



محاضرات في

الفيزياء الذرية (الفيزياء الحديثة)

لطلاب كلية التربية بقنا - الفرقة الثالثة فيزياء

إعداد الدكتور

بدرى النوبى محمد

2022-2023م

المحتوى	
الباب الأول	ترقيم الصفحات
مقدمة فى الفيزياء الحديثة	
مقدمة	٤-١
قوانين البقاء فى الفيزياء	٥-٤
القوى الأساسية فى الفيزياء الكلاسيكية	٧-٥
الموجات الكهرومغناطيسية	٩-٧
كيفية الحصول على الموجات الكهرومغناطيسية	١٢-٩
الباب الثانى	
نظرية الكم للإشعاع الحرارى	
الفيزياء التقليدية لم تتمكن من شرح إشعاع الجسم الأسود	١٤
نشأة نظرية الكم للإشعاع الحرارى	١٥-١٤
إشعاع الجسم الأسود	١٨-١٥
حساب عدد الموجات الموقوفة	٢٣-١٨
حساب متوسط الطاقة الإشعاعية	٢٤
(المحاولات الكلاسيكية)	٢٤
محاولة رالى جينز	٢٥-٢٤
محاولة فيين	٢٧-٢٥
(المحاولات الكمية) محاولة بلانك	٢٩-٢٧
تفسير مدى ملائمة المحاولات الكلاسيكية والكمية	٣٣-٢٩
الباب الثالث	
الخاصية الجسيمية للموجات	
مفهوم الخاصية المزدوجة للجسيمات والموجات	٣٦-٣٥
مفهوم الكميات الفيزيائية المتصلة والكمية	٣٧-٣٦
الظواهر التى تؤكد الصفة الجسيمية للموجات	٣٧
أولاً (ظاهرة التأثير الكهروضوئى)	٤٧-٣٧
أمثلة وتمارين	٥٠-٤٨
ثانياً (الظاهرة الكهروضوئية العكسية)	٦٢-٥١
ثالثاً (ظاهرة تأثير كومبتون)	٦٩-٦٣
أمثلة وتمارين	٧٠

الباب الرابع	
الخاصية الموجية للجسيمات	
نظرية دى برولى	٧٤-٧٢
التحقيق التجريبي لفرض دى برولى	٧٥-٧٤
أولاً (تجربة دافيسون وجيرمر)	٧٩-٧٥
ثانياً (تجربة طومسون)	٨٠-٧٩
موجات دى برولى	٨٢-٨٠
فرض دى برولى ونظرية بور	٨٣-٨٢
مبدأ عدم التحديد لهيزنبرج	٨٥-٨٣
سرعة موجات دى برولى	٨٧-٨٥
امثلة وتمارين	٨٨
الباب الخامس	
النظرية النسبية الخاصة	
فرضيات النظرية النسبية الخاصة	٩٤-٩٠
تحويلات جاليليو	٩٧-٩٤
تحويلات لورنتز	١٠٥-٩٧
تطبيقات على النظرية النسبية الخاصة	١٠٥
نسبية الزمن (الإنكماش وتأثير الزمن)	١٠٦-١٠٥
نسبية الطول	١٠٦
نسبية الكتلة	١٠٧-١٠٦
العلاقة بين الكتلة والطاقة	١٠٩-١٠٧
تجربة ميكليسون ومورلى	١١٣-١٠٩

الباب الأول مقدمة في الفيزياء الحديثة

الباب الأول

مقدمة في الفيزياء الحديثة

تحتوى دراسة الفيزياء على استنباط مفاهيم وقوانين تساعدنا على فهم الطبيعة ، ومن المعروف أن الإنسان هو الذي صنع القوانين الفيزيائية ولذلك فهي معرضة لحدود فهمه وإمكاناته وليس ضروريا أن تكون هذه القوانين ثابتة وغير قابلة للتغيير أو أنها صالحة لكل الأزمنة ، والطبيعة ليست مضطرة أن تطيع هذه القوانين. قانون الفيزياء عبارة عن منطوق ما عادة يكون على شكل علاقة رياضية وجدت لتكرار تجربة عملية ما وتعبر عن سلوك معين نلاحظ تكراره دوما ، وقانون الفيزياء الجيد هو ذلك الذي يمكن بواسطته الحصول على نتائج مطابقة للنتائج العملية.

ونتيجة للتطور العلمي العظيم في علم الفيزياء خلال المائة عام الماضية وجد أن بعض النظريات والقوانين التي كانت مستخدمة من قبل أصبحت غير صالحة لشرح الظواهر الطبيعية التي تختبرها أو أنها محدودة النفع ، ولذلك أصبح من الضروري استنباط ووضع قوانين ونظريات أكثر عمومية وأكثر شمولية بواسطتها يمكن شرح الظواهر الطبيعية بمختلف صلاحيتها.

