بتسارع ثابت ومن قانون التسارع المتوسط فإن:

$$a = \frac{v - v_o}{t - t_o}$$

حيث أن v_o السرعة الابتدائية عند $t = 0$ ، v هي السرعة عند الزمن t . ويمكننا إعادة كتابة هذه المعادلة كما يلي:

$$v = v_o + a\,t \qquad (3\text{–}7)$$

ومكان الجسم x عند الزمن t

$$x = \bar{v}\,t \qquad (3\text{-}8)$$

حيث $\bar{v}$ السرعة المتوسطة

$$\bar{v} = \frac{1}{2}\,(v_o + v) \qquad (3\text{-}9)$$

وبالتعويض عن v من المعادلة (3-7) وبإعادة الترتيب نحصل على:

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v_o + v_o + a\,t)$$

$$= v_o + \frac{1}{2}\,at \qquad (3\text{-}10)$$

وبالتعويض في (3-8)

$$x = v_o t + \frac{1}{2} a t^2 \quad ....(3\text{-}11)$$

وبحذف t من (3-7) و (3-11) نجد

$$v^2 = v_o^2 + 2 a x \quad ....(3\text{-}12)$$

مثال(3-5)

تتسارع طائرة بدءاً من السكون إلى أن تصل سرعتها $360\ km/hr$ وهي سرعة الاقلاع اللازمة أوجد أقل تسارع لازم للطائرة حتى تستطيع الاقلاع على مدرج طوله 1200 m .

الحل:

بما أن الطائرة تتحرك من السكون فإن $v_o = 0\ m/s$ ويمكن وضع السرعة النهائية بوحدات مناسبة على النحو التالي

$$v = 360\ \frac{km}{hr} = 360\ \frac{(1000\ m)}{(3600\ s)} = 100\ m/s$$

نجد التسارع من العلاقة:

$$v^2 = v_o^2 + 2 a x$$

$$(100\ m/s)^2 = 0 + 2(a)(1200\ m)$$

أي أن :

$$a = 4.17\ m/s^2$$

ويجب ملاحظة أنه إذا كان التسارع أكبر من ذلك فإن الطائرة تستطيع أن تقلع قبل أن تصل نهاية المدرج.

مثال(3-6)

تتحرك سيارة من السكون على خط مستقيم بتسارع منتظم مقداره $2.5\ m/s^2$ أوجد :

أ) الزمن اللازم حتى تقطع مسافة 50 m

ب) سرعتها في نهاية هذه الفترة.

الحل:

معلوم لدينا أن $v_o = 0$ $x = 50\,m$, $a = 2.5\ m/s^2$, والمجهول t بالنظر إلى علاقات الحركة نجد أن العلاقة المناسبة لإيجاد الزمن هي :

$$x = v_o\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

وبالتعويض نجد

$$50\,m = 0 + \frac{1}{2}\,(\,2.5\ m/s^2)t^2$$

ومنه فإن

$$t = \ \pm 6.32\ s$$

ومن الطبيعي أن نهمل الزمن السالب إذ لا يمكن رجوع الزمن إلى الوراء فيكون $t = 6.32\ s$

ب) يمكن إيجاد السرعة النهائية v من المعلومات المعطاة في المثال وذلك باستعمال العلاقة

$$v = \ v_o + \ at = 0 + (\,2.5\ m/s^2)(\,6.32\ s) = 15.8\ \ m/s$$

السقوط الحر للأجسام: Free falling bodies

إن تحرك الأجسام تحت تأثير الجاذبية الأرضية سواء كانت ساقطة سقوطاً حراً من السكون أو التي تنطلق بسرعة معينة إلى أعلى أو إلى أسفل يعتبر من المواضيع الهامة في حياتنا اليومية ، وهو خير مثال على الحركة بتسارع ثابت على خط مستقيم. وفي غياب مقاومة الهواء وجد أن جميع الأجسام بغض النظر عن حجمها وشكلها وكتلتها تسقط بنفس التسارع. هذا التسارع ثابت ويسمى بتسارع الجاذبية الأرضية

لقد أثبتت تجارب عدة أن قيمة تسارع الجاذبية الأرضية تتغير تغيراً طفيفاً من مكان إلى آخر فوق سطح الأرض ، أي أن تسارع الأجسام الساقطة تحت تأثير الجاذبية يكون تقريباً مقداراً ثابتاً ويساوي $g = 9.81\ m/s^2$. العلاقات المذكورة السابقة تصف تماماً حركة الأجسام الساقطة سقوطاً حراً بعد استبدال التسارع a بتسارع الجاذبية الأرضية " g " وهكذا تصبح العلاقات الخاصة بالسقوط الحر هي:

$$v = \ v_o \pm \ g\,t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3\text{-}14)$$

$$y = \ v_o t \pm \frac{1}{2}\,g\,t^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3\text{-}15)$$

$$v^2 = v_o^2 \pm 2\,g\,y \quad ....(3\text{-}16)$$

❖ ملحوظة: في هذه المعادلات نعتبر أن تسارع الجاذبية موجباً في حالة السقوط وسالباً في حالة القذف إلى أعلى.

مثال(3-7)

يسقط حجر من أعلى مبنى تحت الإنشاء. أ) أين يكون الحجر بعد 1.5 s ب) وما هي سرعته عندئذ ؟

الحل:

يسقط الحجر بمعنى أن سرعته الابتدائية = صفر . ولحساب مكان الحجر نستخدم القانون

$$y = v_o t + \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2}(9.8)(1.5)^2 = 11\,m$$

سيكون الحجر على بعد 11 m من لحظة سقوطه.

ت) لحساب سرعته عندئذ نستخدم القانون: $v = v_o + g\,t$

$$= 0 + (9.8)(1.5) = 14.7 \quad ms^{-1}$$

مثال(3-8)

قذفت كرة نحو الأعلى بسرعة 15 m/s ، أوجد أ) أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة ، ب) الزمن اللازم لتصل أقصى ارتفاع ، ج) الزمن اللزم لتكون الكرة على ارتفاع 8 m من نقطة الانطلاق ، د) الزمن الذي تستغرقه الكرة لتعود إلى نقطة الانطلاق، هـ) سرعة الكرة عندما تعود إلى نقطة الانطلاق.

الحل:

أ) عند أقصى ارتفاع تكون سرعة الكرة صفراً والتسارع g =-9.8 m/s

$$v^2 = v_o^2 \pm 2\,g\,y$$

$$0 = (15)^2 + 2\,(-9.8)\,y$$

$$\therefore \quad y = 11.5\,m$$

ب) زمن الوصول إلى أقصى ارتفاع

$$0 = 15 - 9.8\,t$$

$$t = 1.53\,s$$

ج) الزمن اللازم لكي تكون على ارتفاع 8 m

$$8 = 15\,t - \frac{1}{2}\,9.8\,t^2$$

وبإعادة ترتيب المعادلات نجد

$$\therefore \quad 4.9\,t^2 - 15t + 8 = 0,$$

$$t = \frac{+15 \pm \sqrt{(15)^2 - 4(4.9)(8)}}{2(4.9)}\,s = 0.69\,s, \qquad 2.37\,s\,.$$

نجد أن هناك مقدارين للزمن، المقدار الأول هو الزمن اللازم حتى تصل الكرة ارتفاع 8 m وهي تصعد إلى أعلى ، والمقدار الثاني هو الزمن اللازم للكرة حتى تصل إلى نفس الارتفاع وهي تهبط إلى أسفل.

د) نعتبر سقوط الكرة إلى أسفل مسافة y = 11.5 m وبالتالي $v_o = 0$ وبتطبيق العلاقة

$$y = v_o t + \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

$$11.5 = 0 + \frac{1}{2}\,(9.8)\,t^2$$

$$t = \sqrt{2(11.5)/9.8} = 1.53\,s$$

وهو نفس زمن الصعود إلى أعلى ، وبالتالي يكون زمن الوصول إلى نقطة القذف هو

$$t = 2\,(1.53) = 3.06\,s$$

هـ) السرعة عند نقطة الانطلاق

$$v = v_o + g\,t$$

$$v = 0 + (9.8)(1.53)$$

$$v = 15\,m/s$$

وهي مساوية للسرعة التي قذف بها ، وذلك صحيح عند جميع نقاط مسار الحركة إذ تكون سرعة هبوط الجسم عند أي نقطة مساوية بالمقدار لسرعة الصعود عند نفس النقطة ولكنها تكون معكوسة الاتجاه.

قوانين نيوتن للحركة: Newton's Laws of Motion

لا بد أنك تتساءل في هذه المرحلة عن الأسباب التي دفعت بجسيم معين إلى الحركة في مسار محدد ، فقد درسنا في الفصول السابقة وصف حركة الأجسام دون معرفة مسببات هذه الحركة، وقد رأينا أن العلاقة بين موضع الجسيم والزمن تحدد مسار الجسيم. إن علاقة كهذه هي تماماً ما نهدف إليه في النهاية.

قانون نيوتن الأول: Newton’s First Law of

كان من المعتقد أنه يتحتم وجود مؤثر خارجي ليستمر الجسم في الحركة وأنه في غياب هذا المؤثر الخارجي وهو القوة(force) فإن أي جسم متحرك لابد وأن يتوقف تلقائياً. للتحقق من هذا عملياً يجب علينا عزل الجسم المراد دراسته عن الوسط المحيط به، وبحيث تكون القوة المؤثرة عليه مساوية للصفر هذا أمر صعب التحقيق على الأرض، ولكنه من الواضح أنه إذا جعلنا جسماً يتحرك فوق سطح خشن فإن حركته سوف تتوقف نظراً لوجود قوة احتكاك (friction force) يعيق بها السطح الخشن حركة الجسم ولكن لو استبدلنا السطح الخشن بآخر أملس تماماً ، ودفعنا جسماً عليه دفعا بسيطاً نلاحظ استمرار الحركة دون نقصان ملحوظ في سرعتها. من خلال هذه المشاهدات تنبه جاليليو جاليلي(Galileo Galilei) إلى أنه ليس من الضروري وجود قوة خارجية ليحافظ الجسم على حركته. طور اسحق نيوتن ما توصل إليه جاليليو وصاغه على نحو سمي بعد ذلك بقانون نيوتن الأول وهو كالتالي:

" كل جسم يبقى على حالته من السكون أو الحركه بسرعة منتظمة(ثابتة) ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته " ما يجب ملاحظته هنا أن القانون الأول لا يميز بين جسم في حالة السكون وآخر يسير بسرعة ثابتة ، ولا يميز بين حالة عدم وجود أية قوة خارجية أو وجود مجموعة من القوى محصلتها تساوي الصفر ويعرف هذا القانون أيضاً بمبدأ القصور الذاتي وهو خاصية الأجسام لمقاومة التغير في حالتها من حركة أو سكون.

