خواص المادة و مقدمة الفيزياء

الأستاذ الدكتور/ جمال الدين عطا

أستاذ الفيزياء التجريبية

" تقديم لخواص المادة "

نعني بالمادة كل ما يشغل حيزا من الفراغ فمثلاً الكتاب، القلم، قطعة النقود قطعة الخشب، الكوب.... وغيرها يمثل " مادة " من المواد (أو مجموعة من المواد) ومن البديهي ألا تشغل مادتين نفس الحيز من الفراغ حتى أنه لا يمكن أن تغمر كوب من الهواء وهو مقلوباً في سائل إذا أنزلته عمودياً على سطح السائل بل يجب إمالته فتخرج فقاعات الهواء من الكوب ليحل محلها السائل. وذلك لأن الهواء مادة والسائل مادة لا ينبغي أن يشغلا حيزاً واحداً (حيز الكوب).

والمادة الواحدة لها عدة صور Forms فقد تكون في صورة صلبة أو سائلة أو غازية والمثال المألوف لنا هو الماء وهو بصورته المعتادة في حالة السيولة أما عند تبريده فيكون في صورة صلبة (الجليد أو الثلج) وعند تسخين الماء إلى درجة الغليان نلاحظ تصاعد الماء في صورة بخار الماء وهو الحالة الغازية للماء وكل المواد لها مثل هذه الخاصية أي يمكن تحويلها من صورة إلى أخرى حتى الحديد يمكن مشاهدته وهو يجري أنهاراً سائلة في مصانع الصلب (الحالة السائلة) وباستمرار تسخينه يمكن تبخيره. وطبعاً يحتاج ذلك إلى درجة حرارة أعلى من حالة الماء فالمواد عموماً ليست لها نفس الدرجة التي تتجمد أو تنصهر عندها ويرجع هذا لاعتبارات الطاقة الداخلية (طاقة الذرات والجزيئات المكونة للمادة). فالمادة الصلبة في الحالة الطبيعية عند إعطائها " طاقة " حرارية تتحول إلى سائل وتسمى هذه العملية انصهاراً وعكس عملية الانصهار هو التجمد حيث تتحول الحالة السائلة إلى الصلبة مصحوباً بفقد في الطاقة.

وباستمرار التسخين أي " إعطاء طاقة " للسائل يتحول إلى البخار وتسمى هذه العملية " البخر " وعكس ذلك هو " التكاثف " ونلحظ ذلك إذا صادف البخار (بخار الماء العادي) سطحاً بارداً يفقده الطاقة فيتحول إلى السيولة.

وهناك من المواد التي تتحول إلى الحالة الغازية مباشرة من الحالة الصلبة دون المرور بالحالة السائلة وتسمى هذه العملية " التسامي " Sublimation.

ولكل صورة من صور المادة خصائصها المميزة بل وقد لا تشاركها في هذه الخواص Properties أي شكل آخر من أشكال نفس المادة. فمثلاً الحالة الغازية لها

خاصية الانتشار Diffusion وهذه الخاصية ليست للحالة الصلبة فالعطور تنتشر في الغرفة الواحدة فور فتح الإناء الحاوي لها بينما لا يتطاير أو ينتشر القلم الذي في يدك إلى أرجاء الحجرة.

مثل هذه الخاصية – خاصية الانتشار – يمتاز بها الغاز عما سواه بينما هناك خواصاً للحالة الصلبة: مثل الصلابة والصلادة والمرونة؛ وللحالة السائلة خواصها المميزة مثل الجريان أو السيولة واللزوجة والتوتر السطحي.

وإذا كنا قد أسلفنا الذكر بأن لكل حالة خواصها الفريدة إلا أن هناك خواصاً قد يشترك فيها حالتان مثل المرونة (في الحالة الصلبة والغاز مثلاً) كذلك اللزوجة ويشترك فيها الغاز والسائل.

الآن وبعد الانتهاء من هذا التقديم؛ نحن الآن بصدد إلقاء الضوء على هذه الخواص المميزة للمادة لذا كان هذا المقرر الذي سندرسه هذا العام وهو "خواص المادة". ولذلك سنتناول بشيء من التفصيل خاصية – أو أكثر – لكل حالة من حالات المادة المختلفة؛ علماً بأنه يوجد جزأن هامان يلزم دراستهما لخدمة المقرر. وهما نظرية الأبعاد والمتجهات. نسأل الله أن يدركنا الصواب في تبسيط هذا المقرر فهماً لما بعده.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق ،،،

الأستاذ الدكتور/ جمال الدين عطا

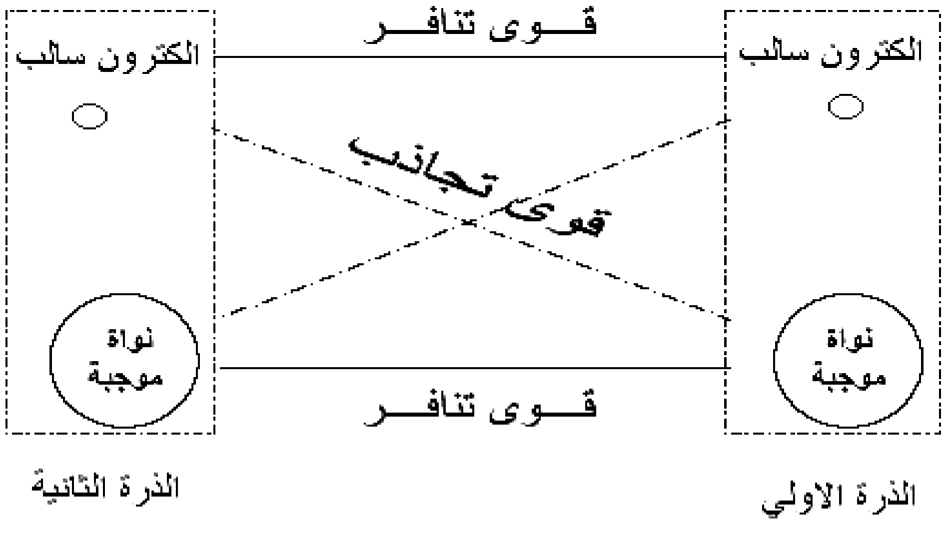
1. الحالة الصلبة

1.1 مفاهيم مرتبطة بتركيب المادة :

بعد أن علمنا أن المادة هي كل ما يشغل حيزاً من الفراغ وله وزن ؛ فهي يمكن تقسيمها وفقاً لاتجاهات من يقوم بالتقسيم فهي من وجهة نظر ما تنقسم إلى صلب وسائل وغاز ومن وجهة نظر أخرى تنقسم إلى موصلات وعوازل وما بينهما من أشباه موصلات وهكذا .

1.1.1 حالات المادة :

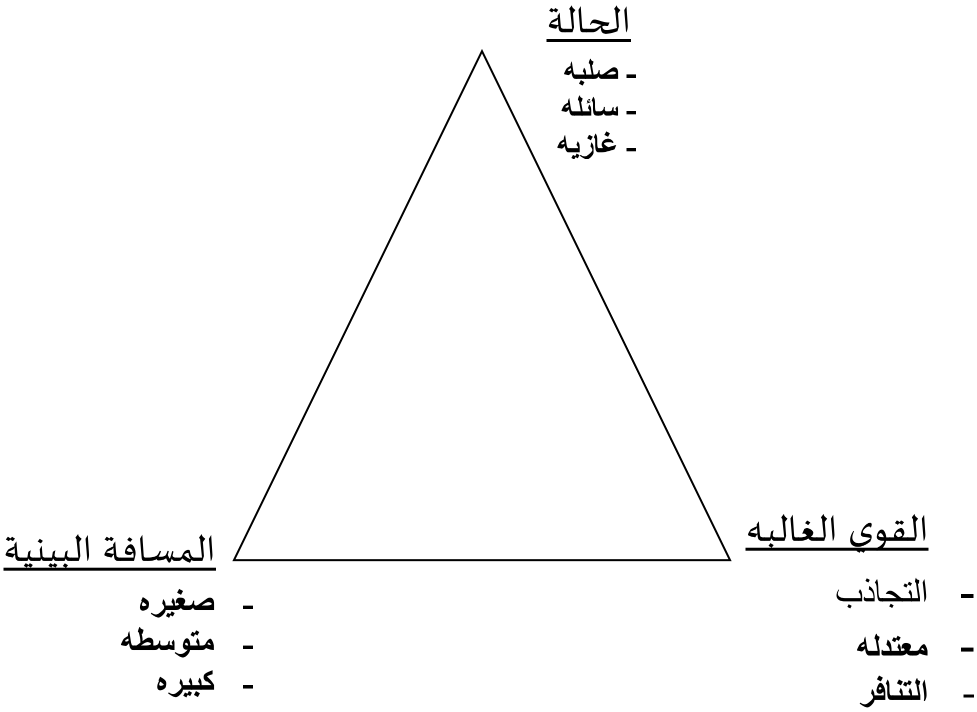
من المعلوم ان المادة تتكون من وحدات بنائية وبدورها تتكون من الذرات والتي تعرف بانها دقائق مشحونة بالسالبية الكهربية تدور في أفلاك حول أخرى تسمى الأنوية. والذرة هي البنيان الأول في تركيب المادة موضع الإعتبار. ولا شك أن تجمعات الذرات معاً تحتاج إلى معرفة نوع الروابط التي تجمع هذه الذرات. وعلى العموم فإن تكّون هذه التجمعات الذرية يؤدي إلى بنيان المادة المرتبط بالطبع بتركيب الذرات ومن ثم طبيعة الروابط بينهما.



(الشكل للتوضيح ولتقريب الفكرة فقط)

شكل رقم (1)

فإذا ما كانت المسافات البنية بين الذرات صغيرة فإن ذلك يعني أن الروابط قوية تميل إلى التجاذب الموجود بين الأنوية والإلكترونيات في ذرات الجوار وليست الذرة الواحدة ومن ثم فإنه إذا كانت قوى التجاذب أكبر من قوى التنافر القائم بين الالكترونات وجيرانها او النواة مع النواة المجاورة تقاربت المسافة البينية ، وهذا ما نجده في الحالة الصلبة .



شكل (2)

بالمثل فإنه إذا كانت محصلة قوى التجاذب والتنافر معتدلة أدى ذلك إلى مسافة بينية متوسطة وكانت الحالة هي السائل .

أما في حالة الغازات فالمسافة البينية كبيرة دلالة على أن طبيعة القوى الغالبة هي التنافر ولعل هذا يفسر ظاهرة انتشار الغازات والشكل (2) يوضح ملخصاً لحالات المادة وعلاقة ذلك بطبيعة القوى الداخلية ومن ثم المسافة بين الوحدات البنائية في المادة. هذا الشكل يمكننا تسميته مثلث حالات المادة.

1.1.2 الحالة الصلبة Solid State :

من الواضح الآن أن المادة الصلبة هي حالة وحداتها البنائية مترابطة أكبر من الحالات الأخرى للمادة مما يجعل لها بنياناً واضحاً متماسكاً Solid يتغلب على تأثير الإناء الحاوي لها . مثل هذا البنيان والتراص Arrangement قد يكون منتظماً ودورياً للوحدات البنائية فتكون هنا إمام حالة بللورية Crystalline ولها خصائصها الفريدة بالطبع . أو أن تكون أمام حالة من التوزيع الغير المنتظم Irregular لهذه الوحدات بمعنى أن المسافة بين الوحدات البنائية في الأبعاد الثلاثة غير متساوية وهذا يكسب المادة درجة الهشاشة النسبية Amorphous وقد تكون المادة غيرمتبلوره Noncrystalline أو زجاجية التركيب Glassy حيث تفتقر الأنواع السابقة إلى حالة الانتظام في المسافة بين الوحدات البنائية.

1.2 مقدمة المرونة:-

الآن دعنا نقدم أولى هذه الخواص بهذا السؤال: ماذا لو ضغطت بأحد أصابعك على كرة من المطاط؟ وماذا لو قمت بنفس العملية على كتلة من العجين؟

لعلك تلاحظ أن الكرة المطاطية بعد زوال أصبعك مباشرة تستعيد شكلها المعتاد الأصلي , بينما كتلة العجين لا تعود لسابق عهدها. إذن هناك من الأجسام ما له القدرة على استعادة شكله وحجمه الطبيعي بعد زوال المؤثر الخارجي " القوة " وهو ما يسمى الجسم تام المرونة Perfect Elastic ويتميز هذا النوع من الأجسام بما يلي :

1- يحدث الإجهاد نفس الانفعال دائماً .
2- يظل الانفعال ثابتاً تحت تأثير الإجهاد.
3- عند زوال الإجهاد يزول الانفعال الناتج .

بينما هناك طائفة أخرى ليست كذلك وهذه ما نطلق عليها بأنها غير مرنة non-elastic or plastic حيث يبقى منها جزءاً من التشوه Deformation or Distortion

وأخيراً هناك طائفة ثالثة يتبقى فيها التشوه كاملاً وتسمى هذه الطائفة تامة اللدانة Perfect plastic

ولعلك استنتجت الآن أننا بصدد دراسة خاصية المرونة وعليه فإن الجزء التالي سيناقش خاصية المرونة بشيء من الإيضاح.

1.3 أهداف دراسة المرونة :

- استعراض مجموعة الخواص المميزة للحالة الصلبة.
- اختيار إحدى الخواص (المرونة) للدلالة على أن دراسة الخاصية دالة في التركيب الداخلي للمادة.
- إكساب الطالب مهارة تعميم دراسة خاصية ما وما استنتجه من هذه الخاصية علي الخواص الاخري للحالة الصلبة.
- رفع الرصيد المعرفي لدى الطالب عن حالات ومظاهر تأثير القوة على جسم ما ورد الفعل المتوقع من المادة نتيجة كل تأثير من هذه التأثيرات.
- تتبع دراسة وتعيين قيمة الطاقة المختزنة لدى تعرض الجسم لإجهاد خارجي.
- التأكيد على مبدأ " بقاء الكتلة " من خلال دراسة تجربة بواسون.

1.4 المرونة Elasticity

من المعلوم أن هناك تعبيراً يسمى قوة الرد أو القوة الراده Restoring Force وهذا ما نلمسه عند تأثير قوة على سلك مرن . والحقيقة أن هذه القوة الراده أو قوة الإرجاع هي شكل من أشكال رد الفعل التي يتميز بها الجسم المرن لمقاومة القوى الخارجية التي تعمل على تغيير أو تشويه " Deformation " الجسم شكلاً أو حجماً.

والمرونة كغيرها من الصفات الفيزيائية شيء نسبي وتتغير مرونة الجسم الواحد نظراً للعوامل المؤثرة عليه من تغيير في درجة حرارة الوسط المحيط الذي مد مكونات الجسم بطاقة حرارية – وكذلك التأثير الضوئي الذي يعطي الجسم طاقة ضوئية – وكذلك التأثير الكهربي والمغناطيسي. ومن التجارب التي تجري في معامل الأبحاث الفيزيائية هو دراسة التغير الحادث في المرونة نتيجة لتأثير الضوء والحرارة عليها وكذلك وضع المادة في مجال كهربي أو مجال مغناطيسي أو كلاهما – فمثلاً عند توصيل المادة بمجال كهربي ثم نسقط عليها الضوء ندرس تغيير المرونة بالتأثير

الكهروضوئي – وهذه التجارب تعطي معلومات تفيد في صناعة الخلايا الشمسية وفي صناعة مواد من البلاستيك ذات صفات فيزيائية معينة – كما هو الحادث في المادة المطاطية التي تحيط بباب الثلاجة – فنجد أن لها خواصاً مغناطيسية فتنجذب إلى جسم الثلاجة عند غلقها والأمثلة كثيرة جداً وكل يوم تنشر أبحاثاً تعطي الجديد والمفيد دائماً في هذا المجال.

وفي معرض الحديث عن المرونة هناك ثلاث تعبيرات مرتبطة ارتباطاً وثيقاً لتزامن حدوثها عند حدوث أو تأثير قوة تعمل على هذا التشويه للجسم . فطالما أن هناك قوة تعمل للتشويه فهناك أيضاً رد الفعل المساوي لها- وفقا للقانون الثالث لنيوتن- تماماً تنشأ من داخل الجسم. هذه التغييرات هي اولا:- تأثير القوة على المساحة وهو ما يعرف بالإجهاد وثانيا:- رد الفعل الناشئ منها وهو ما يسمى بالانفعال أما الثالث فهو االنسبة بينهما ويسمي معامل المرونة.

<u>الإجهاد Stress</u> : هو القوة الواقعة على وحدة المساحات عمودياً على الجسم .

أي أن: الإجهاد = $\dfrac{F\ (\text{القوة})}{A\ (\text{مساحة السطح})}$

<u>الانفعال Strain :</u>

نظراً لوجود هذه القوة التي تهدف إلى تشويه الجسم فقد تحدث نوعاً من الإزاحة أو التغيير في شكل أو حجم الجسم، هذا التغير الحادث بالنسبة للشكل أو الحجم الأصلي أو الطول يسمى الانفعال. وهو يتغير بتغيير طبيعة الجسم وطريقة تأثير القوى عليه.

إذا ما كان الهدف هو تشويه الشكل فإن رد الفعل المؤثر علي الشكل يسمي الإنفعال، أما إذا كان فعل القوة علي الحجم فإن مقدار التغير في الحجم بالنسبة إلى

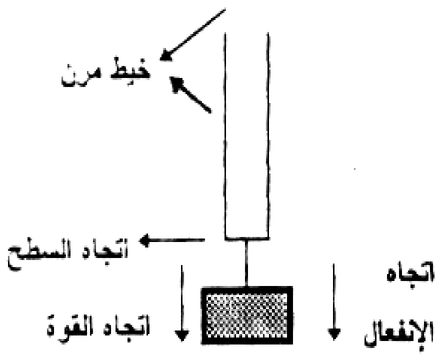
الحجم الأصلي يسمى الانفعال أيضا. كذلك إذا كانت قوة التشويه تؤثر على الطول فإن التغير في الطول منسوباً إلى الطول الأصلي هو "الانفعال".

والآن بعد أن أسلفنا الحديث عن التعبيرين الإجهاد والانفعال بقي أن نتعرض للتعبير الثالث المتزامن معهما وهو " المرونة " فما دامت هناك " قوة "وهناك "تغييرا " إذن هناك سؤالاً عن إمكانية عودة هذا التغيير إلى سابق عهده بعد زوال هذه القوة وهذا تماماً ما يسمى بالمرونة. ليس هذا فقط هو السؤال الوحيد بل السؤال التالي هو ما مقياس مرونة الجسم؟ لأن الجسم الواحد لا يبدي نفس المرونة دائماً مهما تغيرت مقدار القوى المؤثرة، بل هناك حدا أو مقدارا معيناً للقوة يختلف فيه سلوك الجسم المرن (كما سنوضح هذا بعد قليل).

عموماً نحن يمكننا تقديم تعريف أو نسبة بين مقدار الإجهاد والانفعال وهي معامل المرونة وطبعاً هذا المعامل يختلف باختلاف اتجاه تأثير القوة المحدثة لانفعاله وإجهاده فهناك التأثير الطولي وهو ما يعرف أحياناً بالإجهاد العمودي للقوة والتأثير الحجمي لها وهو ما يعرف باسم إجهاد الضغط، وكذلك هناك ما يسمى بالتأثير القاص للقوة وهو مايسمى بالتأثير المماسي للقوة.

1.4.1 التأثير الطولي للقوة على جسم

يحدث إذا أثرت قوة علي جسم طولياً أدى إلى إجهاد الجسم وكذلك إلى انفعاله.



<u>الإجهاد الطولي :</u> وقد يسمى بالإجهاد العمودي Normal stress ويكون اتجاهه عمودياً على سطح الجسم ففي الشكل المجاور القوة عمودية على السطح ويكون فيه اتجاه الاستطالة أو الانفعال في اتجاه القوة المؤثرة طوليا

و تعمل على إبعاد جزيئات مادة السلك المرن عن بعضها البعض .

الانفعال الطولي : في الشكل التوضيحي السابق متى أثرت القوة على الجسم طولياً وأدى ذلك إلى زيادة في طول السلك فإن مقدار الزيادة في طول السلك بالنسبة للطول الأصلي للجسم تسمى الانفعال الطولي Tensile Strain فإذا كان لدينا سلك طوله L وبعد تأثير قوة F عليه ذاد طوله بمقدار ΔL .

$$\text{فإن الانفعال الطولي} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\text{مقدار التغير في الطول للسلك "سم"}}{\text{الطول الأصلي للسلك "سم"}}$$

المرونة الطولية : ما زلنا في سياق الحديث عن تلك القوة التي تؤثر طولياً وقلنا أن ناتج ذلك هو الإجهاد الطولي وتبع ذلك حدوث انفعال طولي وكما سبق التقديم للمعاملات على أنها النسبة بين الإجهاد إلى الانفعال فإن النسبة بين الإجهاد الطولي إلى الانفعال الطولي يسمى " بمعامل المرونة الطولية " وقد يسمى كما هو شائع " بمعامل ينج ".

وبصفة عامة فإن " المعاملات " في المرونة دائماً لها وحدات القوة على وحدة المساحة نظراً لأن المعامل نسبة بين " إجهاد " وحداته القوة على وحدة المساحة بينما الانفعال لا وحدات له إذ أنه نسبة بين الزيادة في الطول إلى الطول الأصلي وعلى هذا فإن معامل المرونة الطولية " معامل ينج " أو المعاملات عموماً ليس لها وحدات سوى القوه على وحدة المساحة. فإذا كانت القوة (F) والمساحة (A) والزيادة في الطول ΔL والطول الأصلي (L) فإن معامل ينج يعطي من .

$$Y = \frac{\text{الإجهاد}}{\text{الإنفعال}} = \frac{F/A}{\Delta L/L} = \frac{FL}{\Delta L A} = (\text{dyne}/\text{Cm2})$$

1.4.2 التأثير الحجمي للقوة على جسيم

إذا أثرت القوة على حجم الجسم كله Bulk فإن القوى الراده ستعمل على جميع الأجزاء الممثلة لحجم الجسم ومن ثم يكون الإجهاد هنا حجمياً وكذلك الانفعال .

الإجهاد الحجمي Bulk-Stress: ويسمى أحياناً بإجهاد الضغط أو الإنضغاط Compersssion Stress عندما يتعرض الجسم كله لقوة ضغط خارجية منتظمة فان القوة الكلية المؤثرة على وحدة المساحات من السطح الكلي للجسم تعرف باسم الإجهاد الحجمي فإذا سقط جسم منتظم في باطن سائل مثلاً فإنه يعاني من قوي الضغط في كل جزئ من جزيئاته وتعمل على ضغطها للداخل في هذه الحالة يقال لهذا الجسم المنتظم أنه يعاني من إجهاد حجمي أو إجهاد انضغاطي .

الانفعال الحجمي: نفترض أن الجسم المنتظم في المثال السابق هو كره فان ناتج الضغط الهيدروستاتيكي في باطن السائل والذي يعمل على كل جزيئات سطح الكره الخارجي سيؤدي إلى تغير في حجم الكره – مهما كان صغيراً – فإنه أي هذا التغير في الحجم مقارناً بالحجم الأصلي يسمى الانفعال الحجمي.

$$\text{أي أن الانفعال الحجمي} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\text{(التغير في الحجم)}\ \text{Cm}^3}{\text{(الحجم الأصلي)}\ \text{Cm}^3}$$

المرونة الحجمية : إذا كانت القوة المشوهة للجسم deforming تؤثر على الحجم bulk للجسم كله فإن مرونة هذا الجسم – أي مقدرته على استعادة شكله وحجمه الطبيعيين بعد زوال القوة – تظهر على شكل مرونة حجمية لأن كل جزء عانى من الانضغاط بتأثير القوة سيعود بتأثير المرونة وعلى هذا فالحجم كله سيظهر هذه المرونة والنسبة بين الإجهاد إلى الانفعال تسمى " المعامل " كما سبق ذكره ولما كان كلا من الإجهاد والانفعال هنا حجمين فإن المعامل هنا يكون حجمياً ويسمى "بمعامل المرونة الحجمية" ويعرف بأنه النسبة بين الإجهاد الحجمي إلى الانفعال الحجمي الحادث نتيجة له .

الإجهاد الحجمي F/A

معامل المرونة الحجمية (K) = ــــ = ــ

الانفعال الحجمي $\Delta V/V$

ولعلنا لاحظنا أن المرونة الحجمية هنا تظهر عندما يصاحب الجسم تغير في الحجم على غير معامل المرونة الطولية إذ أن المرونة الطولية تظهر في حالة تأثير قوة تعمل على إحداث تغيير في الطول. فعند عمل إجهاد طولي عبر سلك معلق فإن الاحتمال الغالب هو تغيير في الطول والشكل والحجم بينما القوة المنتظمة الخارجية المؤثرة على كرة مثلاً وهي حجم منتظم فإن التغير المتوقع هو كرة منتظمة أيضاً ولكن لها حجم أقل أي أن التغير هنا هو تغيير حجمي.

معامل المرونة الحجمي :

هو النسبة بين الإجهاد الحجمي والانفعال الحجمي ويكون معامل المرونة الحجمي من خواص العينة المتشابهة الخواص isotropic أي يكون الضغط على المادة واحداً في جميع الاتجاهات نتيجة لتأثير ضغط هيدرواستاتيكي *Hydrostatic pressure*

ومقلوب معامل المرونة الحجمي يعرف بالانضغاطية : (β) أو قابلية الانضغاط

$$\text{Compressibility} \quad \beta = \frac{1}{K} = \frac{1}{V}. = \frac{dv}{dp}$$

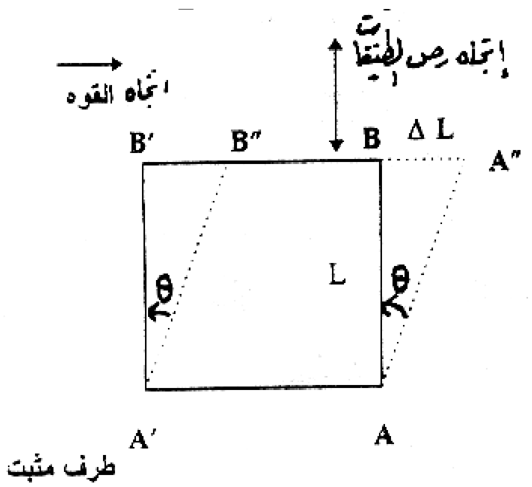
1.4.3 التأثير القاص على جسيم

في حالة تأثير القوة طولياً أو عمودياً على الجسم فإنه أمكننا معرفة التغير الطولي وكذلك إذا أثرت القوة على الحجم. لكن ماذا لو أثرت القوة على مكعب مثبت من جهه قاعدته وكانت القوة تعمل على إزاحة السطح المقابل لها. لعل هذا هو ما نعنيه بكلمة "القاص" Shear . حيث يكون الإجهاد مماسياً (Tangential Stress) .

الإجهاد القاص Shear Strain: مثل هذا المكعب إذا ما تخيلناه على هيئة طبقات

فإن الطبقة العليا القريبة من تأثير القوة ستنزاح إزاحة أكبر من تلك الطبقة التي تليها وهكذا حتى تكون القاعدة بدون إزاحة أي أن هذه الطبقات تنزاح بالنسبة لبعضها البعض نتيجة هذا الازدواج الحادث فإذا كان ضلع هذا المكعب L والقوة F فإن الإجهاد القاص= F/L وعموماً فإن الإجهاد

القاص ينتج منه تغيراً في الشكل الهندسي فقط .



الانفعال القاص Shear Strain:

إذا تخيلنا أحد أوجه المكعب السابق و هو مكون من طبقات قد انزلقت طبقاته المكونة فإننا سنحصل على الشكل المجاور حيث إزاحة الوجه العلوي بالنسبة للقاعدة هو (Δ L) فإذا كان طول ضلع المكعب (L) ؛ فإن الانفعال القاص يعرف بأنه إزاحة الطبقات بالنسبة لبعضها بفرض مرونتها أي أن الانفعال القاص = $\frac{\Delta L}{L}$ وهو يساوي تماماً ظل الزاوية θ الموضحة بالشكل

"وهي زاوية الانحراف الحادثة نتيجة الازدواج الناشئ من تلك القوة المؤثرة على أحد سطحي جسم مرن يقابله سطح آخر مثبت" وهو تعريف آخر للانفعال القاص حيث أن الزاوية تساوي ظلها إذا ما كانت صغيرة.

المرونة القاصة:

لاحظنا أن هذه القوة المؤثرة في سطح المكعب والتي تعمل على إزاحة الطبقات العليا – وتقل هذه الإزاحة حتى تتلاشى في الطبقات الدنيا – تكون نتيجتها شكل آخر جديد أي أن المرونة القاصة تغير في الشكل ولكن الحجم الناشئ الجديد هو نفسه الشكل الأصلي بمعنى أن الحجم كما هو ومن ثم فإن المرونة القاصة تذكر حين يتغير

الشكل فقط وتسمى بمعامل الصلابة أو معامل المتانة Modulus of rigidity وهو النسبة بين الإجهاد القاص إلى الانفعال القاص الناتج.

فإذا كانت (F) هي القوة السابق الإشارة إليها وكانت (A) هي مساحة مقطع المكعب و (θ) هي زاوية الانحراف الناتجة فإن :

$$N \text{ (معامل المتانة)} = \frac{F/A}{\theta} = \frac{\text{الإجهاد القاص}}{\text{الانفعال القاص}}$$

<u>معامل القص G : Shear Modulus</u>

هو النسبة بين الإجهاد المماسي والانفعال القاص ويسمي أيضا معامل الصلابه Rigidity Modulus

$$\text{ولما كان الإجهاد المماسي} = \frac{\text{القوى المماسية للسطح}}{\text{مساحة السطح}} = \frac{F}{A}$$

وانفعال القص = θ بالتقدير الدائري (لماذا)؟

$$\text{فإن معامل القص} = \frac{\text{الإجهاد الماسي}}{\text{الانفعال القاص}}$$

أو

$$G = \frac{F}{A} \div \theta =$$

<u>4.1.4 أبعاد ووحدات معاملات المرونة :</u>

مما سبق نعلم أن معامل المرونة هو النسبة بين الإجهاد والانفعال ولما كان الانفعال نسبة لا أبعاد لها؛ فإن أبعاد معامل المرونة هي أبعاد الإجهاد وهي أبعاد

الضغط، أبعاد معامل المرونة هي قوة مقسوماً على بعد مساحة . E = force / area =

$MLT^{-2} / L^{2} = ML^{-1}\,T^{-2}$

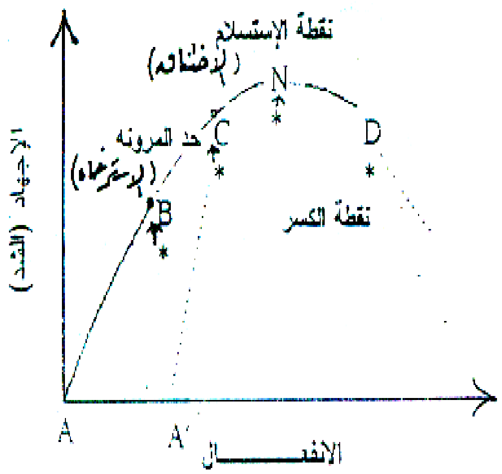
ولـــذلك فوحـــدات المرونـــة هــي نفـــس وحـــدات الضـــغط فتكـــون فـي النظــام الإنجليزي Poundal / Foot والنظام المعملي $dyne / cm^2$ وفي النظام العالمي تكون

Paskal = Newton /$(meter)^2$

1.5 قانـون هـوك Hook's Law

قـام العـالم ت. هـوك بدراسـة العلاقـة بـين القـوة المـؤثرة على الجسـم المـرن والاسـتطالة الحادثة وكانت هذه الدراسـة تجريبية . وقـد وجـد أن " الاسـتطالة تتناسـب مع القوة المحدثة لها " .

ويصاغ قانـون هـوك كمـا يلي :



لمــــدى معـــين بـــين الإجهـــاد (stress) يتناسـب الانفعـال الحـادث مع الإجهاد المؤثر على الجسـم ولا يتغير نتيجـة الطـول ولا يعتمـد على الـزمن ويعـود الجسـم إلى شـكله الأصـلي بمجـرد زوال الإجهـاد المـؤثر .كمـا يعـرف حـد المرونـة : Elastic Limit بأنـه هـو أقـل قيمـة مـن الإجهـاد

تحدث انفعال دائم في الجسم عند إزالة الإجهاد المؤثر .ولما كانت القوة هي قوة شد تتناسب بدورها مع الإجهاد وأيضاً الاستطالة الناتجة تتناسب مع الانفعال الناتج فإن قانون هوك يصبح "الإجهاد يتناسب مع الانفعال" أي أن :

$$\frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}} = \text{مقدار ثابت}$$

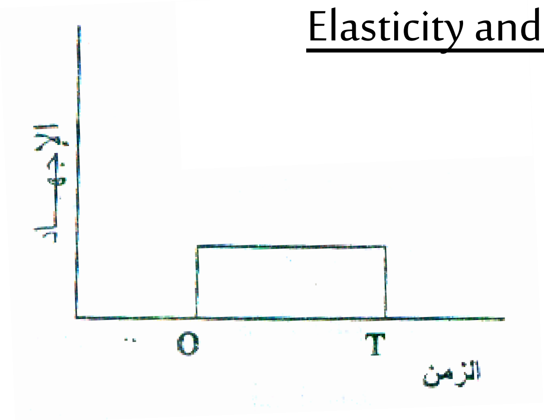
وهذا الثابت يتوقف على طبيعة المادة وتختلف من مادة لأخرى والشكل التالي يوضح دراسة عامة لمنحنى الإجهاد – الانفعال (Stress - Strain Curve) لمادة مرنة حيث نلاحظ أن الجزء AB من المنحنى يمثل الجزء السابق من القانون وهو خط مستقيم يحقق قانون هوك وتمتاز المادة المرنة بعودتها إلى سابق طبيعتها بعد زوال القوة تماما بمعنى عند إنقاص الشد على الجسم ورسم العلاقة التناقصية نجد أنها تماثل تماماً العلاقة التزايدية أي أن المادة تستعيد الشكل والحجم ويقال أنها كاملة المرونة هنا ويختلف الجزء AB من مادة إلى أخرى في طوله والنقطة B تمثل حد المرونة Elastic Limit أي الحد الخاضع لقانون هوك وبعدها تزداد الاستطالة بزيادة كبيرة لأن المادة هنا في حالة استرخاء وتسمى (B) أحياناً بنقطة الاسترخاء (yield point) وتستمر هذه الحالة حتى نقطة (C) ولما كان هذا الاسترخاء على حساب المرونة فإنه عند إعادة الرسم السابق في حالة تناقصية لا يكون هناك تطابق مع المنحنى (ABC) بل يكون المسار هو (AC) بمعنى أن الجسم قد استطال حتى إزالة كل الأثقال المسببة للشد والإجهاد بالمقدار(A A') أما النقطة (D) فتمثل نقطة الكسر Breaking point التي عندها إذا زاد الإجهاد عنها فغن الجسم يفقد مرونة بالكامل حيث أن قوى الإجهاد عندها تكون أكبر من تلك القوة الضامة للجزئيات المكونة لمادة هذا الجسم وهذا المنحنى السابق قد يختلف باختلاف المادة المدروسة بل أن هناك مواداً لا تبدأ مباشرة في الخضوع لقانون هوك حيث يتكون الجزءAB من جزأين أولهما صغيراً ولا يمثل قانون هوك وتسمى النقطة N نقطة الاختناقNecking point حيث تقابل أقصى إجهاد ممكن وتكون الأجسام عندها في حالة اختناق.

ومن الملاحظ أيضاً أن المادة المرنة إذا ما تعرضت لعدة إجهادات وانفعالات متتالية فإن العلاقة بين الإجهاد والانفعال تكون محدودة أكثر. أي يقل الجزء AB على الرسم ويقال أن هذه الظاهرة تسمى ظاهرة كلل المرونة Elastic Fatigue وهناك بعض التفاصيل بخصوص ظاهرة المرونة نوردها كما يلي :

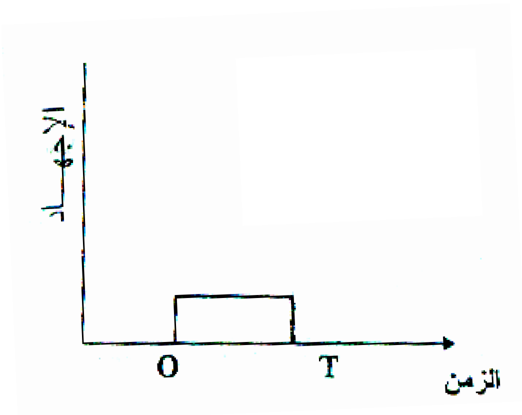
<u>تعليق</u>

هل يمكن دراسة علاقة هوك السابقة من خلال تدوين العلاقة بين الوزن المؤثر علي المحور الصادي والزيادة في الطول علي المحور السيني؟. استنتج المفهوم الفيزيائي للمواقف العلمية .

1.6 المرونة وظاهرة الاسترخاء : Elasticity and Relaxation



في دراسة الانفعال الناتج افترضنا أن المادة يحدث لها انفعال بمجرد التأثير عليها بإجهاد وأن الانفعال يصل إلى نهايته في الحال وتعتبر هذه الحالة مثالية أي يحدث الانفعال بمجرد حدوث الإجهاد وفيه يتناسب الإجهاد مع الانفعال (قانون هوك) Stress = const. x Strain نجد أنه يحدث انفعال ويصل إلى نهايته لحالة التأثير بالإجهاد وكذلك يعود الجسم إلى شكله الأصلي لحظة إزالة الإجهاد .



لكن ما يحدث في الحقيقة أن الأجسام تحيد عن هذا التصرف فيأخذ الانفعال فترة زمنية ليصل إلى نهايته من لحظة التأثير بالإجهاد وكذلك يعود الجسم إلى شكله الأصلي بعد فترة زمنية من إزالة الإجهاد في قانون هوك ليصبح :

$$\text{الإجهاد} = \text{ثابت} \times \text{الانفعال} + \text{ثابت} \times \frac{\text{معدل التغيير في الانفعال}}{\text{بالنسبة للزمن}}$$

ويعرف الزمن الذي يأخذه الانفعال إلى أن يصل إلى نهايته بزمن الاسترخاء ويعرف بأنه الفترة الزمنية التي تمضي لانتقال الجسم من حالة اتزان إلى حالة اتزان أخرى وتسمى العملية التي تحدث بعملية الاسترخاء ويسمى المنحنى الناشئ من رسم العلاقة بين الإجهاد والزمن لجسم ما بمنحنى الاسترخاء (Relaxation Curve) .

ومن الدراسة المعملية وجد أنه يحدث للأجسام انفعال لحظي يحدث عند لحظة التأثير بالإجهاد يعقبه بعد ذلك زيادة تدريجية للانفعال مع الزمن حتى يصل الانفعال إلى قيمته النهائية.