تمكن العلماء من وضع الأسس النظرية والعلمية لعلم الفيزياء الحديثة خلال القرن التاسع عشر فى الفترة ١٩٠٠ : ١٩٢٦م. فإذا تتبعنا التسلسل التاريخي خلال هذه الفترات الزمنية ، نجد الآتي :

١ . اكتشاف فكرة الذرة (الإلكترون) والأشعة الموجية فى نهاية القرن التاسع عشر.

٢ . فروض بلانك الكمية لتفسير إشعاع الجسم الأسود المثالى عام ١٩٠١م.

٣ . سقوط فكرة الأثير كوسط ناقل لموجات الضوء واكتشاف اينشتين للنظرية النسبية

عام ١٩٠٩م

٤ . نموذج رذرفورد للذرة عام ١٩١١م ثم يليه نموذج بوهر لذرة الهيدروجين عام

١٩١٣م.

٥ . فرض دى برولى الخاص بالطبيعة الموجية للجسيمات عام ١٩٢٤م.

٦ . معادلة شرودنجر الموجية عام ١٩٢٦م ونشأة ميكانيكا الكم ،الخ

فى ضوء هذه النظرة السريعة على أهم النظريات والظواهر الفيزيائية التي ظهرت خلال القرن التاسع عشر ، سوف نستعرض فى هذا المقرر بعض من هذه النظريات والظواهر الفيزيائية الهامة وهى :

١ . مفهوم قوانين البقاء والقوى الأساسية فى الفيزياء الكلاسيكية والفيزياء الحديثة .

٢ . النظرية النسبية الخاصة لأينشتين .

٣ . نظرية الكم للإشعاع الحراري لبلاك .

٤ . النظرية الكمية فى تفسير الخاصية المزدوجة للجسيمات والموجات .

• السلوك الجسمى للموجات

(التأثير الكهروضوئى -التأثير الكهروضوئى العكسى - تأثير كومبتون -

إنتاج الأزواج)

• السلوك الموجى للجسيمات :

(فرض دبولى - مبدأ عدم التحديد - امواج دى برولى)

• **قوانين البقاء فى الفيزياء** **Physics conservation Laws**

تعتبر قوانين البقاء فى الفيزياء الكلاسيكية والحديثة من أبسط وأهم القوانين التي تساعد فى فهم الظواهر

الطبيعية . ويعنى قانون البقاء أن المقدار الكلى لكمية فيزيائية ما فى نظام ما تظل ثابتة (أي محفوظة)

بشرط أن يكون هذا النظام معزولا عن التأثيرات الخارجية عنه، وفيما يلي ملخصا عن هذه القوانين فى الفيزياء الكلاسيكية:

١ . **قانون بقاء الكتلة** : ينص على أن الكتلة الكلية لنظام معزول هي كمية ثابتة أو بمعنى آخر أن المادة لا تفتنى ولا تستحدث من العدم.

٢ . **قانون بقاء الطاقة** : ينص على أنه إذا لم يبذل شغل ما بواسطة أو على نظام ما بحيث لم تدخل أو تخرج طاقة حرارية إلى أو من هذا النظام ، فإن الطاقة الكلية للنظام تكون كمية ثابتة. وتعنى بالطاقة هنا أنها مجموع طاقتى الحركة والوضع . أما إذا كانت الطاقة هنا تعنى الطاقة الحرارية فإن القانون الأول للديناميكا الحرارية هو الأكثر شمولية لقانون بقاء الطاقة.

٣ . **قانون بقاء كمية الحركة** : ينص على أن كمية الحركة لنظام ($P = mv$) هي كمية ثابتة مقدارا وإتجاها بشرط عدم وجود قوة خارجية تؤثر على هذا النظام . حيث m , v (كتلة وسرعة هذا النظام).

٤ . **قانون بقاء عزم كمية الحركة** : وينص على أن عزم كمية التحرك الكلى L لنظام () $L = 2 r n P$ غير متأثر بإزدواج خارجى يظل كمية ثابتة مقدارا واتجاها.

٥ . **قانون بقاء الشحنة** : ينص على أن الشحنة الكهربائية الكلية لنظام معزول كهربيا تظل كمية ثابتة.