قانون نيوتن الثاني: Newton’s Second Law

يختص قانون نيوتن الأول بدراسة الأجسام الساكنة أو المتحركة بسرعة ثابتة أما القانون الثاني فيختص بحركة الأجسام تحت تأثير قوة خارجية. يستنتج من قانون نيوتن الأول أن القوة هي أي مؤثر خارجي يغير من حالة الجسم من حركة أو سكون، ولنبحث الآن عن علاقة القوة بالتسارع ولهذا الغرض نجري هذه التجربة التالية:

نثبت زنبركاً أفقياً فوق لوح مدرج ونضغط الزنبرك بمقدار تدريجة واحدة ثم بمقدار تدريجين وثلاث وهكذا، فنلاحظ أننا نحتاج في كل مرة إلى جهد أكبر من سابقه أو بتعبير أدق نحتاج إلى قوة أكبر فأكبر في كل حالة عن سابقتها، وهكذا نستطيع القول أنه أصبح لدينا وسيلة لقياس القوة بدلالة الاستطالة (مقدار انضغاط الزنبرك). لنضع الآن جسماً أمام الزنبرك وندفع الجسم بالإصبع ليضغط الزنبرك تدريجة واحدة ، عند رفع الإصبع يدفع

الزنبرك الجسم أمامه مسافة ما، نكرر الخطوة السابقة ولكن نضغط الزنبرك مقدار تدريجين ثم ندعه يدفع الجسم فنلاحظ أن – الجسم يقطع مسافة أكبر وهكذا . من هذه التجربة نستنتج أنه كلما ازدادت القوة ازداد تسارع الجسم، أي أن :

$\vec{F} \propto \vec{a}$..................(3-17)

وأن اتجاه تسارع الجسم يكون باتجاه القوة المؤثرة عليه ولكن ما علاقة القوة بكتلة الجسم ؟ وما هو التأثير الذي تحدثه قوة ثابتة إذا أثرت في أجسام بكتل مختلفة ؟ وبالعودة إلى التجربة السابقة وبضغط الزنبرك نفس عدد التدريجات ولكن نضع أمامه أجساماً مختلفة الكتلة(القوة ثابتة) مما يعني أن التسارع يتناسب عكسياً مع الكتلة. أي أن :

$\vec{a} \propto \frac{1}{m}$ ....(3-18)

من العلاقة السابقة نجد أنه لكتلتين مختلفتين m_1, m_2

ومنه فإن

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

$$m_1\vec{a}_1 = m_2\vec{a}_2$$

أي أننا نستطيع القول أن حاصل ضرب الكتلة في التسارع هو كمية ثابتة (بالنسبة للتجربة المذكورة) أي أن:

$m\,a = constant$ هذه القوة الثابتة هي القوة $\vec{F}$ التي أثرت على الجسم m_1 فأكسبته تسارعاً a_1 وعلى الجسم m_2 فأكسبته تسارعاً a_2 وهكذا تصبح العلاقة بين القوة والكتلة والتسارع هي :

$\vec{F} = m\vec{a}$.............(3-19)

أي أن القوة المؤثرة على جسم = كتلته × تسارعه

تعرف هذه العلاقة بقانون نيوتن الثاني للحركة وهو القانون الأساسي لدراسة حركة الأجسام المختلفة في الميكانيكا التقليدية. من هذا القانون نجد أن وحدة القوة هي $kg \cdot m/s^2$ وتسمى بـ " النيوتن " –N وهو مقدار القوة التي إذا أثرت على جسم كتلته (kg) أكسبته تسارعاً مقداره ($1m/s^2$).

الكتلة والوزن: Mass and Weight

لنفرض أن جسماً كتلته $(m)\ kg$ يسقط سقوطاً حراً فيكون تسارعه مساوياً لتسارع الجاذبية الأرضية وعند تطبيق قانون نيوتن الثاني عليه نحصل على :

$$\vec{F} = m\,\vec{g}$$

حيث أن القوة المؤثرة عليه هي وزنه W لذلك فوزن الجسم هو قوة جذب الأرض له، أي أن

$$\vec{W} = m\,\vec{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3\text{-}20)$$

❖ ملحوظة: إن القوة اللازمة لقطع شعرة من رأسك باليد تساوي واحد نيوتن.

مثال**(3-9)**

أحسب وزن جسم كتلته $1\ kg$

الحل:

باستخدام المعادلة (3-20) نحصل عل

$$W = (1\ kg)\cdot\left(9.81\frac{m}{s^2}\right) = 9.81\ N$$

مثال**(3-10)**

ابتدأ جسم كتلته 20 kg الحركة بسرعة 90 km/hr على سطح أفقي خشن إذا توقف بعد أن قطع مسافة 50 m في خط مستقيم فما هي القوة التي يؤثر بها السطح على الجسم إذا افترضنا أنها ثابتة على طول المسار ؟

الحل:

السرعة عند بداية الحركة هي $v_o = \frac{90\times 1000}{3600} = 25\ m/s$

وتسارع الجسم هو $a = \frac{v^2 - v_o^2}{2\,x} = -\frac{625}{2\times 50} = -6.25\ m/s^2$

القوة المؤثرة على الجسم هي $F = m\,a = -20\ \times 6.25 = -125\ N$

الإشارة السالبة تعني أن القوة باتجاه معاكس للحركة.

قانون نيوتن الثالث: Newton’s Third Law

يعتبر قانون نيوتن الثالث أقلها استخداماً في معالجة المسائل المتعلقة بمسببات الحركة وينص هذا القانون على: " لكل فعل رد فعل مساو له في المقدار ومضاد له في الاتجاه "تبرز أهمية قوانين نيوتن الثلاث في الحركة عندما نحاول دراسة حركة الأجسام تحت تأثير القوى. ولتسهيل ذلك نتبع الخطوات التالية لحل المسائل التي تتعلق بالحركة:

١) اعزل الجسم عزلاً تاماً عن الوسط الموجود به وارسمه على انفراد.

٢) أوجد كافة القوى المؤثرة على الجسم ثم أوجد محصلة هذه القوى.

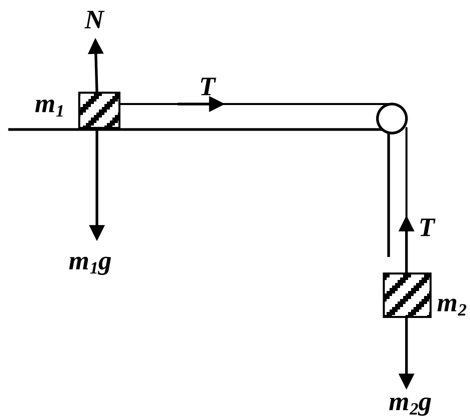
٣) طبق قانون نيوتن الثاني على ذلك الجسم لإيجاد تسارعه.

٤) كرر ذلك على كل جسم لتحصل على عدد من المعادلات مساوية لعدد الاجسام

لنوضح ذلك بالمثال التالي:

مثال(١١-٣)

وضع جسم كتلته m_1 على سطح أملس وربط بخيط مهمل الكتلة يمر فوق بكرة ملساء ربطت نهاية الخيط بجسم آخر كتلته m_2 ومعلق تعليقاً حراً كما بالشكل. أوجد قيمة تسارع الكتلة m_2 ومقدار الشد في الخيط.



الحل:

إن اتجاه الحركة سيكون باتجاه الجاذبية الأرضية. و حيث أن البكرة ملساء فإن عملها ينحصر فقط في جعل قوة الشد في الخيط متساوية ولحل هذه المسألة نطبق الخطوات المذكورة أعلاه وندرس حركة كل جسم على حده:

- الكتلة m_2تؤثر عليها قوتان ؛ قوة الوزن إلى أسفل وقوة الشد إلى أعلى ومحصلتهما في اتجاه الحركة هي: $F = m_2 g - T$ وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نحصل على معادلة حركة الجسم m_2:

$$m_2 g - T = m_2 a$$

- أما الجسم m_1 فتؤثر عليه القوى التالية: وزنه $m_1 g$ ورد فعل وزنه N وهاتان القوتان متساويتان ومحصلتهما صفراً، أما القوة الثالثة المؤثرة عليه هي قوة الشد في الخيط T وعند تطبيق قانون نيوتن الثاني نحصل على معادلة حركة الجسم m_1 :

$$T = m_1 a$$

❖ ملحوظة:

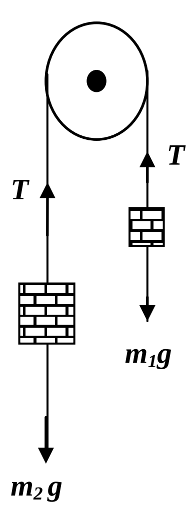
الجسمان يتحركان بنفس التسارع نظراً لتساوي قوى الشد في الخيط وبجمع معادلتي الحركة نحصل على:

$$m_2 g = (m_1 + m_2)a$$

ومنه $a = \frac{m_2}{m_1+m_2}\, g$

وبالتعويض في معادلة الحركة الثانية نحصل على قوة الشد:

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\, g$$



مثال(١٢-٣): " آلة أتوود "

جسمان كتلتهما $m_1 m_2$, حيث $m_2 > m_1$ ربطا بخيط مهمل الكتلة يمر

فوق بكرة ملساء كما بالشكل. أوجد تسارع كل من الكتلتين ومقدار الشد في الخيط.

الحل:

نتبع نفس الخطوات المذكورة والخاصة بدراسة كل جسم على حده:

- الكتلة m_2 : محصلة القوى المؤثرة عليها تساوي

$m_2\, g - T$ حيث أن اتجاه الحركة يكون إلى أسفل أي أن

$m_2 g > T$ وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نحصل على:

$$m_2\, g - T = m_2 a \text{..................}(3\text{-}21)$$

- أما بالنسبة للكتلة m_1 فإن الشد T أكبر من وزن الجسم $m_1 g$

حيث أن اتجاه الحركة إلى أعلى. وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نحصل على:

$$T - m_1 g = m_1 a \qquad \text{..................}(3\text{-}22)$$

بجمع (3-21) ، (3-22) نحصل على التسارع a :

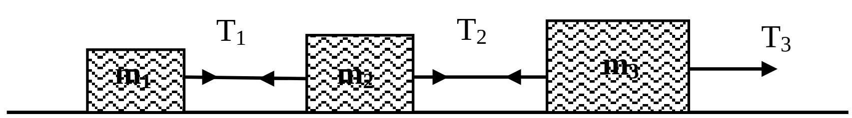
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\, g$$

وبالتعويض في (3-22) نحصل على T :

$$T = m_1 g + m_1 \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\, g$$

مثال(٣-١٣)

ثلاث كتل متصلة كما بالشكل على سطح طاولة أفقي أملس، سحبت المجموعة إلى اليمين بقوة $T_3 = 60\ N$ وإذا كانت $m_1 = 10\ kg$ ،$m_2 = 20\ kg$ ، $m_3 = 30\ kg$ أوجد قوى الشد T_1 ، T_2.



الحل:

لنأخذ الجسم m_3 وسنهتم بالقوى الأفقية فقط لأن الجسم سيتحرك في هذا الاتجاه فقط. وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نحصل على:

$$T_3 - T_2 = m_3\, a \qquad \text{..................}(1)$$

حيث a تسارع الأجسام الثلاثة:

بالنسبة للجسم m_2 :

$$T_2 - T_1 = m_2 a \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

وأخيراً بالنسبة للجسم m_1 :

$$T_1 = m_1 a \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

وبجمع المعادلات (1) , (2) , (3) نحصل على:

$$T_3 = (m_1 + m_2 + m_3)\, a \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

ومنه فإن $a = \frac{60}{10+20+30} = 1\ m\ s^{-2}$:

وبالتعويض في العلاقة (1) نحصل على $60 - T_2 = 30$:

ومنه فإن: $T_2 = 30\ N$

وبالتعويض في العلاقة (1) نحصل على: $T_1 = 10\ N$

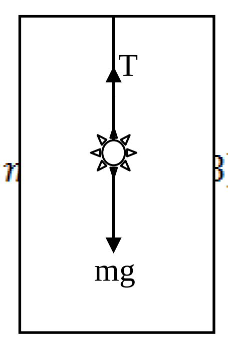
مثال(١٤-٣)

يتدلى مصباح كتلته $m = 2\ kg$ من طرف سلك مهمل الكتلة معلق في سقف مصعد. أوجد مقدار الشد في السلك في الحالات التالية: أ) المصعد ساكن، ب) المصعد يتسارع إلى أعلى بمقدار $4\ m/s^2$ ، ج) يتباطأ إلى أسفل بمقدار $4\ m/s^2$ ، د) يتسارع إلى أسفل بمقدار $4\ m/s^2$ هـ) يسقط سقوطاً حراً.

الحل:

أ) بما أن المصعد ساكن فهو متزن وتتلاشى محصلة القوى المؤثرة عليه أي أن:

$$T - mg = 0$$



$T = m$ ... $) = 19.6\ N$

ب) بما أن التسارع إلى أعلى فإن:

$$T - mg = ma$$

$$T = m(g + a)$$

$$T = 2(9.8+4) = 17.6\, N$$

وكما نلاحظ فإن قوة الشد في الخيط تزداد عند تسارع الجسم إلى أعلى.