تخلف المرونة :

هناك بعض المواد التي إذا أثرنا عليها بقوة ما (إجهاد) فإنه كما هو متوقع يحدث لها انفعالاً يخضع لقانون هوك إلا أنه عند إزالة هذا الإجهاد فإن عودة الجسم إلى طبيعته الأولى تستغرق وقتاً ملحوظاً؛ تعرف هذه الظاهرة بظاهرة تخلف المرونة.

مثال :

الزجاج الذي يأخذ عدة شهور ليعود لحالته وشكله الأصلي بينما بعض المواد مثل الكوارتز والفضة والبرونز تعود إلى أصلها بمجرد زوال الإجهاد ولذلك تستخدم في الأجهزة المعلقة الحساسة مثل الجلفانومترات والالكترومترات. وترجع هذه الظاهرة إلى حركة بعض الذرات في المادة فتحدث تغير في الإجهاد والانفعال بمرور الزمن (التركيب الداخلي) .

خمود المرونة :

عند اهتزاز بعض الأجسام نجد أنها تخمد بمرور الوقت وذلك ناتج عن فقد في الطاقة عند ذبذبة وتعرف هذه الظاهرة أيضاً بالاحتكاك الداخلي Internal Friction وكذلك بسعة الإخماد Damping Capacity حتى لو أجريت التجربة في الفراغ .

فمثلاً: نجد أن قضيب من الحديد الصلب يظل يتذبذب فترة طويلة وذلك لأن الاحتكاك الداخلي له منخفض بينما يخمد اهتزاز قضيب آخر من الحديد الزهر Cast Iron بسرعة لأن له احتكاك داخلي كبير ولعلنا نستنتج هنا أن الخمود لا علاقة له بالوسط المحيط أو الخارجي و الاحتكاك الذي يسببه وانما التأثير الاعظم للاحتكاك الداخلي.

كلل المرونة Elastic Fatigue :

عند التأثير على المادة بإجهاد متغير/ متردد Alternating Stress (إجهاد نابض) Pulsating Stress فإن المادة تكون معرضة للكسر وبفقد مرونتها ولو بقوة أقل من القوة اللازمة للقطع ويحتمل أن يحدث هذا بعد 10^8 - 10^6 ذبذبة (Cycle) من الإجهاد تعرف هذه الظاهرة بتعب المرونة او كلل المرونة.

تخلف اللدونة (ظاهرة التزحف) Creep Delayed Plastic :

عند التأثير على المواد اللدنة بإجهاد فإنه ينتج عنه انفعال لحظي وبمرور الوقت مع استمرار نفس الإجهاد في التأثير – نجد أن الانفعال يزول ببطء تعرف هذه الظاهرة باسم ظاهرة التزحف Creep .

أي أن هذه الظاهرة تعني زوال الانفعال رغم بقاء الإجهاد ولكن بعد فترة محسوسة. ويزداد هذا التأثير بزيادة درجة الحرارة وتوجد ظاهرة التزحف في جميع المواد الصلبة تقريباً.

1.7 نسبة بواسون Poisson's ratio :

أثبت بواسون بصورة تجريبية أن الانفعال الطولي لمادة يصحبه انفعال مستعرض فإذا أثرنا بقوة على سلك أدت إلى انفعاله طولياً ($\Delta L/L$) فإن هذا السلك سيتقلص في العرض (انفعال مستعرض) وهذا الانفعال المستعرض يعرف بأنه مقدار النقص في العرض بالنسبة للعرض الأصلي أي ($\Delta r/r$) وقد أثبت بواسون أن الاستطالة الطولية تتناسب مع التقلص المستعرض أو الانفعال الطولي بالنسبة للانفعال المستعرض نسبة واحدة للمادة الواحدة وتسمى نسبة بواسون (σ) حيث :-

$$\sigma = \frac{\Delta r / r}{\Delta L / L}$$

وهي نسبة عددية لا أبعاد لها بخلاف معاملات المرونة كلها التي أبعادها داين / سم^2

.

<u>مثـال :</u> أحسب نسبة بواسون عندما يزيد طول القضيب وينقص عرضه عندما تؤثر عليه بقوة شد علماً بأنه لم يحدث تغيير في حجم القضيب .

الحـل

$$V = A . L = \pi R^2 L$$

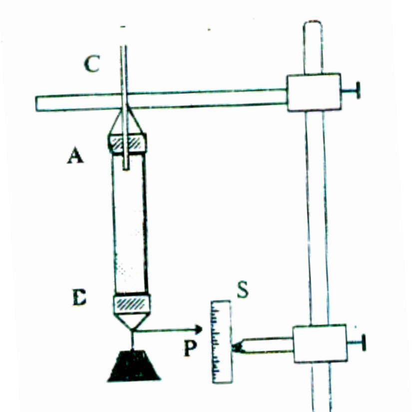
بالتفاضل نحصل على : $\therefore dv = \pi R^2 dL + 2\pi RLdr$

وحيث أن حجم القضيب ثابت لا يتغير فيكون : $dv = 0$

Then ; $O = \pi R^2 dL + 2\pi RLdR$

$RdL = -2 LdR$

i.e. $\sigma = -(LdR/RdL) = -1/2$



أي تكون نسبة بواسون = 1/ 2عددياً

<u>1.7.1 - تجربة لتعيين نسبة بواسون (σ) للمطاط :</u>

الجهاز كما هو مبين بشكل (5) عبارة عن أنبوبة من المطاط المراد تعيين نسبة بواسون لمادته طولها حوالي متر وقطرها حوالي 4 سم معلقة في وضع رأسي و طرفي الأنبوبة مسدودتين بسدادتين من الفلين ويخرج من السدادة العلوية أنبوبة زجاجية قطرها حوالي 1 سم ومدرجة بوحدات سم3 . ومثبت في أسفل الأنبوبة المطاط مؤشر(P) يتحرك على تدريج رأسي (S).

خطوات العمل

1-تملأ الأنبوبة المطاطية تماماً بالماء إلى أن يصل إلى الأنبوبة المدرجة (C) وتؤخذ قراءة التدريج (C_1). وفي نفس الوقت تؤخذ قراءة التدريج الرأسي (S) المقابل للمؤشر(P) ولتكن هذه القراءة (S_1).

2- يعلق في الأنبوبة المطاط ثقل معين وليكن (W) هذا الثقل سوف يزيد طول الأنبوبة وفي نفس الوقت يزيد من حجمها . يعين الزيادة في الطول(dL) من قراءة المؤشر P مرة أخرى (S_2) ويعين الزيادة في الحجم (dv) من قراءة التدريج(C) مرة أخرى (C_2) .

3- إذا كانت مساحة مقطع الأنبوبة المطاطية هي (A) فإن نسبة بواسون يمكن تعيينها من التعويض في المعادلة:

$$\sigma = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{A}\frac{dV}{dL}\right)$$

الإثبات:

إذا كان نصف الأنبوبة هو r فإن مساحة مقطعها (A) هو : $A = \pi r^2$

بتفاضل الطرفين ينتج أن:

$$dA = 2\pi r\, dr = \frac{2A}{r}\, dr \quad \text{..........} \quad (1)$$

بعد تأثير الثقل (w) إذ فرض أن الزيادة في الحجم هي (dv) والزيادة في الطول(dL) والنقص في مساحة المقطع (dA) ، فإن الحجم الجديد هو :

$$V + dV = (A - dA)(L + dL)$$

$$= AL + AdL - LdA - dAdL$$

$$= V + AdL - LdA \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\therefore dV = AdL - LdA$$

الحد (dAdL) أهمل لصغره   بالتعويض من معادلة (1)

$$\therefore dV = AdL - 2\, dr \frac{AL}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

بقسمة طرفي المعادلة (3) على (AdL) ينتج أن :

$$\frac{1}{AdL} dV = 1 - \frac{2\,(dr/r)}{(dL/L)}$$

$$\frac{(dr/r)}{(dL/L)} = \sigma = \frac{\text{Lateral Strain}}{\text{Longitudinal Strain}}$$

$$\therefore \sigma = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{A}\frac{dV}{dL}\right)$$

ومنها يمكن إثبات أن نسبة بواسون تساوي ½ للمواد التي لا يتغير حجمها تحت تأثير إجهاد شد.

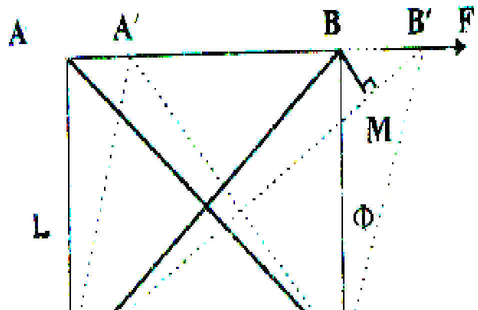
1.8 العلاقات بين معاملات المرونة

هناك نظريتان سوف نستعملهم لإيجاد هذه العلاقات :

نظرية (1) :

" انفعال القص يكافئ انفعالين مساويين ومتعامدين أحدهما انفعال استطالة والآخر انفعال انكماش وقيمة كل منهما نصف قيمة القص المذكور" ، هذا يمكن إثباته بالتالي

نفرض مكعب طوله (L) وأثرنا على سطحه الأعلى بقوة مماسية (F) بينما نثبت القاعدة السفلى



للمكعب نتيجة لهذا سيتغير شكل المكعب دون أن

تغير حجمه ويصبح الوجه ABCD في الوضع A'B'CD

أي أن القطر DB قد استطال إلى 'DB ومعنى هذا أن

هناك استطالة في هذا الاتجاه قدرها

DB – 'DB وبما أن القطران متعامدان فنستنتج أن الانفعال القص يكافئه انفعالان متعامدان وإذا كان BM هو العمود الساقط من B على القطر 'DB :

... انفعال الاستطالة = $\frac{MB'}{DB}$

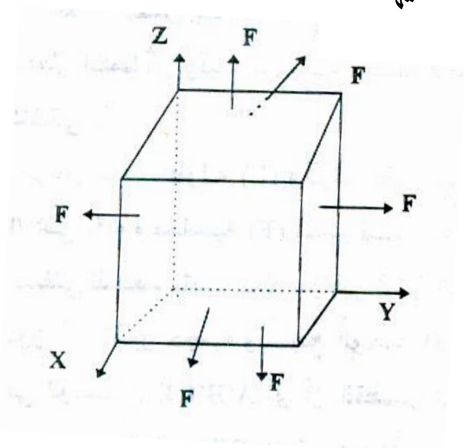
ولكن $DB = L\sqrt{2}$ ، $B = (BB' / \sqrt{2})$

إذاً انفعال الاستطالة في اتجاه القطر $= (BB' / \sqrt{2}) \times 1/L\sqrt{2}$

$= (BB' / 2L) = \varphi / 2$

بالمثل يمكن إثبات أن انفعال الانكماش في اتجاه القطر المتعامد يساوي (φ / 2) ولكن إشارته سالبة .

من ذلك نستنتج أن انفعالين متساويين ومتعامدين أحدهما انفعال استطالة والآخر انفعال انكماش يكافئان معاً انفعال قص قيمته ضعف أيهما.



<u>نظرية (2)</u> : أيضاً يمكن إثبات أن :

إجهاد القص يكافئ إجهادين متساويين متعامدين أحدهما إجهاد استطالة والآخر إجهاد انكماش وقيمة كل منهما عددياً هي قيمة إجهاد القص المذكور .

<u>1) العلاقة بين Y & K & σ :</u>

إذا أثرنا على أوجه مكعب طول ضلعه (الواحدة) بقوى قدرها (F) في جميع الاتجاهات كما مبين بالشكل . فإن القوى في اتجاه المحور (X) تعمل على استطالة أضلاع المكعب ال موازية لمحور (X) وانكماش الأضلاع العمودية عليه .

F / A

$\Delta L / L$

معامل المرونة الطولية = ــ = Y ...

الزيادة في طول الضلع = طول الضلع الموازي للمحور المؤثر فيه (F) قبل تأثيرها وبعدها ويساوي:-

Δ L ⇨ .... (1)

ولكن L = 1, A = 1

$$\Delta l = \frac{FL}{YA} \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{Y}$$

وحيث أن الإنفعال المستعرض ــــ الانفعال الطولى $\sigma = \dfrac{\Delta H / H}{\Delta L / L} =$

$$\because H = 1 \;,\; L = 1 \;,\; \Delta L = \frac{F}{Y}$$

إذاً الانكماش أو النقص في طول أي ضلع نتيجة القوة (F) العمودية عليه هو :

$$\Delta H = \frac{\sigma F}{Y} \qquad \text{-------------------------} \qquad (2)$$

وحيث أن أي ضلع من أضلاع المكعب يزداد طوله نتيجة القوة الموازية وفي نفس الوقت ينقص نتيجة القوتين المتعامدين عليه فإن طول الضلع الجديد يصبح :-

بالتعويض من (1) & (2) :

$$L + \Lambda L - 2\Lambda H = (1 + \frac{F}{Y} - \frac{2\sigma F}{Y}) \;\text{..................................}\; (3)$$

$\therefore$ الحجم الجديد للمكعب = $\cong (1 + \dfrac{F}{Y}(1 - 2\sigma))^3$

$$1 + \frac{F}{Y}(1 - 2\sigma) \cong \text{..}(4)$$

وحيث أن V=1 الحجم الجديد للمكعب = ΔV + V فإن الزيادة في الحجم (ΔV) تعطي بالعلاقة

$$\Delta V = \frac{3F}{y}(1-2\sigma) \quad .... \quad (5)$$

وحيث أن معامل المرونة الحجمية (k) يساوي :-

$$K = \frac{\text{القوة المؤثرة على وحدة المساحات}}{\text{التغير في الحجم بالنسبة للحجم الأصلي}}$$

$$K = \frac{\cancel{F}}{\frac{3\cancel{F}}{Y}(1-2\sigma)} = \frac{Y}{3(1-2\sigma)}$$

وحيث أن قيم Y, K موجبة دائماً فإن نسبة بواسون (σ) لا تزيد عن (½) في المواد المتماثلة الخواص في جميع الاتجاهات Isotropic Materials .

2) العلاقة بين σ & N & Y :

إذا أثرت قوة (F) مماسة للسطح العلوي لمكعب طول ضلعه (L) ومثبت سطحه السفلي (الشكل السابق) فإنه ينشأ إجهاد قاص مقداره (F/A) حيث $A = L^2$.

ولكن من نظرية (2) نجد أن إجهاد القص يكافئ إجهاد استطالة وآخر انكماش متعامدين على بعضهما وكل منهما يساوي اجهاد القص .إذاً اجهاد الاستطالة في اتجاه القطر F / A = B D ، إجهاد الانكماش في اتجاه القطر F/A = CA .

وحيث أن انفعال الاستطالة في اتجاه القطر BD يساوي الانفعال الناتج من إجهاد الاستطالة في اتجاه القطر BD (انفعال طولي + الانكماش في اتجاه القطر

المتعامد[Ca]) يعطي انفعال استطالة في الاتجاه DB (انفعال مستعرض) إذاً انفعال

الاستطالة في اتجاه القطر DB = $\frac{\sigma F}{AY} + \frac{F}{AY}$

$$= \frac{F}{AY}(1+\sigma)$$

ولقد أثبتنا أن انفعال الاستطالة = نصف انفعال القص

$$\therefore \frac{F}{AY}(1+\sigma) = ½\phi \text{ ....(1)}$$

$$N = \frac{F}{A\phi}$$

ومن تعريف معامل المتانه (الصلابة)

ϕ = F / AN , F/ AY (1+ σ) = F / 2AN

$$\therefore N = \frac{Y}{2(1+\sigma)}$$

ومنها ينتج أن قيمة نسبة بواسون (σ) هي (-1) للمواد المتماثلة الخواص في جميع الاتجاهات Isotropic .

3) العلاقة بين K & N & Y :

نحذف (σ) من العلاقتين التاليتين :

العلاقة بين (σ, X) $\quad K = \frac{Y}{3(1-2\sigma)}$

العلاقة بين (Y, σ) $\quad N = \frac{Y}{2(1-2\sigma)}$

ينتج أن $\quad \frac{1}{Y} = \frac{1}{3N} + \frac{1}{9K}$

1.9 الطاقة المختزنة في الأجسام المنفعلة (Energy Stored in strained bodies)

1.9.1 الأسلاك المشدودة : (الانفعال الطولي)

نفرض أن الاستطالة الناتجة من قوة قدرها (F) نيوتن هي (X) متر.

حيث أن :
$$Y = \frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}} = \frac{\frac{F}{\pi r^2}}{\frac{X}{L}} = \frac{FL}{X\pi r^2}$$

حيث (L) هو طول السلك (r) نصف القطر .

$$\therefore F = \frac{\pi r^2 Y}{L}.X$$

الشغل الناتج عن هذه القوة :
$$dw = F\delta X = \frac{\pi r^2 Y}{L}.X\delta X$$

الشغل الكلي المبذول في استطالة كلية قدرها (l)

$$\therefore w = \int_o^l F.dx$$

$$= W = \int_0^l \frac{\pi r^2 Y}{L} X\delta X = \left| \frac{\pi r^2 Y}{2L} X^2 \right|_0^l = \frac{\pi r^2 Y l^2}{2L} = (\frac{1}{2}).(\frac{Yl}{L}).(\frac{l}{L}).(\pi r^2 L)$$

½ stress x strain x volume = $= \frac{1}{2} \times \frac{force}{Area} \times \frac{l}{L} \times area \times L$

أي أن الطاقة المختزنة في الأسلاك المشدودة لوحدة الحجوم:- = ½ × الأجهاد × الإنفعال

.

1.9.2 الشغل الناتج من الانفعال القاص :

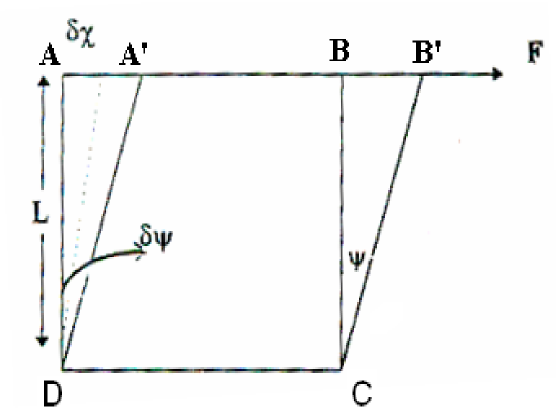
نفرض أن لدينا مكعباً طول ضلعه (L) مثبتاً من قاعدته السفلى وأن القوة المماسية المؤثرة على سطحه العلوي والتي تحدث زاوية قص (Ψ) هي (F) .أي أن الوجه ABCD سوف يتخذ الوضع 'A' B' C' D .ولنفرض أن زاوية القص هي (Ψ) كما بالشكل .

لنفرض أن مقدار الإزاحة ℓ = 'A A' = B B

إذاً مقدار الشغل المبذول لإحداث إزاحة صغيرة ($d\ell$) يساوي ($F.d\ell$)

ويكون مقدار الشغل الكلي المبذول لإحداث الإزاحة الكلية من (صفر) إلى (ℓ)

يساوي $W = \int_{\sigma}^{\ell} f.d\ell$



حيث أن $N = \dfrac{\frac{f}{A}}{\psi}$

$\therefore F = AN\psi$

حيث (A) مساحة سطح المكعب = L^2 ،

$\dfrac{\ell}{L} = \psi$

ومن ثم فإن : $F = NL^2.\dfrac{\ell}{L} = N.L.\ell$

الشغل الناتج من هذه القوة : $= F\delta X = F.\delta\Psi = NA.\Psi\delta\Psi$

إذاً مقدار الشغل الكلي المبذول لإحداث الإزاحة الكلية من (0) إلى (ℓ) تساوي :

$$w = \int_{0}^{\ell} N.L.\ell.d\ell$$

$$= NL\int_{\circ}^{\ell} \ell.d\ell = \tfrac{1}{2}.N.L.\ell^2$$

ولكن $N = \dfrac{f}{lL}$

$$\therefore W = \frac{1}{2}.\frac{f}{L.\ell}.L.\ell^2 = \frac{1}{2}.F.\ell$$

$= \frac{1}{2}$ tangential force x displacement

$$= \frac{1}{2}.\frac{F}{L^2}.\frac{\ell}{L}.L^3 = \frac{1}{2}\frac{F}{A}.\psi.V$$

1.9.3 الشغل الناتج من الانفعال الحجمي :

عرفنا سابقاً أنه عندما تؤثر قوة عمودياً على كل جوانب سطح الجسم فإنه يحدث تغير في حجم الجسم بينما شكله لا يتغير.ونعلم أن القوة المؤثرة على وحدة المساحات هي(الضغط) وهو يمثل الإجهاد في حالتنا هذه . لذلك سوف نفرض أن (p) هو الإجهاد المؤثر على جسم مساحته (a) فتكون القوة المؤثرة تساوي (pa) ؛ ويكون مقدار الشغل المبذول لإحداث حركة صغيرة (إزاحة صغيرة) لهذا الجسم (dx) في اتجاه الضغط (p) يساوي (p.a.dx) وحيث أن (a.dx) يساوي (dV) أي يساوي مقدار التغير الصغير الناتج في حجم هذا الجسم عند تأثير قوة الضغط عليه ؛ إذاً يكون مقدار الشغل المبذول لإحداث تغير صغير في الحجم مقداره (dV) يساوي ($p.dV$).

إذاً مقدار الشغل الكلي المبذول لإحداث التغير الكلي في الحجم من (صفر) إلى

(V) يساوي $W = \int_{o}^{v} p.dv$

ونفرض أننا أثرنا على حجم معين (v) من جميع الاتجاهات بضغط متساو قدره (P) وكان النقص الحادث نتيجة لذلك هو (ΔV) :

من تعريف معامل المرونة الحجمي

$$K = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}}$$

$$P = \frac{K}{V}\Delta V$$

الشغل الناتج من هذا الضغط

$$W = P\delta v$$

$$= \frac{K}{V}\Delta V \delta V$$

الشغل الكلي لزيادة في الحجم قدرها (V)

$$= \int_{0}^{V} \frac{K}{V}\Delta V dV$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{K}{V}V^2$$

$$=\frac{1}{2}(K\times\frac{V}{V})(\frac{V}{V})(V)$$

=½ x Stress x Strain x Volume

1.10 تعليق وتعاريف هامة في الحالة الصلبة

أولاً: عندما نتسائل لماذا تبدو بعض المواد مرنة وبعضها الآخر غير مرن ؟

- لماذا لا يتساوى حد المرونة أو نقطة الانقطاع مثلاً في كل المواد؟
- لماذا يحدث كلل المرونة مبكراً في مادة ما ويتأخر في مادة أخرى وقد لا يحدث اطلاقاً في مادة ثالثة؟

لعلك تجد الإجابة هنا مختصرة وتحوي إجابة لكل ما سبق وهو أن التركيب الداخلي هو انعكاس لسلوك أو " خواص المادة ". ومن هنا يبدو هدف المقرر في هذا الجزء وهو ان ننمي مهارة المشاهدة للتجربة ومن ثم الاستنتاج العلمي لما نشاهد.

ثانياً: هل أدركت مفهوم الطاقة المختزنة ؟ وهل أدركت أين يتحول الشغل المبذول؟ وما علاقة ذلك بقانون بقاء الطاقة؟ هل أدركت مفهوم تحول الطاقة من صورة الي أخري؟ عموما ما درسته هو الطاقة المختزنة في حالة الاجهاد الميكانيكي؛ هل يمكنك الان أن تدرك صورا أخري للطاقة المختزنة عند تعرض المادة لصور أخري من الاجهاد (اجهاد حراري، ضوئي، مغناطيسي،..) ؟ ولعلك أدركت هنا اهمية تعميم مجموعة من الخصائص على المادة بعد دراسة إحدي هذه الخواص. وهو هدف المقرر هنا.

ثالثا: قدمنا في هذا الجزء اليسير خاصية واحدة وبالرغم من أهميتها إلا أن هناك خواصاً أخرى للحالة الصلبة وهي كثيرة؛ فبجانب تعريف المرونة الذي تعرضنا له بشيء من التفصيل كخاصية من خواص الحالة الصلبة إلا أن هناك الصفات الأخرى التي تميز الحالة الصلبة نوجز منها:

الصلابة أو القساوة: هي خاصة مقاومة الجسم للكسر عند تعرضه لثني وتقدر القساوة بالزاوية التي يبدأ عندها كسر طول معين وسمك معين للمادة.

الصلادة: هو خاصة مقدرة الجسم الصلب على خدش الأجسام الأخرى فمثلاً الزجاج "أصلد" من النحاس والألومونيوم "أصلد" من الذهب.

قابلية الطرق : هي قابلية تحويل المادة إلى صفائح وليست لكل المواد نفس القابلية للتحول إلى صفائح رغم أن هذه العملية هامة جداً في بعض التطبيقات فالكواشف الكهربية تصنع من رقاق الذهب مثلاً .

قابلية السحب : هي قابلية المادة إلى التحول إلى أسلاك رفيعة .

الهشاشة : عدم قابلية المادة للسحب أو الطرق مثل الزجاج .

الليونة : وهي سهولة اختزان جسم لهذه المادة وتعتبر هذه الخاصية هي عكس خاصية الصلادة .

وعلي ذلك فاننا نقدم هنا هدفا اخر للمقرر وهو كيفية استنباط وتوقع سلوك المادة بعد دراسة سلوك وخاصية واحدة لها.

1.11 تحسين صفات المرونة للمواد

نحتاج في كثير من الأغراض التطبيقية إلى خواص معينة في المادة المرنة لذا نلجأ إلى وسيلة من الوسائل التالية لتحسين صفات هذه المادة وإن كانت هذه الطرق المختلفة تنصب أساساً على إضافة الشوائب أو المعالجة الحرارية (لماذا)؟

1) التنشيف Quenching:

وقد تسمى في بعض الأحيان القساوة وتتم هذه العملية بتسخين المادة ثم تبريدها تبريداً مفاجئاً بإلقائها في الماء البارد أو الزيت البارد وقد نحتاج في بعض الأمور إلى تبريدها في درجة حرارة أقل من ذلك مثل النيتروجين السائل . وفي هذا الصدد يشار إلي هذه العملية في بعض المراجع باسم عملية التقسية، ومن اشهر تطبيقاتها صناعة الزجاج الامن Safety glass حيث انه من المعروف ام الزجاج (في السيارة مثلا) حينما

يتهشـم فإنـه يتحـول إلي قطـع كبيرة يمكـن ان تسـاهم في مزيـد مـن المخـاطر جـراء الحوادث.

لكن العـالم ادوارد بينـديكتوس اول من اشـار الي امكانيـة وضـع شـريحة بلاسـتيكية بين طبقتبين من الزجاج لمنع تناثر القطع عند التهشيم. لكن الزجاج المقسي يتميز (عند تحضيره بالتسخين ثم التبريد المفاجيء) بانه يتحول الي قطع صغيرة لا تسبب اضرارا من ناتج تناثرها.

2) التثقيف Tempering:

فمثلاً إذا سخن الحديد إلى درجة ليست مرتفعة (200 – 300° م) مثلاً ثم برد تـدريجياً فإنـه يفقـد صـلادته وهشاشـته ويكتسـب بعـض المرونـة والقسـاوة وتتوقـف الصفات الناتجة علي الدرجة التي سخنت إليها المادة ومعدل التبريد المتبع. ومنشـار النجـارة اوالحـدادة وكـذلك أمـواس الحلاقـة والإبـر والسـيوف وكـذلك الزجـاج المعـالج والموجود بالسيارات وغيرها تصنع بهذه الطريقة .

3) التخمير Annealing :

إذا سخن المعـدن لدرجة عاليـة ثم تـرك ليبرد ببطء شـديد فإن المـادة تكتسـب بعض الليونة وتسمى هذه العملية بالتخمير ويستلزم الامر دراسة أوسع – ليس مجالها هنا – لمعرفـة تأثير التنشيف والتثقيف والتخمير على خـواص المـادة (دراسـة نظريـات التبلر في الفلزات) .

4) التسخين Heating:

وهـو يقلـل بصـفة عامـة مـن قيمـة معامـل مرونـة يـنج. والمـواد التي تكـون في الدرجات العادية مرنة تصبح لينة عندما ترتفع درجة حرارتها لقيمة مناسبة ومن أمثلة ذلك فتيل المصباح الكربوني وهو ذو مرونة كبيرة فيقاوم الثني أو الإنحناء في الدرجات العادية ولكن عندما يسخن يمكن بتقريب مغناطيس ثنية وذلك لما أصابه من ليونة والرصاص وهو مرن في الدرجة العادية – فإنه عند تبريده يقاوم الإجهاد بدرجة عالية ويصدر أصوات كالجرس عند الطرق عليه ، وهناك سبيكة خاصة من النيكل والصلب لا تتأثر مرونتها بتغير درجة الحرارة ويستخدم في صناعة الساعات .

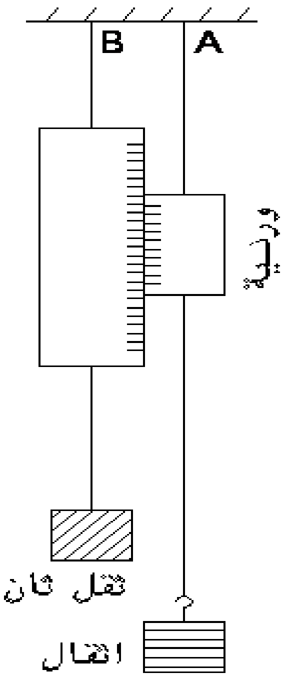
5) إضافة بعض الشوائب Doping :

من الشائع إضافة بعض العناصر إلى مادة معينة بفرض إكسابها خواص مرونية معينة فمثلا احتواء الحديد على الكربون يزيد مواصفات الصلابة والصلابة فيه ، هذا عندما تستخدم الإضافات بفرض زيادة الصلابة والصلادة ولكن في بعض الأحوال الأخرى يكون الهدف بالمقام الأول هو العكس ولذا يجب مراعاة هذه المادة المحسنة (المضافة) إلى المادة الأصلية وعلى سبيل المثال فإن إضافة قليل من البوتاسيوم إلى الذهب يزيد ليونته .

مما سبق بسهل استنتاج ان خاصية المرونة يمكن تغييرها ببعض العوامل في المواد المختلفة زيادة او نقصانا.

بعض الطرق العملية لتعيين معاملات المرونه

1.12 تعيين معامل ينج للمرونة الطولية (Y) :



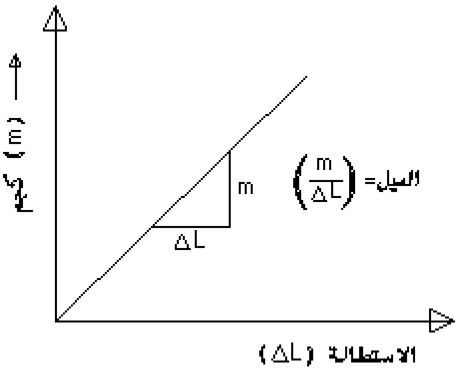
تبنى فكرة هذه التجربة على قياس الاستطالة التي تحدث في سلك طويل مثبت من طرفه العلوي ومعلق في طرفه السفلي أثقال ويستعان في قياس هذه الاستطانة بورنية وتقارن هذه الاستطالة باستخدام سلك أخر مثبت بجانب السلك المطلوب قياسه .

يثبت سلكان متساويان في الطول (حوالي 5-6 متر) B , A و يستحسن أن يكونا من نفس النوع .

نعلق في السلك المراد اختباره ورنية ، خطاف لتعليق الأثقال ويحمل سلك المقارنة (B) مقياسا مقسماً إلى سنتيمترات ،

ملليمترات ، بحيث يكون محاذياً لورنية السلك الأول ، ويعلق في هذا السلك ثقلا صغيراً مناسباً يكفي لشدة في وضع رأسي (كما بالشكل) و توضع أثقال مختلفة في الخطاف وتسجل الاستطالة الحادثة في كل مرة نرسم العلاقة البيانية بين الكتل التي يجهد بها السلك (A) وبين الاستطالة الحادثة فيه نتيجة لذلك ومن الخط البياني نعين قيمة ميل الخط .

وحيث أن معامل ينج (Y) يمكن حساب قيمته علي النحو التالي الإجهاد = mg/S = F/S حيث (S) مساحة مقطع السلك (يمكن قياسه بميكرومتر), (g) عجلة الجاذبية .



والانفعال: = $\Delta L/S$ حيث (L) الطول الأصلي للسلك فيكون

$$Y = \frac{mg}{S} x \frac{L}{\Delta L}$$

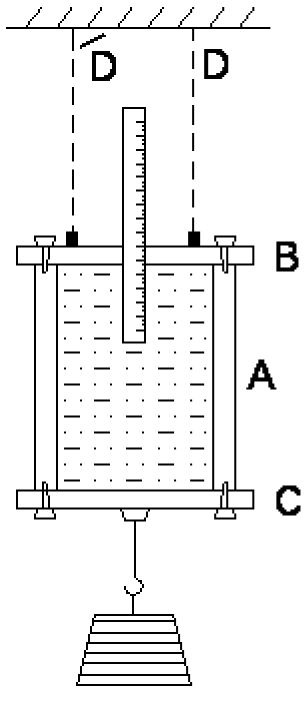
اي $\Delta L = (\frac{gL}{SY})m$

وبرسم العلاقة بين (m) , (ΔL) كما سبق يكون الميل = gL/SY وبالتالي الميل.Y=gL/S

<u>ملحوظة</u> : يلاحظ أن العلاقة البيانية بين (m) , (ΔL) تكون خط مستقيم يمر بنقطة الأصل بشرط أن يكون السلك مشدود تماماً بحيث يكون داخلاً في حدود المرونة أي يتبع قانون هوك.

<u>1.13 تعيين معامل المرونة الحجمية :</u>

1) نستخدم في هذه التجربة اسطوانة (A) معدنية جوفاء مصنوعة من المادة المرنة المطلوب إيجاد معامل مرونته الحجمية , نصف قطرها الداخلي (r_1) والخارجي (r_2). مثبت بهذه الاسطوانة غطائين (B) , (C) من الصلب .



2) ينفذ من الغطاء العلوي أنبوبة شعرية من الزجاج مدرجة للاستدلال منها على حجم أو سعة الاسطوانة وتثبت الاسطوانة عن طريق غطائها العلوي في قضيبين رأسيين مثبت طرفاها العلويان في سقف الغرفة .

3) تشد الأسطوانة رأسياً إلى أسفل باستعمال أثقال تعلق بأسفلها وذلك بعد ملأ الاسطوانة وكذلك الأنبوبة الشعرية بسائل مناسب حتى يمكن تقدير التغيرالذي يحدث في سعة الاسطوانة بتأثير قوة الشد .

4) نضيف ثقل مناسب ثم ننتظر حتى يثبت سطح السائل في الأنبوبة الشعرية .

5) تكرر إضافة أثقال جديدة وفي كل مرة نقرأ السعة الجديدة .

6) نرسم خطا بيانيا يمثل العلاقة بين قوة الشد والتغير في الحجم .

وحيث أن الاسطوانة تشد في اتجاه واحد فإنه يمكن تطبيق المعادلة :

$$k = \frac{F}{(\Delta V / V)}$$

حيث (V) الحجم الأصلي للأسطوانة (ΔV) الزيادة في سعة الأسطوانة .

(F) الاجهاد الحجمي , (K) معامل المرونة الحجمية للمادة .

$\because$ مساحة مقطع الاسطوانة الجوفاء العمودي على اتجاه القوة هو $\pi(r_1^2 - r_2^2)$

فإذا كانت الكتلة المعلقة والتي تحدث تغير في الحجم V هي m ونفرض أن g عجلة الجاذبية.

$$\therefore F = \frac{mg}{\pi(r_1^2 - r_2^2)}$$

$$Dyne/Cm^2 \therefore K = \frac{Vmg}{3\Delta V . \pi(r_1^2 - r_2^2)}$$

ومن هذه المعادلة نعين (K).

1.14 تعيين معامل المتانة بطريقة ديناميكية (بندول الالتواء) :

إذا فرضنا كتلة (M) معلقة في نهاية سلك طوله (L) وقطره (r) وإذا أثرنا على السلك بإزدواج خارجي فإن قوة المقاومة الاسترجاعية لجزيئات المادة تستثار والتي تعمل على إعادة السلك لوضعه الأصلي عند زوال المؤثر حتى يتولد فيها ازدواج معاكس له نفس القيمة التي للازدواج الخارجي . أي أن الازدواج الخارجي يقابله

ازدواج معاكس داخلي قيمته ($C\,\theta$) حيث C ثابت للسلك. وعلى ذلك إذا ثبت السلك من الطرف العلوي وعلق في نهايته جسم ما وليكن اسطوانة ثم يلوي السلك بازدواج خارجي بحيث تكون زاوية الالتواء صغيرة ثم نترك الاسطوانة تتذبذب في المستوى الأفقي حول محور السلك.

فإذا كان (C) هو ثابت اللي للسلك، فإنه بمساواة الازدواج الخارجي بهذا الازدواج المعاكس وباستخدام المعادلة.

$$\therefore C\theta = \frac{\pi r^4}{2L} N\theta$$

$$\therefore C = \frac{\pi r 4N}{2l} N \quad \text{..............(1)}$$

ولكن من ناحية أخرى فإن الازدواج الخارجي يمكن تقدير قيمته بحاصل ضرب عزم القصور الذاتي (I) للجسم X العجلة الزاوية . أي أن :

$$C\theta = I\,\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$i.e I\theta = -c\theta$$

حيث (I) عزم القصور الذاتي للاسطوانة حول محور السلك

تمثل العلاقة الاخيرة إحدى صور علاقة الحركة التوافقية البسيطة حيث يكون الزمن الدوري لها

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}} \quad \text{................(2)}$$

وبمعرفة (I) للجسم وكذلك زمن الذبذبة (t) يمكن حساب (N) فإذا كان الجسم المعلق غير منتظم بحيث لا يمكن حساب عزم قصوره الذاتي فإننا نجري التجربة مرة أخرى وذلك بوضع جسم منتظم مثل قرص دائري مع الجسم ونعين زمن الذبذبة (t_1)

$$\therefore t1 = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_1}{C}} \quad \text{..............(3)}$$

حيث (I_1) عزم القصور الذاتي للجسم المضاف

$$I_1 = M\frac{R^2}{2}$$

حيث (R) نضف قطر القرص ،(M) كتلة القرص .

من (2) , (3) يمكن تعيين (I) وبالتعويض في (1) يمكن إيجاد (N) .

في هذه التجربة (r) نصف قطر السلك ،(L) طول السلك من نقطة التعليق إلى موضع تثبيت الاسطوانة كما يلاحظ أن (C) لا تختلف في المعادلتين (2) , (3) لأن طول السلك لم يتغير كما أن نصف القطر (r) ثابت .

بهذا نكون قد انتهينا من دراسة خاصية هامة من خواص المواد في حالتها الصلبة وتنتقل الآن للصورة الأخرى من صور المادة الثلاث وهي الحالة السائلة للمادة لنلقي الضوء على اهم خواصها وهذا ما سندرسه بعد هذا الجزء التالي من المسائل والأمثله كتطبيق علي الجزء السابق.