● القوى الأساسية فى الفيزياء الكلاسيكية :

يوجد فى الفيزياء الكلاسيكية مصدران أساسيان للقوة هما : الكتلة التجاذبية والشحنة الكهربائية . ويعطيان بدورهما قوة الجاذبية والقوة الكهرومغناطيسية :

١ . قوة الجاذبية : تعطى العلاقة الآتية قوة الجذب بين كتلتين نقطيتين m_1, m_2 بينهما مسافة (r) و القوة مقدره بالنيوتن (N)

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \rightarrow (١)$$

حيث (G) ثابت الجذب العام ويساوى عمليا : $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{Kg}^2$

٢ . القوة الكهرومغناطيسية : هنا يوجد نوعان أساسيان من القوة هما القوة الكهربائية

والقوة المغناطيسية. يعطى قانون كولوم مقدار القوة الكهربائية بين شحنتين نقطيتين Q_1, Q_2 (فى حالة سكون أو حركة) بينهما مسافة (r) :

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \text{ ----- (٢)}$$

حيث (ϵ_0) هو معامل السماحية الكهربية للفراغ ،

أما عن القوة المغناطيسية فإنها تنشأ من وجود شحنتان كهربيتان متحركتان بالنسبة للراصد ، ويعمل المجال المغناطيسى أحد الشحنتين وسيطا للتفاعل مع الشحنة الأخرى وتعطى القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة Q_2 متحركة بسرعة (V_1) وحته B_1 بالعلاقة

$$F_m = Q_2 V_2 \wedge B \rightarrow (٣)$$

حيث أن B_1 عند موضع يبعد مسافة r من نقطة الأصل يعطى بالعلاقة :

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \dots \& \dots \dots Q_1 \frac{V_1 \wedge r}{r^3} \rightarrow (٤)$$

حيث μ معامل النفاذية المغناطيسية للفراغ وقيمته هي : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ webar / Amp}$

وفى الحالة العامة تكون القوة الكلية مقدره بالنيوتن (ماعدا الجاذبية) التى تؤثر على جسيم

شحنته Q يتحرك بسرعة v عند نقطة حيث يوجد مجالين كهربي E ، ومغناطيسى B هي :

$$\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) \rightarrow (٥)$$

ولهذه العلاقة تطبيقات عملية عديدة :

٣ . المجال الكهرومغناطيسى : يختزن المجال الكهربى (E) طاقة كهربية بكثافة قدرها :

$$U_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \rightarrow (٦)$$

وكذلك يختزن المجال المغناطيسى (B) طاقة مغناطيسية بكثافة قدرها

$$U_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \rightarrow (٧)$$

تستخدم هاتين المعادلتين فى فكرة توليد موجات (ذبذبات) كهرومغناطيسية بتوصيل دائرة (LC) وفيها تتأرجح الطاقة بين كهربية ومغناطيسية وعند تساوى الطاقتين

$$\therefore \frac{1}{2} E^2 = \frac{1}{2} B^2 / \mu_0 \quad \therefore E = B / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = C B$$

حيث أن (c) سعة المكثف.

●الموجات الكهرومغناطيسية :

طبقا لنظرية ماكسويل والتي تنص على أن جميع الظواهر الكهربية والمغناطيسية تجمعها

نظرية كهرومغناطيسية واحدة تدعو لوجود موجات كهرومغناطيسية تسير بسرعة الضوء.

ولقد أثبت ماكسويل أن الموجات كهرومغناطيسية أو الإشعاع الكهرومغناطيسى ينشأ نتيجة

للحركة المعجلة لشحنة كهربية . وأن هذه الشحنة الكهربية لا تخلق فقط مجالا كهربيا وهى

ساكنة بالإضافة إلى مجال مغناطيسى وهى متحركة ، أى أن التغير فى المجال الكهربى

يخلق أو يولد مجالا مغناطيسياً (قانون أمبير) ، والتغير فى المجال المغناطيسى يولد

مجالا كهربيا (قانون فاراداي) . هذه الحقيقة هى أصل تكوين الموجات

الكهرومغناطيسية ، حيث أن أى شحنة كهربية متذبذبة وبالتالي معجلة تولد فى الفضاء

مجالين كهربي ومغناطيسى متغيرين ولكل تردد مساويا لتردد الشحنة الكهربية المتذبذبة.

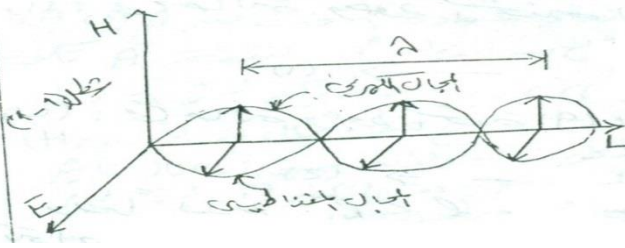
* وعلى هذا الأساس يمكن تعريف الموجات الكهرومغناطيسية : بأنها تتكون من مجالات

كهربية ومجالات مغناطيسية متذبذبة ومتفقة فى الطور ومتعامدة على بعضها من جهة

ومتعامدة على خط اتجاه انتشارها من جهة أخرى كما هو مبين بالشكل (١). وبانتقال التغيرات