ج)بما أن الحركة إلى أسفل وبتباطؤ (أي أن التسارع سالب) فإن:

$$mg - T = -ma$$
$$T = mg + ma$$
$$T = 2(9.8+4) = 17.6\, N$$

د) في حالة التسارع والحركة إلى أسفل فإن:

$$mg - T = ma$$
$$T = m(g-a)$$
$$T = 2(9.8-4) = 11.6\, N$$

وكما نلاحظ فإن الشد في الخيط ينقص في حالة تسارع الجسم إلى أسفل.

هـ) في حالة السقوط الحر (إلى أسفل) يكون التسارع هو تسارع الجاذبية الأرضية ونحصل على:

$$mg - T = mg$$

$$\therefore T = 0$$

أي أن الشد في الخيط يتلاشى كما هو متوقع.

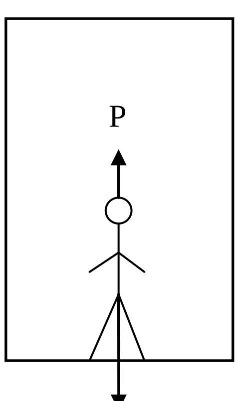
مثال(٥١-٣)

في الشكل المقابل رجل في مصعد كتلته 70 kg . أوجد القوة التي يؤثر بها الراكب على أرضية المصعد P (وزنه الظاهري) في الحالات الآتية: أ) تحرك المصعد إلى أعلى بتسارع $4\ m/s^2$ ، ب) تحرك المصعد إلى أسفل بتسارع $4\ m/s^2$ ، ج) سقوط المصعد سقوطاً حراً (انقطاع حبل المصعد).

الحل:

أ) القوى المؤثرة على الرجل هي وزن الرجل إلى أسفل (mg) وقوة رد فعل أرضية المصعد على الرجلP)(، وعند تحرك المصعد إلى أعلى فإن معادلة الحركة تعطى بالعلاقة:

$$P - mg = ma$$



$$P = mg + ma = m(g + a)$$

$$P = 70(\,9.8 + 4\,) = 966\,N$$

لاحظ زيادة P (الوزن الظاهري) للرجل أي أنه في حالة الصعود يزداد وزن الرجل ظاهرياً.

ب) وفي حالة تحرك المصعد فإن معادلة حركة الجسم هي:

$$mg - P = ma$$

$$P = mg - ma$$

$$P = 70(9.8 - 4) = 406\,N$$

لاحظ نقصان وزن الرجل الظاهري (P) في هالة الهبوط.

ج)في حالة انقطاع حبل المصعد فإنه سيهبط بتسارع يساوي تسارع الجاذبية وعندئذ فإن P ستساوي الصفر أي سيحدث انعدام وزن.

قوى الاحتكاك: Friction Forces

سوف ندرس فيما يلي نوعاً خاصاً من القوى يسمى بقوى الاحتكاك. تنشأ قوى الاحتكاك بين سطحي جسمين صلبين إذا انزلق أحدهما على الآخر نتيجة لخشونة سطحي التلامس، تنشأ قوى الاحتكاك أيضاً إذا تحرك جسم صلب في سائل أو غاز، وتؤثر على سطح الجسم الصلب، يمكن ملاحظة تأثير قوى الاحتكاك في المثال التالي:

عندما ندفع كرة ملساء فوق سطح خشن فإن الكرة تسير مسافة معينة فوق هذا السطح ثم تتوقف. هذا يعني أن الكرة وقعت تحت تأثير قوة في اتجاه معاكس لحركتها مما يؤدي إلى تسارع سالب (تباطؤ).

إن لقوى الاحتكاك أهمية بالغة في حياتنا اليومية، فلولا الاحتكاك لما استطعنا السير على الطريق بسهولة، ولتعذر علينا استخدام المواصلات الأرضية بأنواعها المختلفة ولما استطاع السائق التحكم بسيارته عندما يحاول السير على طريق دائري، ومن سلبيات الاحتكاك أنه-مثلاً- يضيع كل الطاقة المستهلكة في السيارة للتغلب على قوى الاحتكاك بين العجلات والأرض وبين جسم السيارة والهواء.

نريد الآن معرفة علاقة الاحتكاك بخواص الجسم والوسط الموجود فيه، أي أننا نريد معرفة قوانين الاحتكاك. عندما نريد دراسة الاحتكاك من وجهة النظر المجهرية نجد أن مثل هذه المحاولة صعبة، فإذا ركزنا اهتمامنا على قوى الاحتكاك الناتجة من انزلاق سطح فوق سطح آخر فإننا نلاحظ أن قوانين الاحتكاك تجريبية وتقريبية وليست لها صفات الدقة كتلك المتوفرة لوصف القوى الكهربائية، مثلاً.

دعنا ندرس حركة قالب فوق سطح أفقي ونفرض أننا ربطنا زنبركاً بالقالب لقياس القوة التي تؤثر بها على القالب لكي نحركه ولنبدأ بالتأثير عليه بقوة صغيرة نزيدها تدريجياً فنلاحظ أن القالب لا يتحرك في البداية بالرغم من تأثير قوة عليه (نقرؤها على الزنبرك المدرج). إذا استمر ينا في زيادة القوة على القالب يبدأ القالب في الحركة. إذا استطعنا الحفاظ على هذه القوة التي حركت القالب لوجدنا أن القالب يسير بسرعة ثابتة وهذا يعني أن تسارع القالب يساوي الصفر أي أن محصلة القوى المؤثرة عليه تساوي صفر ومنه نستطيع القول أن القوة التي أثرنا بها على الزنبرك توازنت مع "قوة الاحتكاك" التي يؤثر بها سطح الطاولة على القالب والتي يكون خط عملها موازياً لسطح التلامس بين القالب والطاولة.

تسمى قوى الاحتكاك التي تؤثر بها السطوح في حالة السكون بالنسبة لبعضها البعض "قوى الاحتكاك الاستاتيكي"وتسمى بقوى الاحتكاك العظمى وهي أصغر قوة لازمة لإحداث حركة في الجسم. نلاحظ أنه عندما يبدأ الجسم في الحركة يلزمنا قوة أصغر للحفاظ على حركة الجسم وتسمى قوى الاحتكاك المتبادلة بين السطحين في حالة حركة بالنسبة لبعضها البعض "قوى الاحتكاك الحركي أو الديناميكي ". لقد وجد من التجربة أن قوة الاحتكاك الاستاتيكي العظمى بين سطحين خشنين لا تعتمد على مساحة السطح وأنها تتناسب طردياً مع القوة العمودية المؤثرة على سطح التماس، فلو أخذنا قالباً كتلته m تنزلق فوق سطح أملس أفقي فإن مقدار القوة العمودية تساوي وزن هذا القالب أو قوة رد فعل وزنه.

- تسمى النسبة بين قوة الاحتكاكf_s وبين القوة العمودية على سطح التماس N (رد الفعل العمودي) بمعامل الاحتكاكالاستاتيكي. ويعرف بالعلاقة الآتية:

$$f_s \leq \mu_s N$$

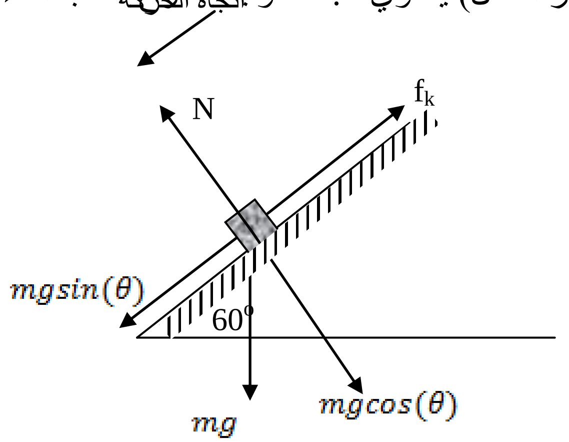
لا تنطبق حالة التساوي إلا للقيمة العظمى لقوة الاحتكاك وكذلك الوضع بالنسبة لمعمل الاحتكاك الحركي، فلقد وجد بالتجربة أنه لا يعتمد على مساحة سطح التماس ولا على السرعة وذلك في حدود معينة، بل يتناسب طردياً مع القوة العمودية بين سطح التلامس، أي أن معامل الاحتكاك الحركي f_k يعرف بالعلاقة:

$$f_k = \mu_k N$$

حيث f_kهي قوة الاحتكاك الحركي، بدراسة قوى الاحتكاك بين سطحين مختلفين نلاحظ أن $\mu_s > \mu_k$ ربما تزداد القيم المطلقة لمعامل الاحتكاك عن الواحد إلا أن قيمتها العملية تكون دوماً أقل من الواحد.

مثال(٣-١٥)

إذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين القالب والسطح (أنظر الشكل) يساوي ٠.٢ فأوجد تسارع القالب أثناء حركته لأسفل.



الحل:

لإيجاد تسارع القالب نحدد القوى المؤثرة عليه:

وزن القالب إلى أسفل وهذه تحلل إلى مركبتين الأولى

المسببة للحركة مقدارها($mg\sin\theta$)

والأخرى العمودية على سطح التماس ومقدارها

$mg\cos\theta$ ، وقوة الاحتكاك f_k ورد الفعل العمودي N حيث

$N = mg\cos\theta$ وقوة الاحتكاك f_k هي: $f_k = \mu N = \mu\, mg\cos\theta = (0.2)(mg\cos 60)$

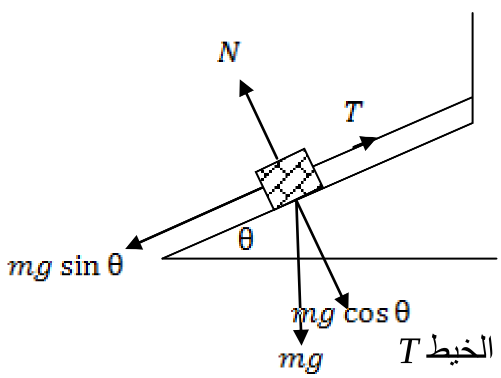
وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$mg\sin 60 - f_k = ma$$

$$mg\,(0.866) - (0.2)(mg)(0.5) = ma$$

$$\therefore a = g(0.866 - 0.01) = 8.4\, m/s^2$$

مثال(16-٣)



الشكل المقابل يوضح جسماً مربوطاً بخيط في الحائط وعلى المستوى الأملس. احسب قوة الشد في الخيط وكذلك تسارع الجسم بعد انقطاع الخيط؟

الحل:

نحدد أولاً القوى المؤثرة على الجسم: ١- وزنه إلى أسفل ٢- الشد في الخيط T

٣- رد الفعل العمودي N

نطبق قانون نيوتن الثاني في اتجاه المستوى المائل: $\vec{F} = m\,\vec{a}$

$mg\sin\theta - T = 0$ ($a = 0$ الجسم ساكن)

$$\therefore \quad T = mg\sin\theta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$T = (15)(9.8)(\sin 27)$$

$= 67\ N$

وإذا قطع الخيط فإن: $T = 0$

$mg \sin\theta \ = ma$

$9.8 \sin 27 \ = a$ ....(2)

$\therefore \qquad a = 4.4\ m/s^2$

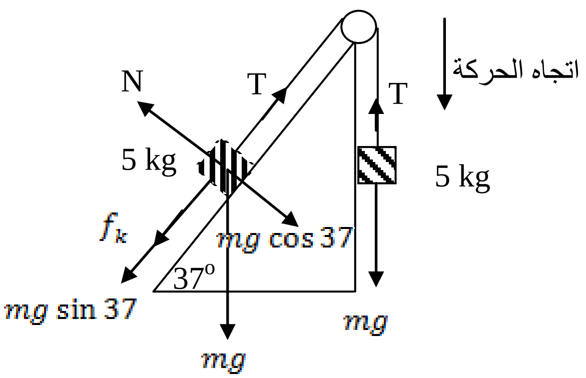
المعادلة (٢) توضح أن التسارع لا يعتمد على كتلة الجسم وهذا يذكرنا أن الجسم الساقط سقوطاً حراً لا يعتمد تسارعه على كتلة الجسم أيضاً.