1.15 " أمثلة ومسائل محلولة"

إذا علمت ان معامل ينج لمادة ، هى 2×10^{12} داين /سم^2 ومعامل المرونه الحجميه لنفس المادة هو 3×10^{11} داين / سم^2 . أوجد معامل المتانه (الصلابه) لهذه المادة.

الحل:-

$$\therefore \frac{1}{y} = \frac{1}{9k} + \frac{1}{3N}$$

$$\therefore \frac{9}{Y} = \frac{1}{K} + \frac{3}{N}$$

$$\therefore \frac{3}{N} = \frac{9}{Y} - \frac{1}{K} = \frac{9}{2x10^{12}} - \frac{1}{3x10^{11}}$$

$$\therefore \frac{1}{N} = \frac{1}{3}(\frac{9}{2x10^{12}} - \frac{10}{3x10^{12}})$$

$$= \frac{1}{3}(\frac{27-20}{6x10^{12}}) = \frac{7}{18x10^{12}}$$

$$\therefore N = \frac{18}{7}x10^{12} = 2.57x10^{12}\, Dyne1Cm^2$$

1- سلك طوله 50سم ومساحة مقطعه واحد ملليمتر مربع أوجد

أ) الشغل المبذول فى إستطالة السلك بمقدار واحد ملليمتر.

ب) القوة اللازمه لاستطالة السلك بمقدار خمسة ملليمتر اذا علم ان معامل ينج = 1.23×10^{12} داين / سم^2

الحل :

W= $\frac{1}{2}$ x الانفعال x الاجهاد x الحجم

وحيث ان Y= الاجهاد/ الانفعال

$w = \frac{1}{2} \times Y \times$ (الانفعال) $^2 \times$ الحجم

$$= \frac{1}{2} Y (\frac{\Delta L}{L})^2 AL$$

$$\frac{1}{2} \times Y(\Delta L)2 \times \frac{A}{L}$$

$$\frac{1}{2} \times 123 \times 10^{12} \times (\frac{1}{10})^2 \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{50}$$

$$= 1.23 \times 10^6\, erg$$

$$\because Y = \frac{F/A}{\Delta L / L}$$

$$\therefore 1.23 \times 10^{12} = \frac{f}{0.01} \times \frac{50}{0.5}$$

$$F = \frac{1.23 \times 10^{12}}{10^4} = 1.23 \times 10^8\, dynes$$

3) سلك من الفضة قطره 2سم وطوله 60م مثبت في وضع رأسي من أحد طرفيه وعلق بالطرف الآخر ثقل كتلته 100 كجم.

أوجد الإجهاد المؤثر على السلك عند كل من:

أ) الطرف الأسفل للسلك.

ب) عند منتصف السلك.

ج) عند الطرف العلوي للسلك (موضع التعليق) علماً بأن كثافة الفضة هي8.6جم/سم^3.

4) علقت كتلة مقدارها 5 كيلو جرامات في نهاية سلك فإذا استطال السلك مسافة قدرها ½ ملليمتر. أوجد الشغل المبذول.

5) أوجد الشغل المبذول في استطالة سلك بمقدار سنتيمتراً واحداً نتيجة تثبيت أحد طرفيه وتعليق ثقل مقداره عشرة كيلوجرامات في الطرف الآخر.

الحل

الحجم × الانفعال × الإجهاد × ½ = W (الشغل)

$$= \frac{1}{2} F / A \times \frac{\Delta L}{L} \times AL$$

$$= \frac{1}{2} F.\Delta L$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 1000 \times 980 \times 1$$

$$= 4.9 \times 10^6 erg$$

6) أوجد مقدار الشغل المبذول لإحداث استطالة مقدارها 0.1 ملليمتر وذلك في سلك طوله 2 متر ومساحة مقطعه واحد ملليمتر إذا علمت أن معامل ينج لمادة السلك = 2 × 10 ^{12} داين/سم^2

7) سلك طوله (4) أمتار وقطره (3) ملليمتر تشده قوة مقدارها 800 ثقل جم . فإذا كان مقدار الاستطالة 1.5 مم . أحسب مقدار الشغل المبذول .

الحل :

قوة الشد (F) تساوي F = 800 ثقل جرام

$= 800 \text{ X } 980 \quad dynes$

$\Delta L = 1.5 \text{ mm} = 0.15 \text{ cm}$

مقدار الشغل (W) يساوي

W= ½ × الإجهاد × الانفعال × الحجم

$= \frac{1}{2} \times F/A \times \frac{\Delta L}{L} \ \Delta L$

$= \frac{1}{2} \times F \times \Delta L$

$= \frac{1}{2} \times 800 \times 980 \times 0.15$

$= 58800 \quad erg$

8) علق مصعد بسلكين من مادة واحدة قطر الأول ثلاثة أمثال قطر الثاني. أحسب النسبة بين قوة الشد بينهما .

الحل

نفرض أن نصف قطر السلك الأول (a) فيكون نصف قطر السلك الثاني(3a) وحيث أن المصعد مثبت في نهاية كل من السلكين فيكون طول السلكين في أية لحظة متساو وكذلك الزيادة في الطول .

وبما أن كل من السلكين من مادة واحدة أي أن لهما معامل ينج واحد فإن:

$$Y = \frac{\frac{F_1}{\Pi a^2}}{\Delta L / L} = \frac{\frac{F_2}{9\Pi a^2}}{\Delta L / L}$$

$$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{9}$$

9) أوجد النقص في عمود من الصلب عندما توضع فوقه كتلة قدرها $8\text{x}10^4$ kg علماً بأن طول القضيب 3.5m وقطر مقطعه 10cm ومعامل ينج $2.2 \text{ x } 10^{11}$ داين/سم^2

. الحل :

$$\Delta L = \frac{F.L}{A.Y} = \frac{8\times10^{4}\times9.8\times3.5}{7.82\times10^{-3}\times2.2\times10^{11}}$$ (النقص في الطول)

حيث L الطول الأصلي ، F القوة المؤثرة ، Y معامل ينج ، A مساحة المقطع

10)أوجد القوة اللازمة لتمدد قضبان النحاس الأصفر Brass فيزداد طوله بنسبة 0.20% علما بأن معامل ينج لمادة النحاس الأصفر هي $9x10^{10}$ Pa وقطر مقطعه = 6mm .

الحـل :

$$F = \frac{\Delta L}{L}\times A\times Y = 5.1\times10^{3}\,newton$$

11)أحسـب التغير في حجـم من الزئبـق قـدره cm3 1600 عـنـدما تـؤثر عليـه بضـغـط قدره $1.4x10^{6}$ علماً بأن معامل التمدد الحجمي للزئبق هو $2.8x10^{10}$.

الحل :

$$\Delta V = \frac{V\Delta P}{K} = 8\times10^{-8}\,m^{3}$$

12)أحسـب إجهـاد القـص وانفعـال القـص ومعامـل القـص لمكعـب الألومونيـوم طـول ضـلعه 10cm عنـدما تـؤثر عليـه بقـوة مماسـية لسـطحه قـدرها 10^{6}N فتحـدث في سطحه إزاحة قدرها 0.03cm بالنسبة لقاعدة المكعب .

الحـل :

إجهاد القص = $\frac{\text{القوة المماسية}}{\text{مساحة سطح الوجه}} = \frac{10^{6}}{0.1} = 10^{8}\,Pa$

$$= \frac{0.03}{10} = 0.003$$

معامل القص = $\frac{\text{إجهاد القص}}{\text{ا نفعال القص}} = \frac{10^{8}}{0.003} = 3.3\times10^{10}\,Pa$

13) علقت كرة من الحديد على ارتفاع 3m من سطح الأرض بسلك طوله 2.8m ونصف قطره 0.45mm فإذا اهتزت الكرة فبلغت أقصى سرعة قيمتها 5m/sec أحسب الزيادة في طول السلك علماً بأن كتلة الكرة : 14kg ونصف قطرها 8cm ومعامل يونج لمادة السلك هو 1.68×10^{11} Pa .

الحل:

عندما تهتز الكرة فإنها تهتز في قوس دائري ومن قوانين الحركة في دائرة فإن قوة الشد $(\frac{mv^2}{r})$ ومن قوانين الحركة فإن :

$$F - mg = m\,(5^2 / r)$$

وتكون القوة التي تحدث الاستطالة في السلك هي:

$$F = (mg) + \frac{mv^2}{2} = 259.\ N$$

الاستطالة الحادثة في السلك $\Delta L = \frac{FL}{AY} = \frac{259 \times 2.8}{11(0.42 \times 10^{-3})(1.86 \times 10^{11})}$

$$= 6.1mm$$

14- أوجد القوة اللازمة لكي يستطيل سلك من الحديد طوله 1 m مسافة قدرها 0.3 cm إذا كانت مساحة مقطعه العرضي هي $0.04\ cm^2$ ومعامل يونج للحديد هو $2 \times 10^{11}\ N/m^2$.

الحل:

$$, \quad \therefore \quad F = \frac{E \cdot A \cdot \Delta l}{l}\ ,\because \quad E = \frac{F \cdot l}{A \cdot \Delta l}$$

$$F = \frac{(2 \times 10^{11} Nm^{-2})(0.04 \times 10^{-4} m^2)(0.003\ m)}{(1\ m)},$$

$$\therefore \quad F = 2.4 \times 10^3\ N$$

15- إذا كانت عضلة تستطيل **5 cm** تحت تأثير قوة قدرها **25 N** أوجد معامل ينج لأنسجة هذه العضلة إذا اعتبرناها على شكل اسطواني نصف قطر قاعدته **4 cm** وطوله **20 cm** .

الحل:

$$\because \quad E = \frac{F \cdot l}{A \cdot \Delta l}$$

مساحة المقطع $A = \pi r^2 = (5 \times 10^{-3} m^2)$

$$\therefore \quad E = \frac{(25\, N)(0.2\, m)}{(5 \times 10^{-3} m^2)(0.05\, m)},$$

$$= 2 \times 10^4\, Nm^{-2}$$

1.16 أسئلة ومسائل(غير محلولة)

1) عرف معامل ينج مع ذكر أنواع الإجهاد؟

2) سلكان من نفس المادة والأبعاد الطولية لأحدهما ضعف الأبعاد الطولية للآخر فإذا شدا رأسياً بواسطة ثقلين متساويين أوجد النسبة بين الاستطالتين.

3) إذا كان الإجهاد الحرج للألومونيوم هو $7.5X10^8$ داين / سم أوجد أقصى طول لسلك منه يعلق رأسياً (الكثافة =207جم /سم^3) .

4) سلك من النحاس مساحة مقطعه1مم2 وطوله5متراستطال بمقدار 0.5cm أوجد متوسط الشد اللازم لإحداث هذه الاستطالة ومقدار الشغل المبذول علماً بأن معامل ينج = 100 طن/سم^2.

5) احسب مقدار القوة اللازمة لإطالة قضيب من النحاس طوله 100cm ونصف قطره 2mm بمقدار 1mm وإذا كانت الطاقة المخزونة في القضيب تحول إلى حرارة يمتصها فما مقدار ارتفاع درجة حرارته ؟ علماً بأن معامل ينج للنحاس 12×10^{11} داين/سم^2 – وكثافته 9 جم/سم^3 وحرارته النوعية 0.1 سعر – والسعر 4.2×10^7 إرج .

6) سلك طوله متر وقطره2mm مشدود أفقياً بين حاملين علق ثقل قدره 100gm في منتصفه فانخفض بمقدار 1.2cm في تك النقطة – أوجد معامل ينج للسلك (اعتبر الشد الأصلي صفراً) .

7) أوجد الشغل المبذول في إحداث انفعال حجمي ؟

8) أوجد الشغل المبذول في إحداث انفعال قاص ؟

9) استخدام سلك من النحاس طوله 20cm وقطره 2mm لتعليق ثقل وزنه 2kgm فإذا كان معامل يونج للنحاس 12×10^{11} داين / سم^2 فاحسب الإجهاد والانفعال والاستطالة .

10) سلك من النحاس طوله 2.4m ومساحة مقطعه $3mm^2$ علق من طرفه العلوي أوجد الاستطالة الحادثة فيه إذا علق بطرفه السفلي كتله قدرها 3kg واحسب طاقة الانفعال لوحدة الحجوم .

11) أوجد الإجهاد الناتج عن تعليق كتلة مقدارها 8kg في طرف سلك مساحة مقطعه $1mm^2$

12) سلك من الصلب طوله 16 foot ومساحة مقطعه 0.0014 بوصة مربعة. احسب الزمن الدوري الذي تتذبذب به كتلة مقدارها أربعة أرطال ثبت في طرف السلك الأسفل للاتجاه الرأسي علماً بأن معامل ينج = 29×10^6 رطل على البوصة المربعة .

13) أوجد القوة التي تزيد من طول قضيب من النحاس قطره ستة ملليمترات بمقدار 20 % من طوله الأصلي إذا كان معامل ينج يساوي : 9×10^{11} داين للسنتيمتر المربع .

14) إذا كان إجهاد القطع للنحاس 22×10^{18} داين / سم^2. أوجد أقصي طول من السلك يمكن تعليقه رأسيا دون أن ينقطع علما بأن كثافة النحاس 8.9 جم / سم^3.

15) أحسب الشغل المبذول في إحداث استطالة قدرها 1mm لسلك طوله ومساحة مقطعه 100 cm علما بأن معامل ينج 12.7×10^{11} داين / سم^2 .

16) احسب معامل المرونة الحجمية و نسبة بواسون للحديد الزهر إذا علم أن معامل ينج

11.5×10^{11} ومعامل الصلابة 4.4×10^{11} داين / سم^2.

17) سلك طوله 3.14مترا وقطره 1سم وجد أن ثقلا مقداره 20 كجم يحدث فيه استطالة قدرها 5مم احسب معامل ينج .

18) معامل ينج لقضيب= 10 ^{12} داين/سم^{2} معامل تمدده الطولي2×10^{-5}ومساحة مقطعه 1سم^{2} أوجد القوة التي إذا ضغط بها لا يتغير طوله عندما ترتفع درجة10 ^{0} م

.

19) جسم حجمه 1000سم^{3} تحت ضغط مقدار 1 ضغط جوي احسب التغير في حجمه إذا زاد الضغط إلي 101 ضغط جوي مع العلم بأن معامل المرونة الحجمية 10^{12} داين / سم ^{2}.

20) معامل الانضغاط لمادة = 10^{-12} ومعامل تمددها الحجمي = 4×10^{-5} عين الضغط الذي إذا تعرضت له المادة يمنع تمددها بالحرارة .

21) سلك من البرونز الفسفوري معامل ينج له 2×10^{11} داين/سم^{2} شد بثقل 10 كجم فإذا كان طول السلك 5متر ونصف قطر السلك 1مم . احسب الاستطالة .

22) إذا علمت أن القوة التي تنشئ من تمدد ساق معدنية ترتفع درجة حرارتها تعادل القوة اللازمة لإحداث استطالة في الساق من الصلب إذا علم أن معامل ينج هو 20×10^{11} داين/سم^{2} وأن مساحة المقطع 10سم^{2} وأن معامل التمدد الطولي = 11×10^{-6} وارتفاع درجة الحرارة = 30 ^{0}م .

23) سلك رأسي من الصلب وآخر موازي له من النحاس الأصفر كلا منهما طوله متر وقطره 0.2سم معلقان من السقف والبعد بينهما 50 سم ثبت الطرفان السفليان من نقطتين علي قضيب أفقي مهمل الوزن بينهما 50 سم أوجد الثقل الذي يجب تعليقه لتحدث استطالة في كلا من السلكين قدرها 1/2سم وعين بعد نقطة التعليق عن سلك الصلب مع العلم بأن معامل ينج للحديد والنحاس الأصفر هما : 2×10^{12} ، 10^{12} داين/سم^{2} علي الترتيب.

24) قضيب اسطواني من الحديد سخن إلي 250 ^{0} م ثم ثبت طرفاه جيداً. ماذا تكون قوة الشد في القضيب عندما يبرد إلي 15 ^{0} م علما بأن معامل ينج للحديد=2×10^{12} داين/سم^{2} ومعامل التمدد الطولي هو1.1×10^{5} وقطر القضيب = 1 سم.

25) مكعب طول ضلعه 10 سم مثبت من أحد أوجهه وتؤثر قوة مماسية مقدارها 100 ثقل كجم علي الوجه المقابل . احسب زاوية القص إذا كان معامل الصلابة 10^{10} داين /سم^2. احسب كذلك زاوية إزاحة هذا الوجه .

2.السوائــل

2.1 تقديـم:

تعتبر الحالة السائلة هي أكثر الحالات تعقيدا من حيث الدراسة بين حالات المادة ففي الحالة السائلة تتحرك الذرات أو الجزيئات في نظام عشوائي رغم وجود تبادل في تجاذب الذرات (قوي التبادل). ويرجع ذلك لوجود العينة من السوائل في حجم ثابت.

وتكون حركة الذرات سريعة جدا وتنتشر بمعدل سريع دون عوائق مسببة السيولة في السائل. هذا الانتشار موجود في المواد الصلبة ولكن بمعدل بطيء جداً وذلك لترتيب الذرات في نظام ثابت. وأكبر دليل على وجود تبادل قوى التجاذب بين الذرات في السوائل هو وجود قوى التوتر السطحي للسوائل التي سندرسها فيما بعد .

وللسوائل أهمية كبرى في حياتنا. وبعد دراستنا للحالة الصلبة ومتابعة إحدى خصائصها الهامة (المرونة) فإننا في هذا الجزء نلقى الضوء على الحالة الثانية من حالات المادة وهي الحالة السائلة والتي تتميز بخصائصها المستقلة والتي تميزها عن حالات المادة الأخرى .

2.2 الأهداف العامة لدراسة السوائل :

- الوقوف على الحالة التركيبية للسوائل باعتبارها حالة وسطى بين الحالتين الصلبة والغازية .
- التأكيد على أن السوائل لهاعدة نظريات تهتم بدراسة تركيبها الداخلي مع التركيز على نظريتي الطبقات والجزئيه (النظرية الجزيئية) .
- تقديم التفسير المناسب لظاهرة اللزوجة على ضوء نظرية الطبقات مع مناقشة التشابه بين قانوني بواسيل و أوم .
- تقديم التفسير المناسب لظاهرة التوتر السطحي على ضوء النظرية الجزيئية.
- إلقاء الضوء على العوامل المؤثرة على ظاهرتي اللزوجة والتوتر السطحي وعلاقة ذلك بالتركيب الداخلي للمادة (السوائل)

- التدريب علي اهمية التطبيقات البيانية للمعادلات الرياضية في الفيزياء.
- دراسة بعض التطبيقات الحياتية لظواهر اللزوجة والتوتر السطحي وأثرها على الإنسان واستخلاص أهمية الفيزياء في الحياة اليومية.

2.3 الخصائص العامة للسوائل :

هناك الكثير من الحقائق نود أن نوردها في هذا الجزء عن السوائل ومنها :

1- تختلف السوائل عن الأجسام الصلبة في أن جزئيات السائل تتحرك بسهولة بالنسبة لبعضها البعض بينما لا تغير جزئيات المادة الصلبة مواضعها النسبية تقريباً. ونتيجة لذلك فإن سطح السائل يتشكل حسب القوى الخارجية المؤثرة عليه.

2- من خصائص السوائل عموماً تساوي الضغط في باطن السوائل الساكن عند أي نقطة في جميع الاتجاهات (قاعدة باسكال) ويترتب على ذلك بقاء السائل أفقياً وإن كنا لا نشاهد ذلك في الكميات الكبيرة للماء كالبحيرات والمحيطات وذلك لأن خطوط الجاذبية في النقط المختلفة لا تكون متوازية ومن ثم نرى أن هذه الأسطح منحنية.

3- تتكون الحالة السائلة عند ضغط الحالة الغازية عند درجة الحرارة المحددة والتي تتوقف على نوع الغاز فتتقارب ذرات أو جزئيات السائل عنها في الغازات. ومع أن جزئيات الغاز يكون لها طاقة انتقالية عالية واهتزازية منخفضة نجد أن السوائل لها طاقة اهتزازية عالية وطاقة انتقالية منخفضة.

في السوائل تتقارب جزئيات السائل لتصبح المسافة بين جزئياتها وفي حدود 100 mm في حين أن ذرات وجزئيات الجسم الصلب تتقارب لتصبح المسافة بينهما 0.1mm ويفتقد السائل إلى الترتيب للمدى الطويل Long Range Order مثل المواد الأموروفية.

4- يحتوى السائل على عدد كبير من الجزئيات (حوالي 10^{27}/ م ^{3}). وفي داخل السائل تكون محصلة القوى المؤثرة على هذه الجزئيات تساوي صفراً .

5- تطلق كلمة السوائل على الأجسام التي تتصف بحجم معين ولكنها لا تتسم إطلاقاً بأية مرونة في الشكل ، وتتميز السوائل بقوة التفاعل بين الجزئيات ، الأمر الذي ينتج عنه ضعف قابليتها للانضغاط. ويعلل ضعف قابلية السوائل للانضغاط بأن أي نقص طفيف في المسافات بين الجزئيات المتجاورة يؤدي إلى ظهور قوى كبيرة للتنافر بين الجزئيات. ويتراوح معامل الانضغاطية للسوائل بين 2×10^{-6} ، 2×10^{-4} جوي$^{-1}$.

6- جميع السوائل المعتادة متجانسة الخواص (أي تتساوي خواصها المقاسة في الاتجاهات المختلفة) فيما عدا البللورات . ويعلل عدم تجانس بعض الخواص الفيزيائية لهذه السوائل بسيطرة ترتيب معين لجزئيات السائل في الحجوم المجهرية (الميكروسكوبية) المختلفة علاوه علي تأثير الاناء الحاوي لها.

7- يلاحظ في السوائل وجود الترتيب القريب Short Range Order وهو عبارة عن انتظام الجزئيات المتجاورة بالنسبة لبعضها في داخل الحجوم المجهرية الصغيرة جداً (أو انتظام وتحديد اتجاه مشترك داخل البلورات السائلة) . ويتعين بنيان السائل وخواصه الفيزيائية ، باستخدام مجموعة من دوال التوزيع لأوضاع المجموعات المختلفة للجزئيات ، ولقد حظيت بأهمية كبرى ، دالة التوزيع نصف القطرية والتي تعبر عن توزيع نصف القطري.

8- تقوم جزئيات السائل بحركة تذبذبية حرارية حول مواضع اتزانها بذبذبة متوسطة قدرها $\frac{1}{\tau_{\circ}}$ تقرب من ذبذبات الذرات في البلورات. وتحدد سعة الذبذبة ما يعرف باسم "الحجم الحر" الذي تسمح به الجزئيات المجاورة للجزيء قيد الدراسة .

9- في درجات الحرارة المرتفعة ، القريبة من درجة الحرارة الحرجة ، تحت الضغوط المنخفضة تقترب خواص السوائل من خواص الغازات ، ويمكن دراسة السوائل في هذه الأحوال كغازات حقيقية مضغوطة إلى أدنى حجم. فعلى سبيل المثال، تستطيع السوائل دون انفصال أن تتحمل قوى شدة كبيرة جداً تؤدي إلى ضغط سالب في جميع الاتجاهات ، ويعلل هذا التقارب في الخواص

بين السوائل والغازات ويتماشى مع اختلاف الخواص الميكانيكية بين السوائل والأجسام الصلبة والتي تتلخص أهمها في انسيابية السوائل ومرونة الإزاحة في الأجسام الصلبة.

10- يرتبط تأثير القوى الخارجية والتي تعمل على تغير شكل السائل ، والتي تسبب انسيابية ، يرتبط مع الزمن الذي تستغرقه الذرة في التحرك في الحجم الحر (سعة الذبذبة) .

11- هناك العديد من الحقائق الدالة على وجود تشابه بين السوائل والأجسام الصلبة ، ويظهر تحليل بنيان السوائل باستخدام أشعة X أن وضع جزئيات السائل عند درجات الحرارة القريبة من درجة التبلور لم يعد وضعاً عشوائياً ، ولقد وجد أن هناك تقارباً شديداً بين صور السوائل المأخوذة بأشعة X ومثيلاتها المأخوذة للأجسام الصلبة المتعددة البلورات Ploycrystals . ويمكن اعتبار السائل جسماً مكوناً من عدد كبير جداً من البلورات الصغيرة المتجهة عشوائياً بالنسبة إلى بعضها والتي تقل أبعادها عن حدود الميكروسكوب، ويحتفظ الوضع النسبي للجزئيات داخل هذه البلورات (المناطق) بانتظامه وصحته إلى حد بعيد.

12- لا يوجد خلاف كبير بين العديد من الخواص الفيزيائية للسوائل والأجسام الصلبة فعلى سبيل المثال . تتسم الأجسام البلورية بقدر صغير من الانسياب يظهر عند التشكيل اللدن. كذلك عند انصهار الأجسام الصلبة يزداد حجمها زيادة غير كبيرة (~ 10 %) . وهذا يدل على أنه لا تغير تقريباً ، للمسافات بين جزئيات المصهور الناتج ، عن مثيلاتها في الجسم الصلب كما أن أوضاع جزئيات المصهور تحتفظ بتشابه كبير مع أوضاع الجزئيات في الجسم الصلب كما أنه من مقارنة مقداري الحرارة الكامنة للانصهار والتبخير يتضح أن الحرارة الكامنة للتبخير (التصعيد) أكبر بحوالي (30-40) مرة من الحرارة الكامنة للانصهار. ويشهد ذلك على صغر تغير المسافات بين جزئيات المادة عند

انتقالها من الحالة البلورية إلى الحالة السائلة. ولا تعتبر الحرارة النوعية للأجسام الصلبة تقريباً عند انصهارها .

13- تظهر في السوائل ظواهر الانتقال Transport عند اختلاف التجانس الحجمي للكثافة أو درجة الحرارة أو سرعة الحركة لجزيئات السائل . وتخضع هذه السوائل لنفس القوانين المذكورة في حالة ظواهر الانتقال في الغازات. كما أن نفس المعادلات التفاضلية تستخدم لوصف نفس الظواهر كما في الغازات. ولكن الصيغ لنفس المعادلات المختلفة لحساب معاملات الانتقال Transport في الغازات لا تصلح للسوائل. عند درجات الحرارة المرتفعة القريبة من درجة الحرارة الحرجة أو يرتبط الاحتكاك الداخلي في السوائل بظاهرة انتقال كمية الحركة بين الطبقات بواسطة جزئيات السائل. أما عند درجات الحرارة القريبة من درجة الانصهار (درجة التجمد فإن كمية حركة كل جزيء تتذبذب تبعاً لتذبذب الجزئيات حول أوضاع اتزانها المؤقتة. عند زيادة درجة الحرارة (خصوصاً عند درجات الحرارة المنخفضة) تنخفض لزوجة السوائل وعند الضغوط المرتفعة تتزايد لزوجة السوائل بسرعة زيادة مقدار الضغط.

14- في السوائل المتجانسة كيميائياً يزداد معامل الانتشار D زيادة حادة بارتفاع درجة الحرارة وعند درجات الحرارة الحرجة تقترب قيمة معامل الانتشار في السوائل من قيمة معاملات الانتشار في الغازات .

2.4 اللزوجــة Viscosity

قبل الخوض في هذه الظاهرة وتقديم تفسيرها نود أن نشير إلى الحقائق والتعاريف الهامة التالية:

1- يرتبط معدل سريان السائل (وهو ما يوصف ويستدل عليه بسرعة انسيابه) مع مساحة مقطع الأنبوبة وفقاً للعلاقة التالية:-

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

حيث أن V_1 . V_2 هما السرعتان اللتان تناظرا قيمة التدفق في الأنبوبتين اللتين لها المقاطع S_2 , S_1 وعليه فإن سرعة التدفق تتناسب تناسباً عكسياً مع مساحة مقطع الأنبوبة .

2- السريان الثابت (المنتظم) Streamline or laminar flow وفيه تكون سرعة السريان السائل في نقطتين مختلفتين ثابتة (ما لم يتغير مقطع الأنبوبة) أو تكون سرعة جريانه عند نقطة ما ثابتة مع الزمن .

3- السريان المضطرب (الدوامي) Turbulent Flow وفي هذا النوع من السريان عند اختيار نقطة في مسار جريان السائل فإننا نسجل أكثر من سرعة واحدة عند نفس النقطة بمعنى تغير السرعة مع الزمن عند نفس النقطة.

4- السرعة الحرجة Critical Velocity (V_c) وهي السرعة التي ينتقل فيها السائل من السريان المنتظم إلى السريان المضطرب وهذه السرعة تتوقف على معامل اللزوجة وكثافة السائل ونصف قطر الأنبوبة أو $V_c = k\ \eta\ /\ \rho\ r$ حيث K ثابت التناسب ويسمي عدد رينولد Reynold's Number وقيمته تساوي 1000 تقريباً .

وقد ذكرنا من قبل أن سرعة السائل إذا كانت أقل كثيراً من السرعة الحرجة فإن العامل الرئيسي في تحديد معدل سريان السائل هو "اللزوجة" فما هي "اللزوجة" إذن ؟

في بداية حديثنا عن السائل قلنا أن السائل لابد له من إناء يحتويه ولما كانت هناك تجارب عديدة أثبتت على أن السائل يتحرك على هيئة طبقات متوازية

ومتراصة فإن السوائل تنساب طبقاتها هذه بسلاسة إذا كان الإناء الحاوي لها خالياً من العوائق (والسوائل يسير بأقل من السرعة الحرجة) أما إذا كانت هناك عوائق فإن مركز هذه الطبقات تصبح دوامية .

لنفترض الآن أن لدينا سائلين مثل الماء العادي، والعسل وكانا في إناء ليس به عوائق. هل جريان السائل عند إمالة الإناء الحاوي لكل منهما واحدة وأي السائلين يقاوم الانسكاب؟

لعلك تستنتج أن لأحد السائلين "خاصية" ممانعة الانسكاب وتلك أحدى صفاته وطبائعه .. فعلاً ونحن ندرس، خواص هذه المواد لابد أن يستدعي انتباهنا هذه الخاصية . وبداية نقول أن ممانعة السائل للانسكاب هي ما يعرف "باللزوجة". ومن ثم فإن كان لدينا سائلين وقاوم أحدهما الانسكاب ولم يفعل الآخر قيل أن الأول أكثر لزوجة من الثاني.

2.5 تفسير وسبب اللزوجة :

من الممكن لصق لوحين من الزجاج بوضع طبقة رقيقة من الماء بينهما !!! على أن يطرد الهواء (بإدارة أحد اللوحين بالنسبة للآخر مثلاً) تلاحظ صعوبة فصل اللوحين للتأثير عليها في اتجاه عمودي على سطحيهما . لكن في الوقت نفسه تلاحظ أنه إذا حرك لوح منهما في اتجاه مستواه وليس عمودياً لأمكن التغلب على هذه القوى اللاصقة لهما . وهنا من الواضح أن طبقة من الماء تلتصق مباشرة على كل من اللوحين بسبب قوى الالتصاق الجزئية وتوجد بين الطبقتين طبقات أخرى من الماء تنزلق إحداها عن الأخرى عندما يزاح أحد اللوحين إلى الجانب الاخر. فإذا ثبت اللوح السفلي وتحرك العلوي إلى اليمين مثلاً فإن الطبقة الملاصقة للوح السفلي تبقى ثابتة. بينما تتحرك الطبقات التي تعلوها لليمين بسرعات تتناسب مع أبعادها عن اللوح الثابت ولذا تزيد سرعة طبقة من الطبقات التي تحتها وتقل عن التي فوقها مباشرة. أي أن كل طبقة من الطبقات تعيق حركة الطبقة التي فوقها مباشرة وهذا يدل على وجود قوة تتحرك فيها طبقات حرة أسرع من تلك الطبقات الملاصقة للإناء الحاوي لها بل

تكاد تبقى ساكنة تماماً بينما تزداد سرعة الطبقات الأخرى حسب بعدها على سطح الإناء.

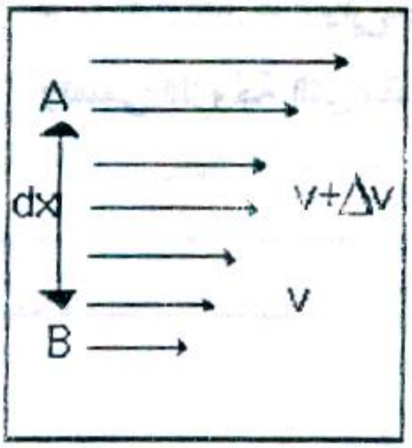
وثمة دليل اخر علي صحة تكون السائل من طبقات وهو أنه اذا كان هناك مجري من سائل ما وامكنك تلوين السائل في اتجاه عمودي علي المجري فانك تلاحظ اختفاء اللون في منتصف المجري وتأخر اختفائه عند الجوانب . ما سبب ذلك؟

السبب هوالسلوك الطبقي للسائل واختلاف سرعة كل طبقة عن التي تليها.

ومن ثم فإن هناك "سرعة نسبية" بين طبقات السائل المختلفة نتيجة قوى الاحتكاك وهذه القوى هي التي نسميها اللزوجة .

نفترض أن السرعة تزيد من (V) إلى (V+dV) عندما تتحرك طبقة إلى أعلى من B إلى A

فإن منحدر أو ميل السرعة = $\frac{dv}{dx}$



وقد وجد نيوتن أن القوة المماسية لوحدة المساحة $\left[\frac{F}{A}\right]$

تتناسب مع ميل السرعة في الاتجاه العمودي على القوة

$$\frac{F}{A} \alpha \frac{dv}{dx}$$

$$or F/A = \eta \frac{dv}{dx}$$

حيث η ثابت التناسب ويسمى "معامل اللزوجة"

ويتوقف على "طبيعة" السائل ودرجة حرارته.

<u>2.6 تعريف معامل اللزوجة :</u>

يعرف بأنه " القوة المماسية لوحدة ميل سرعة في الاتجاه العمودي على السائل" كما يعرف بأنه : " القوة بالداين التي تؤثر على وحدة المساحات (1سم^2) وموازياً لها لتحدث سرعة نسبية بين طبقتين من السائل متوازيتين يبعدان مسافة قدرها 1سم "

2.7 وحدات معامل اللزوجة :

من العلاقة السابقة :

$$\eta = \frac{F}{A\frac{dv}{dx}}$$

وبالتعويض عن وحدات كل كمية فإن

$$\eta = \frac{\text{قوة}}{\text{مساحة} \times \frac{\text{سرعة}}{\text{مسافة}}}$$

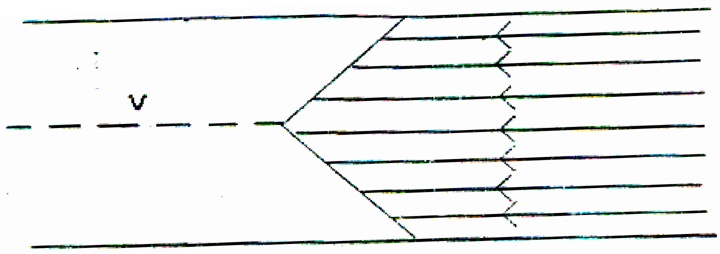
$$= \frac{\text{قوة} \times \text{مسافة}}{\text{مساحة} \times \text{سرعة}} = \frac{\text{سم} \times \text{داين}}{\frac{\text{سم}}{\text{ثانيه}}\ \text{سم}^2} = \frac{\text{ثانية داين}}{\text{سم}^2}$$

أي أن وحدات معامل اللزوجة هي :

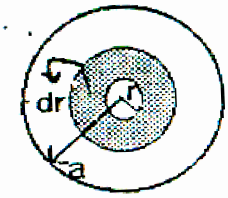
داين × ثانية / سم^2 أو داين × ثانية سم$^{-2}$

وتسمى اللزوجة التي مقدارها (1) داين ثانية / سم^2 بالبواز"poise"

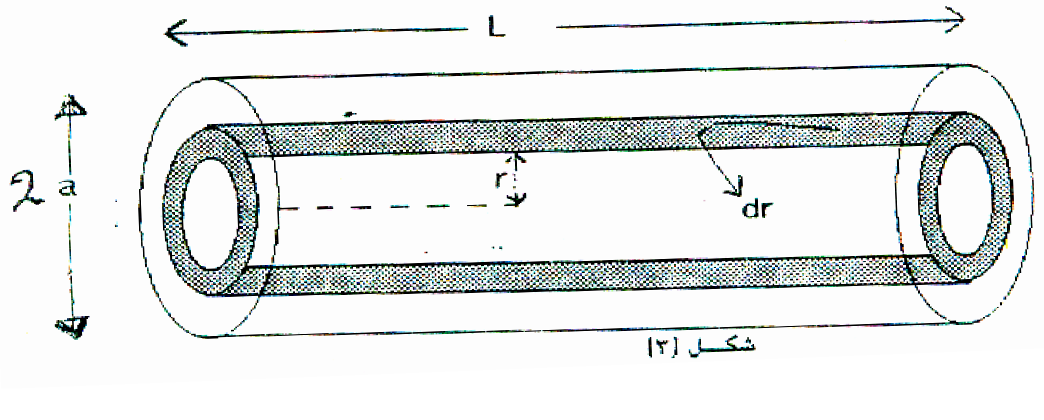
2.8 معادلة بواسيل لسريان سائل منتظم في أنبوبة ضيقة Poiseuille's Equation



شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)

إذا سمحنا لسائل بالمرور في أنبوبة به ، فإنه يشترط أن يكون هناك فرقاً في الضغط بين طرفي هذه الأنبوبة وهو السبب في دفع السائل خلالها ، وقد افترض بواسيل حركة انسيابية منتظمة من سائل بحيث تكون طبقة السائل الاسطوانية (المشكلة حسب شكل الإناء الحاوي) والملامسة لجدار الإناء أوالأنبوبة وهي في حالة سكون. في حين تتحرك الطبقات الاسطوانية الداخلية بحيث تزداد سرعتها تدريجياً حيث تبلغ أقصى سرعة لها عند محور الأنبوبة أنظر الشكل (1) . الآن نفترض أن طبقة اسطوانية من السائل لها نفس محور الأنبوبة طولها (L) وقطرها الداخلي (r) والخارجي (r+dr) كما في شكلي (2، 3) وتكون المساحة السطحية للاسطوانة = (A) = 2πrL وتكون القوة (F) الناتجة من الاحتكاك (قوة مماسيه) تعطى من:

$$F = -\eta A \frac{dV}{dr} \quad = -\eta(2\pi rL)\frac{dV}{dr}$$

والإشارة السالبة تعني أن قوة اللزوجة (تعيق) أي تعمل في اتجاه مضاد لاتجاه الضغط الدافع لحركة السائل الأصلية. ومقدار قوة الضغط هذه، إذا كان الضغط يختلف في مقداره في نهايتي الأنبوبة في مقدار(P)، تساوي $P \times \pi r^2$.

وإذا افترضنا أن السائل في حالة اتزان (ديناميكي) أي في حالة انسياب منتظم، فإن ثمة توازن بين قوى الضغط وقوى اللزوجة لابد أن يحدث أي: -

$$-\eta(2\pi rL)\frac{dv}{dr} = P(\pi r^2)$$

$$\therefore \frac{dv}{dr} = -\frac{P}{2\eta L} r$$

وللحصول على قيمة V نجري التكامل (بعد فصل المتغيرات) فنحصل علي

$$V = -\frac{P}{4\eta L} r^2 + const.$$ وبمراعاة الشروط الحدية أي عندما V = 0 عندما تكون r = a

فإن : $const = \frac{P}{4\eta L} a^2$ ومن ثم بالتعويض عن هذا الثابت نحصل علي

$$\therefore V = \frac{P}{4\eta L}(a^2 - r^2)$$

وتعطي هذه المعادلة سريان أي طبقة من طبقات السائل على بعد معلوم من محور الاسطوانة ، ولعله من الواضح أن السرعة تقل مع بعد الطبقة عن المحور أو أن الزيادة تزداد بزيادة (-r) أي كلما اقتربنا من محور الاسطوانة لأن المعادلة السابقة حين تصبح (r) = صفر حيث V تصبح لها أكبر قيمة .

الآن نود أن نحسب حجم السائل المار خلال مقطع الطبقة الاسطوانية التي لها نصف قطر r وسمك dr مساحة المقطع = dr 2πr ، وفي وحدة الزمن ds = 2 π r . dr V .

ولإيجاد (S) الحجم المار في وحدة الزمن (خلال كل الأنبوبة) يمتد إلى a نجري التكامل

$$S = \int_0^a 2\pi r dr v = \int_0^a 2\pi r v dr$$

$$= \int_0^a \frac{p(a^2 - r^2)}{4\eta L} 2\pi r dr$$

$$\therefore S = \frac{\pi p}{2\eta L}\int_0^a (a^2 r - r^3) dr = \frac{\pi p}{2\pi L}\left[\frac{a^2 r^2}{2} - \frac{r4}{4}\right]_0^a$$

$$= \frac{\pi p}{2\pi L}\left[\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}\right] = \frac{\pi p a^4}{8\eta L} \ldots\ldots\ldots *$$

هذا هو الحجم وبضربه في الكثافة نحصل على الكتلة المناسبة في الثانية :

$$M = {}_0 PS = \frac{\pi p}{8}\frac{p}{\eta}\frac{a^4}{L} \ldots\ldots\ldots\ldots **$$

من * و ** يتضح أن معادلات بواسيل فيها معدل انسياب السائل يتناسب مع .

$$\frac{1}{L}, p, a^4$$

2.9 تعليق على نظرية بواسيل

من دراستنا السابقة علمنا أن فرق الجهد بين نقطتين يمثل "تراكم" الشحنات في إحدى هاتين النقطتين بزيادة عن الأخرى أي أن الجهد (أو فرق الجهد) هو السبب في دفع هذا السيل المتدفق من الشحنات (التيار) وقانون أوم هو الذي يربط بين التيار والجهد :

$$I = \frac{V}{R}, R = \frac{\rho L}{A}$$

حيث أن (I) ,(V) , (R) هما التيار والجهد والمقاومة ، (ρ) المقاومة النوعية ، (A) مساحة تقطع السلك ، (L) طول هذا السلك في التيار الكهربي .

والآن عودة إلى قانون بواسيل :

" القوة الدافعة " للتيار المائي هنا : $F = P.\pi a^2$

وهذا حقيقي إذ أن وجود هذه الكمية من "قوة الضغط" هو الدافع الحقيقي لحركة السائل والذي يقابل فرق الجهد في قانون أوم .

الآن معادلة بواسيل يمكن كتابتها على الصورة :

$$(S) = \frac{(P\pi r^2)}{(8\pi\eta)(\frac{L}{\pi r^2})}$$

نلاحظ لأول وهلة بأن الكمية (s) هي معدل مرور تيار الماء تناظر (I) معدل مرور الشحنة الكهربائية .

كما أسلفنا فإن $P\,\pi r^4 = F$ تقابل فرق الجهد V في قانون أو لذا يمكن استنتاج أن الكمية ($8\,\pi\,\eta$) تقابل الكمية ρ في قانون أوم .

ولما كانت (ρ) هي المقاومة النوعية للسلك الموصل المار على التيار الكهربي فإن η معامل اللزوجة يمكن النظر إليه على أنه مقدار يدل على مقاومة مرور السائل ولذا وفي كثير من الأحيان نطلق على معامل اللزوجة بأنه المقاومة النوعية للسائل.

2.10 تطبيق على لزوجة السوائل (سقوط كرة معدنية في سائل لزج):

في بداية الأمر نود أن نشير أن العالم ستوبس قد أثبت العلاقة التي تعطي قوة اللزوجة التي تقاوم تحرك كرة في سائل بدلاً من نصف القطر وهو :

$F = 6\,\eta\,\pi\, r\, V$

حيث (r) ، (V) هما نصف قطر الكرة وسرعتها النسبية مع السائل .

الآن إذا تركت كرة من معدن تسقط في سائل لزج فإنها تسقط تحت تأثير ثقلها إلى أسفل ويقاوم هذه القوة في البداية قوة الدفع فقط (قاعدة أرشميدس) ونتيجة لذلك تكون هناك محصلة إلى أسفل وإذا كانت كثافة الكرة أكبر من كثافة السائل فتتحرك بسرعة متزايدة وتتولد قوة لزوجة تتزايد تدريجياً كلما زادت هذه السرعة وعندما تصبح قوة التثاقل إلى أسفل مكافئة إلى مجموعة قوتي الدفع وقوة اللزوجة إلى أعلى يقف تزايد السرعة وتبدأ الكرة في الحركة بسرعة منتظمة بالسرعة النهائية التي وصلت إليها وعند هذه الظروف فإنه :

$\downarrow$ F (القوة نتيجة ثقل) = $\uparrow$ F1 (قوة الدفع) + $\uparrow$ F2 (قوة اللزوجة)

$$\frac{4}{3}\pi r^3 dg = \frac{4}{3}\pi r^3 d' g + 6\pi r V \eta$$

حيث d, d' كثافة الكرة والسائل على الترتيب , η معامل اللزوجة ومن هذه المعادلة يمكن استنتاج قيمة η :

$$\eta = \frac{2}{9}\left(\frac{r^2 g}{v}\right)(d - d')$$

مع ملاحظة أن ($6\,\pi\, r\, V.\,\eta$) هو مقدار المزوجة لسائل (تم حساب عمليا بواسطة ستوكس) .

تعليق:-

ناقش كيفية ايجاد η بيانيا ولماذا تفضل الطرق البيانية؟

وهناك عدة شروط واحتياجات في هذا القانون وأثناء إجراء التجربة أهمها :

1- يجب افتراض أن الوسط لا نهائي السعة (هذا شيء غير عملي أدخل عليه لادبنرج (1907) بعض التصحيحات اللازمة لذلك في القانون) .
2- أن تكون الكرة تامة القوة والصلابة .
3- يجب أن يكون هناك انزلاق بين الكرة والوسط .
4- يجب أن يكون الوسط متجانس بالنسبة للكرة ولا يوجد به ثقوب .
5- حركة الكرة يجب أن تكون بطيئة بحيث لا تؤدي حركتها إلى أمواج أو تيارات متعرجة.
6- أن تكون السرعة قليلة نسبياً بحيث يمكن إهمال مربع السرعة (لذلك يفضل حساب السرعة بعد فترة مناسبة من سقوط الكرة) .

ومن الجدير بالذكر أن المعادلة السابقة صحيحة حتى لو تحركت قطرة من سائل (كروية الشكل) في وسط كالهواء معلوم لزوجته .

2.11 تأثير درجة الحرارة على معامل اللزوجة :

تتوقف اللزوجة على تركيب المائع ولهذا السبب فإن لزوجة السائل تختلف كثيراً عن لزوجة الغازات حيث أنه في الغازات تكون المسافات البينية بين الجزيئات كبيرة مما يؤدي إلى قوة تماسك صغيرة ومهملة بين الجزيئات بينما في السوائل تكون قوى التماسك أكبر بكثيراً نظراً لأن الجزيئات قريبة من بعضها نسبياً.

ولما كانت اللزوجة في الموانع عموماً تكون لسببين رئيسيين أولهما نتيجة تماسك الجزيئات وثانيهما تبادل كمية الحركة في اتجاه عمودي على اتجاه حركة المانع فإننا نجد في السوائل يكون تبادل كمية الحركة صغير بالنسبة إلى قوى التماسك بين الجزيئات ولذلك فإن اللزوجة تعتمد أساساً على مقدار التماسك بين الجزيئات/

الطبقـات بسـرعة وبالتـالي فـإن لزوجـة السـوائل تقـل بارتفـاع درجـة الحـرارة . أي أن العلاقة بينهما عكسية

2.12 أمثلـة ومسائـل :

1- أنبوبة أفقية ضيقة طولها 10 سم ونصف قطرها 5 مم ينساب فيها الماء بدون إضطراب. فإذا كان الفرق في الضغط بين طرفي الأنبوبة مساوياً لوزن عمود من الماء ارتفاعه 5.60 سم ومعدل انسياب الماء من الأنبوبة هو 8.1 جم / دقيقة. أوجد معامل اللزوجة للماء (عجلة الجاذبية الأرضية = 980 سم/ث^2) .

الحـل

معامل اللزوجة (η) يساوي $\eta = \dfrac{\pi spr^4}{8sl}$

حيث (L) طول الأنبوبة ، (R) نصف قطرها ، (p) كثافة السائل (p) فرق الضغط بين طرفي الأنبوبة ، (s) المعدل الكتلي للانسياب .

$\because L = 10 \text{ cm}, R = 0.05 \text{ cm}$

$s = 8.1 \text{ gm / min.} = \dfrac{8.1}{60} = \dfrac{81}{600} \text{ gm / sec}$

$\therefore p = h\rho g = 5.6 \times 1 \times 980 = 56 \times 98 \text{ dynes/cm}^2$

$$\therefore \zeta \frac{\Pi}{8}.\frac{P}{L}.\frac{R4}{Q}$$

$$= \frac{3.14}{8}.\frac{56\times 98}{10}\frac{(5\times 10^{-2})\times 6\times 10^{2}}{81}$$

$$= 0.01 gm.cm^{-1}.\sec^{-1}$$

2- أنبوبـة أفقيـة طولهـا 4 كـم وقطرهـا 8 سـم ينسـاب خلالهـا المـاء بمعـدل سـريان 30.000 سـم^3 / ث . فـإذا كانـت اللزوجـة للمـاء 0.1 جم/سـم . ث احسـب مقـدار الضـغط اللازم للحفـاظ على هذا السـريان .

3- أوجـد معامـل اللزوجـة لسـائل كثافـة 1.3 جم/سـم^3 . إذا كـان قطـر الكـرة المعدنيـة التي تسـقط فيـه 1 مم وكثافتـه مادتها 7.8 جم/سم^3 وكانـت سـرعتها النهائية أثناء سقوطها في السائل هي 0.4 سم / ث .

الحل

$$\eta = \frac{2r^2 g}{9v}(d'-d) = \frac{2(0.05)^2 \times 980}{9 \times 0.4} \times (7.8-1.3)$$
$$= 8.847 gm/cm.\sec.$$

4- كثافة الرصاص والجلسرين 11.3، 1.3 جم/سم^3 ومعامل لزوجة الجلسرين هي 12.1 وحدة مطلقة أوجد السرعة النهائية لكرة من الرصاص قطرها 1 سم تتحرك رأسياً في الجلسرين .

5- كرة من الصلب قطرها 3 مم. تركت لتسقط في الجلسرين وعند مراقبة سقوط الكـرة وجـد أنهـا تتحـرك بسـرعة ثابتـة فتهـبط 25 سـم في 7.5 ثانيـة فـإذا كانـت كثافة الجلسرين والصلب هي 1.3 ، 7.7 جم/سم^3.

احسب معامل اللزوجة عند درجة الحرارة التي تجري عندها التجربة .

6- أنبوبـة اسـطوانية نصـف قطرهـا مـم واحـد يمـر بهـا مـاء تحـت تـأثير انحـدار مـن الضغط يساوي 10 داين لكل سم^3 .

أوجد سرعة الماء عند نقطة تبعد بمسافة $\frac{1}{20}$ سم من مركز الأنبوبة إذا علم أن معامل اللزوجة للماء هو 0.01 جم سم$^{-1}$ ثانية$^{-1}$. أوجد أيضاً النهاية العظمى للسرعة.

الحـل

سـرعة سـائل معامـل اللزوجـة (η) لـه عنـد نقطـة تبعـد مسـافة (r) عـن محـور أنبوبة نصف قطرها (a) هي (V) تعطي من :

$$V = \frac{P(a^2 - r^2)}{4L\eta} \qquad \because \frac{P}{L} = 10 dynes/cm^3$$

$$\therefore = \frac{10\left[(0.1)^2 - (0.05)^2\right]}{4\times 0.01} cm/\sec$$

والسرعة العظمى (V_{max}) نحصل عليها عندما يكون r = zero

$$\therefore V_{\max} = \frac{pa^2}{4L\eta} = \frac{10\times(0.1)^2}{4\times 0.01} cm/\sec$$

7- أنبوبة شعرية طولها 50 سم ونصف قطرها الداخلي 0.2 مم تتصل وهي في وضع أفقي بأسفل مستودع إسطواني مساحة مقطعه 10 سم^2 مملؤ بالماء . أوجد الزمن اللازم لكي ينخفض سطح الماء في الإناء من ارتفاع 100 سم إلى 50 مم فوق مستوى الأنبوبة (معامل لزوجة الماء = 0.01 بواز)

الحـل

يتغير ارتفاع سطح الماء في الخزان وكذلك ضغط السائل فوق الأنبوبة مع الزمن .

نفرض أن بدء قياس زمن التدفق كان عند الارتفاع 100 سم لسطح السائل. بعد زمن (t) ثانية يصبح السطح على ارتفاع (ℓ) من الأنبوبة . لنعتبر شريحة من سائل المستودع سمكها ($d\ell$) وحجمها ($a.d\ell$) حيث (a) مساحة مقطع الإناء

نفرض أن زمن خروج هذه الكمية من السائل من الأنبوبة هو (dt) باستخدام معادلة بواسيل للزوجة السوائل يكون معدل التدفق (Θ) يساوي

$$G = \frac{a.d\ell}{dt} = \frac{\pi r^4}{8\zeta L}.P$$

ولكن P يعطى بالعلاقة =P باعتبار كثافة الماء = 1 , عملية الجاذبية :

$$\therefore \partial \frac{d\ell}{dt} = \frac{\pi r^4}{8\zeta l}.\lg$$

$$\therefore \frac{d\ell}{\ell} = \frac{\pi r^2}{8\eta l} gdt$$

بالتكامل نحصل على

نحصل على الزمن المطلوب . $\therefore 2.3\log(\frac{\ell_1}{p2}) = \frac{\pi.r.4.g}{8\eta la}$

$$\therefore t = 56290\sec = 15.6hr.$$

2.13 الخـواص السـطحيـة للسـوائـل

الآن بعد تكلمنا عن خاصية اللزوجة وهي تأثير داخلي للسائل - تم تفسيره علي ضوء نظرية الطبقات - ننتقل للحديث عن الخصائص التي تحدث عند سطح السائل والتي تتصدي لتفسيرها النظرية الجزيئية . وهناك العديد من الحقائق المستقرة والثابتة فى علوم السوائل و من هذه الحقائق:

1) عند الاتصال بين السائل وبخاره المشبع وحتى بين سائل وجسم صلب (يشترط عدم امتزاجها أو تفاعلها) فإن هناك اختلافا بين قوى التفاعل بين الجزيئات في الوسطين المتلاصقين يؤدي ذلك إلى تكوين محصلة لهاتين القوتين . تغير هذه القوة المحصلة من شكل سطح السائل وكمثال فإنه عند الأخذ في الاعتبار حالة السائل والبخار فإن اتجاه هذه القوة المحصلة يكون إلى داخل السائل .
2) من الملاحظ أنه يلزم دائما بذل شغل على السطح لنقل جزيئات المادة الواقعة في قلب السائل من باطنه إلى سطحه .
3) عند ثبوت درجة الحرارة فإن الشغل اللازم بذله على وحدة المساحة من سطح السائل يسمى " بالطاقة السطحية الحرة النوعية للسائل " أو " التوتر السطحي " وهي قيمة تميز كل سائل عن غيره فقد تكون هذه النتيجة 15 أرج/سم^2 كما في حالة الهيدروكربونات أو يكون 2000أرج/سم^2 كما في حالة الفلزات المنصهرة.
4) هناك علاقة بين التوتر السطحي والشوائب المضافة وكذلك درجة الحرارة .

5)عندما يحيط سطحاً لاصقاً لسطح السائل فإن قيمة التوتر السطحي يساوي مقدار القوة المؤثرة على وحدة الأطوال من المحيط الملاصق ويكون اتجاهها عموديا على هذا المحيط وتؤثر في مستوى المماس للسطح الحر السائل .

6)يحدث الاتزان للسوائل عند وصول الطاقة السطحية الحرة إلى الحد الأدنى لقيمتها وعند وجود أي قوة خارجية فإن سطح السائل يعمل على أن يكون أقل ما يمكن عند ثبوت الحجم ومن ثم يكون شكله كرويا ولعل هذا ما يفسر لنا سقوط قطرات الماء من الصنبور كريه الشكل وكذلك تكور الزئبق فوق الأسطح الملساء والزيت فوق الكحول كل ذلك في محاولات لجعل مساحة سطح السائل أقل ما يمكن.

7) تحدث ظاهرة التلاصق أكبر ما يمكن عند اتصال السائل مع سطح صلب ويحيط بهما غاز ويكون مقياس هذه الظاهرة هو الزاوية الواقعة داخل السائل والمسماه " زاوية التماس " Contact angle ويسمى السطح الصلب الذي يؤدي إلى تقعر سطح السائل بأنه سطحاً جاذباً للماءHydrophilic وإذا حدث لسطح السائل تحدباً قيل للسطح الصلب الملاصق بأنه طارد للماء Hydrophobic.

8) عند تغير (تحدب أو تقعر) سطح السائل فإن مقدار ضغط البخار المشبع عند سطح السائل يتوقف على هذا التغير، لاحظ أن ضغط البخار المشبع الجاف يتوقف أساساً على درجة حرارته وطبيعته الكيميائية ويزداد بزيادة درجة الحرارة المحيطة ،كذلك تجدر الإشارة إلى أن ضغط البخار يتناسب طرديا مع تركيز المحلول ولا يتوقف على الخواص الكيميائية أو نوع المادة المذابة (راجع قانون راؤول) .

9) يحدث أن يغادر جزء من جزيئات السائل سطحه الحر ويسمى ذلك " التبخر" ويزداد ذلك بارتفاع درجة الحرارة ونتيجة هذه العملية هو حدوث في نقص طاقة السائل أي تبريده .

10)يعتبر حدوث الغليان للسوائل وتكاثف الأبخرة من أمثلة التحولات الطورية من النوع الأول First order phase transition.

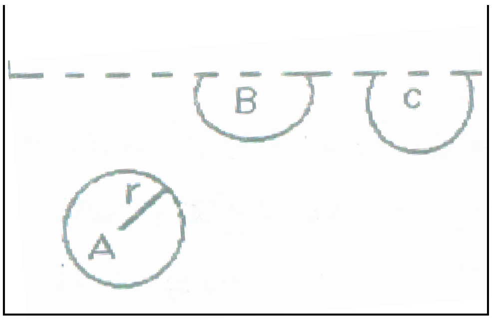
2.14 التوتر السطحي *Surface Tension*

لعلنا كثيراً ما نتساءل عن السبب في تكور قطرة الماء الساقطة من الصنبور قبل انفصالها عنه , وكذلك الإبرة الجافة التي تطفو أو موس الحلاقة – على سطح الماء –

رغم كبر كثافتهما عن كثافة الماء . بل لماذا تكون هناك ظاهرة عدم استواء أسطح السوائل فمنها المقعر ومنها المحدب والكثير من الشواهد والأمثلة مثل حركة الناموس على سطح الماء دون أن يغوص فيه وتكور قطرات الزئبق على هيئة كرات صغيرة على سطح زجاجي ناعم عند انسكابها عليه , وهذه الشواهد ليست بنفس الدرجة في كل السوائل بل هي من خواص المادة في حالتها السائلة . كل هذه الشواهد وغيرها تبين أن سطح السائل يعمل كما لو كان غشاءاً مشدوداً مرناً بل وأن هناك قوة تجعل سطح السائل أقل ما يمكن ويقال لهذا السائل دائماً أنه في حالة توتر لذا نعمل على تسمية هذه الظاهرة " بالتوتر السطحي " .

2.15 النظرية الجزئية والتوتر السطحي *Molecular Theory and surface Tension*

تتجاذب جزئيات السائل مع بعضها وتتلاشى قوى التجاذب بين جزئين إذا ازدادت المسافة بينهما عن حد معين يسمى بمدى التجاذب الجزئي ويزم له بالرمز R (حوالي 1.6×10^{-7} سم تقريباً) .



فإذا تصورنا جزيئياً مثل (A) في باطن سائل وتصورنا كرة نصف قطرها r مركزها هذا الجزيء فإن جميع الجزيئات داخل الكرة تتجاذب مع الجزيء (A) وكذلك القوة في جميع الاتجاهات (أفقياً ورأسياً ومائلة) ولذا فهي تتعادل أما الجزيئات خارج الكرة فلا تؤثر على هذا الجزيء.

وإذا تصورنا جزيئاً مثل B قريباً من السطح فإن قوى التجاذب عليه من أسفل تكون أكبر من قوة التجاذب عليه من الاتجاهات الأخرى , لذا إذا تصورنا جزيئاً مثل(C) يقع على سطح سائل , فإن القوى المؤثرة عليه نحو باطن السائل تكون أكبر ما يمكن .

ومن ذلك نستنتج أن الجزيئات الواقعة على سطح السائل متأثرة بقوة تشدها نحو باطن السائل في اتجاه عمودي على سطحه وتسبب تلك القوى توترا للسطح وتجعلها كغشاء مرن مشدود.

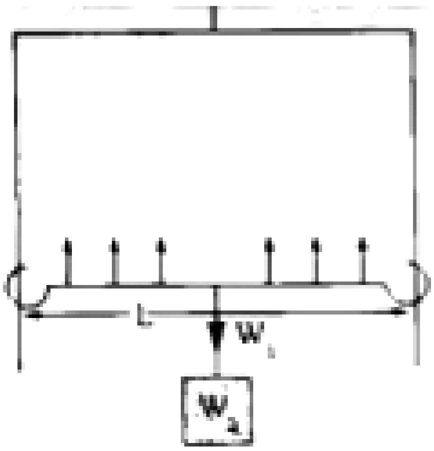
2.15.1 تعريف التوتر السطحي (T) :

يعرف التوتر السطحي بأنه القوة التي تؤثر في اتجاه عمودي على وحدة الطول من سطح السائل ووحداته داين/سم .

ومعادلة أبعاده هي $\frac{M}{LT^2}$

-

2.15.2 طبيعة التوتر السطحي :



لنفهم فيزياء التوتر السطحي وإلقاء الضوء على المعنى الفيزيائي له نفترض أن لدينا سلكاً على هيئة إطار (في شكل مربع) كما في الشكل المجاور B ' A ' CD وإن السلك D ' A ينزلق على الضلعين AB, CD ' فإذا غمس هذا التكوين (الإطار) في محلول الصابون مثلاً فتكون نتيجة لذلك غشاء ABCD ويعمل التوتر السطحي على تقلص هذا السطح وسحب السلك AD إلى الداخل ولكي يبقى السلك AD مكانه. لابد وأن تؤثر عليه قوة قدرها mg وهي تساوي كتلة السلك مع كتلة إضافية معلقة كي يحدث اتزان.

لذا تكون $F = mg = 2\,TL$

والرقم (2) وضع لأن الغشاء له وجهين حيث L طول السلك AD .

مثال : تكون غشاء من الصابون على إطار على شكل مربع طوله 7 سم حينما غمر في محلول من الصابون فإذا كان الإطار معلقاً في كفة ميزان وكانت الكتلة التي يجب وضعها في الكفة الأخرى لمعادلة الشد الناتج عن التوتر السطحي = 380 جم أوجد التوتر السطحي لمحلول الصابون .

الحل

القوة المؤثرة على الإطار والناتج عن التوتر السطحي (F) بإهمال كتلة السلك

$F = 2TH = mg = TL$

$0.38 \times 980 = 2T \times 7$

$\therefore T = 26.6 \text{ dyne cm}^{-1}$

2.15.3 التوتر السطحي وطاقة السطح Surface Tension as a Surface Energy

نفرض أن السلك AD قد أزيح في اتجاه بحيث يزيد السطح السائل . نفترض أن هذه المسافة هي ΔX وإذا فرضنا أن هذا التغيير (أديباتيكي) أي لا يوجد تغيير في درجة الحرارة فإن السلك سيبذل شغلاً لزيادة السطح المعرض للسائل ولكن الشغل = القوة × المسافة .

$W = F. \Delta X$

$= 2TL \Delta L$ ولكن $(2L \Delta X = \Delta A$ (أي الزيادة في مساحة السطح

$\therefore W = F. \Delta X$ or $2T(2L \Delta X) = T \Delta A$

فإذا قسمنا الناتج السابق على ΔA لحصلنا على الشغل لوحدة المساحات

التوتر السطحي $\therefore W = T$

ومن هنا فإن التوتر السطحي يعرف " بأنه هو الشغل اللازم لزيادة سطح السائل بمقدار الوحدة ".

أسئلة. 1 : هل يمكن استنباط المعادلات السابقة بالاعتماد على قانون نيوتن الثالث ؟.

.2- ما العلاقة بين معامل التوتر السطحي وكثافة السائل. ?

مثال (1) :

أوجد مقدار الشغل المبذول ضد قوى التوتر السطحي لتكوين فقاعة صابون قطرها 1 سم إذا علم أن التوتر السطحي لمحلول الصابون 25 داين / سم .

الحـل

مساحة السطح الابتدائي لفقاعة الصابون = صفر

مساحة السطح النهائي لفقاعة بعد تكوينها = $2\times 4\pi R^2$

$2 \times 4\ \pi\ (0.5)^2 = 2\pi\ cm^2$

الشغل المبذول = التوتر السطحي × الزيادة في المساحة = $25 \times 2\ \pi = 127 ergs$

مثال (2) :

أوجد الشغل اللازم لتحويل قطرة من الماء نصف قطرها 0.5 سم إلى قطرات كل منها 1مم (التوتر السطحي للماء = 70 داين / سم)

الحـل

حجم القطرة = $\frac{4}{3}\Pi R^3$

عدد القطرات = الحجم الابتدائي للقطرة / حجم القطرة بعد التجزئة

$$= \frac{(4/3)\pi(0.5)^3}{(4/3)\pi(0.1)^3} = 125$$

المساحة النهائية للقطرات = $4\pi r^2 \times 125$

$4\pi(0.1)^2 \times 125$

الزيادة في المساحة = $\left[5\pi - 4\pi(0.5)^2\right]$

$= 4\pi$

الشغل المبذول = المساحة الزائدة × التوتر السطحي

$= 4\ \pi \times 70 = 879\ ergs$

مثال (3) :

احسب الشغل اللازم لتفتيت قطرة من الزئبق نصف قطرها 1مللي متر إلى مليون قطرة متشابهة لها نفس الحجم . علما بأن الشد السطحي للزئبق يساوي 0.55 نيوتن / متر.

الحـل

مساحة سطح القطرة الكبيرة (A_1) يساوي :

$A_1=4\pi R_1^2=4 \times 3.4 \times (0.001)^2$

$= 31.56 \times 10^{-6} m^2$

حجم القطرة الكبيرة (V_1) يساوي

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3 = \frac{4\pi}{3}(0.001)^3 m^3$$

وحيث أن عدد القطرات يساوي (n) حيث $N=10^6$

فيكون حجم القطرة الصغيرة (V) يساوي

$$V = \frac{V_1}{n} = \frac{4\pi \times 10^{-9}}{10^6} = \frac{4}{3}\pi \times 10^{-15} m^3$$

لإيجاد نصف قطر القطرة الصغيرة (a) يساوي :

$a=4\pi r^2 x10^{-10}$

$\therefore r=10^{-15}m$

إذاً مساحة سطح القطرة الصغيرة (A_2) يساوي

$A_2=n.a=r\pi \, x10^{-4}m^2$

إذاً التغير في مساحة السطح (DA) يساوي

$DA=A_2-A_1=13.56 \times 10^{-4} - 13.56 \times 10^{-6}$

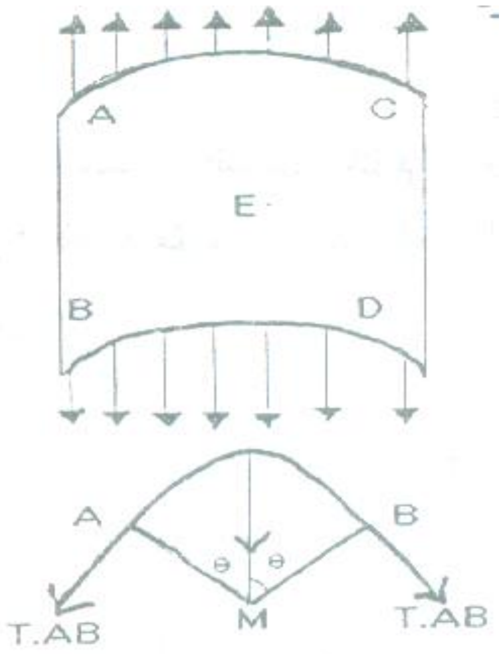
$= 13.24 \times 10^{-4} m^2$

$\therefore dw=TDA$

$\therefore dw=0.55 \times 13.4^2 \times 10^4$

$= 7.38 \times 10^{-4}$ joul

2.16 الزيادة في الضغط الناشئ عن التوتر السطحي



2.16.1 أولا : إذا كان السطح محدب لأعلى :

نفرض أن سطح السائل لأعلى (محدب) فتؤثر عليه قوى الضغط في اتجاه عمودي على السطح إلى الداخل وإذا كان سطح السائل منحنى لأسفل (مقعر) فإنه تؤثر عليه ضغط في اتجاه عمودي على السطح الخارج .

(أنظر الشكل) فإذا كان ABCD عنصر المساحة من السطح حول النقطة (E) فإن AB , CD .

مستقيمان يوازيان محور الاسطوانية المار بالنقطة M فإن ABCD يمكن اعتبارهم قوسان في دائرة نصف قطرها R وبذلك فإن قوى التوتر السطحي على المساحة ABCD هي :

$$2T.AB\sin\theta$$

وتؤثر عموديا على سطح السائل إلى الداخل فينشأ ضغط في عكس اتجاهها ليبقى السائل متزنا – فإن كان (P) هو الضغط فتكون القوة الناشئة هي حاصل ضرب (P) فس مساحة العنصر $\because$ $P = BC$ $P.AB =$ $PA=2\,T\,AB\sin\theta$.

وتكون الزيادة في الضغط الناشئ عن التوتر السطحي هي :

$$p = \frac{T}{R} \times \frac{\sin\theta}{\theta} \quad \text{....................(1)}$$

وعندما تصبح مساحة العنصر نقطة أي : θ تؤول إلى الصفر فإن المعادلة (1) التي تعطي الزيادة في الضغط الناشئ عن التوتر السطحي هي :

$$p = \frac{T}{R} \quad \text{............................(2)}$$

2.16.2 ثانيا : إذا كان سطح السائل منحنى في اتجاهين :

1) إذا كان سطح السائل منحنى في اتجاهين وكان نصف قطر التكور في الاتجاه الأول وفي الاتجاه الثاني فينتج فرق ضغط عن كل من الاتجاهين يساوي التوتر السطحي على نصف القطر المناظر وتكون زيادة الضغط الكلية داخل السائل عن درجة في هذه الحالة تصبح المعادلة (2) كما يأتي :

$$P = T(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}) \quad ....(3)$$

مع ملاحظة أن إشارة نصف القطر تكون موجبة – للاتجاه داخل السائل وسالبة إذا كان خارج السائل .

2)أما إذا كان سطح السائل كروي فإن R1=R2=R وتصبح الزيادة في الضغط هي $P = \frac{2T}{R}$.

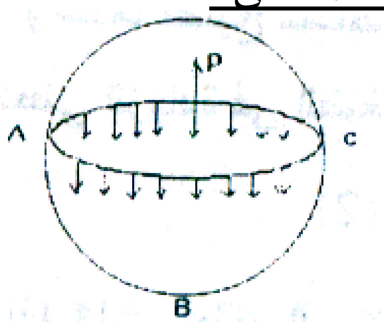
$$P = \frac{2T}{R} \quad ....(4)$$

3) وفي حالة فقاعة كروية فيكون السائل طبقة رقيقة جدا محصورة بين سطحي كرتين متساويتين في نصف القطر ويساوي R فإن الزيادة في الضغط داخل الفقاعة عن خارجها :

$$P = \frac{4T}{R} \quad ....(5)$$

وذلك لوجود سطحين خارجي وداخلي كل منهما يتسبب في زيادة قدرها $\frac{2T}{R}$

2.16.3 الضغط الناشئ داخل الفقاعة نتيجة التوتر السطحي :



إذا كان لدينا نصف فقاعة كما بالشكل المجاور وافترضنا أن الفرق بين الضغط بالداخل عن الخارج = (P) (في الداخل أكبر ليسبب تكون الفقاعة) .

فإذا اعتبرنا أن ABC متزنة فإن زيادة الضغط تعمل على فصل نصفي الفقاعة بينما التوتر السطحي يعمل على عكس ذلك لأنه يعمل على تقليل السطح

القوة الكلية الناتجة للتوتر السطحي = القوة الكلية لزيادة الضغط .

(التوتر يعمل على المحيط) $T(2\pi r)$ $P(\pi r^2) =$ (الضغط يعمل على المساحة)

$$\therefore P(\pi r^2) = T(2\pi r)$$

$$P = \frac{2T}{r}$$

ونظرا لأن للفقاعة سطحان داخلي وخارجي فإن :

$$p = \frac{4T}{r}$$

أي أننا ضربنا في (2) لأن للفقاعة سطح داخلي به هواء وآخر خارجي به الهواء الخارجي (ملامس للهواء الخارجي) .

وهذه العلاقة بين الفقاعة والتوتر السطحي (T)

2.17 بعض العوامل المؤثرة على التوتر السطحي :

يتأثر التوتر السطحي بعدة عوامل مؤثرة على طاقة السطح إذ أنه يجب أن لا نغفل أن التوتر السطحي هو نوع من أنواع عدم الاتزان على السطح ومن ثم فإن أي عوامل من شأنها التأثير على طاقة السطح بالتالي ومن هذه العوامل ما يلي :

2.17.1 أثر الشوائب السطحية :

إذا قلنا أن هنا بعض الشوائب التي تضاف على السطح فقط فإن ذلك يعني نقصاً في مقدار الطاقة السطحية وعليه فإن التوتر السطحي يقل بإضافة هذه الشوائب, غير أننا نقصد بإضافة الشوائب هو أن تكون هناك مواد يحدث لها إدمصاص فيزيائي على السطح ولفهم المقصود بكلمة إدمصاص فيزيائي نقدم هذا الجزء التالي للتفرقة بين نوعى الإدمصاص المحتمل حدوثه :-

الإدمصاص الكيميائي Chemical Adsorption ويتميز بما يلي :

1) يحدث ببطء نسبياً وخاصة عند درجات الحرارة المنخفضة .
2) تزداد سرعته بارتفاع درجة الحرارة (كما يحدث في التفاعلات الكيميائية) .

3) تكون جزيئات المادة الممتصة مع جزيئات السطح مركبات كيميائية على السطح.

الإدمصاص الفيزيائي Physical Adsorption :-

ويتميز هذا النوع بما يلي :

1) لا يكون أي مركبات كيميائية على السطح .
2) تتم عملية الإدمصاص للمادة الشائبة بسرعة فائقة ومن ثم فلا مجال لمناقشة تأثير الحرارة عليه لكونه يتم في الظروف العادية بسرعة.

ومن الجدير وبالذكر أن كلا من نوعي الإدمصاص السابقين لها نفس السلوك من حيث طبيعة القوى والتجاذب الجزئي والشوائب, عموما طالما حدثت لها إدمصاص adsorption فإنها تقلل من قيمة التوتر السطحي .

2.17.2 تأثير درجة الحرارة :

للمادة التي نود الحديث عن توترها السطحي درجة حرارة حرجة T_c (Critical Temperature) وعليه فإن سلوك التوتر السطحي يمكن الحكم عليه حتى درجة الحرارة T_c هذه.

وكلما ارتفعت درجة الحرارة نقص التوتر السطحي للمادة وكلما اقتربت درجة الحرارة T من T_c تقترب قيمة التوتر السطحي من الصفر وهذا التغير يكون خطياً.

غير أن هناك بعض المواد التي تشذ عن هذا السلوك العام مثل الكاديوم والنحاس المصهور .

2.17.3 علاقة التوتر السطحي بالذوبان :

عموما يمكننا القول بأن التوتر السطحي يزداد كمية المادة المذابة فيه وفي حالة الماء مثلا إن كان T هو التوتر السطحي له T_N هو التوتر السطحي المقابل لمحلول يحتوي على N جرام مكافئ للتر فيه فإنه .

$$T_N = T + H_N$$

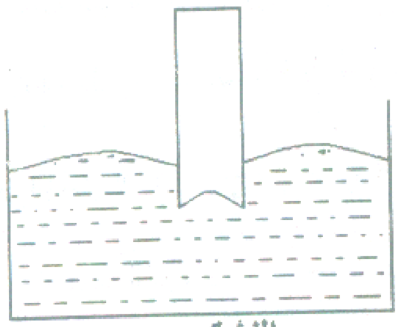
حيث H مقدار ثابت يساوي 1.53 في حالة كلوريد الصوديوم 1.71 وفي حالة كلا من كربونات الصوديوم وكلوريد البوتاسيوم ويساوي 1.86 في حالة كبريتات الخارصين .