مثال(17-٣)

ما هو تسارع المجموعة المبينة في الشكل إذا كان معامل الاحتكاك الحركي هو ٠.٢ وكتلة كل جسم 5 kg أحسب أيضاً الشد في الخيط.

الحل:

نحدد أولاً القوى المؤثرة على كل جسم على حده وهي موضحة بالشكل ثم نطبق قانون نيوتن الثاني على كل جسم على حدة وهي معادلة حركة الجسم:



معادلة حركة الجسم المعلق:

$mg - T = ma$ ....(1)

$(5)(9.8) - \ T = (5)\ a$

$49 - T = 5a$ ....(2)

معادلة حركة الجسم الثاني على المستوى:

$T - \ f_k - (mg \sin 37) = m\ a$ ....(3)

$T - \ \mu_k\ N - (mg \sin 37) = m\ a$

$$T - (0.2)(5)(9.8)(\cos 37) - (5)(9.8)(\sin 37) = 5a$$

$$T - 37.3 = 5a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

من المعادلة (2),(4) وبالجمع نجد: $a = 1.17\, m/s^2$

وبالتعويض في المعادلة (2) نوجد قوة الشد: $T = 43.11\, N$

تمارين

١- يتحرك صندوق كتلته 8 kg إلى أسفل سطح مائل زاوية ميله 30^o وتسارعه $0.3\ m/s^2$.

أ) أوجد قوة الاحتكاك ب) ما هي قيمة معامل الاحتكاك الحركي ؟

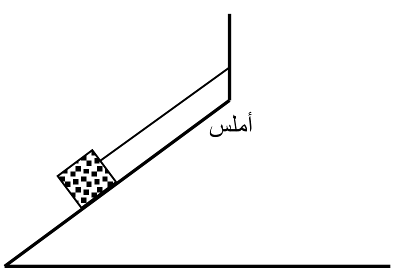
٢- زلاجة صواريخ تجريبية يمكنها يمكنها الحركة من السكون حتى سرعة 1600 km/hr في زمن 1.8 s

أ) ما هو تسارع تلك الزلاجة ؟ ب) ما هي القوة اللازمة لهذا التسارع إذا كانت كتلة الزلاجة 500 kg ؟

٣- يترك رجل فضاء كتلته 75 kg الأرض متجهاً إلى الفضاء. أحسب :

- وزن الرجل أ) على الأرض ب) على المريخ حيث $g_{(\text{المريخ})} = 3.8\, m/s^2$

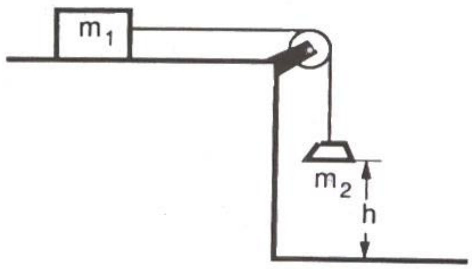
- ما هي كتلة الرجل على كل كوكب ؟



٤- في الشكل المقابل إذا كانت كتلة الجسم 8.5 kg وزاوية ميل المستوى الأملس $\theta = 30^o$

أوجد أ) الشد في الخيط ب)القوة العمودية المؤثرة على الجسم. ج) لو قطع الخيط فاحسب تسارع الجسم.

[الإجابة : أ) 41.7 N ب) 72.1 N ج) $4.9\ m/s^2$]



٥- في الشكل المقابل يتحرك الجسمان عند اللحظة $t = 0$ بادئين من السكون ، عندما تكون الكتلة m_2 على ارتفاع h عن سطح الأرض، فإذا كانت $m_1 = 20$ kg و $m_2 = 6$ kg و $h = 2$ m ، أوجد:

أ)متى يصطدم الجسم m_2 بالأرض ؟ ب) السرعة

التي يصدم بها الجسم m_2 بالأرض ؟ أهمل كتلة البكرة والاحتكاك.

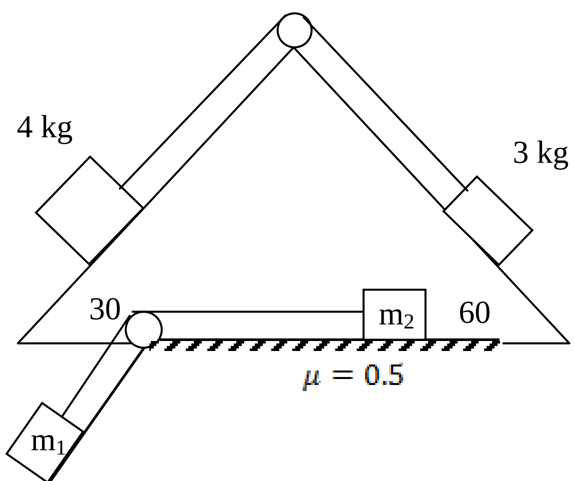
[الإجابة : أ) 1.33 s ب) 3 m/s]

٦- جسمان وزن كل منهما 10 N ، يتدليان من طرفي حبل يمر فوق بكرة غير خشنة وخفيفة ، والبكرة معلقة من السقف بواسطة سلسلة أ) أوجد قوة الشد في الحبل ب) أوجد قوة الشد في السلسلة. [الإجابة : أ) 10 N ب) 20 N]

٧- ما هو وزن رائد فضاء كتلته 75 kg : أ) على الأرض ب) على القمر ($g = 1.7\ m/s^2$)

ج) على كوكب الزهرة ($g = 8.7\ m/s^2$)

٨- قاطرة تجر خلفها عربتين لهما نفس الكتلة، بين أن قوة الشد في الوصلة بين القاطرة والعربة الأولى هي ضعف قوة الشد في الوصلة بين العربة الأولى والعربة الثانية لأي تسارع للقاطرة مغاير للصفر.



٩- اعتبر السطوح في الشكل المقابل ملساء والبكرة مهملة الكتلة:

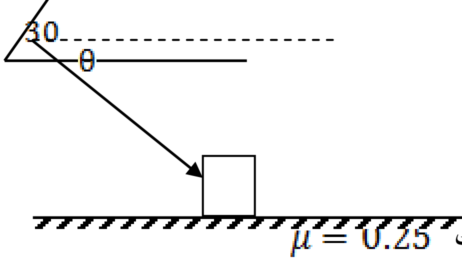
أ) أوجد تسارع الكتلة 4kg

ب) أوجد الشد في الخيط.

[الإجابة : أ) $0.84\ m/s^2$ ب) 22.96 N]

١٠- في الشكل المقابل إذا كانت $m_1=4\ kg$ و $m_2=2\ kg$ والمستوى الأفقي خشن والمستوى المائل أملس. أوجد: أ) تسارع الجسمين ب) الشد في الخيط.

[الإجابة : أ) $1.63\ m/s^2$ ب) 13.1 N]



١١- يتحرك جسم كتلته 3.5 kg على مستو أفقي خشن تحت تأثير قوة مقدارها $F = 15\ N$ وتميل بزاوية $\theta = 40^o$ مع الأفقي كما هو مبين بالشكل.

أحسب أ) قوة الاحتكاك المؤثرة على الجسم إذا كان معامل الاحتكاك $\mu = 0.25$

أ) تسارع الجسم.[الإجابة : أ) 8.575 N ب) $0.84\ m/s^2$]

الكهرباء

(قانون كولوم والمجالات الكهربائية and Electric Fields Coulombs Law(

(قانون كولوم والمجالات الكهربائية and Electric Fields Coulombs Law)

١٢-١ المواد الموصّلة والمواد العازلة وشبه الموصلة

(Conductors ,Insulators and Semiconductor)

تختلف المواد من حيث قابليتها في نقل الشحنات الكهربائية خلالها ، وبصورة عامة يمكن تقسيمها إلى ثلاثة أصناف :

١٢-١ -١ المواد الموصّلة (Conductors)

وهي المواد التي تنتقل خلالها الشحنة الكهربائية في الحال ، وتعتبر المعادن (Metals) من أجود المواد إيصالا للكهربائية وعلى رأسها الفضة ثم يليه النحاس فالألمنيوم وذلك يعود إلى التركيب البلوري (Crystal Structure) لهذه المعادن حيث يتراصف عدد من الذرات مكونا نظاما هندسيا معينا يسمى التنظيم البلوري (Crystal Lattice) ، حيث يكون ارتباط إلكترونات المدارات الخارجية بنواة الذرة ضعيفا أي تكون حرة في التنقل داخل التركيب البلوري للمعدن ولهذا تدعى أيضا بالإلكترونات الطليقة (Free Electrons) وبتنقلها هذا تجعل المعادن متميزة عن غيرها في قابليتها للتوصيل الكهربائي .

١٢-١ -٢ المواد العازلة (Insulators)

وهي المواد التي لا تنقل خلالها الشحنة الكهربائية في الحال لعدم إحتوائها على إلكترونات طليقة ، حيث أن جميع إلكترونات المدار الخارجي للذرة تكون مرتبطة بالتنظيم البلوري أو التركيب الجزيئي للمادة ، ومن أمثلة هذه المواد هي المايكا والكبريت والزجاج والبلاستك .

١٢-١ -٣ المواد شبه الموصلة (Semiconductors)

وهي تلك المواد التي لها خواص وسطية بين الموصّلات والعوازل من حيث قابليتها في التوصيل الكهربائي ، حيث يمكن زيادة قابلية التوصيل الكهربائي لها من خلال زيادة درجة حرارتها أو بإضافة كميات صغيرة من الشوائب إليها ومن أشهرها الجيرمانيوم والسليكون اللذان لهما أهمية خاصة في التكنولوجيا لإستعمالهما في صناعة الترانزسترات والخلايا الشمسية .

٢-١٢ قانون كولوم (Coulombs Law)

من المعروف أن المادة تتألف من جسيمات تحمل شحنات كهربائية موجبة ($Positive Charges$) وأخرى سالبة ($Negative Charges$) وينتج عن قوى التجاذب ($Attraction$) والتنافر ($Repel$) بين هذه الجسيمات العديد من خواص المادة وتلعب دورا متميزا في تقييد الإلكترونات بالشحنات الموجبة للقوى مكونة الأنواع المختلفة من الذرات ، وهي المسؤولة أيضا عن تكوين الجزيئات .

إذن يعتمد الفهم الكامل لخواص المادة والعلاقة بين المادة والكهربائية على معرفة طبيعة القوى الكهربائية الحقيقية بين أي جسمين يحملان شحنتين كهربائيتين وهذا ما حققه العالم الفرنسي شارل كولوم سنة ١٧٨٥ م في قانونه الذي ينص على ((**تتناسب قوة التجاذب أو التنافر بين شحنتين كهربائيتين طرديا مع حاصل ضرب مقدار كل منهما وعكسيا مع مربع البعد بين مركزيهما**)) ، ويمكن التعبير عنها رياضيا بالصيغة الآتية :

$$\vec{F}_E \alpha \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\boxed{\vec{F}_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r^2} ...(1-12)}$$

حيث أن :

$\vec{F}_E$: القوة الكهربائية (تجاذب (-) ، تنافر (+)) .

$\varepsilon_\circ$: السماحية الكهربائية ($Electric Permeability$) للوسط ويساوي ($8.85x10^{-12} C^2 / N.m^2$) .

q_1 : مقدار الشحنة الأولى (كولوم (C)) .

q_2 : مقدار الشحنة الثانية (كولوم (C)) .

r^2 : مربع المسافة بين مركزي الشحنتين (م٢ (m^2)) .

ويمكن كتابة المعادلة أعلاه بالصيغة الآتية :

$$\boxed{\vec{F}_E = k\frac{q_1 q_2}{r^2} ...(2-12)}$$

حيث أن :

k : ثابت التناسب وقيمته ($8.988x10^9 Nm^2 / C^2$) وسوف نستخدمها مقرّبة إلى القيمة ($9x10^9 Nm^2 / C^2$) .

ملاحظة : عند تعويض مقدار الشحنات الكهربائية في قانون كولوم يؤخذ بنظر الإعتبار إشارات الشحنات ، وعليه تصبح إشارة قوة التنافر (**موجبة**) بينما إشارة قوة التجاذب (**سالبة**) .