2.18 تطبيقات على ظاهرة التوتر السطحي

2.18.1 ارتفاع السوائل أو انخفاضها في الأنابيب الشعرية Capillarity :

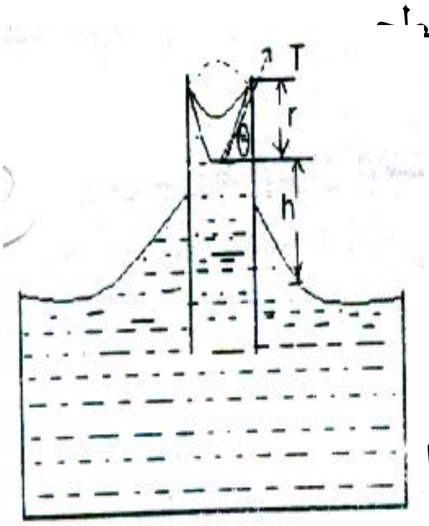
من المعروف أن السائل يأخذ سطحاً أفقياً واحداً في الأواني المستطرقة . إلا أن هذه القاعدة لا تنطبق على الأنابيب الرقيقة والشعرية فإذا وضعت أنبوبة شعرية في سائل ما فإن السائل يرتفع داخل الأنبوبة فوق سطح السائل في الإناء الخارجي وتسمى هذه الظاهرة "الخاصيةالشعرية" ،و يلاحظ دائما أن السائل إذا كان ماءاً فإنه يرتفع بينما ينخفض في حالة الزئبق داخل الأنبوبة الشعرية عن المستوى في الإناء الحاوي كما يلاحظ أن هذا الارتفاع أو الانخفاض يتناسب عكسيا مع قطر الأنبوبة . لذا تلاحظ هذه الظاهرة بقوة فى الانابيب ذات الأقطار الصغيرة (الشعرية)

تفسير الخاصية الشعرية :


الزئبق

تعتبر الخاصية الشعرية نتيجة منطقية حيث تعمل قوة الشد أو التوتر السطحي على جذب الأنبوبة إلى أسفل والأنبوبة مثبتة – مما يترتب على ذلك أن تنشأ قوة رد فعل من جدار الأنبوبة الداخلي يجذب نحوه السائل إلى أعلى وهكذا فإن ارتفاع السائل يستمر إلى ارتفاع معين تحدث عنده حالة الاتزان الإستاتيكي (تحت تأثير هاتين القوتين) . وهذه القوة التى تنشأ من عملية رد الفعل تسمى القوة الراده Restoring Force (وهى مثلا تشاهد عند ملاحظة حركة البندول وتظهر هذه القوة عند محاولة إرجاع البندول لموضع سكونه)

وعند حساب ذلك فإننا نأخذ في الاعتبار الشكل المجاور حيث يصبح حجم عمود السائل المندفع في الأنبوبة الشعرية على هيئة اسطوانة ارتفاعها (h+r) ثم نطرح منه نصف الكرة الناتج من جراء ظاهرة الشد السط



هذه الكرة حجمها $(\frac{4}{3}\pi^{3})$

أي أن هذا الحجم يعطى من :-

الناتج $\pi r^{2}(h+r)-\frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi r^{3})$

أى حجم الأسطوانه – 1/2 حجم الكرة

هذا الحجم عند ضربة × الكثافة ρ نحصل على الكتلة ثم ا

التى تعطى من

$(F_1)\downarrow$ = (V الحجم) × (الكثافة ρ) × (g عملية الجاذبية)

$$= \pi r^{2}(h+\frac{1}{3}r)g \qquad \text{......................} \ (1)$$

هذه القوة التي تعمل إلى أسفل تتعادل مع قوة رد الفعل للتوتر السطحي التي تعمل على محيط دائرة التماس داخل الأنبوبة والتى يمكن تحليلها الى مركبتين . وما يهمنا هنا هو المركبة المماسية لهذه القوة F_2 والتى تعمل لأعلى ومقدارها يتعين من :-

$F_2\uparrow = 2\pi rT\cos\theta$

ومن شروط الاتزان الأستاتيكي السابق الإشارة إليه فإنه :

$$2\pi rT\cos\theta = \pi r^{2}(h+\frac{1}{3}r)g$$

$$\therefore T = \frac{(h+\frac{1}{3}r)r\rho g}{2\cos\theta}$$ (لاحظ هنا كيفية ايجاد التوتر السطحي عمليا)

<u>Or</u> $$h = \frac{2T}{rg}\cos\theta - \frac{r}{3}$$

<u>تعليق :-</u>

1- يلاحظ إذا كانت (θ) (سنوردها بعد قليل) أقل من 90° فإن جتا θ يكون موجبا

2- (ونهمل $\frac{r}{3}$) فنلاحظ أن السائل يرتفع عن المستوى الأعلى أما إذا كانت θ أكبر من 90° فإن جتا θ يكون سالباً ومن ثم (h) تكون سالبه أيضا أي أن السائل ينخفض عن مستواه الأصلي ومن أمثلة ارتفاع السائل الماء وانخفاضه كمثال عليه الزئبق .

3- هل أدرك كيف أمكننا التصرف فيزيائيا من خلال التجربة السابقة لايجاد حجم كمية من سائل غير منتظم الشكل؟

زاوية التلامس :

عند وجود سائل في وعاء يكون لدينا الجدار الصلب للوعاء (الوسط1) والسائل (الوسط2) والهواء (الوسط3) تؤثر على منحنى التلامس ثلاث قوى للشد السطحى تتجه كلاً منها على امتداد المماس لسطح تلامس الوسطين المناظرين إلى داخل سطح التلامس كما هو مبين بالشكل .

وهذه القوى منسوبه إلى وحدة أطوال منحنى التلامس وتساوي في المقدار معاملات الشد السطحي المناظرة

T_{12} & T_{13} & T_{23}

وعادة عندما نتكلم عن الشد السطحي لسائل فإنما نقصد الشد السطحي بين السائل والهواء ($T_{2.3}$) وتعرف زاوية التلامس (θ) بأنها الزاوية المحصورة بين المماس لسطح السائل عند نقطة التقائه بالسطح الصلب (مقاسه داخل السائل) والعلاقة بين زاوية التلامس وقوى الشد السطحي يمكن إيجادها من شرط اتزان السائل عند الجدار كما يأتي :

$$T_{13} = T_{12}+T_{23} \cos \theta$$

من تلك العلاقة نرى أن زاوية التلامس تعتمد على قيم الشد السطحي (التوتر السطحي) للأوساط المختلفة وليس على شكل الوعاء أو قوة الجاذبية .

إذا كان $T_{12} > T_{12}$ فإن $\cos \theta < O$ والزاوية θ تكون منفرجة وفي هذه الحالة يقال أن السائل لا يبلل السطح كما في حالة الزئبق كما بالشكل .

2.18.2 الأغشية الكرية Spherical memberanes :

إذا فرضنا أن قوة الانقباض العضلي في جدار القلب هي (p) وكانت هي المقدار اللازم لعمل ضغط على الدم لدفعه للخارج وأن (T) هو مقدار قوة الشد السطحي لسطح جدار القلب فإنه $p = 2T/r$

ويلاحظ أنه لعمل ضغط معين (P) فإن التوتر السطحي أو قوة الشد (T) في جدار القلب تتناسب طرديا مع نصف القطر أي أنه كلما ازداد حجم القلب كلما تطلب ذلك زيادة في قوة الشد للحصول على نفس الضغط ليتساوى مع ضغط صغير الحجم . أى أنه عند ضغط دم ثابت فإن العلاقة بين T,r علاقة طردية وعليه فإنه بزيادة r ومن ثم الحجم لعضلة القلب فإنه يلزم بذل جهد أضافى من عضلة القلب لعمل الزيادة المقابلة فؤ قيمة T حتى يثبت ضغط الدم.

ومن ذلك نستنتج أن كلما تضخم القلب فإن ذلك يعرضه للتلف نتيجة للزيادة المطلوبة والتى تسبب جهدا إضافيا لعضلة القلب.

مثال توضيحي :

إذا اعتبرنا أن القلب البشري غشاءاً كريا نصف قطره 0.5 سم والضغط الداخلي = 1.33×10^5 داين / سم أوجد قوة الشد في جدار عضلة القلب البشري .

الحـل

$T = r P/2$

$$\therefore T = \frac{0.5 \times 1.33 \times 10^5}{2}$$

$T = 3.33 \times 10^{15}$ *dyne / cm* or $T = 33.3$ *newton / m*

وهذه النتيجة تتناسب وتتساوى مع التوتر السطحي لغشاء القلب في الجنس البشري .

مسألـة :

أوجد قوة الشد في جدار غشاء كري إذا علم أن الضغط الداخلي يصل إلى 9.8 × 10^3 داين / سم^2 عندما يصل حجم الغشاء إلى 100 سم^3 .

الحـل

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad \therefore r = 2.88cm$$

$$T = rp/2$$

$$T = 0.5 \times 2.88 \times 9.8 \times 10^3$$

$$= 14 \times 10^3\ dyne/cm$$

$$or \quad T = 14\ newton/m$$

2.18.3 الأوعية الدموية والتوتر السطحي :

تعتبر الأوعية الدموية وكذلك الأنابيب المطاطية شكلا من أشكال الأغشية الرقيقة التي تحتوي على سائل ذو ضغط معين و في هذه الحالة يكون سطحا واحدا فقط هو الملامس للهواء وتستخدم فيها المعادلة P=T/r

ويتضح أنه عند سائل تحت ضغط عالي في أنبوبة مطاطية أو وعاء دموي فإن الشد الناتج في جدار الأنبوبة لا يعتمد فقط على الضغط ولكنه يتناسب طرديا مع نصف القطر فمثلا أنبوبة قطرها 1 مم تتحمل عشرة أضعاف الضغط بالمقارنة بأنبوبة فتحتها 10مم لها نفس المواصفات للجدار السابق .

مثل هذا المثال ينطبق على الشرايين الدموية للأجسام الحية فبالنسبة لشرايين كبيرة يسرى داخلها تيار من الدم تحت ضغط عالي فإن الشد الحادث في جداره يكون عالياً أما الشرايين الفرعية الصغيرة فإن الشد في جدارها تقل طبعاً حسب صغر

نصف القطر وهكذا فإنه في الشعيرات الدموية يمكنها أن تتحمل ضغوطا عالية جداً رغم أن جدرانها تعتبر رقيقة .

<u>مثال توضيحي</u> :

شريان أساسي في جسم بشري نصف قطره 1 سم وضغط الدم بداخله 1.33×10^5 داين / سم^2 , احسب الشد الحادث على جدار الشرايين .

الحل

$$T = p.r = 1.33 \times 10^5 \times 1$$

$$= 1.33 \; dyne / cm$$

$$= 133 \; newton / m$$

<u>أسئلة للمناقشة:</u>

علل لما يأتى:

1. يعتبر تضخم عضلة القلب مرضا وليس ميزه.
2. يتغير التوتر السطحى في قيمته بين الأوعية الدموية الواسعة والأخرى الضيقة (الفرعية) أو الشعيرات الدموية.
3. الشعيرات الدموية في جسم الأنسان تتحمل ضغط دم مرتفع بالرغم من أن جدرانها رقيقة.
4. ثبات ضغط الدم رغم إختلاف أقطار الأوعيه الدمويه المار فيها بالجسم.
5. تكون قيمة التوتر السطحى لغشاء عضلة القلب البشرى في حدد 33.3نيوتن/متر.

2.18.4 الرئة والتوتر السطحي Lung and Surface tension :

تعتبر الرئة غشاءاً هاماً في الكائنات الحية يفصل بين الدم والهواء وأهم وظائفها على الإطلاق هو التبادل الغازي وحتى يسهل للرئة أداء وظيفتها هذه فإن سطحها لابد أن يكون متسعاً بدرجة كبيرة وهذا فعلاً ما هو موجود في صدورنا ، فالرئه مسطح هائل في حيز صغير حتى أنه لكي تعلم مدى اتساع مسطح الرئة فلك أن تعلم أنها لو تم فردها فيمكننا أن نكون منها بساطاً يغطي ملعباً لكرة الطائرة ، وكما نعلم تحتوي الرئة على

الحويصلات الهوائية Alveoli وهو الأجزاء النشطة ذات الكفاءة العالية التي تقوم بعملية التبادل الغازي وكان العالم كارل فون أول من درس بعض الظواهر الميكانيكية في الرئة وأول من أظهر العلاقة بين الرئة والتوتر السطحي.

وقد خلصت نتائجه في ان التوتر السطحي له تأثير في بعض الأمراض التي تصيب حديثي الولادة وتعرف باسم شفافية الغشاء الرئوي Hyaline Membran Disease

وضمن أبحاثه في الرئة يتبين أن الأجزاء النشطة (الحويصلات الهوائية) لها دور هام في تقليل قيمة الشد السطحي بالرئة حيث أجريت تجربة بوضع أجزاء منها في الماء وقياس شدة السطحي فوجد أنه يمكن أن تقل قيمة التوتر السطحي نتيجة إضافة هذه الأجزاء من 70 إلى 40 نيوتن /متر وفي ظروف خاصة يمكن أن يقل إلى 10 داين / سم أو أقل بينما عند إجراء نفس التجربة ثم قياس الشد السطحي بعد وضع جزء من رئة مريضة نجد أنه لا تنقص من قيمته الأصلية إلا إلى 20 داين / سم بالكاد . وهذه الأجزاء النشطة – الحويصلات الهوائية – تتدهور في الضغوط العالية ويمكن حساب هذا الضغط اللازم لتدهور الحويصلات الهوائية فمثلاً إذا علمنا أن نصف القطر للحويصلة الهوائية يساوى 5×10^{-3} فإن هذا الضغط (p=2T/r)

وحيث أن T=50 داين / سم لبلازما الدم فإن p=20 داين /سم^2 وقيمه هذا الضغط ليست صغيرة لحدوث تدهور الرئة فلعل هذا هو السبب في أنه إذا غابت أجزاء نشطة من سطح الرئة أدى ذلك إلى هبوط وتدهور سريع في التنفس . أيضا يتضح أهمية مساحة الرئة المرتبطة بالتوتر السطحي حيث أنه اذا قلت قيمة نصف القطر عن 2 فإن ذلك يؤدي إلى زيادة الضغط ومن ثم سرعة تدهور الرئة .

ملاحظات

- يسمى المرض في بعض المراجع بإسم مرض الغشاء الهياليني (وهو مجرد اختلاف في التسمية فقط)
- ثبت أن المادة الفارقة بين الحويصلات السليمة والغير سليمة والمسئولة عن التوتر السطحى هى مادة سيرفاكتنت Surfactant.

- ➢ حاليا يتم علاج المواليد الذين لديهم هذا المرض والذى ينشأ مع حالات نقص الاكسجين في زرقة الوجه بإعطاء هذه الماده حقنا.
- ➢ من أسباب عدم تكون مادة السيرفاكتنت لدى الاطفال :-

- عند الولادة قبل 28 أسبوعا (لدى 70% من الاطفال) وبالطبع هناك إحتياطات طبية معروفة إذا استدعى الامر الولادة قبل 28 إسبوعا ويجب التعامل بهذه الاحتياطات قبل الولادة بفترة لا تقل عن 48 ساعة.
- الاطفال المولودين بعمليات قيصرية غير ضرورية.
- عند مرض الأم بمرض السكر.

<u>أسئلة للمناقشة :</u> علل لما ياتى

1. اتساع مساحة الرئة.
2. علاقة الرئة بالتوتر السطحى.
3. حدوث هبوط في التنفس عند غياب الحويصلات الهوائية.
4. علاقة الضغط بسلامة التنفس في الرئة.

<u>خامساً : تهدئة الأمواج بالزيت :</u>

عندما يصب على ماء البحر الزيت وذلك في حالة هيجان ماء البحر فإنه يهدأ في الحال ، ويفسر ذلك بأنه في حالة هبوب الرياح على سطح البحر فإن الرياح تعمل على تكويم وتراكم الزيت في مواضع التضاغط وبذلك تكون الرياح قد جمعت الزيت بعيداً عن مناطق التخلخل ،ومن ثم يصبح الماء نقياً في مواضع التخلخل .

وبما ان التوتر السطحى للماء اكبر من قيمة التوتر السطحى للزيت فيصبح التوتر السطحى في مواضع التضاغط (المملؤه بالزيت) أقل من قيمة التوتر السطحى في مواضع التخلخل (الخالية من الزيت) ونتيجة لذلك يسحب الماء بقوة في اتجاه معاكس لحركة الريح مما يعمل على تسوية سطح الماء فتهدأ الأمواج.

<u>سادسا : حركة الكافور على الماء :</u>

إذا رش فوق سطح الماء قليل من مسحوق الكافور وكان سطح الماء ساكنا فإن الماء يتراقص بشدة والسبب في ذلك هو أن الكافور يذوب في الماء ويكون التوتر السطحي للمحلول الناتج أقل منه في حالة الماء فقط . وعلى هذا يشير سطح الماء جزء من الكافور من جميع الجهات بقوة وبحركة ظاهره (لاحظ أن هذه الظاهره يصعب ملاحظتها إذا كان بالماء زيتا).

2.19 التوتر السطحي والضغط البخاري

Surface Tension and Vapour Presseure

من المعلوم أن السائل كي يحدث له تحولا إلى الحالة البخارية فهذا يتم عند درجة الغليان غير أنه من الملاحظ أن السائل يمكنه أن يتبخر قبل نقطة غليانه وهذا يتضح في حالة الماء حيث نشاهد جفاف الملابس المبتلة ، جفاف بركة من الماء وكذلك جفاف الأمطار عقب سقوطها وهذا بالطبع يحدث دون غليان الماء.ومن هذا يتضح لنا أن جزئيات السائل يمكن انفصالها مكون بخاراً له ضغط معين وهو ما يسمى بالضغط البخاري Vapour Pressure .

وعند إجراء هذه العملية داخل أنبوب مغلق فإننا نكتشف تراكم هذا البخار داخل فراغ الأنبوبة المغلقة في فترة ما ثم يعقبها عودة جزئيات البخار إلى السائل وبإستمرار هذه العمليه تصل إلى مرحلة يتساوى فيها معدل تدفق الجزيئات من السائل إلى الحيز مع معدل التدفق من السائل إلى الحيز . هذه النقطة تعرف بأنها ضغط البخار المشبع Saturated Vapour Pressure والتي تتميز بثبات قيمة الضغط .

وبديهي أن حركة أي جزيء من السائل إلى الفراغ المحيط (والوسط الملاصق) لابد أن تكون مصحوبة بفقد في الطاقة يستمد من السائل نفسه أي أن السائل يبرد.

أيضاً من الواضح أن الحرارة وهي مصدر للطاقة تعمل على زيادة التبخر ومن ثم تزيد ضغط البخار.غير أن هناك عاملا هاما يؤثر على هذا الضغط البخارى ألا وهو شكل سطح السائل (تقعراً أو تحدباً) حيث لوحظ أن مساحة السطح المقعر كبيرة نسبياً ومن ثم فهي تحتوي على عدد كبير من الجزيئات التي تعمل على جذب الجزيئات المتحررة وبذلك تقل فرص التبخر ومن ثم الضغط .

وهذا بالطبع عكس الأسطح المحدبة. من ذلك نخلص إلى أنه حيث لنفس السائل يكون : - الضغط البخاري فوق السطح المقعر أقل من ضغطه فوق سطح مستوى .

- الضغط البخاري فوق السطح المحدب أكبر من ضغطه فوق سطح مستوى.

ولما كان شكل السطح مقياساً على توتره السطحي فمن ذلك نستنتج العلاقة بين التوتر السطحي والضغط البخاري .

أسئلة للمناقشة : ناقش مايلى:-

1) العلاقة بين شكل سطح السائل قيمة التوتر السطحى فيه.
2) العلاقة بين التوتر السطحى والضغط البخارى.

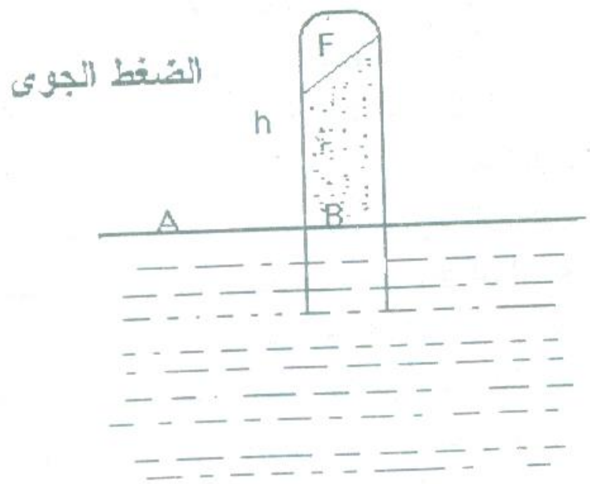
بماذا تعلل:-

1) بروده السائل الذى يتبخرسطحه.
2) زيادة التبخر تتناسب طرديا مع درجة الحراره.
3) الضغط البخارى يقل بزيادة مساحة سطح السائل.
4) الضغط البخارى يكون فوق السطح المقعر أقل من ضغطه فوق سطح مستوى.
5) الضغط البخارى يكون فوق السطح المحدب أكبر من ضغطه فوق سطح مستوى.

2.20 الضغ الجوي وفراغ تورشيللي :

يمكن اعتبار الهواء مائع يمتد من سطح الأرض إلى ارتفاعات كبيرة تتعدى 200 Kilometer ومن الواضح أن الهواء الجوي ينشأ ضغطاً على وحدة المساحات على سطح الأرض عبارة عن وزن عمود الهواء فوقها ولا يمكن تقدير هذا الضغط باستخدام القانون $P= h\rho g$ حيث أن كثافة الهواء تتغير مع الارتفاع عن سطح الأرض كما أنه لا يمكن تحديد سطح يفصل الهواء الجوي عن الفراغ وبالتالي لا نستطيع تحديد قيمة الارتفاع h ولكي نقدر الضغط الجوي نستخدم خاصية تساوي

الضغط عند جميع النقاط الواقعة في مستوى أفقي واحد لسائل ساكن لأننا لو أخذنا نقطتين من هذه النقط فإن القوى التي تؤثر أفقياً فيها هي قوى الضغط الأفقي عند النقطتين وإلا انتقلت بعض جزئيات السائل من النقطة ذات الضغط الأعلى إلى النقطة الأخرى وعندها يفقد السائل سكونه أي يتحرك السائل وهذا مخالف لكون السائل ساكن.



فإذا أخذنا أنبوبة مغلقة من أحد أطرافها وملأناها بسائل كثافته ρ ثم نكسناها بحوض به نفس السائل فإننا نجد أنه إذا كان طول الأنبوبة كافياً فإن السائل بداخلها يكون على هيئة عمود لا يزيد طوله عن مقدار h كما بالشكل والسبب في ذلك تساوي شدة الضغط عند النقطة B الناشئ عن وزن العمود السائل ذي الارتفاع h مع شدة الضغط الناشئ عن الهواء الجوي عند المقطع A ونسمي الضغط عند المقطع A بالضغط الجوي .

$$P = h \cdot \rho \cdot g$$

ومن هذه المعادلة يمكن تقدير الضغط الجوي بقياس الارتفاع h ونلاحظ أننا في استنتاج هذه المعادلة اعتبرنا أن الضغط الجوي ناشئ فقط عن عمود السائل فوقها أي اعتبرنا أن المنطقة داخل الأنبوبة فوق سطح السائل (المنطقة F في الرسم) هي فراغ يسمى فراغ تورشيللي. والواقع أن فراغ تورشيللي يحتوى على بخار مشبع من السائل ومن مادة الأنبوبة – هذا البخار يحدث ضغطاً يجب إضافته إلى المقدار P

ولكن في معظم السوائل الغير طيارة والأجسام الصلبة المعتادة يمكن إهمال هذا الضغط نظراً لأنه صغير جداً بالنسبة إلى الضغط الناشئ عن السائل .

<u>أسئلة للمناقشة</u>

<u>علل:-</u>

1) يوجد أكثر من سبب يمنع إستخدام القانون $p = h\rho g$ لتقدير قيمة الضغط الجوى.
2) القوة المؤثرة على سطح سائل ساكن هى القوى الأفقية فقط.
3) عند تنكيس أنبوبة بها سائل فوق نفس السائل فإن هناك قدرا يبقى مرتفعا بالأنبوبة.
4) عند تنكيس نفس الأنبوبة لسائلين مختلفين في سائليهما فإن مقدار السائل المتبقى يختلف في كل مره عن الاخرى.
5) يستخدم الزئبق في أجهزة قياس الضغط الجوى.

<u>أمثلة عددية :</u>

1) يبلغ الارتفاع h حوالي 10 m في حالة الماء – إذا قسنا الضغط الجوي عند سطح البحر فإن P_o=10 meter .

2) في حالة الزئبق فإن الارتفاع h يبلغ حوالي 76 cm إذا قسنا الضغط الجوي عند سطح البحر – ولما كان 76 cm طول مناسب من الناحية العملية وكذلك ضغط البخار المشبع بالزئبق في درجات الحرارة العادية الصغيرة جداً – لذلك استعمل الزئبق في أجهزة قياس الضغط الجوي والتي تعرف بالبارومتر . (هذا بالطبع بالإضافه إلى خواصه المعتاده مثل إنتظام حركته في الأنابيب وثباتها مع درجات الحراره المختلفة وعدم تفاعله مع الزجاج .....)

3) استعمل طول عمود من الزئبق h لتحديد قيمة الضغط الجوي p_o بوحدات عملية وهي وحدات سنتيمتر زئبق (76 mm Hg) ويعادل الضغط الجوي P_o = 76 cm Hg وهذا يعني أن الضغط الجوي (P) يساوي

$P_o = 76 \times 13.6 \times 980 = 1.012 \times 10^6\ dyne / cm^2$

$P_o = 0.76 \times 13.6 \times 10^{-3} \times 9.8 = 1.013 \times 10^5\ Newton/m^2$

(حيث76 cm هو ارتفاع عمود الزئبق و 13.6 كثافة الزئبق) .

4) تتغير قيمة الضغط الجوي P_o حسب الطقس والارتفاع وتكون قيمة P_o كبيرة عندما تكون السماء صافية والطقس صحو وتنخفض قيمة P_o عندما تهب الرياح قوية وأثناء العواصف .

5) تقل قيمة P_o كلما ارتفعنا عن سطح البحر

الضغط الجوي القياسي :

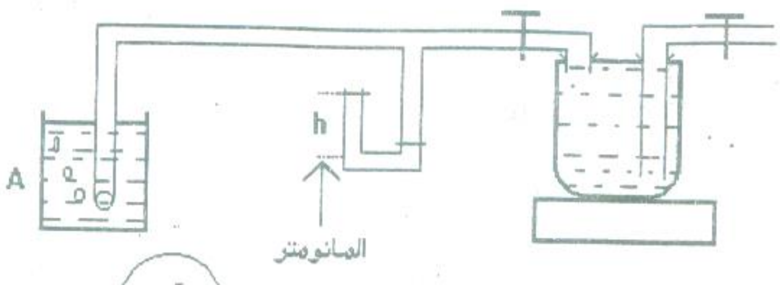
يعرف الضغط الجوي القياسي بأنه وزن عمود من الزئبق مساحة مقطعه $1\ cm^2$ وارتفاعه 76 cm عند درجة الصفر المئوي وخط عرض 45 شمالاً .

2.21 تعيين التوتر السطحي علمياً

من بين الطرق العديدة والمعروفة لتعيين التوتر السطحي بطريقة عملية نقدم الطرق التالية :

2.21.1 إيجاد التوتر السطحي علمياً بطريقة جيجر Jaeger's Methodd :

وتعتمد فكرة هذه التجربة أساساً على إيجاد قيمة الزيادة في الضغط داخل فقاعة هوائية تتكون في السائل المراد تعيين (T) له، ولذلك تسمى هذه الطريقة طريقة الفقاعة ، ولذا يلزم تعيين أقصى ضغط لازم لتكوين فقاعة هوائية في نهاية أنبوبة شعرية مغموسة في السائل المطلوب حساب (T) له وتوصل هذه الأنبوبة بمانومتر متصل من الجهة الأخرى بدورق " ولف " له صنبور أو قمع يصب منه ماء ببطء ويزداد الضغط داخل الدورق والجهاز عن خارجه ويقيس المانومتر هذه الزيادة في السائل المغموس فعندما تصل هذه الزيادة في الضغط لمقدار معين تظهر فقاقيع هواء في السائل المغموس فيه الأنبوبة A وعملياً من الضرورى خروج هذه الفقاقيع فرادى.



ويلاحظ أيضاً أن يكون معدل تكون الفقاعات حوالي فقاعة كل 10 ثوان وحيث أن ذلك يؤدي إلى أكبر ارتفاع h في المانومتر فإذا كانت كثافة السائل في المانومتر d فإن زيـادة الضـغط = hdg وهـذا يسـاوي تمامـاً زيـادة الضـغط داخـل الفقاعـة $\frac{2T}{r}$ (حيث r نصف قطر الأنبوبة) وهذا ما يمكن حسابه كما في الجزء التالي .

تعيين الزيادة في الضغط (في حالة الفقاعة الكرية فقط) :

يمكن تفسير قانون الفقاعة الكرية على أساس قاعدة الشغل الافتراضي ولتكن طبقة من السائل محصورة بين سطحين كرويين مثل فقاعة الصابون وإن الزيادة في الضغط داخلها p ونصف قطرها r وإن الأخير زاد بمقدار dr .

زيادة الضغط الكلي الداخلي يساوي مساحة أحد سطحي الكرة

الشغل الذي يبذله هذا الضغط = W = القوة الكلية × الإزاحة العمودية على السطح

$$4\pi r^2 dr = w \qquad (2)$$

وهذا الشغل يختزن على هيئة طاقة سطحية كلية = الزيادة بمساحة المسطحين معاً × T

$$\{4\pi (r+dr)^2 - 4\pi r^2\} \times T = 16\pi r^2 dr \times T \qquad (3)$$

من المعادلات (3) ، (2)

$$4\pi r^2 pdr = 16\pi r\, dr \times T$$

∴ الضغط في حالة الفقاعة يعطى من $P = \frac{4T}{r}$

وبعد هذا الإثبات يمكننا كتابة ما يلي :

$$hgd = \frac{2T}{r}$$

$$\therefore T = \frac{1}{2} hgrd$$

ويستلزم إذا ما تكونت الفقاعة تحت سطح الماء بمسافة h_1 وكانت الكثافة للماء أو السائل في الأنبوبة (A) هي (d_1) أن نضع تصحيحاً لذلك لأن الفقاعة تكون قد تكونت تحت ظروف ضغط أخرى أي تحت ضغط أكبر من الضغط الجوي بالمقدار d_1 g_1h_1 ولذا فإن الفرق في الضغط بداخل الفقاعة الذي يزيد عن خارجها هو

$$(hd - h_1 d_1)g =$$

$$\therefore (hd - h_1 d_1)g = \frac{2T}{r}$$

$$Or$$

$$T = \frac{(hd - h_1 d_1)rg}{2} \text{.................................... } (*)$$

ومن المعادلة الأخيرة يمكن إيجاد قيمة (T) التوتر السطحي للسائل المطلوب وذلك بمعلومية فرق ارتفاع السائل في شعبتي المانومتر (h) وكذلك عمق تكون الفقاعة في السائل عند A ويساوي عمق (الأنبوبة h_1).وتتأثر دقة النتائج بدقة قياس (r) وكلما كانت الدقة أكبر كان الناتج أكثر دقة لذا نوصى بقياس (r) باستخدام الميكروسكوب المتحرك Travilling Microscope لهذا الغرض.

<u>تعليق :-</u>

بالرغم من انتهاء المعالجة الرياضية عند المعادلة الاخيره حيث يمكن ايجاد T منها إلا اننا نود اغتنام هذه الفرصة لتقديم فلسفة الرسم البياني في الفيزياء حيث نشير في هذا الصدد إلي

1- عند دراسة تجربة ستوكس للزوجة هل يكون الناتج أفضل عند التطبيق في المعادلة أم بعد اعتماد الرسم البياني؟.

2- قم بمعالجة المعادلة السابقة (*) حيثيلاحظ أيضاً

أن :

$$\frac{2T}{rg} + h_1 d_1 = hd$$

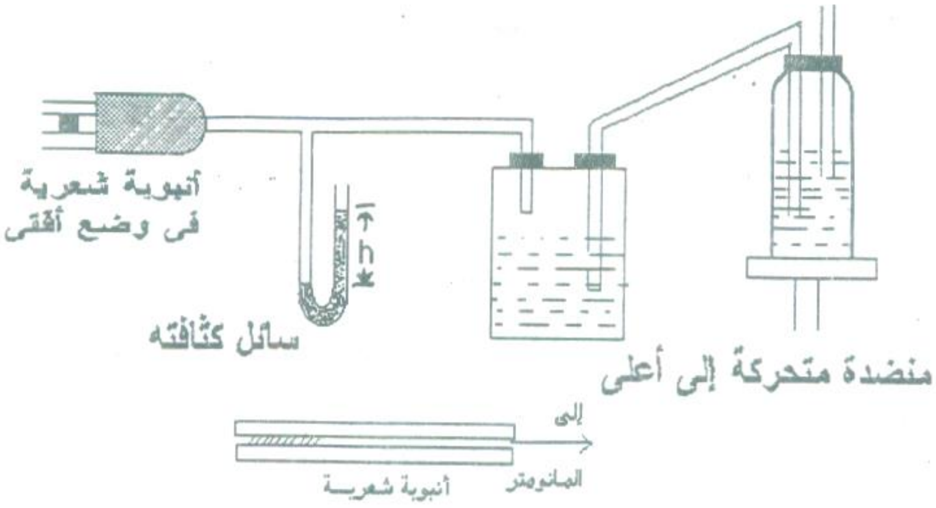
أولا:

$$\frac{2T}{rgd} + \frac{d_1}{d}(h_1) = h$$

بطريقة بيانية دقيقة (لماذا).Tومن ثم يمكن تعيين قيمة

ثانيا: يمكن إستخدام هذه التجربة لتعيين كثافة سائل مجهول بمعلومية كثافة سائل آخر.

2.21.2 قياس التوتر السطحي بطريقة فيرجسون *Ferguson's Method*



تستخدم هذه الطريقة لتعيين التوتر السطحي للسوائل التي لا يتوفر فيها كميات كبيرة ويكون من الصعب تعيين كثافتها حيث تؤخذ كمية صغيرة من السائل وتوضع في أنبوبة شعرية نظيفة في وضع أفقي ويتم توصيل أحد طرفي الأنبوبة بمانومتر حساس كما هو موضح بالشكل حيث تبدأ زيادة الضغط داخل الجهاز تدريجياً وذلك عن طريق قارورة متصلة به وموضوعة على قاعدة متحركة تتحرك لأعلى أو لإسفل. يسلط ضوء قوي على السطح الحر للسائل في الأنبوبة الشعرية وقد يكون هذا السطح متساوي أو محدب أو مقعر تبعاً لنوع السائل ومقدار الضغط المؤثر عليه وهو نفس الضغط داخل الجهاز وعن طريق التحكم في مقدار الضغط داخل الجهاز يمكننا جعل سطح السائل داخل الأنبوبة مستوي تماماً وبفرض أن زاوية التماس (صفر) تكون القوة بسبب التوتر السطحي هي $(2\pi r).T$ ولكن بمعرفة إرتفاع عمود السائل في المانومتر (h) تكون قيمه القوة المؤثرة على السطح الآخر للسائل في الأنبوبة الشعرية $(\pi r^2)h.\rho.g$ حيث رمز (ρ) كثافة سائل المانومتر، (h) ارتفاع عمود السائل في المانومتر، (r) نصف قطر الأنبوبة الشعرية.

إذا في حالة الاتزان يكون:-

$$2\pi r.T = \pi r^2.hpg$$
$$\therefore T = \frac{hpg.r}{2}$$

ويمكن تكرار نفس التجربة باستخدام عدة أنابيب شعرية مختلفة القطر.
يجب أن نلاحظ أنه باستخدام ضوء ساقط على فوهة الأنبوبة الشعرية حيث ينعكس هذا الضوء ليسقط على ميكروسكوب (كما بالشكل) يمكن التحقق بأن سطح السائل داخل الأنبوبة يكون مستوى تماماً.

2.21.3 إيجاد التوتر السطحي باستعمال سلك معدني :

تجرى هذه التجربة حيث يعلق سلك طوله L في إحدى كفتي ميزان بحيث يكون أفقياً ثم يعدل الميزان بعد ذلك ويوضع السلك ملامساً لسطح السائل المراد تعيين توتره السطحي وتوضع أوزان حتى يبدأ السلك في الانفصال عن سطح السائل ، وبمعلومية الوزن وليكن (m)

$\therefore$ 2TL = mg حيث g هي عملية الجاذبية الأرضية

فتكون $$\therefore T = \frac{mg}{2L}$$

ومنها يكن تعيين T في درجة حرارة معينة .

2.21.4 إيجاد التوتر السطحي لسائل بطريقة الذبذبة :

لو أمكن الحصول على قطرة من السائل وتركت ساكنة تحت تأثير التوتر السطحي لكانت كروية الشكل ولو جعلناها تتذبذب حول هذا الموضع لكانت مدة الذبذبة t هي :

$$t = \pi\sqrt{\frac{\rho r^3}{2T}}$$

وهو قانون أثبته اللورد رالي علمياً .

حيث أن مدة الذبذبة t هي الزمن اللازم لعمل دورة كاملة من الوضع الأول إلى الوضع الثاني ثم الرجوع إلى الوضع الأول مرة أخرى ويتوقف هذا على التوتر السطحيT وعلى كثافة السائل ρ وعلى نصف قطر القطرة r . من المعادلة السابقة يمكن تعيين T

تعليق

قد يثار التساؤل الثاني : لماذا تتعدد التجارب لنتدبر ونعين نفس الثابت الفيزيائي ؟
وللإجابة على ذلك يحسن الرجوع إلى المثال القريب وهو تعيين قيمة التوتر السطحي لسائل بأكثر من طريقة وذلك يرجع إلى :

1) تعدد التجارب يؤكد الفهم الفيزيائي لموضوع الدراسة .
2) قد يتوافر جهاز في مكان ما والباحث يجب أن يتعرض له ومن هنا كانت أهمية دراسه الأجهزه المتعددة .
3) قد تصلح بعض التجارب والتصميم بها لتعيين الثابت لنوع بعض من السوائل ولا يصلح لنوع وطبيعة أخرى من السوائل لاختلاف نوعية السائل فهذا سائل يبدو كالغشاء المشدود (الصابون) وهذا سائل كالكرة يتدحرج وغيرها .
4) تختلف التجارب باختلاف الكمية المتاحة من السائل .

2.22 تطبيقات هامة علي ظاهرة التوتر السطحي

عند دراستنا للجزء (2-13) عرفنا أن سطح السائل الملاصق للأناء يتغير أو ...... حسب وأسميناه بالسطح الجاذب للماء أو الطارد له والحقيقة أنه في الأونه الأخيرة أمكن الوصول إلي بعض المواد التي من شأنها طرد الماء عند دهان السطح الصلب بها ومن أهم هذه التطبيقات وفقاً لما سبق ما يلي :-

1- حماية أسلاك الكهرباء في البلاد الممطرة .
2- حماية الأنابيب التي يمر فيها أحبار الطباعة من تراكم الأحبار فيها .

3- حماية السيارات من الأمطار والماء عموماً وذلك بإضافة هذه المادة إلي مكونات الدهانات لها.