مثال : شحنتان نقطيتان البعد بينهما $(30cm)$ ، مقدار الشحنة الأولى $(+3\mu C)$ ومقدار الشحنة الثانية $(+6\mu C)$ ، أوجد مقدار القوة الكهربائية الناشئة بينهما ؟ وما نوعها ؟

الحل :

$$q_1 = +3\mu C = +3x10^{-6}C$$

$$q_2 = +6\mu C = +6x10^{-6}C$$

$$r = 30cm = 0.3m$$

$$\vec{F}_E = k\frac{q_1 q_2}{r^2}...(2-12)$$

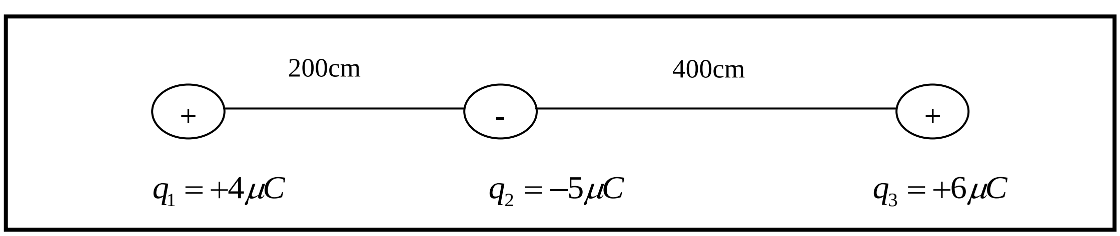
$$\vec{F}_E = (9x10^9).\frac{(+3x10^{-6})(+6x10^{-6})}{(0.3)^2}$$

$$\boxed{\vec{F}_E = +1.8N}$$

و الإشارة الموجبة تشير إلى أن نوع القوة الناشئة بين الشحنتين هي (**قوة تنافر**).

مثال : أوجد مقدار محصلة القوة المؤثرة على مركز الشحنة $(q_2 = -5\mu C)$ المرسومة في الشكل الآتي :

الحل :



١ - نحسب مقدار القوة الناشئة بين الشحنة الأولى والشحنة الثانية :

$$\vec{F}_E = k\frac{q_1 q_2}{r^2}...(2-12)$$

$$\vec{F}_{E\,1,2} = k.\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^{\ 2}}$$

$$\vec{F}_{E\,1,2} = (9x10^9).\frac{(+4x10^{-6})(-5x10^{-6})}{(200x10^{-2})^2}$$

$$\boxed{\vec{F}_{E\,1,2} = -0.0450N}$$

و الإشارة السالبة تشير إلى أن نوع القوة بين الشحنتين هي (**قوة تجاذب**).

٢ - نحسب مقدار القوة الناشئة بين الشحنة الثالثة والشحنة الثانية :

$$\vec{F}_E = k\frac{q_1 q_2}{r^2} ...(2-12)$$

$$\vec{F}_{E\;3,2} = k.\frac{q_3 q_2}{r_{3,2}^{\;2}}$$

$$\vec{F}_{E\;3,2} = (9x10^9).\frac{(+6x10^{-6})(-5x10^{-6})}{(400x10^{-2})^2}$$

$$\boxed{\vec{F}_{E\,3,2} = -0.0169N}$$

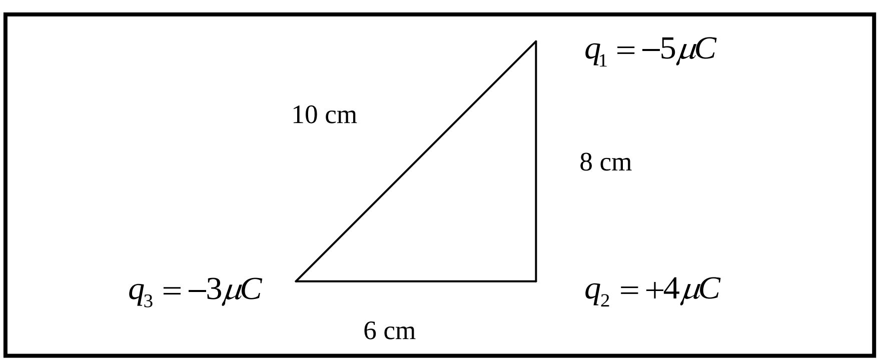
و الإشارة السالبة تشير إلى أن نوع القوة بين الشحنتين هي (**قوة تجاذب**).

إذن القوة الكلية المؤثرة على مركز الشحنة الثانية بواسطة القوتين المتعاكستين في الإتجاه هي (بدون إستخدام إشارات الشحنات الكهربائية لأننا نريد مقدار القوة فقط) :

$$\vec{F}_{E\,Total} = \vec{F}_{E\,1,2} - \vec{F}_{E\,3,2}$$

$$\vec{F}_{E\,Total} = (0.0450) - (0.0169) \boxed{\Rightarrow \vec{F}_{E\,Total} = 0.0281N}$$

مثال : إحسب مقدار وإتجاه محصلة القوى المؤثرة على الشحنة ($q_2 = +4\mu C$) الموضّحة في الشكل الآتي :



الحل : -

١ - نحسب مقدار القوة الناشئة بين الشحنة الأولى والشحنة الثانية :

$$\vec{F}_E = k\frac{q_1 q_2}{r^2} ...(2-12)$$

$$\vec{F}_{E\,1,2} = k.\frac{q_1 q_2}{{r_{1,2}}^2}$$

$$\vec{F}_{E\,1,2} = (9x10^9).\frac{(-5x10^{-6})(+4x10^{-6})}{(8x10^{-2})^2} \boxed{\Rightarrow \vec{F}_{E\,1,2} = -28.125N}$$

وإتجاهها من الشحنة الثانية (الموجبة) إلى الشحنة الأولى (السالبة) ، و الإشارة السالبة تشير إلى أن نوع القوة بين الشحنتين هي (**قوة تجاذب**).

٢ - نحسب مقدار القوة الناشئة بين الشحنة الثالثة والشحنة الثانية :

$$\vec{F}_E = k\frac{q_1 q_2}{r^2} ...(2-12)$$

$$\vec{F}_{E\,3,2} = k.\frac{q_3 q_2}{{r_{3,2}}^2}$$

$$\vec{F}_{E\,3,2} = (9x10^9).\frac{(-3x10^{-6})(+4x10^{-6})}{(6x10^{-2})^2}$$

$$\boxed{\vec{F}_{E\,3,2} = -30N}$$

وإتجاهها من الشحنة الثانية (الموجبة) إلى الشحنة الثالثة (السالبة) ، و الإشارة السالبة تشير إلى أن نوع القوة بين الشحنتين هي (**قوة تجاذب**).

لإيجاد مقدار محصلة القوى المؤثرة على الشحنة ($q_2 = +4\mu C$) ، يلاحظ أن القوتين تؤثران في إتجاهين متعامدين ، أي أن :

$$R = \sqrt{(\vec{F}_{E1,2})^2 + (\vec{F}_{E3,2})}^2$$

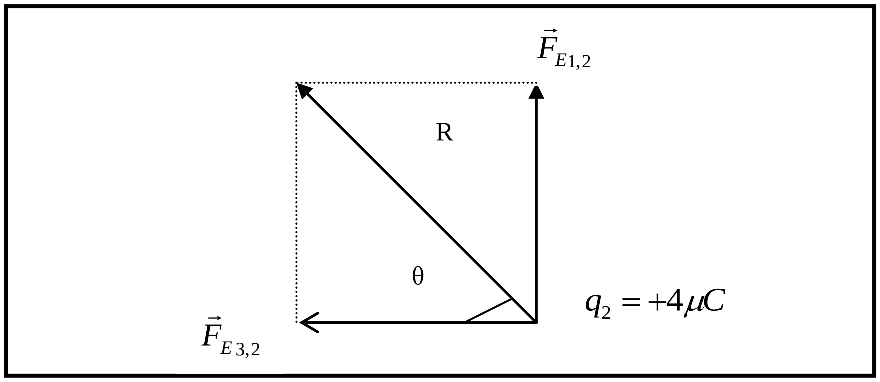
$$R = \sqrt{(28.125)^2 + (30)}^2$$

$$\boxed{R = 41.1N}$$

أما إتجاه محصلة القوى المؤثرة على الشحنة ($q_2 = +4\mu C$) :

$$\tan\theta = \frac{\vec{F}_{E1,2}}{\vec{F}_{E3,2}} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{\vec{F}_{E1,2}}{\vec{F}_{E3,2}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{(28.125)}{(30)} \boxed{\Rightarrow \theta = 43.152^{\circ}}$$



٣-١٢ المجال الكهربائي (Electric Field)

يعرّف المجال الكهربائي لشحنة في نقطة ما بأنه القوة التي يؤثر بها ذلك المجال في شحنة إختبار صغيرة موجبة ( ) q_o موضوعة في تلك النقطة مقسومة على مقدار تلك الشحنة ، بمعنى آخر مقدار وإتجاه القوة المؤثرة على وحدة الشحنة في تلك النقطة ، أي أن :

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q_o} ...(3-12)}$$

$$\vec{E} = k\frac{q_1 q_o}{r^2 q_o}$$

$$\boxed{\vec{E} = k\frac{q}{r^2} ...(4-12)}$$

ويوضّح المعادلة الأخيرة المجال الكهربائي لشحنة نقطية مقدارها (q) على بعد (r) منها ، وتكون قيمة المجال موجبة أو سالبة معتمدة على نوع شحنة المصدر ، أما إتجاهه فهو يخرج من الشحنة الموجبة وينتهي في الشحنة السالبة ، ويقاس المجال الكهربائي بوحدة (N/C) ، ولما كانت القوة كمية متجهة فإن المجال الكهربائي يكون كمية متجهة أيضا أي يتم تحديده من خلال مقداره وإتجاهه .

إذا إفترضنا أن شحنة إختبار موجبة حرة الحركة صغيرة موضوعة في مجال شحنة كهربائية ، فإن مجموع المسارات التي ستسلكها شحنة الإختبار حول الشحنة الكهربائية عند وضعها في مجالها تسمى بخطوط المجال الكهربائي التي تتصف بالآتي :

١- يكون إتجاه خطوط المجال الكهربائي بحيث تبدو خارجة من الشحنة الموجبة وداخلة في الشحنة السالبة ، ويدل إتجاه المماس لخط المجال عند أي نقطة على إتجاه المجال الكهربائي عند تلك النقطة ، كما ويدل عدد خطوط المجال والذي يقطع وحدة المساحة على شدة المجال الكهربائي في تلك المنطقة .

٢- يتناسب عدد الخطوط الخارجة من الشحنة الموجبة أو الداخلة في الشحنة السالبة تناسبا طرديا مع مقدار الشحنة .

٣- خطوط المجال الكهربائي لا تتقاطع لأنها لو تقاطعت لوجد أكثر من إتجاه للمجال عند نقطة واحدة وهذا مرفوض فيزياويا .

يعرّف المجال الكهربائي المنتظم بأنه مجال الشحنة ذو المقدار الثابت والإتجاه الثابت بكل مواقع المجال ، ولأجل تشكّل مجال كهربائي منتظم يلزمنا لوحين معدنيين ، متوازيين ، البعد صغير جدا مقارنة بأبعادهما ، ومشحونين بشحنتين مختلفتين .

مثال : إحسب كل مما يأتي :

١ - شدة المجال الكهربائي ($\vec{E}$) عند مسافة ($30cm$) من شحنة نقطية ($q_1 = 5x10^{-9}C$) ؟

الحل :

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}...(4-12)$$

$$\vec{E} = (9x10^9 N.m^2/C^2)\frac{(5x10^{-9}C)}{(0.30m)^2}$$

$$\boxed{\vec{E} = 500N/C}$$

٢ - القوة المؤثرة على الشحنة ($q_2 = 4x10^{-10}C$) موضوعة على بعد ($30cm$) من (q_1) ؟

الحل :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q_o}...(3-12)$$

$$\vec{F} = \vec{E}.q_2 = (500)(4x10^{-10})$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{F} = 2x10^{-7}N}$$

و الإشارة الموجبة تشير إلى أن نوع القوة بين الشحنتين هي (**قوة تنافر**).

٣ - القوة المؤثرة على الشحنة ($q_3 = -4x10^{-10}C$) موضوعة على بعد ($30cm$) من (q_1) (في غياب q_2) ؟

الحل :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q_o} \quad ...(3-12)$$

$$\vec{F} = \vec{E}.q_3 = (500)(-4x10^{-10})$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{F} = -2x10^{-7}\,N}$$

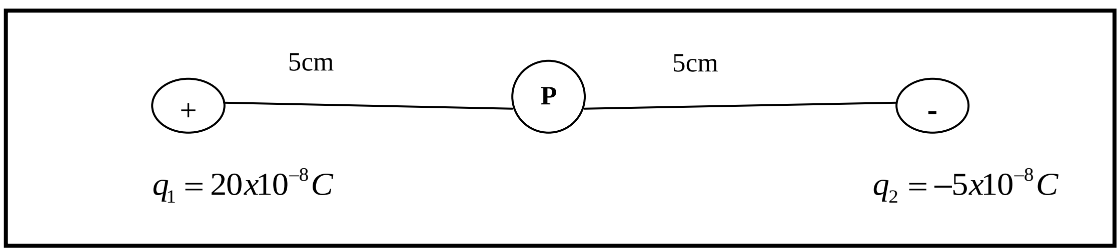
و الإشارة السالبة تشير إلى أن نوع القوة بين الشحنتين هي (**قوة تجاذب**).

مثال : بالنسبة للحالة الموضّحة في الشكل الآتي ، أوجد :

١ - شدة المجال الكهربائي ($\vec{E}$) عند النقطة (P) التي تمثل شحنة إختبار موجبة ؟

٢ - القوة المؤثرة على الشحنة ($-4x10^{-8}C$) موضوعة عند النقطة (P) ؟

الحل :



١ - شحنة الإختبار الموجبة موضوعة عند (P) سوف تتنافر بتأثير الشحنة الموجبة (q_1) وتنجذب إلى اليمين بتأثير الشحنة السالبة (q_2) ، وحيث أن ($\vec{E}_1$) و ($\vec{E}_2$) لهما نفس الإتجاه ، فإنه يمكننا جمع مقداريهما (بدون إستخدام إشارات الشحنات الكهربائية لأننا نريد مقدار المجال فقط) لإيجاد مقدار محصلة المجال :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E} = k\frac{q_1}{r_1^{\,2}} + k\frac{q_2}{r_2^{\,2}}$$

$$\vec{E} = \frac{k}{r_1^{\,2}}(q_1 + q_2)$$

حيث ($r_1 = r_2 = 0.05m$) ، ولذلك :

$$\vec{E} = (9x10^9\,N.m^2/C^2)\frac{((20x10^{-8}) + (5x10^{-8}))}{(0.050m)^2}$$

$$\vec{E} = (9x10^{9} N.m^{2}/C^{2})\frac{(25x10^{-8}C)}{(0.050m)^{2}}$$

$$\boxed{\vec{E} = 9x10^{5} N/C}$$

ويكون إتجاهه نحو اليمين .

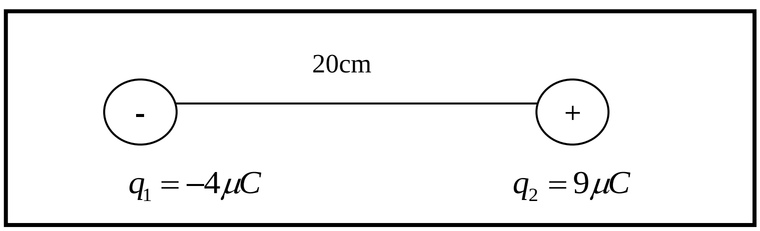
٢ - شحنة ($-4x10^{-8}C$) موضوعة عند (P) ستتأثر بقوة ($\vec{E}.q$) وتساوي :

$$\vec{F}_{E} = \vec{E}.q = (9x10^{5} N/C)(-4x10^{-8}C)$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{F}_{E} = -0.036N}$$

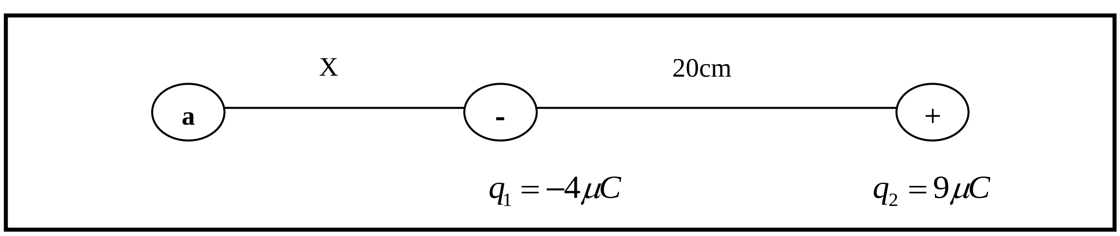
ملاحظة : تعرّف نقطة التعادل في المجال الكهربائي على أنها المنطقة التي تكون محصلة شدة المجال الكهربائي عندها مساوية للصفر (أي أن المجالين يكونان متساويين بالمقدار ومتعاكسين بالإتجاه) ، بمعنى آخر إذا وضعت أي شحنة عندها تصبح مستقرة .

مثال : من الشكل الآتي ، حدّد نقطة التعادل لشحنتين مقدارهما ($-4\mu C$ و $+9\mu C$) والبعد بينهما ($20cm$) ؟



الحل :

إن موقع نقطة التعادل سوف يكون خارج المنطقة المحصورة بين الشحنتين لأنهما مختلفتان ، لذلك فإنها تتجه نحو الشحنة الأصغر وتقع على بعد (X) من الشحنة ($-4\mu C$) عند النقطة (a) :



بما أن نقطة التعادل تكون عندها محصلة شدة المجال الكهربائي مساوية للصفر ، إذن :

$$\sum \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$$

أي أن المجالين متساويين بالمقدار

$$\vec{E}_1 = -\vec{E}_2$$

أي أن المجالين متعاكسيين في الإتجاه

$$\because \vec{E} = k\frac{q}{r^2} ...(4-16)$$

$$\boxed{k\frac{q_1}{r_1^{\ 2}} = -k\frac{q_2}{r_2^{\ 2}}}$$

$$(9x10^9)\frac{(-4x10^{-6})}{(Xx10^{-2})^2} = -(9x10^9)\frac{(9x10^{-6})}{((20+X)x10^{-2})^2}$$

$$(9x10^9)\frac{(4x10^{-6})}{X^2x10^{-4}} = (9x10^9)\frac{(9x10^{-6})}{(20+X)^2x10^{-4}}$$

$$\sqrt{\frac{4}{X^2}} = \sqrt{\frac{9}{(20+X)^2}}$$

$$\frac{2}{X} = \frac{3}{20+X} \boxed{\Rightarrow X = 40cm}$$

أي أن نقطة التعادل تقع على بعد $(40cm)$ من الشحنة ($-4\mu C$) خارج المنطقة المحصورة بين الشحنتين وعلى إمتداد الخط الواصل بينهما .

٤-١٢ الجهد الكهربائي (Electric Potential)

يعرّف مقدار الشغل اللازم لنقل وحدة الشحنات الكهربائية بين النقطتين بأنه مقدار فرق الجهد بين النقطتين ويمكن التعبير عنه رياضيا كالآتي :

$$\boxed{V_{a\to b} = \frac{W_{a\to b}}{q}[\frac{Joule(J)}{Coulomb(C)}(Volt(V))]...(5-12)}$$

حيث أن :

$V_{a\to b}$: فرق الجهد الكهربائي بين النقطتين .

$W_{a\to b}$: الشغل الكهربائي لنقل الشحنة الكهربائية من ($a \to b$) .

إن وحدة قياس فرق الجهد هي الفولت ($Volt(V)$) ، ويعبّر عن فروق الجهد الصغيرة بالملي فولت ورمزه (mV) وتساوي ($10^{-3}V$) ، أو مايكرو فولت (μV) وتساوي ($10^{-6}V$) ، أما فروق الجهد الكبيرة فيعبّر عنها بالكيلو فولت (kV) وتساوي ($10^{3}V$) أو ميكا فولت (MV) وتساوي ($10^{6}V$) .

أما بالنسبة لفرق الجهد الكهربائي لشحنة عند نقطة (شحنة نقطية) فإنه يعطى بالعلاقة الآتية :

$$\boxed{V = k\frac{q}{r} ...(6-12)}$$

مثال : إذا كان فرق الجهد بين نقطتين في مجال كهربائي يساوي ($3V$) ، فما هو الشغل اللازم لتحريك شحنة مقدارها ($5C$) بين هاتين النقطتين ؟

الحل :

$$V_{a\to b} = \frac{W_{a\to b}}{q} Volt(V) ...(5-12)$$

مقدار الشغل اللازم هو :

$$W = Vq = 3x5$$

$$\boxed{W = 15 Joule}$$

مثال : شحن سطح كروي مجوف بشحنة مقدارها ($2\mu C$) . جد الجهد في نقطة تبعد ($10cm$) عن مركز الكرة ، مع العلم أن هذه المسافة هي أكبر من نصف قطر الكرة ؟

الحل :

مقدار الجهد في نقطة :

$$V = k\frac{q}{r} ...(6-12)$$

$$V = (9x10^{9})\frac{(2x10^{-6})}{(0.1m)}$$

$$\boxed{V = 1.8x10^{5} Volt}$$

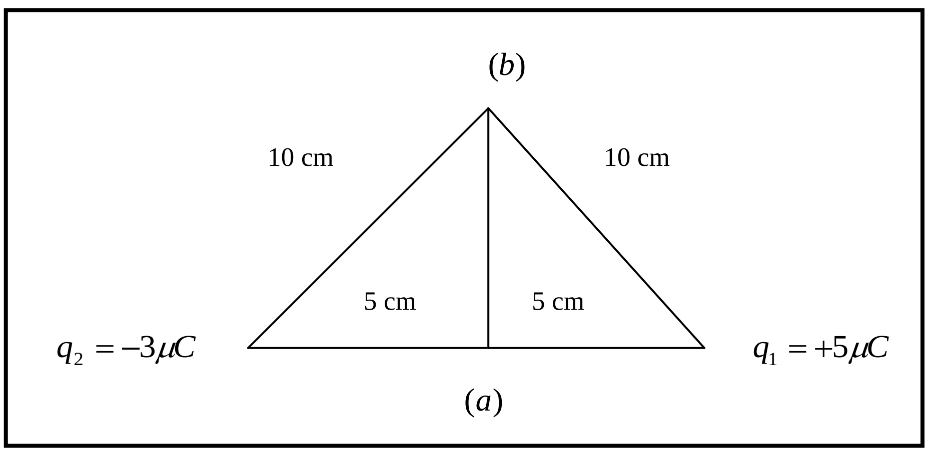
مثال : وضعت الشحنتان ($+5\mu C$ و $-3\mu C$) على رأسي مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ($10cm$) كما في الشكل الآتي ،

إحسب :

١- جهد النقطة (a) ؟

٢- جهد النقطة (b) ؟

٣- مقدار الشغل اللازم لنقل شحنة مقدارها ($6\mu C$) من النقطة (a) إلى النقطة (b) ؟



الحل : -

١ - حساب جهد النقطة (a) :

$$V_a = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2}$$

$$V_a = (9x10^9)\frac{(5x10^{-6})}{(5x10^{-2})} + (9x10^9)\frac{(-3x10^{-6})}{(5x10^{-2})}$$

$$\boxed{V_a = 3.6x10^5 Volt}$$

٢ - حساب جهد النقطة (b) :

$$V_b = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2}$$

$$V_b = (9x10^9)\frac{(5x10^{-6})}{(10x10^{-2})} + (9x10^9)\frac{(-3x10^{-6})}{(10x10^{-2})}$$

$$\boxed{V_b = 1.8x10^5 Volt}$$

٣ - حساب مقدار الشغل اللازم لنقل شحنة مقدارها ($6\mu C$) من النقطة (a) إلى النقطة (b) :

$$W_{ab} = q(V_b - V_a)$$

$$W_{ab} = (6x10^{-6})(1.8x10^5 - 3.6x10^5) \boxed{\Rightarrow W_{ab} = -1.08 Joule}$$