2.23 أسئلة ومسائل محلولة على التوتر السطحي

1) اذكر نظرية تفسر بها ظاهرة التوتر السطحي ؟
2) إذا ارتفع الماء 15 cm في أنبوبة شعرية قطرها الداخلي 0.2 mm عند غمسها في الماء – أوجد الشد السطحي ؟
3) أوجد ارتفاع الخل في أنبوبة شعرية قطرها الداخلي 0.2 mm إذا كان التوتر السطحي للخل 23.5 داين / سم وزاوية تماسه $220°$ وكثافته $1.05\ gm/cm^3$.
4) أنبوبة ذات شعبتين رأسية الوضع وتحتوي على ماء شدة السطحي 73 dyne/cm فإذا كان قطر الشعبة الأولى : 5 cm وقطر الشعبة الثانية 1mm أوجد الفرق بين ارتفاعي السائل في الشعبتين ؟
5) إذا كانت الأنبوبة السابقة تحتوي على زئبق شدة السطحي 550 dyne/cm وكثافة $13.6\ gm/cm^3$ وزاوية تماسه $140°$, أوجد الفرق بين ارتفاعي السائل في هذه الحالة .
6) أوجد مقدار الانخفاض في سطح عمود الزئبق داخل أنبوبة زجاجية قطرها الداخلي 0.4 ملليمتر وضعت رأسيا وطرفها السفلي منغمس في حوض زئبقي إذا كانت كثافة الزئبق 13.6 جرام / سم^3 وزاوية التلامس $130°$ وتوتره السطحي = 90 داين / سم .
7) أنبوبة على شكل حرف U تحتوي على كمية من سائل توتره السطحي 70داين/سم وكثافته جرام واحد/سم^3 . وضعت الأنبوبة في وضع رأسي وكان قطر فرعيها سنتيمتر واحد ومليمتر واحد على التوالي أوجد الفرق بين مستوى السائلين في فرعي الأنبوبة – إذا علم أن زاوية التلامس تساوي صفر.
8) أنبوبة شعرية نصف قطرها 0.2 mm مليمتر وضعت رأسياً بحيث غمر طرفها السفلي على عمق 2 سنتيمتر تحت سطح السائل الذي تبلغ كثافته 1.2 جم للسنتيمتر المكعب , دفع هواء في الأنبوبة لكي يكون فقاعة على شكل نصف كرة

في طرف الأنبوبة السفلى وكان ضغط الهواء داخل الأنبوبة يزيد عن الضغط الجوي بمقدار 0.5 سم من الزئبق – احسب التوتر السطحي للسائل .

9) أوجد الضغط الإضافي داخل قطرة من المطر قطرها 1 ملليمتر مع العلم بأن

T=74 dyne/cm

10) ما هو الضغط الإضافي داخل فقعة نصف قطرها عشرة سنتيمتر وما هو الشغل المبذول في إنفجارها

(T = 74 dyne / cm)

11) إذا كان السنتيمتر المكعب من البترول ينقسم عند مروره في أنبوبة سيارة إلى ألف مليون قطره – أوجد الشغل الآلي المبذول في تكوين هذه القطرات

(T = 26 dyne / cm)

12) لوح من الزجاج طوله 10 cm وعرضه 1.45 cm وسمكه 0.2 cm ويزن 8.2 جرام في الهواء فإذا غمس رأسياً في الماء بحيث كان ضلعه الطويل أفقياً ونصفه السفلي مختفياً ؟ ما هو وزنه الظاهري ؟

(T = 73 dyne / cm للماء)

13) كيف تفسر الفرق بين شكلي الهلال في حالتي الماء والزئبق إذا ارتفع الماء خمسة سنتيمتر في أنبوبة شعرية وكان الزئبق ينخفض في نفس الأنبوبة 1.45 قارن بين التوتر السطحي للماء والزئبق . (الوزن النوعي للزئبق = 13.6 وزاوية تماسه 23^{o} وزاوية تماس الماء صفر درجة) .

14) أنبوبة شعرية قطرها الداخلي 1 mm والخارجي 5 mm معلقة رأسياً في ذراع ميزان وطرفها مغموس في سائل توتره السطحي 40 dyne/cm أوجد التغيير في الوزن الظاهري للأنبوبة بسبب التوتر السطحي ؟

15) فسر معنى التوتر السطحي وزاوية التماس وبين أثر الزاوية الحادة للتماس في دفع السائل للأنبوبة الشعرية .

16) أوجد العلاقة بين الضغط الإضافي والتوتر السطحي في فقاعة صابون ؟

17) فقاعتان لهما نفس الحجم متكونتان على طرفي أنبوبتين مفتوحتين – فماذا يحدث لو اتصل الطرفان الخالصان للأنبوبتين ؟

18) احسب مقدار الضغط داخل فقاعة هوائية صغيرة قطرها 0.1 mm تكاد تكون موجودة تحت سطح الماء مباشرة (T = 70 dyne / cm) .

19) عرف التوتر السطحي وبين أن الضغط داخل فقاعة كروية من الصابون يزيد عن الضغط خارجها بمقدار $\frac{4T}{r}$.

وإذا كان الضغط يتزن مع الضغط الناتج عن عمود من الزئبق (وزنه النوعي 0.8) وارتفاعه 1.4 mm عندا تكون r = 1 cm أوجد الشد السطحي لمحلول الصابون ؟

20) لماذا تحتاج شريحتان وزجاجيتان بينهما غشاء من الماء إلى قوة لفصلها مع أنهما ينزلقان على بعضهما بسهولة ؟

21) أوجد صيغة لزيادة الضغط داخل فقاعة كروية من الصابون واحسب الشغل المبذول في انفجار فقاعة نصف قطرها عشرة سنتيمترات – إذا كان الشد السطحي للمحلول ثلاثون داين للسنتيمتر.

22) تكونت في الهواء فقاعة صابون قطرها 0.1 مم . أوجد الزيادة في الضغط داخلها عن الضغط الجوي بفرض أن التوتر السطحي لمحلول الصابون 25 داين/سم .

الحـل

هنا زيادة الضغط يساوي($\frac{4T}{r}$) لوجود سطحين للفقاعة يلامسان الهواء (سطح داخلي وآخر خارجي) .

$\therefore\ p = \frac{4\times 25}{0.01\times 0.5} =$ (20000) داين / سم

وباعتبار أن عجلة الجاذبية 1000 تقريباً بدلا من 980 سم / ث^2

نجد أن p = 20 ثقل جم/سم^2

وكلما كانت الفقاعة أصغر كلما كانت زيادة الضغط داخلها أكبر.

23) احسب الشغل المبذول في نفخ فقاعة من الصابون قطرها 2سم حتى يصبح قطرها20سم علما بأن التوتر السطحي لمحلول الصابون يساوي30 داين /سم .

الحـل

التوتر السطحي (عدديا) يساوي الشغل المبذول لزيادة المساحة بمقدار الوحدة من أحد جهتي الغشاء

الزيادة في مساحة الفقاعة من الجهتين يساوي

2 × 4π(10^2-1) = 2512سم^2 تقريبا

الشغل الحادث = 2512 × التوتر السطحي = 2515 × 30 = 57360 إرجا

= 5.8 × 10^4 أرج تقريبا , يلاحظ هنا أننا ذكرنا كلمة عدديا وهذا لسهولة الحل والحقيقة أن داين /سم تساوي تماماً من ناحية استخدام الوحدات أرج/سم^2 .

24) أنبوبة ذات شعبتين قطرها أحدهما 0.8 مم وقطر الأخرى 8 مم تحتوي على سائل يبلل الزجاج (زاوية التماس = صفر) كثافته 1.25 جم/سم3 وتوتره السطحي 50 داين / سم أوجد الفرق في ارتفاع السائل في السطحين .

الفرق هو $=h_2-h_1=\dfrac{T}{g\rho r_2}-\dfrac{T}{g\rho r_1}$

$$\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\frac{T}{\rho g}$$

$$(\frac{1}{0.4}-\frac{1}{0.4})\frac{50\times 2}{980\times 1.25}=1.84$$ سم

25) احسب القوة بثقل الجرام التي يؤثر بها سطح الماء على لوح رأسي من الزجاج مغمور فيه بفرض أن طول اللوح 5 سم وسمكه 1 سم ؛ ت = 76 داين / سم .

الحـل

بإهمال سمك اللوح نظراً لصغره تكون القوة ق = 73 × 5 × 2 = 730 داين

القوة = $\dfrac{730}{980}=0.755$ وهي قوة لأسفل

26) احسب ارتفاع الماء في أنبوبة شعرية رأسية قطرها 1 مم مغمورة في كأس به ماء علما بأن T= 73 داين/سم .

$$T = \frac{ghr}{2}$$

$\therefore$ $980 \times \frac{h \times 0.5}{2} = 73$

$\therefore$ h = 29.9 مم = 3 سم تقريباً .

27) أوجد مقدار الضغط داخل فقاعة من الصابون نصف قطرها 10 سم وأوجد الشغل اللازم لتكوينها علماً بأن التوتر السطحي للمحلول هو 30 داين/سم ؟

الحل

الزيادة في الضغط داخل الفقاعة

$$P = 4\,T / r = 4 \times 30 / 10$$

$$= 12 \text{ dynes} / \text{cm}^2$$

الضغط داخل الفقاعة = الضغط الجوي + الزيادة في الضغط داخل الفقاعة .

الشغل المبذول لتكوين الفقاعة = طاقة السطح × الزيادة × المساحة = التوتر السطحي × ضعف مساحة سطح الفقاعة

$$= 2 \times 4\,\pi\, r^2\, T$$

$$= 2 \times 4\,\pi \times 100 \times 30 = 24\,\pi \times 10^3 \text{ ergs}$$

28) غمر طرف أنبوبة شعرية قطرها 2 مم رأسياً في محلول صابون ، وتكونت على الطرف الآخر فقاعة صابون قطرها 2سم، أوجد ارتفاع محلو الصابون25 (اعتبر كثافة السائل 1 وزاوية التلامس صفر بوحدات سم جم ث) .

الحل

نفرض أن الضغط فوق السطح المقعر للسائل في الأنبوبة الشعرية هو P وإن الضغط تحت السطح مباشرة P وأن نصف قطر الأنبوبة R_1 ومن ثم يكون

$P_a - P_1 = 2T/R_1$ إذا كان الضغط الجوي P_a وكثافة السائل ρ وارتفاعه h فإن:

$P_a - P_1 = \pi\, R^2\, hpg$

وباعتبار الضغط داخل وخارج الفقاعة يكون $P - P_a = 2T/R_2$

حيث R_2 نصف قطر الفقاعة.

من المعادلات الثلاث السابقة وبحذف P_1، P ، P_a نحصل على :

$$\frac{2T}{R_1} = \frac{2T}{R_2} + \pi R_1^{\,2} pgh$$

ومنها

$$\frac{2T}{R_1} = \frac{4\times 25 + \pi(0.5)^2 \times 980h}{1}$$

$$\therefore h = 13\ cm$$

29) وضع ماء في أنبوبة على شكل حرف U قطر أحد فرعيها 1 سم وقطر الفرع الآخر 1 مم أوجد الفرق بين مستوى سطحي الماء في الفرعين علماً بأن التوتر السطحي للماء 70 داين/سم .

الحل

نفرض أن الضغط الجوي P وأن الضغطين أسفل السطح الحر للسائل في الفرعينA، B على الترتيب R_2, R_1 وبذلك يكون :-

الفرق بين الضغط على جانبي السطح الحر للسائل في فرع الأنبوبة A والذي يأخذ شكل نصف كرة هو :

$$P - P_1 = 2T/R_1$$

وبالنسبة للفرع B :

$$P - P_2 = 2T/R_2$$

بالطرح $P_1 - P_2 = 2T/R_2$

لكن $P_1 - P_2 = h\rho g$

حيث ρ كثافة السائل وإذا كان السائل ماء تكون الكثافة $\rho = 1$

$$\frac{2\times 70}{0.05} - \frac{2\times 70}{0.05} = h \times 1 \times 980$$

$$\therefore h = 2.6cm$$

30) لوحان متوازيان من الزجاج وضعاً رأسياً بحيث يلامس طرفهما السفليين سطح السائل الذي يبلل الزجاج وتوتره السطحي T إذا كانت المسافة بين اللوحين هي X أوجد الارتفاع الذي يصل إليه السائل .

الحـل

نفرض أن طول كل لوح L يكون طول خط التلامس بين اللوحين والسائل 2L قوة التوتر السطحي 2L T داين . تتزن هذه القوة مع وزن عمود من السائل ارتفاعه h ومساحة مقطعه X . L

$$2\,L\,T = x\,L\,h\,\rho g$$

حيث ρ هي كثافة السائل ويكون بذلك ارتفاع السائل بين اللوحين وهو

$$h = \frac{2T}{Xpg}$$

31) أوجد ارتفاع السائل في الأنابيب الرفيعة التي نصف قطرها مقطعها R إذا كانت كثافة السائل φ

الحـل

نفرض أن السائل ارتفع بمقدار (h) حيث أن السائل متزن في الأنبوبة فيكون بالنسبة للمحور الرأس القوة المؤثرة لأعلى = القوة التي تؤثر لأسفل .

أولاً : القوة المؤثرة لأعلى هي القوة الناتجة عن التوتر السطحي :

قوة التوتر السطحي = $2\pi R.T\cos\theta$

ثانياً : القوة المؤثرة لأسفل وهي وزن السائل الذي ارتفع في الأنبوبة =

$$\pi\ R^2\,h.\,\rho\,.g$$

Then $2\,\pi\,R.\cos\theta = T\,\pi\,R^2\,h\,\rho\,g$

ارتفاع السائل = $2\,T\cos\theta / \rho.L.g$

$13.\times 10^3$

3. ظاهرة الميوعة الزائدة للهيلوم السائل ***Superfluidity of Liquid Helium***

تعرف الموائع Fluids بأنها أوساط تقبل الانسياب Flow وذلك يعني أنها ليست قادرة على مقاومة إجهاد القص المؤثر عليها وليس فيها أي احتكاك مبذول داخل طبقاتها .

وبناءاً على التعريف السابق فإن الحالات السائلة والغازية ينظر إليها على أنها موائع وإن كانت ليست موائع مثالية تماماً لوجود قوى الاحتكاك الداخلي بين طبقاتها والذي لا يمكن إهماله إذ أنه السبب المباشر في حدوث ظاهرة اللزوجة .

والجزء التالي يهدف عند دراسته إلي

1- إلقاء الضوء علي خاصية الميوعه في الهليوم عند إسالته .
2- إدراك التطبيقات الفيزيائية من خلال العوامل الحاكمة للغازات (الحرارة – الضغط – الحجم).
3- دراسة لبعض الظواهر التي تحكم سلوك الغازات وأستنتاج .... المناسب لهذه الظواهر .
4- أستنتاج بعض التطبيقات للغازات المساله.
5- تقديم مبسط لموضوعات الموصلية الفائقة المنتظر دراستها مستقبلاً.

3.1 إسالة الغازات Liquefaction of Gases :

تعتبر عملية إسالة الغازات ذات أهميه خاصه في الأغراض التطبيقية العاديه أو البحث العلمي حيث يتم دراسة خواص الغازات من خلالها ,أما أمثلة التطبيقات المعتاده فالثلاجه –التكيف –الغاز المسال النفطى (LPG) –علاج المرضى بالأكسجين وحفظ الحيوانات المنويه والبويضات بالنيتروجين السائل. وتحدر في هذا الصدد الإشاره إلى العالم أرنس (قد حصل على جائزة نوبل عام 1913 لتسييل الهيليوم بنجاح كدليل على أهمية الموضوع).

من المعلوم أن الغازات تحكمها عوامل ثلاث هي ضغطها وحجمها وأخيراً درجة حرارتها وللحصول على الحالة السائلة لغاز ما يجب تبريده إلا أننا يجب أن نقدم المفاهيم التالية اللازمة لدراسة الموضوع الجاري .

3.2 ظاهرة أندروز :

اكتشف أندروز حقيقة أصبحت ثابتة الآن هي أن الغازات لا يمكن إسالتها تحت تأثير الضغوط العالية إلا إذا كانت درجة حرارتها أقل من درجة الحرارة الحرجة للغاز (Tc) ويصبح الضغط غير ذي جدوى متى كانت درجة الحرارة أعلى من الدرجة الحرجة .

3.3 ظاهرة جول وطومسون

لاحظ جول وطومسون أن الغازات عند تمددها (بتغير ضغطها) تتغير درجة حرارتها لذا فقد أصبحت هذه الظاهره فيما بعد بهذا الإسم وهي تنص علي أنه يمكن تبريد الغاز عند ضغط معزول (حرارياً) ثم تركه لينساب في فتحات ضيقة حيث يتمدد ويقل ضغطه في هذه الفتحات بشرط أن تكون درجة حرارة الغاز أقل من درجة الحرارة المسماة بدرجة حرارة الانقلاب . وهذه هي نظرية عمل المبردات والثلاجات . هذه الفكرة تطبق في حالة إسالة الغازات .

علاوه على ما سبق يمكن إضافة ما يلى من هذه الظاهره:-

- ✶عند تغير قيمة الضغط المسلط على غاز بإنقاصه فإن الغاز يصاحب درجة حرارته تغيرا.
- ✶المقصود بتغير درجة الحرارة – نتيجة تخفيض الضغط – هو إحتمال زيادتها أو نقصها.
- ✶لكل غاز درجة حرارة تنعكس عندها حرارة الغاز (من إرتفاع إلى إنخفاض والعكس) وتسمى درجة حرارة الأنقلاب أو التعاكس Inversion Temperature ويرمز لها بالرمز T_i وعندها تتغير خواص الغازات عموما.
- ✶إذا كان الغاز تحت ضغط وكانت درجة حرارته أقل من T_i وسمح له بإنخفاض ضغطه نقصت درجة حرارته وحدث للغاز تبريد.
- ✶إذا كان الغاز تحت ضغط وكانت درجة حرارته أعلى من T_i وسمح له بإنخفاض ضغطه أرتفعت درجة حرارته.

مثال:- الهواء له $T_i = 450$ c فإنه عند تخفيض ضغطه ترتفع درجة حرارته.

تفسير الظاهره

علمنا من قبل أن جزيئات الغاز قد تميل محصلة القوى بين ذراته إلى التجاذب وقد تغلب عليها حالة التنافر (كما في حالة الغازات شديدة الأنتشار) والآن نحن أمام نوعين من الغازات:-

- إذا كانت الغالبية لقوة التجاذب فإن تخفيض الضغط يؤدى إلى تباعد الجزيئات وهذا يعنى مقاومة التجاذب وهذا على حساب طاقة الغاز ومن ثم يحدث التبريد.
- إذا كانت القوة المحصلة هى التنافر الغازى حيث المسافات كبيرة نسبيا فهذا يعنى إمتلاك الغاز لحرارة كامنه عاليه في حالة إنضغاطه وعند تخفيض الضغط والسماح للغاز بالتمدد تنطلق الحرارة الكامنه ويظهر هذا التأثير في صورة إرتفاع لدرجة حرارة الغاز.

3.4 خصائص الهليوم:-

1) عند الضغط المعتاد يتحول الهليوم إلي سائل عند درجة $T_c = 4.2$ K
2) كثافة سائل الهليوم صغيرة لدرجة شاذة وملفته للانتباه.
3) درجة حرارة الانقلاب $T_i = 30k$
4) عند تبريد غاز الهليوم تبريدا شديدا فلا يسهل الحصول علي نقطة ثلاثية له .
5) عند ضغط أقل من 24 جوي لا يتبلور الهليوم أثناء تبريده مهما انخفضت درجة حرارته .

3.4.1 الخصائص الشاذة للهليوم :

1) تتميز كثافته (وهو في حالته السائلة) بصغرها الشديد .
2) الهليوم السائل هو السائل الوحيد الذي لا يتجمد عند الضغط الجوي المتعاد مهما بردنا درجة حرارته .
3) يكون إنسيانه فائقا (حتى إن اللزوجة تكون صغيرة جداً) وتعرف هذه الظاهرة باسم الميوعه الزائدة أو فوق الانسيابية super fluidity حتى تبلغ لزوجته لقيم أقل من 10^{-11}بواز.

4) يبدي الهليوم السائل موصليه حرارية فائقة أكبر بكثير من موصلية الفلزات إذ أن للهليوم معامل توصيل حراري (وهو في حاله سائلة) حوالي 2000 مره مثل معامل التوصيل الحراري للنحاس .

5) يحدث عند تخفيض درجة حرارته إلي أقل من 2.2k (عند الضغط الجوي العادي) تحول طوري من النوع الثاني Second order phase transition حيث يحدث لع تغيير في السعة الحرارية والانضغاطية وكذلك التغير المفاجئ في قيم ثابت العزل الكهربي Dielectric Constant (هذا خلافاً للتحولات الطورية من الدرجة First Order Phase transitions والتي تكون مصحوبة بتغيير في درجات الحرارة (امتصاص أو طرد) كما يحث في الجوامد البلورية أو التحولات من حالة إلي حالة منها كالانصهار والتسامي بالتبخر) .

3.4.2 تفسير الظاهرة :-

لعل الشاذ في الظاهرة الحالية للهيليوم السائل أنه خالف كل ما هو معروف عن سلوك السوائل التي تبدي لزوجه أكبر كلما قلت درجة حرارتها بينما من الملاحظ أن الهيليوم بانخفاض درجة الحرارة تقل أو تتلاشي عمليا لزوجته وهو ما يماثل حالة الغازات لا حالات السوائل .

ولتفسير هذه الظاهرة تجدر الإشارة لما استقرت عليه الدراسات من حيث وجود انتقال طوري (كما سبق الإشارة إليه) من ناحية التغيرات التي من خلالها أمكن الكشف عن هذا الانتقال الطوري عند 2.2K ويتميز هذا النوع من التحولات بأن الهيليوم كما هو هيليوم عدا بعض التغيرات الداخلية فيه لذا نطلق على التغير بأنه من هيليوم A إلى هيليوم B وعند درجة التحول 2.2k يكون هناك خليط من نوعي الهيليوم في حالة تداخل تام وإذا كانت كتلة الهيليوم الكلية m فإن $m = m_A+m_B$

ولكل نوع من هذين النوعين للهيليوم سلوكه الخاص كما أسلفنا وعليه فإننا نتوقع حركتين مختلفتين للنوعين :

* الحركة الأولى : هي حركة النوع A وهي حركة تقليدية كما تماثل حالة السوائل اللزجة المعتادة .

* الحركة الثانية : وهي حركة B حركة فوق انسيابية لأن ذرات النوع (B) في حالة استقرار شديد حتى أنها في مستوى طاقة منخفضZero Point Energy ومثل هذا النوع من الذرات يؤدي إلى حركة بدون احتكاك ومن ثم تتكون حركته بدون لزوجة .

وإذا قلنا أن اللزوجة تقل مع التبريد فإننا نفترض وجود ثلاث مراحل للتبريد حتى يسهل لنا التفسير ومع مراعاة المعادلة السابقة تكون :

* المرحلة الأولى : وهي مرحلة درجة الحرارة حوالي 2.2k وفيها يكون تواجد نوعي الهيليوم B,A حيث يعملان بالمشاركة فتكون اللزوجة مرتفعة نسبياً .

* المرحلة الثانية : وفيها تقل كمية الهيليوم A لتحولها إلى النوع B فتبدو خصائص اللزوجة الخاصة بالنوع B هي الغالبة ومن ثم تقل اللزوجة.

* المرحلة الثالثة : حينما تقل درجات الحرارة كثيراً فإن سلوك النوع B يكون هو الأكثر شيوعا بفرض تحول النوع A إلى النوع B وبالتالي لا يوجد تأثير يذكر للنوع A وإنما السلوك الغالب من اللزوجة للنوع B وهو الملموس .

من المراحل السابقة يسهل استنتاج أنه كلما نقصت درجة الحرارة في الهيليوم السائل كلما قلت اللزوجة .

وأخيرا فإن السلوك الشاذ الخاص بعدم تجميد الهيليوم السائل يرجع إلى أن حالة التجميد تنشأ حينما تتاح لها ظروف تكون الشبكية البللورية وفي حالتنا هذه فإن الشبكية البلورية يصعب تكونها لأن الاهتزازات الحرارية Thermal vibrations تكون قوية لأن ذرات الهيليوم تتميز بصغر كتلتها أي تكون قوية جداً والتي بدورها تكون قوية لأن ذرات الهيليوم تتميز بصغر كتلتها أي أن :-

صغر كتلة الذرات ⟵ إهتزازات حرارية كبيرة وقوية ⟵ ضعف تكون الشبكية البلورية .

3.5 بعض تطبيقات إسالة الغازات :

- حفظ السائل المنوى والبويضات وسائل الدم لأشهر عديدة.
- حفظ خلايا النخاع وفي تجميد الأورام قبل إستئصالها لتقليل الدم البشرى المفقود.

- القطارات المرفوعة عن القطبان أو المسماه بالقطارات الطائره.
- الأشعة المقطعيه المستخدمه في عمليات التشخيص الطبى.
- الدراسات البحثيه التى تتيح تتبع خواص الغازات عند إسالتها.
- إزالة الأورام الجلديه بالتبريد.
- الثلاجات وأجهزة التكييف المنزليه.

4. الغـــازات

الآن نتطرق إلى دراسة الحالة الثالثة من حالات المادة حيث درسنا قبل الحالتين الصلبة والسائلة , وبالرغم من أن هناك لفظاً علمياًً هو الموائع يجمع حالتي المادة السائلة والغازية لوجود كثير من أوجه التشابه بينهما , إلا أن الغازات ذات وزن أي تتأثر بجاذبية الأرض وبالرغم من ذلك لها قابيلة الانضغاط والتمدد ولعل هذه الأخيرة أهم مميزاتها .

أيضا تختلف الغازات عن السوائل والمواد الصلبة في أن ازدياد الضغط يحدث فيها نقصاً كبيراً في الحجم ولكن إلى حد معين فقط .

ومن أهداف المقرر في الجزء الثاني:

التأكيد علي أن

1- الغازات حالة من حالات المادة تنشأ في ظروف طبيعية .

2- دراسة النظرية الجزئية في الغازات وتحليل عيوبها والتطرق إلي بعض التعديلات المدخلة عليها .

3- التدريب علي الأستنتاج الرياضي من خلال تطبيقات لقوانين الغازات المعروفه لبعض ثوابت الغازات مثل عدد الجزيئات ، سرعة الجزيئات ، طاقة الغاز وغيرها .

4- إلقاء الضوء علي خصائص الغازات العامه مثل اللزوجة والمرونة وأستنتاج العوامل المؤثرة عليها .

5- رفع المستوي المعرف لظواهر الأنتقال فيالغازات وربط الظواهر المختلفة بسلوكيات الغازات لدعم مفهوم الطاقة الداخلية للغازات .

4.1 بعض الاعتبارات الهامة عند دراسة الغازات :

1) يعتبر روبرت بويل هو صاحب أول قانون لعلاقة الضغط في الغازات وقد اثبت فيه أن " حاصل ضرب حجم كتلة ثابتة من الغاز في ضغطه يساوي مقداراً ثابتاً عند درجة حرارة ثابته , وقد أجريت عدة محاولات لبحث صحة هذا القانون قام بها فارنر وأماجات وغيرهم .

2) في عام 1788 توصل شارل إلى القانون المسمى باسمه : (جميع الغازات تتمدد بنفس النسبة إذا سخنت بنفس الدرجات تحت ضغط ثابت) أي أن معامل التمدد الحجمي لجميع الغازات وهي ثابتة الضغط واحد تقريباً ويساوي $R=\frac{1}{273}$

ويتضح من هذا القانون أنه عند ثبوت الضغط يتناسب حجم الغاز مع درجة حرارته المطلقة , والغاز الذي يخضع لقانون شارل يسمى غازاً مثالياً.

3) بالرغم من قانون شارل السابق (وله صيغة أخرى : عند ثبوت الضغط يتناسب حجم الغاز طرديا مع درجة حرارته المطلقة) إلا أن هناك قانوناً آخر للضغط (

العلاقة بين الضغط ودرجة الحرارة المطلقة عند ثبوت الحجم) , وينص : عند ثبوت الحجم يتناسب ضغط الغاز تناسبا طرديا مع درجة حرارته المطلقة .

4) المعادلة العامة للغازات هي PV=nRT حيث n هو عدد الجرامات الجزئية من الغاز , إذا كانت N هي عدد أفوجادرو " التي تساوي 6.02×10^{-23} جزئ فإن $R = \frac{R}{N}$ (ثابت بولتزمان)" .

4.2 نظرية الحركة Kinetic theory

افترضت هذه النظرية ما يلي :

1) تتكون المادة من حبيبات صغيرة تسمى الجزيئات حجمها مهملاً بالمقارنة بحجم الغاز الكلي. وهذه الجزيئات للغاز الواحد متماثلة وتختلف من غاز لأخر وكذلك فإن الجزيئات للغاز الواحد لها نفس الكتلة.

2) هذه الجزيئات في حالة حركة عشوائية مستمرة وتتصادم مع جدار الإناء الحاوي لها فى جميع الاتجاهات مثل الكرات المرنة أى تتصادم تصادما مرنا Elastic Collision أى تتساوى طاقتها قبل وبعد التصادم ومن ثم كمية الحركة تتساوى للجزيئ الواحد قبل التصادم وبعده.

3) سرعات الغاز العشوائية تكون مختلفة القيم وتتراوح من الصفر حتى نهاية عظمى (مالا نهاية) وهذه السرعات تزداد بارتفاع درجة الحرارة وعموما فإن سرعة الجزيئات بين أي تصادميين متتاليين تكون منتظمة.

4) الزمن الذي تحدث فيه عملية التصادم Collision تكون صغيرة جداً مقارنة بالفترة اللازمة لإحداث التصادمين المتتاليين .

5) تتصادم الجزيئات في خطوط مستقيمة بين تصادمين (يسمى هذا الخط بالمسار الحر Free path) ولا تتغير قيمة السرعة من جراء هذا التصادم فهو تصادم مرن Elastic Collision كما أسلفنا من قبل.

6) متوسط طاقة حركة الجزيئات لكل غاز ترتفع بازدياد درجات الحرارة والعلاقة بين الطاقة هذه ودرجة الحرارة المطلقة تناسباً طردياً (أى $E \propto T$)

ومن السهل الاستدلال على أن جزيئات الغاز في حالة حركة فانتشار الغازات وامتزاج بعضها في بعض لا يفسر إلا بأن لجزيئاتها سرعة كبيرة. كما أن حدوث الضغط على جدران الإناء الحاوي للغاز يمكن تفسيرها بالتصادم الحادث من الجزيئات المتحركة على الإناء ولذا فإن التغير في كمية الحركة للجزيئات الساقطة على وحدة المساحات هو مقياس للضغط على الجدران .

أيضاً جزيئات السوائل في حالة حركة كما يستدل على ذلك من انتشارها لكن هذا الانتشار أبطء كثيراً في حالة الغازات ويرجع إلى صغر سرعات جزيئات السوائل وارتباطها وقربها من بعض (المسافة البينية Interatomic Spaces للجزيئات أقل) ويؤيد ذلك مقاومتها للانضغاط .

وقد لاحظ براون أن دقائق المادة الصلبة في حالة حركة مستمرة وغير منتظمة (Random) وذلك أثناء ملاحظة سائل معلقة فيه دقائق صغيرة صلبة وإن كان دينر قد فسر أن حركة جزيئات السائل هي التي تصدم الجزيئات الصلبة عموماً فإن حركة الجزيئات في المواد الصلبة أبطء من مثيلاتها في السوائل .

4.2.1 قابلية الانضغاط Compressibility :

تظهر قوى التنافر بين الجزيئات في شكل يقاوم به كل محاولة لضغطه ويمكن ضغط السائل بوضعه في إناء ذو جدران سميكة وتعريضه لضغط كبير ولكن النقص في حجم السائل صغير جداً , بينما في حالة الغازات فإن قابلية الانضغاط أكبر كثيراً من حالة السوائل .

4.2.2 المسار الحر المتوسط لجزيئات الغاز (λ) Mean Free path

افترضت نظرية الحركة للغازات أنه عند تصادم أي جزيئين للغاز ونتيجة لانعدام قوى الجذب بين جزيئات الغاز يتحرك كل من هذين الجزيئين بعد التصادم في خط مستقيم بسرعة ثابتة لا تتغير إلى أن يحدث تصادم آخر , وهكذا تتحرك جزيئات الغاز في مسارات مستقيمة متغيرة الاتجاه باستمرار نتيجة للتصادمات المتتالية successive Collisions وتسمى المسافة التي يقطعها أي جزئ بين أي تصادمين متتالين بالمسار

الحر , ويعرف متوسط المسار الحر بأنه متوسط المسارات الحرة لجميع جزيئات الغاز. والشكل المجاور يوضح هذا المسار

فإذا كان لدينا جزئ يبدأ الحركة من النقطة (A) ويتحرك خلال المسار (AB) حيث يتصادم مع جزئ آخر عند (B) وبعد التصادم يتغير كل من سرعة واتجاه هذا الجزئي فيتحرك خلال المسار (BC) حيث يتصادم مع جزئ آخر عند(C) فيتحرك خلال المسار (BC) , (CD) وهكذا ... المسافات AB , BC , CD والتي يقطعها الجزئي بين تصادمين متتاليين تسمى المسار الحر (Free path) وإذا رمزنا لهذه المسافات بالرموز $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3.....\lambda_s$, وإذا كان (t) هو الزمن اللازم للجزئي لقطع هذه المسافات خلال عدد من التصادمات (s) تصادم .

$$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3.........\lambda_s=\bar{c}t$$

حيث c متوسط سرعة الجزئي

∵ متوسط المتوسط الحر الذي يأخذه الجزئي ويعطي بالعلاقة :-

$$\lambda=\frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3}{s}=\frac{\bar{c}t}{s}$$

<u>تعليق</u> :

- إذا كان عدد الجزيئات كبيراً جداً بحيث تملأ كل الإناء الحاوي للغاز لا تحدث أي حركة انتقالية لهذه الجزيئات ويكون متوسط المسار الحر صفراً .
- إذا كانت جزيئات الغاز مجرد نقطة هندسية فإنه لن يحدث أي تصادم على الإطلاق بينهم ويكون متوسط المسار الحر في هذه الحالة لا نهائي .

ومن هذا نستنتج أن متوسط المسار الحر يعتمد على حجم الجزيئات وكذلك على عدد الجزيئات لكل وحدة حجوم للغاز.

<u>4.2.3 إيجاد المسار الحر المتوسط رياضياً :</u>

قبل أن نشتق هذه العلاقة نفترض الآتي :

1) أن جميع جزيئات الغاز ساكنة في أوضاع عشوائية وأن جزيئاً واحدا فقط هو الذي يتحرك بسرعة C .

2) عندما يحدث التصادم بين الجزئي المتحرك وبين أي من الجزيئات الساكنة تكون المسافة بين مركزيهما هو قطر أحدهما (X) .

وبناء على هذا فكل الجزيئات التي تقع مراكزها على بعد X من مركز الجزيء المتحرك أو على بعد أقل من X سوف تصطدم بهذا الجزيء .

وتكون المسافة التي تحدث فيها التصادم تساوي πX^2 وتسمى مساحة مقطع التصادم وبعد زمن (t) سيقطع الجزيء المتحرك مسافة (ct)

عندئذ سيكون الحجم الذي يحدث فيه التصادم يساوي ($\pi X^2 \bar{c}t$) .

أي أن الجزيء المتحرك بسرعة c خلال زمن t سوف يتصادم مع الجزيئات التي تقع مراكزها داخل اسطوانة حجمها ($\pi X^2 \ \bar{c}t$) .

أي أن عدد التصادمات التي تحدث بواسطة هذا الجزيء في زمن t يكون مساويا لعدد الجزيئات في هذا الحجم , فإذا كان عدد التصادمات في زمن t يساوي عدد الجزيئات داخل هذا الحجم الاسطواني يساوي ($\pi x^2 \bar{c}t$) .

وحيث أن متوسط المسار الحر $\therefore \lambda = \frac{\bar{c}t}{n\pi x^2 \bar{c}t} = \frac{1}{n\pi x^2}$

وإذا كان (m) هي كتلة الجزئي يكون :

(حيث ρ هي كثافة الغاز) $\rho = mn$

$$\therefore \lambda = \frac{m}{nX^2nm} = \frac{m}{\pi X^2\rho}$$

واضح أن متوسط المسار الحر λ يتناسب عكسياً مع الكثافة وحيث أن ρ تتناسب طرديا مع ضغط الغاز P وكذلك عكسياً مع درجة الحرارة المطلقة T

$$\text{i.e } \rho \propto P/T$$

$$\therefore \lambda \propto T/P$$

والعلاقة السابقة صحيحة فقط في حالة أن الافتراضات التي بنيت عليها صحيحة غير أننا في الواقع لا نجد أن جزيئاً واحدا متحركا والباقي ساكنا , لذلك فقد

وجدت من الحسابات الإحصائية التي تأخذ في الاعتبار إلى حد كبير الواقع الذي يحدث داخل الغاز أن :

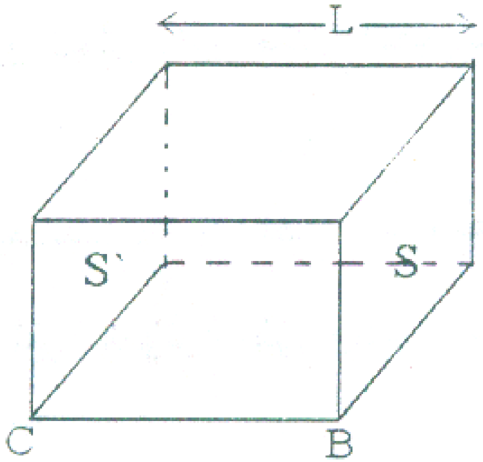
$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi X^{2} n}$$

وقيمة λ تكون في حدود 10^{-5} سم وهي تتغير مع تغير الضغط إذ أنه عند الضغوط المنخفضة مثلا عندما تكون الضغوط تكون في حدود 10^{-4}سم/ زئبق كما في حالة التفريغ الكهربي فإن λ تتراوح بين 10^{-5} سم تقريباً .

4.2.4 أسئلة للمناقشة :-

1) ما هو مفهوم المسار الحر المتوسط؟
2) متى يكون المسار الحر المتوسط مساويا للصفر؟
3) متى يكون المسار الحر المتوسط مساويا مالا نهاية؟
4) بين أن متوسط المسار الحر يعتمد على حجم الجزيئات وعلى عددها لكل وحدة حجم من الغاز؟
5) اشتق قيمة المسار الحر المتوسط رياضيا؟
6) أثبت رياضيا أن المسار الحر المتوسط يتوقف على ضغط الغاز ودرجة حرارته؟

4.3 العلاقة بين حجم الغاز وضغطه وطاقة حركته



هناك علاقة بين حجم الغاز وضغطه وطاقة حركته كما يلي : نفرض أن لدينا إناء على هيئة مكعب طول ضلعه L يحتوي على عدد n من جزيئات غاز كتلة كل منهما m جرام وسرعتها V سم/ثانية , إذن يمكن

تحليل السرعة إلى مركباتها الثلاث في اتجاه المحاور
Z , Y , X المتعامدة كما في الشكل مع مراعاة أن
. $V^2=V^2_x+V^2_y+V^2_z$

ولنتخيل الآن حركة الجزئ في الاتجاه X .

إذن عدد التصادمات التي يقوم بها الجزئ على السطحين S`,S في الثانية الواحدة = $\frac{Vx}{L}$ حيث V_x تمثل السرعة في هذا الاتجاه مقاسه بالسنتيمتر /ثانية .

إذن كمية التحرك في هذا الاتجاه قبل التصادم = mv_x , وحيث أن الجزئ تام المرونة ولا يفقد أي جزء من طاقته بعد اصطدامه بجدار الإناء , إذن فكمية الحركة للجزئ بعد التصادم = mv_x – إذن التغير في كمية الحركة لكل تصادم تساوي

$$mv_x-(-mv_x)=2mV_x \text{ gm cm/sec}$$

وبناء على ذلك فإن مقدار التغيير في كمية التحرك لعدد $\frac{V_x}{L}$ تصادم تساوي .

$$2mv_x\frac{V_x}{L}=\frac{2mv_x^2}{L}dyne(gm.cm.\sec^{-2})$$

وبالمثل فإن مقدار التغيير في كمية التحرك للجزئ في الاتجاهين Z,Y تساوي

$$\frac{2mV_y^2}{L},\frac{2mV_z^2}{L}$$

إذن التغير في كمية التحرك للجزيء الواحد في الاتجاهات الثلاث يساوي

$$\frac{2mV_x^2}{L}+\frac{2mV_y^2}{L}+\frac{2mV_z^2}{L}$$

$$\frac{2m}{L}(V_x^2+V_y^2+V_z^2)=\frac{2m}{L}\left(V^2\right)$$

وحيث أنه بناء على قانون نيوتن يكون مقدار التغير في كمية التحرك في الثانية ممثلا للقوة .

إذن القوة التي يحدثها جزئ واحد على سطح المكعب تساوي $\frac{2mV^2}{L}$ وبما أن الضغط يساوي القوة المؤثرة على وحدة المساحات , وحيث أن مساحة سطح المكعب تساوي $6L^2$.

إذن الضغط الذي يحدثه الجزيء الواحد على سطح المكعب يساوي

$$P = \frac{2mV^2}{6L^2} = \frac{mV^2}{3L^3}\, dyne/cm^2$$

وحيث أن L^3 هو حجم المكعب المحتوي على جزيئات الغاز, إذن الضغط الذي يحدثه جزئ واحد على سطح المكعب يساوي :

$$\frac{1}{3}\frac{mV^2}{v} = dyne/cm^2$$

حيث v تمثل الحجم .

إذن الضغط الذي يسببه n جزئ من جزيئات الغاز يساوي

$$P = \frac{1}{3}\frac{mn\overline{V}^2}{v} = dyne/cm^2$$

حيث $\overline{V}$ يمثل سرعة الجزيئات المختلفة إذن

$$Pv = \frac{1}{3}mn\overline{V}^2$$

ويلاحظ أن هذه المعادلة تستخدم فقط في حالة الغازات المثالية حيث يفترض أنه لا يوجد تجاذب بين الجزيئات وبالتالى لا تفقد الجزيئات أي طاقة عند تصادمها ويمكن كتابة المعادلة الأخيرة على الصورة .

$$Pv = \frac{2}{3}(\frac{1}{2}mn\overline{V}^2)$$

وحيث أن طاقة حركة الجزيء تساوي $\frac{1}{2}mV^2$ إذا $(\frac{1}{2}mn\overline{V}^2)$ تمثل طاقة الحركة لجزيئات الغاز كلها E

إذن $$\frac{3}{2}E = Pv$$

وهذه الصيغة تتفق مع فكرة أن طاقة الحركة تعتمد على درجة الحرارة فقط , إذا فالمعادلة تتفق مع PV يساوي كمية ثابتة في حالة ثبوت درجة الحرارة وهي العلاقة التجريبية للغازات المثالية كما سبق .

<u>4.4 فرض أفوجادرو :</u>

وينص على أن الحجوم المتساوية من الغازات المختلفة تحت نفس الظروف من الضغط ودرجة الحرارة تحتوي على نفس العدد من الجزيئات ولإثبات ذلك وبناءاً على نظرية الحركة فإنه إذا كان لدينا حجمين متساويين من غازين تحت نفس الضغط ودرجة الحرارة إذن :

للغاز الأول $$pv = \frac{1}{3} m_1 n_1 \bar{v}_1^2$$

للغاز الثاني $$pv = \frac{1}{3} m_2 n_2 \bar{v}_2^2$$

ومنها $$\frac{1}{3} m_1 n_1 v = \frac{1}{3} m_2 n_2 \bar{v}_2^2$$

وباستخدام نفس الفرض السابق إنه عند نفس درجة الحرارة تتساوى طاقة الحركة لجميع جزيئات الغازين إذن :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 \ v_2^2$$

$$\therefore \frac{2}{3} n_1 = \frac{2}{3} n_2$$

أو $n_1 = n_2$

وهو فرض أفوجادرو . وهذا بالطبع على فرض أن الغاز يسلك سلوكاً مثالياً .

4.5 حساب سرعة الجزيئات :

من نظرية الحركة $$pv = \frac{1}{3} mn \bar{V}^2$$

فإذا كان لدينا واحد جرام جزئي من غاز تكون M الوزن الجزئي والتى تساوي M=mn

إذن $$\frac{1}{3} M \overline{V^2} = pv \quad \text{أو} \quad \bar{V}^2 = \frac{3pv}{M}$$

$$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{3Pv}{M}}$$

وحيث أن : $$Pv = RT$$

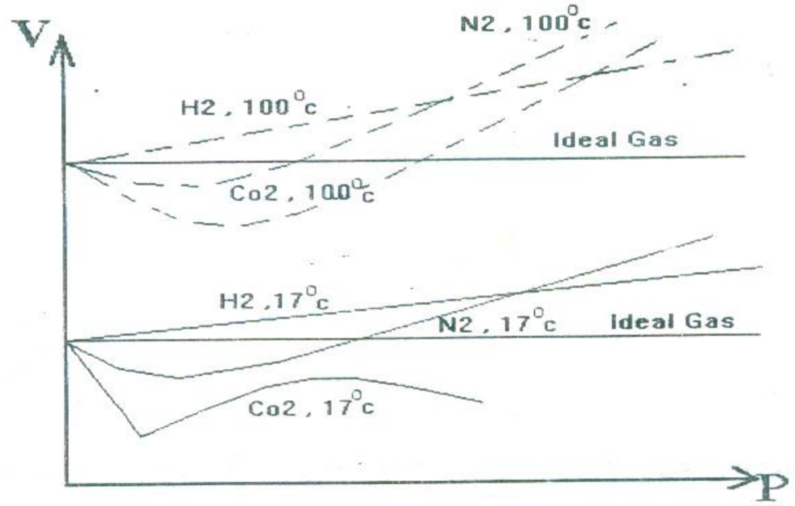
إذن $$V_{r.m.s} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

وتسمى $V_{r.m.s}$ بالجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعات وهي تقريبا تساوي السرعة المتوسطة للجزيئات .

4.6 هناك حيود عن قوانين الغازات Deviation from gas laws

فمعادلة الغاز المثالي هي PV=RT ويمكن اختبار مدى انطباق هذه المعادلة على الغاز العادي بدراسة التغير في حجمه الناتج عن التغيير في الضغط عند ثبوت درجة الحرارة . ومن المنتظر أن يكون حاصل ضرب PV = ثابت (طبقا لقانون بويل) وفي الحقيقة فإن معظم الغازات ليست مثالية أي أنها غازات حقيقية real gases أي تحيد عن قوانين الغازات المثالية ومن المتوقع أن نجد أنها تتبع قانون بويل وشارل والقانون العام للغازات عند درجات الحرارة العالية والضغوط المنخفضة.

وعند خفض درجة الحرارة أو زيادة الضغط فإننا نلاحظ حيوداً ملحوظاً عن هذه القوانين كما يتضح من الشكل التالي والذي يوضح نتائج التجارب التي أجراها لورد رايلي لتوضيح مدى دقة قانون بويل في ظروف مختلفة .



(أ) عند الضغوط المنخفضة : يتضح من المنحنيات أن الغازات المختلفة تختلف في صورها وسلوكها عند الضغوط المنخفضة .

فمثلا بالنسبة لغاز الهيدروجين نجد أن PV تزداد بزيادة الضغط P , بينهما في حالة النيتروجين وثاني أكسيد الكربون نجد أن PV تقل بزيادة الضغط. وبهذا يمكن القول أنه عند الضغوط المنخفضه تكون قيمة PV بالنسبة لجميع الغازات عدا الايدروجين تقل عما هو متوقع بالنسبه للغاز المثالي .

(ب) عند الضغوط المرتفعة :

نلاحظ حيود الغازات عن قوانين الغاز الطبيعي ويتضح من المنحنى أن قيمه PV تقل أولا , وتمر خلال نهاية صغرى حيث تبقى ثابتة لفترة ثم بعد ذلك تزداد , وعند الضغوط العالية جداً نجد أن المنحنيات تتعدى منحنى الغاز المثالي , وبهذا يمكن القول أنه عند الضغوط العالية وتكون قيمة PV بالنسبة لجميع الغازات بما فيها الايدروجين أكبر مما هو متوقع للغاز المثالي .

(ج) تأثير الحرارة على حالة الحيود عن قانون بويل :

يتضح من دراسة مجموعة المنحنيات عند $17\ c^o$, $100\ c^o$ أنه عند $17\ c^o$ يكون لمنحنى النيتروجين نهاية صغرى أكثر وضوحاً عنها في النيتروجين نهاية صغرى أكثر وضوحاً عنها في النيتروجين عند $100\ c^o$ م ويظهر ذلك بوضوح أكثر في حالة ثاني أكسيد الكربون حيث يتضح فيه انخفاض عميق $100\ c^o$ بينما عند $17\ c^o$ يظهر انخفاض مفاجئ عند ضغط 55 جو (والذي يتحول عنده الغاز إلى سائل) ولذلك فإنه عند درجات الحرارة المنخفضة يكون الحيود أكثر وضوحاً , مع انخفاض درجات الحرارة حتى تصل إلى الظروف التي تحدث فيها الإسالة حيث يظهر في المنحنى انكسار حاد .

4.7 تصحيح الحيود عن قوانين الغاز المثالي " معادلة فاند رفال "

Van der Waal's Equation

لقد اتضح لنا أن معظم الغازات تسلك سلوكاً حقيقياً Real وليست غازات مثالية Ideal أي أنها لا تتبع قوانين الغازات المثالية تماماً ولذلك فكر العالم فاندرفال في تعديل المعادلة العامة للغازات المثالية لكي تنطبق على جميع الغازات ولقد أوضح فاندرفال أننا عند اشتقاق المعادلة العامة للغازات على أساس نظرية الحركة لم نأخذ في الاعتبار عاملين هامين وهما :

- الحجم الحقيقي للجزيئات نفسها باعتباره صغيرة جداً إذا قورن بالحجم الكلي الذي يشغله الغاز.
- وإن جزيئات الغاز ليس بينهما وبين بعضهما أي قوة تجاذب كما ذكرنا في فروض الدراسة النظرية .

ولكن بالنسبة لغاز يقع تحت تأثير ضغط عالي ودرجة حرارة منخفضة , تصبح هذه الافتراضات غير دقيقة , ويجب أن تؤخذ في الاعتبار حينئذ كلاً من الحجم الفعلي لجزيئات وقوى التجاذب بينهما .

<u>(أ) تصحيح الحجم نتيجة لحجم الجزيئات الدقيقة :</u>

افترضت نظرية الحركة للغازات أن جزيئات الغاز نقطاً وهمية لا حجم لها وإن حجمها صغير جداً بالنسبة لحجم الإناء الذي يشغله الغاز وهذا الفرض ليس صحيحاً في حالة الغازات الحقيقية , فجزيئات الغاز أجسام لها أبعاد وأقطار ولابد من أن تشغل حجما معينا من حجم الغاز الكلي , فعند الضغوط الكبيرة والحجوم الصغيره نجد أن حجم الجزيئات لابد وأن يؤخذ في الاعتبار والتصحيح الذي أدخل على المعادلة العامة للغازات ليعادل تأثير حجم الجزيئات هو المقدار b.

إذا يكون الحجم الحقيقي الذي يمكن لجزيئات الغاز أن يتحرك فيه هو :

الحجم الحقيقى = V-b

وفي الحقيقة فأن b لا تعني الحجم الفعلي لجزيئات الغاز, وفقد تبين نظرياً أن b تساوى تقريباً 4 مرات الحجم الحقيقي لجزيئات ويمكن أن تسمى بالحجم الاهتزازي Vibratory Volume أو الحجم الفعال Effective Volume لجسيمات الغاز.

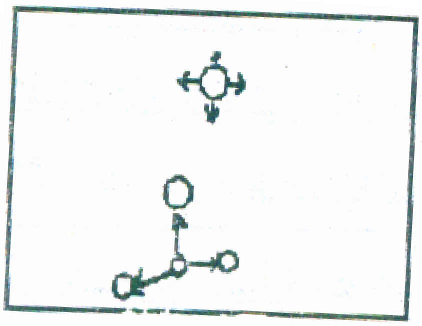
(ب) تصحيح الضغط نتيجة لقوة التجاذب المتبادل بين الجزيئات :

باستمرار فرض أن جزيئات الغاز تامة المرونة فمن المعروف أن قوة التجاذب توجد دائما بين الأجسام مثل جزيئات الغاز , وهذا التجاذب بين الجزيئات هو الذي يربطها ببعضها لتتماسك . فليس بين جزيئات الغاز ما هو موجب أو سالب فيكون التجاذب بين جزيئات هو تجاذب الكتروستاتيكي ولكنه تجاذب طبيعي بين الجزيئات وهو ناتج عن توزيع شحنات بين أنوية الذرات ومداراتها الإلكترونية وسميت هذه القوى بقوى فان درفال . الشكل القادم يوضح أن الجزيء الموجود في وسط الغاز يكون منجذبا في جميع الاتجاهات والقوى المؤثرة تضاد بعضها البعض ويتلاشى تأثيرها ولكن الجزء الموجود عند جدار الإناء الحاوي يكون واقعاً تحت تأثير قوى التجاذب في الداخل نتيجة لوجود قوى جذب غير متوازنة على الجزيء .

أما تأثير هذا التجاذب بين الغازات فهو يحد من حركتها وبالتالي تقل أثر قوى التصادم على جدار الإناء الحاوي للغاز أي يقل الضغط ويكون الضغط الحقيقي حينئذ (الضغط الذي كنا نحصل عليه لو لم يكن هناك قوى تجاذب بين الجزيئات).

الضغط الحقيقي = $p + p'$

أي أن الضغط الحقيقي أكبر من الضغط المقاس بمقدار p' ويضاف هذا المقدار P' ليعادل تأثير قوى التجاذب بين الجزيئات . وتزداد قوى التجاذب هذه بزيادة عدد الجزيئات الجاذبة وحيث أن عدد الجزيئات التي سوف تصطدم في أي لحظة يتناسب أيضاً مع عدد الجزيئات الموجودة .



إذن قوى التجاذب تتناسب مع مربع التركيز.

ولكن درجة التركيز تتناسب عكسياً مع الحجم.

إذن قوى التجاذب تتناسب عكسياً مع مربع الحجم.

$$p' \alpha \frac{1}{V^2} = \frac{a}{V^2}$$

حيث a مقدار ثابت يمثل معامل التجاذب (التجاذب لكل وحدة حجوم) وهو ثابت للغاز الواحد .

الضغط الحقيقي = $P + \frac{a}{v^2}$

وعلى ذلك يمكن كتابة المعادلة العامة للغازات المثالية كما يلى:

$$Pv = nRT$$

$$(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = nRT$$

وسميت هذه معادلة فإن درفال Van der Waal's Equation

وقد وضعها عام 1879 . وهي تشرح سلوك الغاز في مدى كبير من الضغط ودرجات الحرارة ، وبدقة أكبر من معادلة الغاز المثالي .

وتنطبق معادلة فاندرفال على الغازات الحقيقية والغازات المثالية أيضاً ، إذا أنه في حالة الغاز المثالي تكون قيمة المقادير : $\frac{a}{V^2}, b$ مساوية للصفر وتصبح المعادلة هي : $Pv = RT$

<u>والآن نسأل هل فسرت معادلة فان درفال حيود الغازات عن الحالة المثالية ؟</u>

على أساس المعادلة المذكورة يمكن تفسير حيود الغازات الحقيقية مثل غاز النيتروجين وثاني أكسيد الكربون عن قانون بويل ، ويمكننا القول بوجه عام أن عامل التجاذب وحجم الجزيئات له أهميته تحت مختلف الظروف ولكن تزداد أهمية أحد العاملين عن الآخر تبعاً للضغط الواقع على الغاز لذلك سنناقش إحتمالي الضغط الآتيين :-

<u>أ- عند الضغط المنخفض :</u>

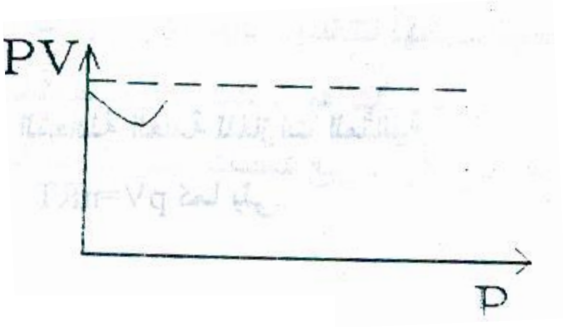
عند افتراض حالة الضغط المنخفض فهذا يعنى حالة الحجوم الكبيرة حيث يكون لعامل التجاذب بين الجزيئات $\frac{a}{V^2}$ الأثر الأكبر فلا يمكن إهماله بينما يمكن إهمال حجم الجزيئات الذي يظل ثابتاً دون الوقوع في خطأ يذكر.

وعلى ذلك تصبح المعادلة السابقة على النحو التالي :

$$(P + \frac{a}{V^2})V = nRT$$

$$PV + \frac{a}{V^2} = nRT$$

$$PV = nRT - \frac{a}{V^2}$$



أي أن قيمة PV تقل عن قيمتها الأصلية بالمقدار $\frac{a}{V^2}$ ولهذا السبب نلاحظ ونشاهد أن قيمة PV في منحنى PV-P (السابق) للغازات الحقيقية تقل أولاً بزيادة الضغط. (ناقش المنحنى قبل السابق بين P-V أيضا)

ب- عند الضغوط العالية :

أما عند الأخذ في الاعتبار أن الغاز واقع تحت تأثير ضغط مرتفع فهذا يعنى أننا بصدد التعامل مع الحجوم الصغيرة ومن ثم فإنه لا يمكن إهمال قيمة (b) بينما يمكن إهمال عاملي الجذب بين الجزيئات وتصبح المعادلة على النحو التالي :

$$P\left(V - b\right) = nRT$$

$$\therefore PV - Pb = nRT$$

$$\therefore PV = nRT + Pb$$

ويتضح أن قيمة PV التي نحصل عليها عملياً يمكن أن تكون أكبر من القيمة المقدرة للغاز المثالي بالمقدار Pb . ولهذا يرتفع منحنى PV – V للغزات الحقيقية إلى أعلى عند الضغوط العالية (الكبيرة) .

ملاحظات :-

- ✶مما سبق يتضح أن هناك حيود لبعض الغازات مثل النيتروجين وثاني أكسيد الكربون عن قوانين الغازات .
- ✶توجد قوى تجاذب وتنافر وذات طابع كمي كهربي بين جزيئات أي غاز فإذا ظهرت لهذه القوة تأثيرات على مسافة من 10 – 7 سم بين مركز الجزيئات فإن هذا النوع من القوة يشار إليه بأنه قوى فان درفال .

4.8 مرونة الغازات Elasticity of Gases

وسنقدم في الجزء التالي فكرة عن مرونة الغازات ولزوجتها واضعين في الاعتبار الاختلافات في الخواص عن الحالات الصلبة والسائلة وإن كنا قد سبقنا بالقول بأن الاختلاف بينهما في المقدار وليس في النوع .

عرفنا من قبل أن معامل المرونة الحجمي يعطي عموما من :

$$K = \frac{F/A}{\Delta v/v} = \frac{Fv}{A\Delta v} = \frac{\Delta P}{\Delta v}v \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

الآن في حالة الغازات نفرض أن لدينا غازاً حجمه V , وتغير حجم الغاز وأصبح $(V-\Delta V)$ نتيجة زيادة الضغط بمقدار ΔP أي $(P+\Delta P)$ أي بزيادة الضغط قبل الحجم والآن :

أ) إذا كان الغاز يخضع لقانون بويل (أي يخضع لتغير ايزوثيرمى):

أي ثبتت درجة الحرارة قبل التغيير في كلا من الضغط والحجم وبعدها فإن

$$PV = (P+\Delta P)(V-\Delta V)$$

$$= PV + V\Delta P - P\Delta V - \Delta P\Delta V$$

وبإهمال الحد $\Delta P\Delta V$ لصغره يكون :

$$P = V\frac{\Delta P}{\Delta V} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

وبمقارنة المعادلة (1) ، (2) نجد أن P = K

أي أن الغاز إذا كان يخضع لقانون بويل فإن معامل المرونة الحجمي يساوي قيمة الضغط

ب- إذا كان الغاز يخضع التغير أديباتيكي :

إذا تغيرت درجة حرارة الغاز أثناء تغير ضغطة بحيث كانت كمية حرارته ثابتة فالقانون المستخدم هو : $PV^{\gamma} = (P+\Delta P)(V-\Delta V)$

حيث γ هي النسبة بين الحرارتين النوعيتين وبالقسمة على PV^{γ} نحصل على :

$$1 = (\frac{P+\Delta P}{P})(\frac{P-\Delta V}{V})^{\gamma}$$

$$1 = (1+\frac{\Delta P}{P})(1-\gamma\frac{\Delta V}{V})$$

$$1 = 1+\frac{\Delta P}{P}-\gamma\frac{\Delta V}{V}-\gamma\frac{\Delta P\Delta V}{PV}$$

وبإهمال الحد الأخير نجد أن :

$$\frac{\Delta P}{P} = \gamma\frac{\Delta V}{V} \qquad OR \quad \frac{\Delta P}{\Delta V}V = \gamma P$$

$$\therefore \gamma P = K$$

أي أن الغاز إذا كان يخضع لتغيير أديباتيكي فإن معامل المرونة الحجمي = الضغط مضروباً في النسبة بين الحرارتين النوعيتين .

هذه النتيجة يمكن الوصول إليها بطريقة أخري

$$\because PV^{\gamma} = Constant$$

حيثُ γ تعطي من

$$\gamma = \frac{Cp}{Cv} = \frac{\text{الحرارة النوعية لغاز تحت ضغط ثابت}}{\text{الحرارة النوعية لغاز تحت حجم ثابت}}$$

وبأجراء التفاضل علي المعادلة الأخيرة بالنسبة للحجم V نحصل علي

$$\gamma PV^{\gamma-1}+V^{\gamma}\frac{dp}{dV} = 0$$

وبالقسمة علي $V^{\gamma-1}$

$$\gamma P + Vdp/dV = 0$$

$$\therefore \gamma P = -dp/\frac{dV}{V} = -dp\frac{V}{dV} ....(1)$$

ولما كان

$$K = \frac{F/A}{dV/V} = \frac{FV}{A\Delta V} = \frac{DP}{\Delta V}V = dp\frac{V}{dV} ....(2)$$

من المعادلتين (1) ، (2) نجد أن

$$K = \gamma P$$

أي أن معامل المرونة الجسمي لغاز عند ثبوت كمية حرارته يساوي γP وهي نفس النتيجة السابقة .

4.9 ظواهر الانتقال في الغازات Transport properties (Phenomena)

تتلخص هذه الظاهرة في أن الغازات يحدث لها انتقال مكاني منتظم إذا لم تتساوي قيم الطاقة فية بين نقطتين داخله . والمقصود بالطاقة هنا معناها الأوسع الذي يشمل أن الكتلة صورة من صور الطاقة ويظهر هذا في الصور الفيزيائية التالية :-

أولاً ظاهرة اللزوجة

وهي تعني عدم تساوي كمية الحركة في طبقات الغاز وهكذا بدوره يعني عدم تدفق الغاز بسرعه واحده $(mv \alpha v)$ مما يؤدي إلي تكون حركة نسبية بين طبقات الغاز وهذه الحركه هي ما نسميها باللزوجة أي أن

عدم تماثل الطاقة ← عدم تساوي كمية الحركة في طبقات الغاز ← عدم تساوي السرعة ← حركة نسبية بين الطبقات ← اللزوجة

ثانياً ظاهرة التوصيل الحراري

وهي تعني أن الغاز وقع تحت تأثير نقطتين غير متساوتين في درجة الحرارة أي عدم التماثل في الطاقة الحرارية الذي يعني بدورة عدم تماثل الطاقة الداخلية لنقطتين في الغاز (أي عدم وجود متجانس في توزيع الحرارة بداخله) فهذا يؤدي إلي إندفاع الجزيئات ذات الطاقة الأعلي (الأسخن) إلي أماكن الجزيئات ذات الطاقة الأقل (الأبرد) ومن ثم تحمل الجزيئات منها درجة الحرارة وهذا هو مفهوم التوصيل الحراري أي أن

عدم تماثل الطاقة ← عدم تساوي درجتي حرارة في نقطتين للغاز ← إختلاف الطاقة الداخلية للجزيئات إندفاع الجزيئات من الأعلي طاقة إلي الأقل طاقة ← توصيل حراري

ثالثاً ظاهرة إنتشار الغازات

وهي تعني أن الغاز في حالة عدم تماثل للكتلة في منطقتين فية (أي تركيز الجزيئات مختلفاً فيها) وبعبارة أخري (اختلال الكثافة) ولما كانت الكتلة صورة من صور الطاقة فإن اختلال الكثافة يعني أختلال الطاقة داخل الغاز ووفقاً للمفاهيم السابقة فإن الغاز تندفع جزيئاته من المنطقة الأعلي تركيزاً وكثافة (وكتلة) إلي المنطقة الأقل كتلة وكثافة (وطاقة) وهذا بالطبع خلافاً للحركة العشوائية التي ينتجها الغاز وهذه الحركة الإضافية تعمل علي إلغاء عدم التماثل (من الأعلي إلي الأقل) أي أن

خلاف التركيز ⟵ (خلاف الكتله) ⟵ إختلاف الطاقة ⟵ إندفاع الجزيئات من الأعلي كثافة إلي الأقل كثافة⟵ إنتشار الغازات

وعلي ذلك يمكن تعميم ما سبق للحصول علي ملخص لمفهوم ظاهرة الأنتقال في الغازات علي النحو التالي

أختلاف الطاقة ⟵ إندفاع الجزيئات من الأعلي طاقة إلي الأقل طاقة ⟵ ظاهرة الأنتقال (بهدف الأتزان)

سؤال :-

هل عليك الأن أن تشرح مفهوم ظاهرة الأنتقال في الغازات معذكر أمثلة عليها ؟

4.10 لزوجة الغازات Viscosity of Gases

عندما يمر غاز خلال أنبوبة شعرية تنشأ عن قابلية الغاز للانضغاط اختلاف في الكثافة بسبب اختلاف الضغط . وعليه لا يمكن اعتبار الحجم المار في الثانية واحداً خلال أي مقطع إلا إذا كان فرق الضغط بين نهايتي الأنبوبة صغيراً جداً .

ولكن في الحالات العامة فتكون الكتلة المارة في الثانية خلال أي مقطع ثابتة وهذا لا ينطبق على الحجم المار وذلك كما ذكرنا لتغيير الكثافة (ρ) مع الضغط لاحظ أن ($m=\rho v$) وبالتالي فإنه من الخطأ تطبيق قانون بواسيل السابق استنتاجه في السوائل ولكن من قانون بويل إذا فرضنا أن ρ كثافة الغاز عند ضغط مقداره الوحدة فإنه :

$$\frac{P}{1}=\frac{\rho}{\rho_1}\Rightarrow P=\rho_1\rho$$

وإذا افترضنا أن V هو

حجم الغاز المار خلال مقطع الأنبوبة الشعرية وأن $\rho_1 V$ هي الكتلة المارة خلال الثانية الواحدة وهي الكمية التي يجب أن تظل ثابتة طوال سريان الغاز ومن معادلة بواسيل :-

(الحجم المنساب خلال المقطع) $V=\frac{\pi P a^4}{8\eta L}$

وبضرب طرفي المعادلة في المقدار ρ أو $\rho_1 P$ نحصل على :

$$\rho_1 PV=\frac{\pi a^4}{8\eta}\frac{P}{L}\rho_1 P$$

والمقدار P/L يمثل انحدار الضغط خلال محور الأنبوبة .

والذي يمكن وضعه على الصورة ($-\frac{\delta p}{\delta X}$) حيث الإشارة السالبة لهذا المقدار تعني أن الضغط يكون أكبر ما يمكن عند بداية الأنبوبة وتقل قيمته بزيادة المسافة x .

فإذا أخذنا عنصر طولي صغير من الأنبوبة وليكون ΔX فإن :

$$\rho_1 PV=-\frac{\pi a^4\rho_1}{8\eta}.P\frac{\delta P}{\delta X}$$

وإذا افترضنا أن m عبارة عن كتلة الغاز التي تمر أو تدخل إلى العنصر dX في وحدة الزمن

$$\therefore m=-\frac{\pi a^4\rho_1}{8\eta}.P\frac{\delta P}{\delta X}$$

$$\therefore \delta X=-\frac{\pi a^4 p_1}{8\eta}.P\,\delta P$$ (بفصل المتغيرات)

وبالتكامل $$\int_o^L \delta X=\frac{\pi a^4\rho_1}{8\eta}\int_{p_1}^{p_2} P\,\delta P$$

حيث P_2, P_1 هما ضغط الغازعند بداية الأنبوبة ونهايتها عند X=0,L أي أن :

$$L = -\frac{\pi a^4 \rho_1}{8\eta m}\left[\frac{P^2}{2}\right]_{p_1}^{p_2}$$

$$\therefore L = \frac{\pi a^4 \rho_1}{16\eta m}\left(P_1^2 - P_2^2\right)$$

$$\& \eta = \frac{\pi a^4 \rho_1}{16Lm}\left(P_1^2 - P_2^2\right)$$

$$m = \frac{\pi a^4 \rho_1}{16L\eta}\left(P_1^2 - P_2^2\right)$$

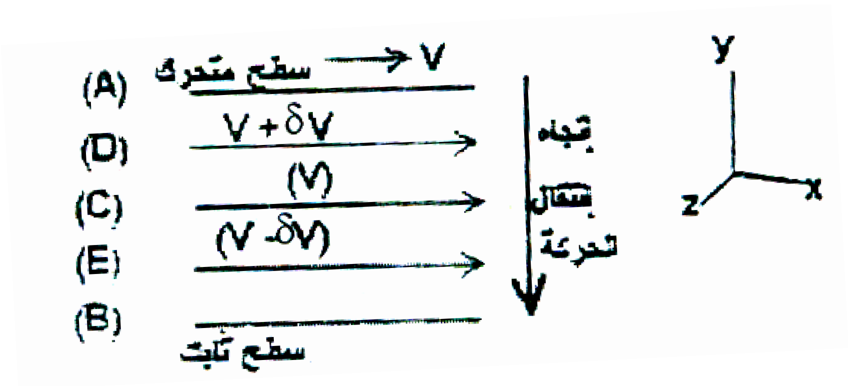
or

وحيث أن $\frac{m}{\rho_1}$ هي حجم الغاز الذي يدخل الأنبوبة عندما يحون الضغط يساوي الوحدة .

وعند ضغط p_1 فإن الحجم V = $P_1 V = P_1\left(\frac{m}{\rho_1}\right)$

$$\boxed{P_1 V = \frac{\pi a^4}{16L\eta}(P_1^2 - P_2^2)}$$

4.11 العلاقة بين معامل اللزوجة للغازوالمسار الحر المتوسط



سبق لنا أن قلنا أن اللزوجة هي خاصية داخل المائع الذي ينظر إليه على أنه طبقات متلاصقة. واللزوجة هي الخاصية الفيزيائية التي تظهر عندما يكون هناك فرق في سرعات الطبقات المختلفة للغازويؤدي إلى حركة نسبية بين طبقات المائع. نفرض أن سطحين متساويين ومتوازيين أبعادهما لا نهائية ويرمز لها A,B يحويان الغاز بينهما في حالة اتزان حراري ديناميكي عند درجة ثابتة واحدة . ونفرض أن السطح العلوي A

يتحرك موازياً للمستوى XY بسرعة ثابتة V_A بينما السطح السفلي B ثابت لا يتحرك أي أن $(V_B = 0)$ ونفرض أن حركة الغاز بين هذين السطحين منتظمة وليس بها أي تيارات دوامية Eddy Currents فإنه ينشأ معدل انحدار أو ميل سرعي Velocity gradint .

$(\delta v / \delta y)$ ثابت بين السطحين B, A .

ولما كانت جزيئات الغاز تتراص في طبقات متوازية للسطحين A,B فإن جزيئات طبقة الغاز الملاصقة للسطح A تكتسب سرعة هذا السطح V_A وتقل سرعة جزيئات الغاز في اتجاه V_A كلما ابتعدت طبقة الغاز التي تحويها عن السطح A مقتربة من السطح B إلى أن تصبح صفراً بالنسبة لجزيئات طبقة الغاز الملاصقة للسطح الساكن B .

وهكذا تكتسب جزيئات الغاز كمية حركة موجهة موازية لاتجاه حركة السطح A (بالإضافة إلى حركتها العشوائية) وتنتقل كمية الحركة هذه عن طريق التصادم بين جزيئات الغاز في الطبقات المتتالية نتيجة لانتقال الجزيئات ذات السرعة الأعلى (في اتجاه V_A من أعلى إلى أسفل إلى أن تصل إلى السطح الساكن B فتؤثر عليه بقوة شد في اتجاه حركة السطح A أي سيكون هناك نقل لكمية الحركة إلى أسفل حيث تنتقل الجزيئات ذات كمية الحركة الكبيرة من أعلى إلى أسفل وجزيئات ذات كمية حركة صغيرة من أسفل إلى أعلى .

لنتصور وجود ثلاث أسطح E,D,C مستوية متوازية وموازية للسطحين A,B بحيث يكون المسافة العمودية بين السطح C وكل من السطحين E,D تساوي متوسط المسار الحر لجزيئات الغاز (λ) .

وبالتالي فإن الجزيئات عند تحركها إلى أسفل أو إلى أعلى سوف لا تتصادم مع أي جزيء حتى تصل إلى طبقات E,D .

نفرض أن متوسط سرعة جزيئات الغاز في اتجاه السرعة V_A عند الأسطح الثلاثة هي (V) , $(V + \delta V)$, $(V - \delta V)$ على الترتيب حيث

$$\delta V = \left(\frac{\delta V}{\delta Y} \right) \lambda$$

ويتضح لنا أنه نظراً لأن جزيئات السطح C في المتوسط أبطأ من جزيئات السطح D فإنه تنشأ قوة احتكاكية مماسية بين جزيئات كل من السطحين C,D نتيجة لأن الجزيئات الأولى (البطيئة) تعوق حركة الجزيئات الثانية (السريعة) وبالمثل تنشأ قوة احتكاكية مماسية بين جزيئات السطح (C) وجزيئات السطح E . وهذه القوة الاحتكاكية التي تعانيها طبقة الغاز عند السطح نتيجة لوجودها بين طبقتي الغاز عند السطحين D,E ناتجة عن لزوجة الغاز، وهذا يوضح المعنى الفيزيائي للزوجة .

إذا كان عدد الجزيئات الغاز كل لوحدة حجوم هو n وكتلة كل منها m ، ونظراً لوفرة عدد جزيئات الغاز نتيجة لحركتها العشوائية في جميع الاتجاهات في الفراغ فإنه يمكن اعتبارها موزعة بالتساوي على الاتجاهات الستة في الفراغ (المحاور Z,Y,X.. المتعامدة ولكل منها اتجاهان متضادان) .

إذا كان عدد الجزيئات التي تعبـر المساحـة (A) من السطح (C) في زمن (δt)= عدد الجزيئات الموجودة في اسطوانة قائمة مساحة قاعدتها (A) وارتفاعها ($V'\ \delta t$) حيث V' = الجذر التربيعي لمتوسط مربع سرعة الجزيئات ($\sqrt{V'^2}$) وكما ذكرنا فإن $\frac{1}{6}$ من هذا العدد من الجزيئات يعبر المساحة (A) عمودياً عليها في الاتجاه من أعلى إلى أسفل أي $\frac{n}{6}A(V'\delta t)$

هذا العدد من الجزيئات يكون في المتوسط قد عانى تصادماً عند السطح (D) قبل أن يصل إلى السطح (C) لأن المسافة بينهما = (λ) .

هذه العدد من الجزيئات سوف ينقل إلى المساحة (A) من السطح (C) كمية حركة – في اتجاه السرعة V_A– من السطح (D) (الذي متوسط كمية حركة جزيئاته أعلى) إلى السطح (C) (الذي متوسط كمية حركة جزيئاته أقل) .

وهناك نفس العدد من الجزيئات $\frac{n}{6}A(V'\delta t)$ سوف يعبر نفس المساحة (A) عمودياً عليها في زمن (δt) متجهاً من أسفل إلى أعلى – يكون في المتوسط قد عانت

اصطداماً عند السطح (E) الذي متوسط كمية حركة جزيئاته أقل من متوسط كمية حركة جزيئات السطح (C) .

إذاً القوة الاحتكاكية المماسية المؤثرة على المساحة (A) من السطح (C)

أي (F) = معدل التغير الكلي لكمية حركة الجزيئات التي تعبر هذه المساحة (التغير في كمية التحرك في الثانية خلال هذه المساحة) .

$$\therefore F = \left[\left(\frac{n}{6} \right) (AV'\delta t) m \{ (V + \delta V) - V \} - \left(\frac{n}{6} \right) (AV'\delta t) m \{ (V + \delta V) - V \} \right] \Big/ \delta t$$

$$= \left(\frac{n}{3} \right) AV' m \delta V$$

$$= \left(\frac{n}{3} \right) AV' m \left(\frac{\delta V}{\delta Y} \right) \lambda \text{.......................}(1)$$

وطبقاً لقانون نيوتن للزوجة – فإن قوة الاحتكاك المماسية لكل وحدة المساحات تتناسب مع معدل انحدار السرعة. أي أن :-

$$F / A = \eta \left(\frac{\delta V}{\delta Y} \right) \text{....................................}(2)$$

من المعادلات 1 ، 2 نجد أنه

$$F / A = \eta \left(\frac{\delta V}{\delta Y} \right) = \left(\frac{n}{3} \right) AV' m \left(\frac{\delta V}{\delta Y} \right) \lambda$$

$$\therefore \eta = \left(\frac{n}{3} \right) mV' \lambda = \frac{1}{3} \rho \lambda V' \text{......................}(3)$$

حيث (ρ = m n) وهي كثافة الغاز

ويتضح منها أن معامل اللزوجة η يتناسب طردياً مع الجذر التربيعي لدرجة الحرارة.