مسائل الفصل الثاني عشر
قانون كولوم والمجالات الكهربائية
) and Electric Fields Coulombs Law(
((١٢))

س١ : ثلاث شحنات نقطية وضعت عند النقاط الآتية على محور السينات : ($+2\mu C$) عند $(x = 0)$ ، ($-3\mu C$) عند $(x = 40cm)$ ، ($-5\mu C$) عند $(x = 120cm)$. إحسب :

١- القوة المؤثرة على الشحنة ($-3\mu C$) ؟

٢- القوة المؤثرة على الشحنة ($-5\mu C$) ؟

الإجابة : $\boxed{-0.55N}$ $\boxed{0.15N}$

س٢ : أوجد النسبة بين قوة كولوم الكهربائية ($\vec{F}_E$) وقوة الجاذبية ($\vec{F}_G$) بين إلكترونين في الفراغ إذا علمت أن ثابت كولوم تساوي ($9x10^9 Nm^2/C^2$) ، وثابت الجاذبية تساوي ($6.67x10^{-11} N.m^2/kg^2$) ، وشحنة الإلكترون هي $(1.6x10^{-19}C)$ ، وكتلة الإلكترون هي $(9.1x10^{-13}kg)$ ؟

الإجابة : $\boxed{4.3x10^{42}}$

$\boxed{\text{س}^{٣}}$: شحنة مقدارها $(6\mu C)$ تؤثر عليها قوة $(2mN)$. إحسب :

١- قيمة المجال الكهربائي ؟

٢- القوة التي تؤثر بها شحنة مقدارها $(-2\mu C)$ إذا أستخدمت في مكان الشحنة $(6\mu C)$ ؟

الإجابة : $\boxed{0.33kN/C}$ $\boxed{0.67mN}$

$\boxed{\text{س}^{٤}}$: شحنة نقطية مقدارها $(-3x10^{-5}C)$ موضوعة عند نقطة أصل الإحداثيات ، إحسب المجال الكهربائي عند نقطة $(x = 5m)$ ؟

الإجابة : $\boxed{10800N/C}$

$\boxed{\text{س}^{٥}}$: يتطلب $(0.005J)$ من الشغل لتحريك شحنة مقدارها $(2.5x10^{-4}C)$ من نقطة إلى أخرى . جد فرق الجهد بين النقطتين ؟

الإجابة : $\boxed{20V}$

المغناطيسية

القوى في المجالات المغناطيسية (The Forces in the Magnetic Fields)

١٦-١ المغناطيسية (Magnetism)

١٦-٢ قانون كولوم في المغناطيسية

(in Coulombs Law Magnetism)

١٦-٣ المجال المغناطيسي حول التيار

(Magnetic Field Around Current)

١٦-٤ تأثير المجال المغناطيسي على شحنة متحرّكة

(Effect of Magnetic Field On Moving Charge)

١٦-٥ القوة على موصّل يمر فيه تيار

(in Cross Current Conductor On Force The)

١٦-٦ شدة المجال المغناطيسي (Intensity Of Magnetic Field)

١٦-٧ الأجهزة الكهربائية (Electric Equipments)

١٦-٧-١ الكلفانوميتر (Galvanometer)

١٦-٧-٢ الأميتر (Ammeter)

١٦-٧-٣ الفولتميتر (Voltmeter)

(The Forces in the Magnetic Fields) القوى في المجالات المغناطيسية

١٦-١ المغناطيسية (Magnetism)

شُوهِدَت منذ زمن الإغريق أحجار المغناطيس الطبيعية تجذب قطع الحديد الصغيرة والقريبة منها وقد عُثِرَ على هذه الأحجار في **مغنيسيا** في آسيا الصغرى ولذلك سُمّيت بأحجار المغناطيس .

وفي أواخر القرن الثاني عشر للميلاد تعرّف بعض الرّحالة على خاصية أخرى لحجر المغناطيس وهي عند تعليقه من وسطه بخيط بصورة أفقية تتجه إحدى نهايتيه نحو الشمال والأخرى نحو الجنوب وقادت هذه الخاصية إلى إكتشاف البوصلة البحرية .

لقد تطوّر كل من عِلم الكهربائية و عِلم المغناطيسية مُنفصلاً عن الآخر وحتى سنة ١٨٢٠ حين إكتشف أورستد (١٧٧٧- ١٨٥١) أن التيار المارفي سلك يُؤثر على أبرة البوصلة المغناطيسية عند وضعها بالقرب منه وبعد هذا الإكتشاف تطوّرت العلاقة بين هذين العِلميين (الكهربائية و المغناطيسية) تطورا كبيراً .

١٦-٢ قانون كولوم في المغناطيسية (Coulombs Law in Magnetism)

تُؤثّر الأقطاب المغناطيسية على بعضها البعض بقوى تجاذبية أو تنافرية والأقطاب المتشابهة تتنافر بينما المختلفة تتجاذب ، وقد درس كولوم القوى التي تظهر بين الأقطاب المغناطيسية ووضع قانونه الذي ينص على أن ((**قوة التجاذب أو التنافر بين قطبين مغناطيسيين تتناسب طرديا مع شدتهما وعكسيا مع مربع المسافة بينهما**)) ، أي أن :

$$\boxed{\vec{F}_M = \frac{1}{4\pi\mu_o} \cdot \frac{m_1 . m_2}{r^2} \ldots (1-16)}$$

حيث أن :

$\vec{F}_M$: القوة المغناطيسية بين القطبين المغناطيسيين ، مقاسة بوحدة (N) .

μ_o : ثابت التناسب ويدعى بنفوذية الفراغ ويساوي $(4\pi x 10^{-7} T.m/A)$.

m_1, m_2 : شدتي القطبين المغناطيسيين ، مقاسة بوحدة ($Weber (Wb)$) .

r^2 : مربع المسافة بين القطبين المغناطيسيين ، مقاسة بوحدة (m^2) .

١٦-٣ المجال المغناطيسي حول التيار (Magnetic Field Around Current)

في سنة ١٨٢٠ إكتشف العالم الدنماركي هانس أورستد أن التيار المار في سلك يُؤثر على أبرة البوصلة القريبة منه فيجرفها عن إتجاهها ، وكانت هذه التجربة أول دليل على العلاقة بين الكهربائية والمغناطيسية ، فالتيار المار في سلك يُولّد مجالا مغناطيسيا حوله وأن إتجاه التيار في السلك يُحَدّد إتجاه خطوط القوة حوله ، وفي الإمكان تغيير شدة المجال المغناطيسي حول السلك فهي تزداد وتنقص مع زيادة ونقصان التيار .

ولتعيين إتجاه خطوط قوة المجال المغناطيسي حول سلك يمر فيه تيار كهربائي ، نقبض السلك باليد اليمنى بحيث يتجه الإبهام بإتجاه التيار وعندئذٍ فأن دوران الأصابع اليد الباقية يشير إلى إتجاه خطوط القوة .

١٦-٤ تأثير المجال المغناطيسي على شحنة متحرّكة

(Effect of Magnetic Field On Moving Charge)

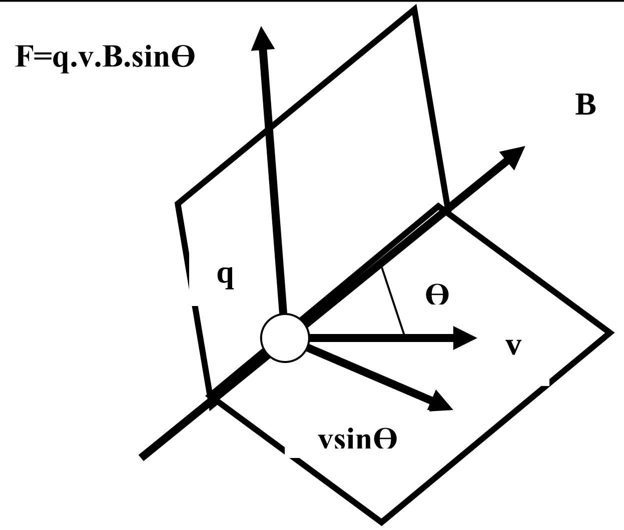
تولّد الشحنة المتحركة مجالا مغناطيسيا في الفضاء الذي حولها ويؤثر هذا المجال بقوة على أية شحنة أخرى تتحرّك خلاله .

إذا مرّت حزمة من الإلكترونات أو البروتونات خلال مجال مغناطيسي فسيؤثر المجال بقوة على كل جسيم في الحزمة ولما كانت حركة هذه الجسيمات ليست مقيدة فستغيّر قوة المجال المغناطيسي إتجاه حركتها وتحرّفها عن مسارها الأصلي ، ويعتمد مقدار الإنحراف على القوة التي يؤثر بها المجال المغناطيسي على الجسيم المتحرّك .

لنفرض أننا جعلنا حزمة من الإلكترونات تتحرّك بمستوى عمودي على إتجاه المجال المغناطيسي فالتجربة تبين أن الإنحراف يحدث دائما بطريقة تشير إلى قوة تؤثر في هذا المستوى وبإتجاه عمودي على سرعة حزمة الإلكترونات .

إذا كانت سرعة الشحنة المتحرّكة (v) عمودية على المجال المغناطيسي (B) فالقوة تصبح عمودية على المجال المغناطيسي والسرعة وإن مقدار هذه القوة يتناسب طرديا مع السرعة .

أما إذا كانت سرعة الشحنة المتحرّكة (v) ليست عمودية على المجال المغناطيسي (B) وإنما تصنع زاوية (θ) مع المجال فعندئذ يجب تحليل متجه السرعة (v) إلى مركّبتين ، ($v\cos\theta$) بإتجاه المجال و ($v\sin\theta$) عموديا على المجال ، وفي هذه الحالة العامة ، فإن القوة المؤثرة على الشحنة المتحرّكة تكون عمودية على المجال المغناطيسي (B) و ($v\sin\theta$) وكما يوّضح ذلك في الشكل (١٦ – ١) .



شكل (١٦ – ١) : القوة المؤثرة على الشحنة المتحرّكة تكون عمودية على المجال المغناطيسي (B) و ($v\sin\theta$)

لقد بيّنت التجربة أن القوة المؤثرة على شحنة تتحرّك في مجال مغناطيسي تتناسب مع مقدار الشحنة ، ومن هذه التجارب يمكننا تعريف مقدار المجال المغناطيسي (كثافة الفيض المغناطيسي) (B) في أية نقطة على النحو الآتي :

$$\boxed{B = \frac{F}{q.v.\sin\theta}(\frac{Weber}{m^2} = Tesla)...(2-16)}$$

حيث أن :

B : المجال المغناطيسي (كثافة الفيض المغناطيسي) $(\frac{Weber}{m^2} = \frac{N}{C.m/s} = (\frac{N}{A.m}) = Tesla)$ ، ويمكن أن يقاس المجال المغناطيسي بوحدة $(\frac{Maxwell}{cm^2} = \frac{dyne}{C.cm/s} = (\frac{dyne}{A.cm}) = Gause)$ ، علما أن ($1Tesla = 10^4 Gause$) .

F : القوة المغناطيسية المسلّطة على الشحنة المتحرّكة في النقطة ، مقاسة بوحدة (N).

q : مقدار شحنة الجسيم ، مقاسة بوحدة (C) .

v : سرعة الجسيم ، مقاسة بوحدة (m/s) .

θ : الزاوية بين سرعة الشحنة (v) وإتجاه المجال المغناطيسي (B) .

يمكن كتابة المعادلة (١٦ – ٢) على النحو الآتي :

$$\boxed{F = B.q.v.\sin\theta ...(3-16)}$$

عندما ($\theta = 90^\circ$) عندئذ :

$$\boxed{F = B.q.v...(4-16)}$$

عندما ($\theta = 0^\circ$) نحصل على :

$$F = 0$$

وهذا يعني أن القوة تكون في نهايتها العظمى عندما تتحرّك الشحنة بصورة عمودية على المجال المغناطيسي ($\theta = 90^\circ$) ، وتتناقص القوة من نهايتها العظمى كلما صغرت الزاوية بينهما حتى تصبح القوة مساويا الى الصفر إذا تحرّكت الشحنة بإتجاه موازي للمجال المغناطيسي ($\theta = 0^\circ$) .