حيث أن

$$\frac{1}{2} mV'^2 = aT (a - \text{Constant})$$

$$V' = \sqrt{V'^2} \alpha \sqrt{T}$$

تعليـق :

بمراجعة المعادلة السابقة نجد أنها توضح تناسب معامل اللزوجة مع الجذر التربيعي لدرجة الحرارة طردياً . بينما في حالة السوائل فإنه من المعروف أن معامل اللزوجة يقل مع ارتفاع درجة الحرارة .

4.12 أسئلة :-

1. استنتج معادلة بواسيل فى حالة الغازات ثم ناقش العوامل التي تتوقف عليها حجوم الغازات المارة فى أنبوب منتظم ؟
2. برهن رياضيا على أن هناك علاقة بين المسار الحر المتوسط لغاز ومعامل لزوجته ومن ذلك بين العلاقة بين اللزوجة وكلا من درجة الحرارة والضغط؟

5

Physical Quantities الكميات الفيزيائية

5- 1 النظام العالمي للوحدات (S.I - system international units)

في عام 1971 م عقد المؤتمر العام الرابع عشر للقياسات والأوزان و اتفق على سبع كميات كوحدات أساسية تمثل النظام العالمي للوحدات ويختصر بـ (S.I) هذه الكميات هي الطول (Length) ، الكتلة

(Mass) ، الزمن (Time) ، التيار الكهربائي (Electric current) ، درجة الحرارة (Temperature) ، كمية المادة (Amount of substance)، شدة الإضاءة Luminous intensity () انظر الجدول 1-1. وتقسم وحدات الكميات الفيزيائية إلى :

1) وحدات أساسية (Basic units)

2) وحدات مشتقة (Derived units)

جدول **1-1**: وحدات**S.I** الأساسية

Quantity الكمية	Name of unit الاسم	Symbol
Length الطول	Meter متر	m
Mass الكتلة	Kilogram كيلوجرام	kg
Time الزمن	Second ثانية	s
Electric current التيار الكهربائي	Ampere أمبير	A
Temperature درجة الحرارة	Kelvin كلفن	K
Amount of substance كمية المادة	Mole مول	mol
Luminous intensity شدة الإضاءة	Candela شمعة	cd

1) الوحدات الأساسية: وهي الطول (L) ويقاس بالمتر (m) ، الكتلة (M) وتقاس بالكيلوجرام (kg) ، الزمن (T) ويقاس بالثانية (s)

2) الوحدات المشتقة: وهي الوحدات التي يعبر عنها بدلالة الكميات الأساسية وتشتق منها. فعلى سبيل المثال ، الوحدة الدولية للقدرة هي الواط (W) وتعرف بدلالة الوحدات الأساسية كما يلي:

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ W} = 1 \text{ kg} \,.\text{m}^2\, \text{s}^{-3} \qquad \text{......................................} \quad (1\text{-}1)$$

* وللتعبير عن الأرقام الكبيرة جداً ، وكذلك الصغيرة جداً فإننا دائماً نستخدم الرموز العلمية فمثلاً الرقم

$$3,560,000,000 \text{ m} = 3.56 \times 10^{9} \text{ m} \quad \ldots\ldots\ldots (1\text{-}2)$$

والرقم

$$0.000\ 000\ 492 \text{ s} = 4.92 \times 10^{-7} \text{ s} \quad \ldots\ldots\ldots (1\text{-}3)$$

يجب عليك أن تراجع هذه التعبيرات ويجب عليك التأكد منها – والتأكد من قدرتك على استخدامها بسهولة في المسائل والتطبيقات.

5- 2 نظام المضاعفة للوحدات عند استخدامنا للأعداد الكبيرة جداً والصغيرة جداً نستخدم رموز تضاف أمام الوحدات المعروفة Prefix لتعطي مضاعفات وكسور الكميات كما في الجدول (1-2) . ومن أمثلة ذلك التعبير عن القدرة الكهربية – كما يلي :

$$1.27 \times 10^{9} \text{ Watts} = 1.27 \text{ Giga-Watts} = 1.27 \text{ GW} \quad \ldots\ldots\ldots (1\text{-}4)$$

والتعبير عن زمن معين بـ :

$$2.35 \times 10^{-9} \text{ second} = 2.35 \text{ nano-seconds} = 2.35 \text{ ns} \quad \ldots\ldots\ldots (1\text{-}5)$$

جدول **(1-2)** : رموز مضاعفات وكسور الأعداد في النظام **(S.I)**

Power	Prefix	Abbreviation	Power	Prefix	Abbreviation
10^{18}	exa-	E	10^{-18}	atto-	a
10^{15}	peta-	P	10^{-15}	femto-	f
10^{12}	tera-	T	10^{-12}	pico-	p
10^{9}	giga-	G	10^{-9}	nano-	n
10^{6}	mega-	M	10^{-6}	micro-	μ
10^{3}	kilo-	k	10^{-3}	milli-	m
10^{2}	hector-	h	10^{-2}	centi-	c
10^{1}	deka-	Da	10^{-1}	deci-	d

- الطـول **Length**

لقد اتفق منذ فترة طويلة أن المعيار الدولي للطول هو قضيب مصنوع من سبيكة من البلاتين والإيريديوم يسمى المتر المعياري محفوظ في المكتب الدولي للموازين والمقاييس بالقرب من باريس بفرنسا. وأخيراً في عام 1983 اتفق على اتخاذ سرعة الضوء في الفراغ وسيلة لتحديد طول المتر العياري على أنه يساوي (299792458 /1) من المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ في

ثانية واحدة وذلك لأن سرعة انتشار الضوء في الفراغ كمية فيزيائية ثابتة، وهذا يكافئ قولنا أن سرعة الضوء c هي بالتمام

$c = 299,792,458$ m/s ويرمز لبعد الطول في القوانين الفيزيائية بالرمز (L) وللمتر بالرمز (m)

- الزمــن **Time**

في حياتنا العامة وبعض الأغراض العلمية نحتاج إلى معرفة الوقت حتى نستطيع ترتيب الأحداث. وفي كثير من الأعمال العلمية المعروفة نريد معرفة الوقت الذي استمر فيه حدث معين. إذن فأي مقياس للزمن يجب أن يجيب على الأسئلة : " عند أي وقت حدث هذا ؟ " " وما هي الفترة الزمنية التي استغرقها هذا الحدث ؟ ".

وللحصول على معيار أفضل للزمن استخدمت الساعات الذرية في عديد من الدول وهذه الساعات مبنية على الترددات الخاصة لنظير السيزيوم-133 (cesium-133) . ولقد اتفق في المؤتمر العام الثالث عشر للقياسات والاأوزان عام 1967 على اعتبار المعيار الآتي للزمن (الثانية): الثانية هي فترة 9,192,631,770 ذبذبة للضوء (بطول موجي معين) المنبعث من ذرة السيزيوم-133 .

ملاحظة: إن ساعتين من السيزيوم قد تعمل لمدة 6000 عام قبل أن تختلف قراءتهما بمقدار ثانية واحدة. هذا ويرمز لبعد الزمن بالرمز.(T)

مثال **1-1:**

لقد اقترح إسحاق أزيموف وحدة زمن تعتمد على أكبر سرعة معروفة وأقل مسافة مقاسة، إنه (ضوء-فيرمي) light-fermi وهو الزمن الذي يقطعه الضوء لمسافة = 1 فيرمي (1 femi) .

$$1 \text{ fermi} = 1 \text{ femto} = 10^{-15} \text{ m}$$

أ) ما هي فترة زمن (ضوء – فيرمي) ؟

نوجد هذا الزمن بقسمة مسافة واحد فيرمي على سرعة الضوء c وتساوي 3×10^{8} m/s

Then ***light Fermi = 1 femtometer/c***

$$= 10^{-15} \text{ m} / 3 \times 10^{8} \text{ m/s} = 3.33 \times 10^{-24} \text{ s}$$

لاحظ أن أن أكبر جسيم أولي مشع معروف حتى الآن متوسط عمره يساوي $(10^{-23}$ s$)$ قبل أن يضمحل. يمكننا – إذن – القول أن متوسط عمر هذا الجسيم حوالي (~ 3 light -Fermi) .

ب) السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء في سنة. إنها ليست زمن ولكنها مسافة. فكم تكون المسافة التي يقطعها الضوء في سنة؟

$$1 \text{ light-year} = c \cdot t = (3 \times 10^{8} \text{ m/s}).(3.16 \times 10^{7} \text{ s}) = 9.48 \times 10^{15} \text{ m}$$

لاحظ أن أقرب نجم لنا يبعد حوالي (4×10^{16} m ~) إنه - إذن -يبعد عنا مسافة تساوي (4.2) سنة ضوئية. إن الضوء المنبعث من هذا النجم يصل إلى عينيك الآن وقد انبعث من النجم منذ 4.2 سنة !!

- الكتلــة **Mass**

إن الوحدة العالمية للكتلة هي سبيكة اسطوانية من البلاتين والإيريديوم محفوظة في مكتب المعايرة والمقاييس بالقرب من باريس. وهذه الوحدة تمثل واحد كيلوجرام ويوجد منها نسخ دقيقة في عديد من دول العالم المختلفة.

هناك وحدة قياس أخرى للكتلة وتستخدم في قياس كتلة الذرات. هذه الوحدة هي وحدة الكتل الذرية (u) وضعت على أساس أن كتلة ذرة الكربون (12) تساوي(12 u). وترتبط وحدة الكتل الذرية (u) بالكيلوجرام بالعلاقة :

$$1\,u = 1.6605402 \times 10^{-27}\,kg \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-6)$$

هذا ويرمز لبعد الكتلة بالرمز (M).

3 -5 قاعدة تحليل الأبعاد Dimentional Analysis:

تستخدم قاعدة تخليل الأبعاد في :

1- إثبات صحة المعادلات الفيزيائية. 2- استنتاج القوانين الفيزيائية .

3- استنتاج الوحدات المجهولة.

مثال: اثبت – باستخدام القاعدة – صحة العلاقة التالية:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

حيث T الزمن الدوري للبندول البسيط ، L طول البندول ، g عجلة الجاذبية الأرضية.

لإثبات صحة العلاقة – باستخدام الوحدات والأبعاد – نوجد أبعاد كل طرف :

أبعاد الطرف الأيسر= T

أبعاد الطرف الأيمن = $(L/LT^{-2})^{1/2} = T$

أي أن أبعاد الطرف الأيسر= أبعاد الطرف الأيمن. إذن العلاقة السابقة صحيحة

Example:
A ball rolls off a table and hits the floor at 5m/s. What is the height of the table.

Initial energy = Ep

Final energy = Ek

But conservation of energy tells us Ep = Ek.

So $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

$2gh = v^2$

so

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{25}{20}$$

so

$\underline{h = 1.25m}$

مثــال **-3**: (إضافي لإختبار صحة القوانين).

Show that the expression $v = at$ is dimensionally correct, where v represents speed, a acceleration, and t an instant of time.

Solution For the speed term, we have from Table 1.6

$$[v] = \frac{L}{T}$$

The same table gives us L/T^2 for the dimensions of acceleration, and so the dimensions of at are

$$[at] = \frac{L}{\cancel{T^2}}\cancel{T} = \frac{L}{T}$$

Therefore, the expression is dimensionally correct. (If the expression were given as $v = at^2$ it would be dimensionally *incorrect*. Try it and see!)

مثــال **-4** :

باستخدام الوحدات والأبعاد – استنتج العلاقة بين زمن دورة بندول بسيط (T) وطوله (L) إذا علمت أن T تعتمد فقط على عجلة الجاذبية الأرضية (g) وطول البندول (L).

Since $\quad T = k\, L^a g^b T \propto L^a g^b$

حيث k ثابت ليس له وحدة. والمطلوب إيجاد قيمة كل من a , b

$$T = k(L)^a (LT^{-2})^b \qquad \ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1\text{-}7)$$

بمساواة أبعاد الطرفين: أبعاد الزمن 1 = -2b , b = -1/2

أبعاد الطول $0 = a + b$, $a = -b = ½$

بالتعويض في المعادلة (1-7)

$$T = k(L)^{1/2}(LT^{-2})^{-1/2} \qquad \therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

ووجد عملياً أن $k = 2\pi$ وهو المطلوب

مثـال -5 (إضافي لإستنتاج القوانين)

Suppose we are told that the acceleration a of a particle moving with uniform speed v in a circle of radius r is proportional to some power of r, say r^n, and some power of v, say v^m. Determine the values of n and m and write the simplest form of an equation for the acceleration.

Solution Let us take a to be

$$a = kr^n v^m$$

where k is a dimensionless constant of proportionality. Knowing the dimensions of a, r, and v, we see that the dimensional equation must be

$$\frac{L}{T^2} = L^n\left(\frac{L}{T}\right)^m = \frac{L^{n+m}}{T^m}$$

This dimensional equation is balanced under the conditions

$$n + m = 1 \quad \text{and} \quad m = 2$$

Therefore $n = -1$, and we can write the acceleration expression as

$$a = kr^{-1}v^2 = k\frac{v^2}{r}$$

When we discuss uniform circular motion later, we shall see that $k = 1$ if a consistent set of units is used. The constant k would not equal 1 if, for example, v were in km/h and you wanted a in m/s^2.

مثـال -6

باستخدام الوحدات والأبعاد أوجد وحدة معامل اللزوجة η الذي يعطى بالعلاقة:

$$\eta = \frac{F}{A\dfrac{\Delta v}{\Delta x}}$$

F = القوة ، Δv = التغير في السرعة ، Δx = المسافة ، A = المساحة.

أبعاد القوة = MLT^{-2} ، أبعاد المساحة = L^2، أبعاد المسافة = L، أبعاد السرعة = LT^{-1}

$$\eta = \frac{MLT^{-2}}{L^2(L/TL)}$$

$$\eta = ML^{-1}T^{-1}$$

وهو المطلوب

<u>لاحظ أن :</u>

1- يجب أن تكون الكميات المجموعة أو المطروحة لها نفس الوحدات وهي نفس وحدة حاصل الجمع أو الطرح.

2- في أي معادلة فيزيائية يجب مراعاة تساوي وحدات طرفي المعادلة.

3- الأرقام والنسب لا وحدة لها.

تمارين

1- الميكروميتر = $(10^{-6}\,m = 1\mu m)$ يسمى دائماً الميكرون.

أ) كم ميكرون في الكيلومتر الواحد ؟

ب) ما هو جزء السنتيميتر الذي يساوي $(1\mu m)$ ؟

2- الأرض تقريباً كرة نصف قطرها = $(6.37\times10^{6}\,m)$.

أ) ما هو قطر الأرض بالكيلومتر ؟ ب) ما هي مساحتها بالكيلومتر المربع ؟

ب) ما هو حجم الكرة الأرضية بالكيلومتر المكعب ؟

3- القارة القطبية الجنوبية (الأنتراكتيكا) شبه دائرة نصف قطرها (2000 km). إذا كان متوسط سمك الثلج المغطى لهذه القارة 3000 m فما هو حجم الجليد المغطى للأنتراكتيكا بالسنتيمتر المكعب مع أهمال انحناء الأرض 4- عبر عن سرعة الضوء (3×10^{8} m/s) بالمليميتر لكل ميكروثانية.

5- لقد أشار فيرمي مرة أن زمن المحاضرات المثالي هو 50 دقيقة للمحاضرة وهو يساوي واحد ميكروقرن

(1 micro-century) فكم يساوي الميكروقرن بالدقائق؟

6- ما هو عدد الثواني في السنة الميلادية ؟ (السنة = 365.25 يوماً).

7- إذا كانت الوحدة الفلكية (Au) هي متوسط المسافة بين الأرض والشمس وتساوي 150,000,000 كيلومتر ، وسرعة الضوء تساوي 3×10^{8} m/s فما هي سرعة الضوء بالوحدات الفلكية لكل دقيقة

(Au/min) ؟

8- ما هو عدد ذرات الهيدوجين الموجودة في واحد كيلوجرام من الهيدروجين ؟

9- جزيء الماء (H_2O) يحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة من الأكسوجين ، وكتلة ذرة الهيدروجين = (1u) وكتلة ذرة الأكسوجين= (16u) تقريباً.

أ) ما هي كتلة جزيء الماء بالكيلوجرام ؟ ب) ما هو عدد جزيئات الماء الموجودة في محيطات العالم ؟

[كتلة ماء المحيطات = 1.4×10^{21} kg] .

10- إذا كانت كتلة الأرض = (5.98×10^{24} kg) ومتوسط كتلة الذرات المكونة للأرض (40 u) فما هو عدد الذرات الموجودة في الكرة الأرضية؟

11- أ) إذا كانت كثافة الماء = (1 g/cm^3) فما هي كثافة الماء بوحدة الكيلوغرام لكل متر^3 ؟

ب) وبفرض أن خزاناً به 5700 m3 من الماء يحتاج إلى زمن قدره 10 h لتصريفه. فما هو معدل انسياب الماء بالكيلوغرام لكل ثانية؟

12- أي من العلاقات الآتية أبعاده صحيحة ؟

أ) $v_f = v_i + ax$ ب) $y = (2\ m) \cos(kx)$, where $k = 2\ m^{-1}$

المتجهات Vectors – 6

1-6 أنظمة المحاور

في كثير من الأحيان يتطلب الأمر وصف نقطة (أو جسم) في الفراغ . فمثلاً الوصف الرياضي لحركة جسم متحرك يستلزم وصف أماكن نقاط تغير الجسم مع عدة أزمنة (وهذا ما يسمي الحركة في بعدين) . وهذا ما أعتدنا عمله بما يسمي نظام المحاور الكارتيزية .في الشكل المجاور تعرف علي المحاور ؛ الإحداثيات ؛نقطة الأصل أو الصفر و موضع النقطتين P و Q

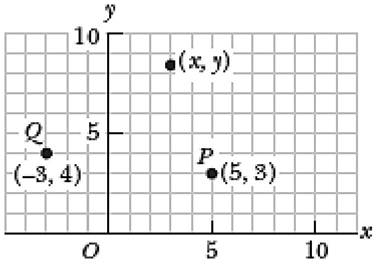


Figure 3.1 Designation of points in a Cartesian coordinate system. Every point is labeled with coordinates (*x*, *y*).

وتجدر الإشارة إلى أنه بكتابة المعادلات الرياضية التي تصف العلاقة بين الكميات الفيزيائية (والمتجهات أيضًا) فإنه يمكن كتابة قوانين الفيزياء في صورة مبسطة ومختزلة.

2-6 الكمية القياسية و الكميات المتجهة

الكمية القياسية (Scalar Quantity) : هي الكمية التي يمكن وصفها بالمقدار فقط، أي إذا أردنا وصف كمية قياسية فإنه يلزمنا تحديد مقدارها فقط ومن أمثلة ذلك : الطول و الكثافة و الزمن و درجة الحرارة.

الكمية المتجهة (Vector Quantity):هي تلك الكمية التي تحتاج لتحديدها إلى معرفة مقدارها واتجاهها أيضاً

Quick Quiz .1 Which of the following are vector quantities and which are scalar quantities?
(a) your age (b) acceleration (c) velocity (d) speed (e) mass.

Note Please be informed about the difference between the distance and the displacement

3-6متجه الوحدة

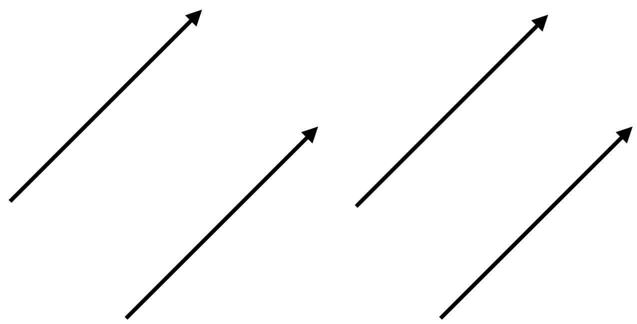
Unit Vector شأن كل الكميات فإن الوحدة التي تمثل المضاعفات المكونة للكمية يكون أمراً ضروريًا في حالة المتجهات فإن الوحدة المستخدمة لها تسمي متجه الوحدة .

ولكل كمية متجهة $\vec{A}$ الكمية A الغير متجهة (أو $|\vec{A}|$ القيمة المطلقة للمتجه $\vec{A}$) ويسمى ناتج قسمتيهما بمتجه الوحده وهو يساوي الوحدة (أي 1). واصطلح علي استعمال الرموز i , j, k للتعبير عن متجهات الوحدة للمحاور x,y,z علي الترتيب .

4.6 بعض خواص المتجهات Some Properties of Vectors

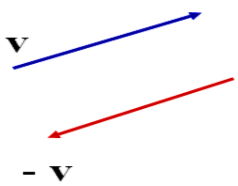
1- تساوي المتجهين Equality of two vectors:

يكون المتجهان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ متساويان لو لهما نفس : الوحدة التي تقاس بها و المقدار و الاتجاه. أي أن $\vec{B} = \vec{A}$ لو أن $A = B$ و $\vec{A}$ و $\vec{B}$ لهما نفس الإتجاه. ومن ثم المتجهات في الشكل التالي متساوية



2- المتجهان المتعاكسان **Inverse Vectors**

هما متجهان لهما نفس المقدار والوحدات ولكنهما متعاكسين في الإتجاه



5.6 جمع المتجهات Adding Vectors

إذا كان لدينا A & B متجهان فإن لهما خاصية الإبدال أي $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

وهو ما يعرف باسم Commutative law of addition

وإذا كان هناك متجه ثالث $\vec{C}$ فإنه يمكن كتابة : $\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}$

وهو ما يعرف باسم Associative law of addition أي خاصية التوزيع وكذلك إذا كانت α كمية قياسية فإن $\alpha(\vec{A}+\vec{B})=\alpha\vec{B}+\alpha\vec{A}$

ناقش أهمية خواص المتجهات السابقة وتطبيقاتها

الآن عملية جمع المتجهات تتم بواسطة خمسة طرق هي :-

- ▶ <u>Parallelogram Method</u> – طريقة متوازي المستطيلات
- ▶ <u>Tip-to-Tail Method</u> طريقة تتالي البداية والنهاية لمتجهين
- ▶ <u>Mathematical Method</u> - الطريقة الحسابية
- ▶ <u>Geometric construction</u> – الطريقة الهندسية
- ▶ Vertor addition in terms of components. جمع المتجهات بدلالة المركبات

<u>1-Parallelogram Method</u> لشرح طريقة متوازي المستطيلات يرجي متابعة المثال التالي

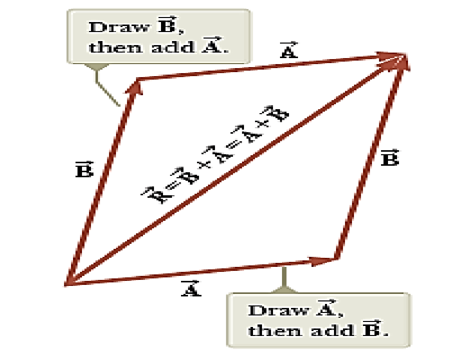
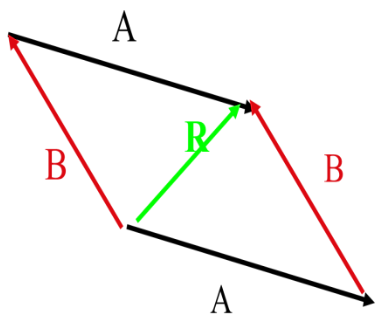


Figure [-] This construction shows that $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$ or, in other words, that vector addition is commutative.



<u>2-Tip-to-Tail Method</u> لشرح طريقة تتالي البداية والنهاية لمتجهين

- ▶ Draw vectors, tip to tail
- ▶ Using your scale, measure length of R

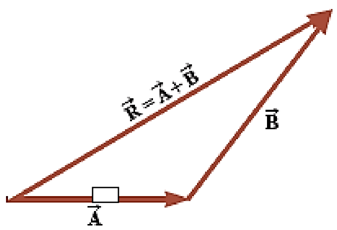
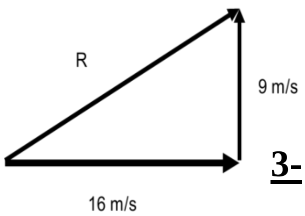
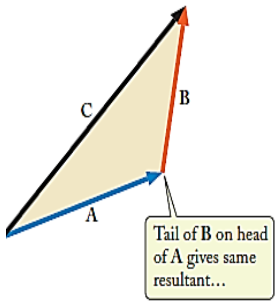
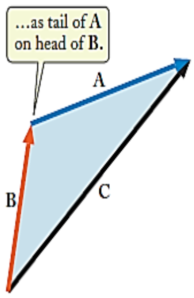


Figure 3.6 When vector $\vec{B}$ is added to vector $\vec{A}$, the resultant $\vec{R}$ is the vector that runs from the tail of $\vec{A}$ to the tip of $\vec{B}$.



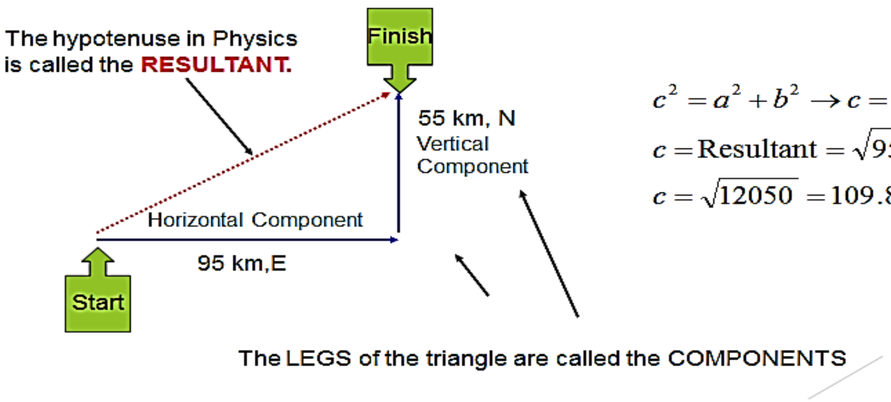
<u>3-</u>





<u>Mathematical Method</u> لشرح الطريقة الحسابية يرجي متابعة المثال التالي

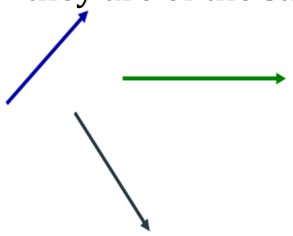
When 2 vectors are perpendicular, you must use the next example:
-A man walks 95 km, East then 55 km, north. Calculate his RESULTANT DISPLACEMENT.



$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$c = \text{Resultant} = \sqrt{95^2 + 55^2}$$
$$c = \sqrt{12050} = 109.8\ km$$

<u>4Geometric construction</u> لشرح الطريقة الهندسية يرجي متابعة المثال التالي

We can add 3 or more vectors by placing them tip to tail in any order, so long as they are of the same type (force, velocity, displacement, etc.).



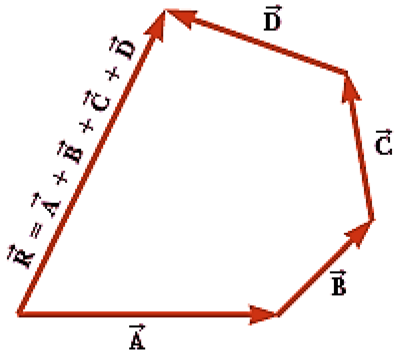
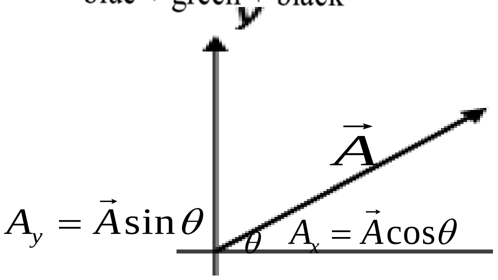


Figure 3.7 Geometric construction for summing four vectors. The resultant vector $\vec{R}$ is by definition the one that completes the polygon.

blue + green + black



المتجه يمكن تحليله إلى مركبات منسوبة إلى
محاورمعينة كما بالشكل

جمع المتجهات بدلالة المركبات Vector addition in terms of components.

المتجهان $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ معطيين بدلالة المركبات أي:

$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k} \quad , \quad \vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$

لذا فحاصل الجمع ($\vec{A} + \vec{B}$) هو المتجه $\vec{C}$ حيث :

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{C} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

$$\vec{C} = C_x\hat{\imath} + C_y\hat{\jmath} + C_z\hat{k}$$

وقيمة المتجه $\vec{C}$ هي : $|\vec{C}| = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2}$

مثال :أوجد حاصل جمع المتجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$ وكذلك متجه الوحدة للمتجه الناتج حيث:

$$\vec{B} = \hat{\imath} - 2\,\hat{\jmath} + \hat{k} \quad , \quad \vec{A} = 2\,\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}$$

الحل : حاصل الجمع ($\vec{A} + \vec{B}$) هو المتجه $\vec{C}$ حيث :

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = 3\hat{\imath} - \hat{\jmath}$$

ومتجه الوحدة للمتجه $\vec{C}$ هو :

$$\hat{C} = \frac{\vec{C}}{|\vec{C}|} \quad , \quad |\vec{C}| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$\hat{C} = \frac{3}{\sqrt{10}}\hat{\imath} - \frac{1}{\sqrt{10}}\hat{\jmath} = 0.95\,\hat{\imath} - 0.32\,\hat{\jmath}$$

مثال : أوجد حاصل الجمع للمتجهات الثلاث التالية والتي تقع في مستو واحد:

$$\vec{A} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}, \qquad \vec{B} = -\hat{\imath} + \hat{\jmath}, \qquad \vec{C} = 6\hat{\jmath}$$

مقداراً واتجاهاً ثم أوجد متجه الوحدة له.

الحل : $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$

ومنه نجد التالي:

$$|\vec{D}| = \sqrt{9+16} = 5$$

واتجاه المتجه $\vec{D}$:

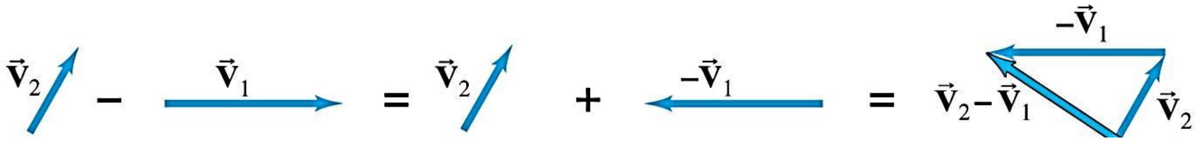
$$\tan\theta = 4/3 \;, \qquad \theta = 53^\circ$$

ومتجه الوحدة باتجاه $\vec{D}$ هو $\hat{D}$:

$$\hat{D} = \vec{D}/|\vec{D}|, \quad \hat{D} = \frac{(3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})}{5} = 0.6\hat{\imath} + 0.8\hat{\jmath}$$

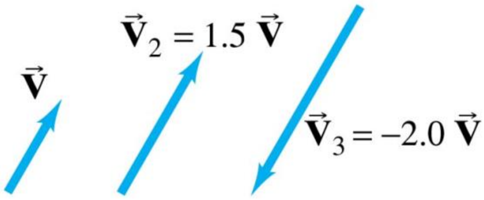
SubtractingVectors 6-6 طرح المتجهات

In order to subtract vectors, we define the negative of a vector, which has the same magnitude but points in the opposite direction.Then we add the negative vector:



ضرب متجه في كمية قياسية Multiplication of a Vector by a Scalar Number 7-6

A vector V can be multiplied by a scalar *c*; the result is a vector *c*V that has the same direction but a magnitude *cV*. If *c* is negative, the resultant vector points in the opposite direction.



ضرب المتجه $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$ بكمية قياسية α يعطي متجها $\vec{B}$ ومركبات $\vec{B}$ نحصل عليها باستخدام خواص الضرب:

$$\vec{B} = \alpha\,\vec{A} = \alpha\left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right),$$

وحيث أن $\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$ نجد بالمقارنة أن:

$$B_x = \alpha\,A_x, \quad B_y = \alpha A_y, \quad B_z = \alpha A_z$$

==

مثال : أوجد المتجه $\vec{C} = 2\vec{A} + 3\vec{B}$ إذا كانت

$$\vec{A} = 2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}, \quad \vec{B} = -\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$$

الحل :

$$\vec{C} = 2\left(2\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \hat{k}\right) + 3\left(-\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}\right)$$

$$= 4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - 2\hat{k} - 3\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} + 6\hat{k} = \hat{\imath} + 8\hat{\jmath} + 4\hat{k}$$

الضرب القياسي Dot Product 8-6

The dot product (also called the scalar product) of two vectors A and B is denoted by A.B. This quantity is simply the product of the magnitudes of the two vectors and the cosine of the angle between them $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB\cos\phi$

Thus, the dot product of two vectors simply gives a number, that is, a scalar rather than a vector.

الضرب القياسي بين المتجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بالصورة:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A\,B\,\cos\theta$$

وإذا كانت :

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k} \qquad \vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$$

فإنه يمكن إيجاد قيمة $\vec{A}\cdot\vec{B}$ بدلالة المركبات باستخدام خواص الضرب القياسي كما يلي:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right)\cdot\left(\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}\right)$$

$$= A_xB_x(\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}) + A_xB_y(\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath}) + A_xB_z(\hat{\imath}\cdot\hat{k})$$

$$+ A_yB_x(\hat{\jmath}\cdot\hat{\imath}) + A_yB_y(\hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath}) + A_yB_z(\hat{\jmath}\cdot\hat{k})$$

$$+ A_zB_x(\hat{k}\cdot\hat{\imath}) + A_zB_y(\hat{k}\cdot\hat{\jmath}) + A_zB_z(\hat{k}\cdot\hat{k})$$

الآن حيث أن $\hat{\imath}$ ، $\hat{\jmath}$ ، $\hat{k}$ (متجهات الوحدة المتعامدة) فإن:

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} = \hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} = 0\ ,\ \hat{k}\cdot\hat{\imath} = \hat{\imath}\cdot\hat{k} = 0\ ,\quad \hat{\jmath}\cdot\hat{k} = \hat{k}\cdot\hat{\jmath} = 0$$

$$\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} = 1\ ,\quad \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} = 1\ ,\quad \hat{k}\cdot\hat{k} = 1$$

ومنه ينتج أن:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

مثال : أوجد الزاوية بين المتجهين :

$$\vec{A} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k};\qquad \vec{B} = \hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\hat{k}$$

الحل : من تعريف الضرب القياسي:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A\,B\,\cos\theta$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = 2.1 + 2.1 + 1.2 = 6 \quad ,$$

$$|\vec{A}|^2 = \vec{A}\cdot\vec{A} = 4+4+1 = 9 \quad , \quad |\vec{B}|^2 = \vec{B}\cdot\vec{B} = 1+1+4 = 6$$

$$\therefore \cos\theta = (\vec{A}\cdot\vec{B})/A\cdot B = 6/3\sqrt{6} = 0.816$$

الزاوية بين المتجهين هي

$$\theta = \cos^{-1}(0.816\ )$$

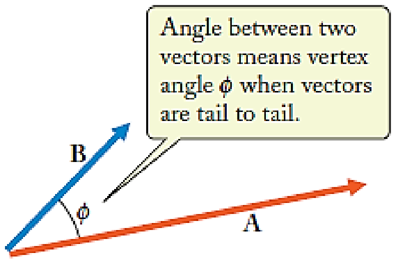
==

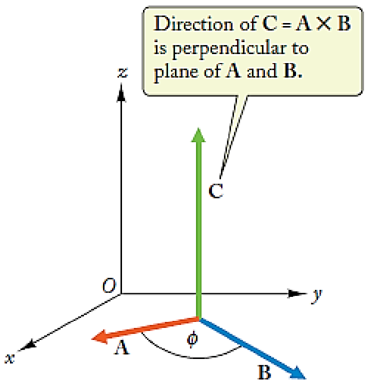
❖ ملاحظة:

$$\vec{A}\cdot\vec{A} = A\,A\,\cos 0 = A^2, \qquad A = |\vec{A}| = \left(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2\right)^{1/2}$$

الضرب الإتجاهي Cross Product 8-6

In contrast to the dot product of two vectors, which is a scalar, the cross product (also called the vector product) of two vectors is a vector. The cross product of two vectors A and B is denoted by A_B. The magnitude of this vector is equal to the product of the magnitudes of the two vectors and the sine of the angle between them. Thus if we write the vector resulting from the cross product as C = A xB
then the magnitude of this vector is $C = AB\sin\phi$





لإيجاد الضرب الإتجاهي بين المتجهين:

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\ , \qquad \vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$$

بدلالة المركبات نتبع نفس الطريقة السابقة التي استخدمناها في إيجاد الضرب القياسي وتعتمد على خواص الضرب الإتجاهي كما يلي :

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right)\times\left(\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}\right)$$

$$= A_xB_x(\hat{\imath} \times \hat{\imath}) + A_xB_y(\hat{\imath} \times \hat{\jmath}) + A_xB_z(\hat{\imath} \times \hat{k})$$

$$+ A_yB_x(\hat{\jmath} \times \hat{\imath}) + A_yB_y(\hat{\jmath} \times \hat{\jmath}) + A_yB_z(\hat{\jmath} \times \hat{k})$$

$$+ A_zB_x(\hat{k} \times \hat{\imath}) + A_zB_y(\hat{k} \times \hat{\jmath}) + A_zB_z(\hat{k} \times \hat{k})$$

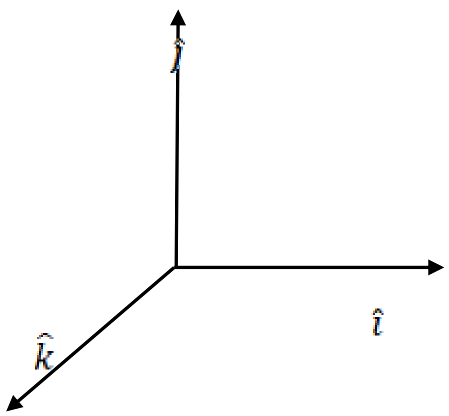
ومن خصائص الضرب الإتجاهي:

$$\hat{\imath} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = \hat{k} \times \hat{k} = 0 \ , \quad since \quad \sin 0 = 0$$

$$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}, \quad \hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}, \quad \hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath},$$

$$\hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -\hat{k}, \quad \hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath}, \quad \hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath}$$

وبالتالي نجد أن :



$$\vec{A} \times \vec{B} = \hat{\imath}(A_yB_z - A_zB_y) - \hat{\jmath}(A_xB_z - A_zB_x) + \hat{k}(A_xB_y - A_yB_x) \qquad (2\text{-}18)$$

أي أن مركبات المتجه $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ تعطى بالعلاقة:

$$C_x = A_yB_z - A_zB_y \ , \quad C_y = A_zB_x - A_xB_z, \quad C_z = A_xB_y - A_yB_x$$

==

سؤال : متي يكون حاصل ضرب متجهين قياسياً واتجاهياً متساوياً ؟

==

مع تحياتي

أستاذ دكتور/ جمال الدين عطا