مثال : بروتون يدخل مجال مغناطيسي كثافة فيضه ($1.5Wb/m^2$) بسرعة ($2x10^7 m/s$) عند زاوية (30°) مع المجال . إحسب القوة المؤثرة على البروتون ؟

الحل :

من المعادلة (١٦ – ٣) :

$$F = B.q.v.\sin\theta ...(3-16)$$

$$F = (1.5).(1.6x10^{-19}).(2x10^7).\sin(30^\circ)$$

$$\boxed{F = 2.4x10^{-12} N}$$

مثال : أيون ($q = +2e$) يدخل مجال مغناطيسي ($1.2Wb/m^2$) بسرعة ($2.5x10^5 m/s$) عموديا على المجال . إحسب القوة المؤثرة على الأيون ؟

الحل :

من المعادلة (١٦ – ٤) :

$$F = B.q.v...(4-16)$$

$$F = (1.2).(2x1.6x10^{-19}).(2.5x10^5)$$

$$\boxed{F = 9.6x10^{-14} N}$$

مثال : إحسب سرعة الأيونات التي تمر بدون إنحراف خلال المجالين المغناطيسي (B) والكهربائي (E) المتعامدين ، إذا علمت أن $(E = 7.7kV/m)$ و $(B = 0.14T)$ ؟

الحل :

المجال الكهربائي يؤثرعلى الشحنة بقوة متجهة نحو الأسفل مقدارها ($E.q$)، والمجال المغناطيسي يؤثر على الشحنة بقوة متجهة نحو الأعلى مقدارها $(q.v.B.\sin\theta)$ ، فإذا تعادلت هاتان القوتان بحيث لا تنحرف الأيونات فإن :

$$E.q = q.v.B.\sin\theta \Rightarrow v = \frac{E.q}{q.B.\sin 90^{\circ}}$$

$$v = \frac{E}{B} \Rightarrow v = \frac{(7.7x10^{3})}{(0.14)} \boxed{\Rightarrow v = 55000m/s}$$

١٦-٥ القوة على موصّل يمر فيه تيار (The Force On Conductor Current Cross in)

بيّن أورستد أنه عند مرور تيار كهربائي في موصّل يتولّد مجال مغناطيسي حوله فيؤثر بقوى على المغانط القريبة منه ، ومن قانون الفعل ورد الفعل يؤثر المغناطيس من خلاله بقوى متساوية ومتعاكسة على الموصّل (سلك) ، وقد بيّن ميشيل فاراداي أن المجال المغناطيسي يؤثر بقوة على الشحنات المارة في السلك بدلا من السلك نفسه .

رأينا سابقا أن القوة (F) التي تؤثر على شحنة مقدارها (q) تتحرّك بسرعة (v) في مجال مغناطيسي كثافة فيضه (B) هي :

$$F = B.q.v.\sin\theta ...(3-16)$$

فإذا كانت الشحنة (q) تتحرّك في سلك مستقيم طوله (L) فالسرعة (v) تساوي إزاحة الشحنة في وحدة الزمن ، أي أن ($v = \frac{L}{t}$) ، وعند تعويض قيمة (v) في المعادلة (١٦ – ٣) مع الأخذ بنظر الإعتبار أن يكون المجال منتظما على طول السلك ، نحصل على :

$$\boxed{F = \frac{q}{t}.L.B.\sin\theta ....(5-16)}$$

ولما كان ($I = \frac{q}{t}$) فإن المعادلة (١٦ – ٥) تصبح كالآتي :

$$\boxed{F = I.L.B.\sin\theta ....(6-16)}$$

وعندما يكون (L) عموديا على (B) تصبح ($\theta = 90^{\circ}$) ، أي أن :

$$\boxed{F = I.L.B...(7-16)}$$

مثال : سلك طوله ($0.5m$) وُضِع بصورة عمودية على مجال مغناطيسي منتظم وعندما مرّ فيه تيار ($20A$) أثرت عليه قوة مقدارها ($3N$) . جد كثافة الفيض المغناطيسي المسلّط على السلك ؟

الحل :

من المعادلة (١٦ – ٧) :

$$F = I.L.B...(7-16)$$

$$B = \frac{F}{I.L} = \frac{(3)}{(20).(0.5)} \boxed{\Rightarrow B = 0.3N / A.m}$$

وهذا يساوي كثافة فيض مقداره ($0.3\frac{Weber}{m^2}$) أو ($0.3Tesla$) .

مثال : سلك مستقيم طوله ($15cm$) يحمل تيارا شدته ($6A$) موجود في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه ($0.40T$) .

ما هي القوة المؤثرة على السلك عندما يكون :

١ – عموديا على المجال ؟

٢ – يصنع زاوية (30°) مع المجال ؟

الحل :

١ - لحساب القوة المؤثرة على السلك عندما يكون عموديا على المجال :

من المعادلة (١٦ – ٧) :

$$F = I.L.B...(7-16)$$

$$F = (6).(15x10^{-2}).(0.40)$$

$$\boxed{F = 0.36N}$$

٢ - لحساب القوة المؤثرة على السلك عندما يصنع زاوية (30°) مع المجال :

من المعادلة (١٦ – ٦) :

$$F = I.L.B.\sin\theta....(6-16)$$

$$F = (6).(15x10^{-2}).(0.40).\sin(30^\circ)$$

$$\boxed{F = 0.18N}$$

١٦-٦ شدة المجال المغناطيسي (Intensity Of Magnetic Field)

لا تؤثر الأقطاب المغناطيسية على بعضها البعض مباشرة وإنما عن طريق مجالاتها المغناطيسية المحيطة بها ، ولتعريف شدة المجال المغناطيسي بدلالة القوة التي تؤثر بها على قطب مغناطيسي صغير يوضع في الوسط الذي نود قياسه فيه ، نقول أن شدة المجال المغناطيسي في أية نقطة هي القوة بالنيوتن التي يؤثر بها قطب شمالي قوته (ويبر واحد) موضوع في تلك النقطة .

إذن القوة (F) المسلّطة على قطب مغناطيسي قوته (m) في مجال مغناطيسي شدته (H) هي :

$$\boxed{F = m.H ...(8-16)}$$

أو أن شدة المجال المغناطيسي هي :

$$\boxed{H = \frac{F}{m} ...(9-16)}$$

ويعرّف الفيض المغناطيسي بالعدد الكلي لخطوط لمجال المغناطيسي المارة عموديا خلال أي سطح مساحته (A) ويرمز له بالحرف (ϕ) ويقاس بوحدة الويبر ، أما كثافة الفيض المغناطيسي (B) فهو الفيض لوحدة المساحة ، أي أن :

$$\boxed{B = \frac{\phi}{A} ...(10-16)}$$

وتعريف (H) بدلالة (B) هو :

$$\boxed{B = \mu.H ...(11-16)}$$

حيث (μ) يمثل ثابت التناسب ويسمى بنفوذية الوسط .

١٦-٧ الأجهزة الكهربائية (Electric Equipments)

١٦-٧-١ الكلفانوميتر (Galvanometer)

الكلفانوميتر مقياس حسّاس يُستخدم للكشف ولقياس تيارت متناهية في الصغر ويعتبر من المقاييس الأساسية لقياس التيار المستمر وعند إضافة أجزاء بسيطة إليه يمكن تحويله إلى أميتر أو فولتميتر، لذلك يعتبر الكلفانوميتر الجهاز الأساس في تصميم الأميترات والفولتميترات .

إذا مرّ تيار عالي في كلفانوميتر فقد يتلف ملفه ، وعليه فعند قياس التيارات العالية تُربط مقاومة صغيرة تسمى بالمجزئ على التوازي عبر نهايتي ملف الكلفانوميتر فيتحوّل الكلفانوميتر إلى أميتر الذي يكون ملائما لقياس التيارات العالية ، ويجب أن تكون مقاومة المجزئ هذه أقل من مقاومة الكلفانوميتر بحيث أن معظم التيار المطلوب قياسه يمر خلال مقاومة المجزئ .

ويمكن كذلك إستعمال الكلفانوميتر كفولتميتر بواسطة ربط مقاومة خارجية قيمتها عالية على التوالي مع الكلفانوميتر ويجب أن تكون المقاومة الخارجية هذه أكبرمن مقاومة الكلفانوميتر وذلك لضمان عدم قدرة الكلفانوميتر في تغيير الفولتية المقاسة بشكل مؤثر ، وبسبب ذلك تكون مقاومة الفولتميتر دائما عالية .

١٦-٧-٢ الأميتر (Ammeter)

إن الجهاز الذي يقيس التيار يدعى الأميتر ، حيث أن التيار المطلوب قياسه يجب أن يمر خلال الأميتر ، لذلك فالأميتر يجب أن يربط على التوالي مع بقية عناصر الدائرة الكهربائية ، وعند إستعمال الأميتر لقياس التيارات المستمرة يجب التأكد من ربطه بحيث أن التيار يدخل الجهاز من نهايته الموجبة ويخرج من نهايته السالبة .

إن الأميتر المثالي يمتلك مقاومة داخلية صفر بحيث لا يتغير التيار المطلوب قياسه .

١٦-٧-٣ الفولتميتر (Voltmeter)

إن الجهاز الذي يقاس به فرق الجهد يدعى الفولتميتر ، حيث أن فرق الجهد عبر المقاومة يمكن قياسه بفولتميتر يربط على التوازي مع هذه المقاومة ، ويجب ملاحظة أن النهاية الموجبة للفولتميتر يجب أن تربط إلى نهاية المقاومة ذات الجهد العالي ، والنهاية السالبة له يجب أن تربط إلى نهاية المقاومة ذات الجهد الواطئ .

إن الفولتميتر المثالي يمتلك مقاومة عالية بحيث لا يمر التيار خلاله .

مسائل الفصل السادس عشر
القوى في المجالات المغناطيسية
(The Forces in the Magnetic Fields)
((١٦))

س١ : سلك مستقيم طوله ($5cm$) يحمل تيارا شدته ($3A$) موجود في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه ($0.80T$) . ما هي القوة المؤثرة على السلك عندما يكون :

١ – عموديا على المجال ؟

٢ – يصنع زاوية (60°) مع المجال ؟

الإجابة: $\boxed{0.12N}$ $\boxed{0.10N}$

س٢ : إحسب سرعة الأيونات التي تمر بدون إنحراف خلال المجالين المغناطيسي (B) والكهربائي (E) المتعامدين ، إذا علمت أن $(E = 80kV/m)$ و $(B = 0.4T)$ ؟

الإجابة : $\boxed{2x10^{5} m/s}$

س٣ : قذف إلكترون بصورة عمودية في مجال مغناطيسي منتظم كثافة فيضه ($10Wb/m^{2}$) بسرعة ($3x10^{7} m/s$) . أوجد القوة المغناطيسية المسلطة على الإلكترون ، إذا علمت أن شحنة الإلكترون تساوي ($1.6x10^{-19}C$) ؟

الإجابة : $\boxed{48x10^{-12} N}$

س٤ : سلك طوله ($0.8m$) وُضِع بصورة عمودية على مجال مغناطيسي منتظم وعندما مرّ فيه تيار ($16A$) أثرت عليه قوة مقدارها ($4N$) . جد كثافة الفيض المغناطيسي المسلّط على السلك ؟

الإجابة : $\boxed{0.31N/A.m}$

$\boxed{\text{س}^{\circ}}$: بروتون يدخل مجال مغناطيسي كثافة فيضه $(1.4Wb/m^2)$ بسرعة $(2x10^7 m/s)$ عند زاوية (40°) مع المجال . إحسب القوة المؤثرة على البروتون ، إذا علمت أن شحنة البروتون تساوي $(1.6x10^{-19}C)$ ؟

الإجابة : $\boxed{4.48x10^{-12}N}$