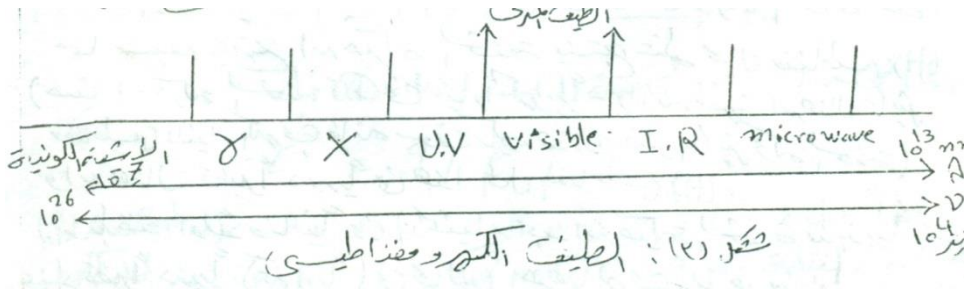
الحادثة فى كل من المجالين E ، H يتولد مايسمى بالموجات أو الطيف الكهرومغناطيسى

- وتعرف شدة الموجة الكهرومغناطيسية على أنها الطاقة التى تمر خلال وحدة المساحات لوحدة الزمن عموديا على اتجاه انتشار الموجة. ومن خلال هذه الدراسة سوف نرى أن الخط الطيفى هو عبارة عن موجات كهرومغناطيسية ودراسته تعتمد على الكميات الفيزيائية المميزة (الطول الموجى ، التردد ، العدد الموجى ، الشدة) وعلى هذا الأساس سوف نوضح بالشرح كيفية الحصول على الموجات الكهرومغناطيسية.



• تقسيم الطيف الكهرومغناطيسى :

- ويمكن تقسيم تلك الموجات إلى مجموعات مختلفة طبقا لأطوالها الموجية حيث تتميز كل مجموعة بمدى معين من الطول الموجى (أو التردد) كما هو موضح بشكل (٣)



شكل (٣) : الطيف الكهرومغناطيسى

• خواص الموجات الكهرومغناطيسية "

- ١- يمكنها الإنتشار فى الفراغ على عكس الموجات الميكانيكية (موجات الصوت والضوء) والتي تحتاج لوسط ما لإنتشارها)
- ٢- عدم الإنحراف (التأثير) فى المجالات الكهربية والمغناطيسية.
- ٣- تتمتع بخاصية الإنعكاس ، التداخل ، الحيود ، الإستقطاب.

• كيفية الحصول على الموجة الكهرومغناطيسية

أولاً : كلاسيكياً : بناء على التعريف السابق يلزمنا توافر شرطان للحصول على الموجة

الكهرومغناطيسية (١) : وجود مجال كهربي متغير (٢) : وجود مجال مغناطيسى

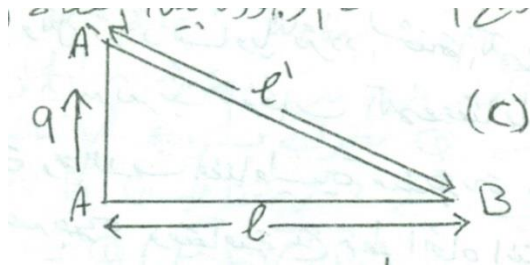
متغير

طبقا للنظرية الألكترومغناطيسية لماكسويل فإن هذان الشرطان يمكن تحقيقهما من خلال أحداث تغيرا دوريا فى كل من المجالين الكهربي والمغناطيسى. بدراسة الحركة التذبذبية لشحنة متحركة بشكل (٢) : فيه تتحرك شحنة كهربية (q) حركة تذبذبية بين موضعى نقطتين A' ، A وبدراسة أثر هذه الحركة عند نقطة أخرى (B) تبعد مسافة (L) عن (A) ومسافة (L̄) عن (Ā) (حيث أن $L < L̄$) ، بدراسة الحركة التذبذبية لهذه الشحنة يتضح الآتى :

١- إحداث تغير دورى فى قيمة المجال الكهربي

يوجد مجال كهربي شدته (E) عند النقطة (B) يتناسب عكسيا مع مربع المسافة الموجودة

بين النقطة (B) وبين موضع الشحنة :



(أ) فى حالة وجود الشحنة (q) عند النقطة

(A) فإن :

$$E = q/l^2 \rightarrow (١)$$

(ب) أما فى حالة وجود الشحنة (q) عند

النقطة (Ā) فإن :

$$E' = q/l'^2 \rightarrow (٢)$$

ونظرا لأن $l < l'$ فإن $E < E'$ وعلى ذلك فإن الشحنة (q) تتحرك من النقطة A إلى

Ā ويكون تحركها مصحوب بتغير فى قيمة المجال الكهربي E.

* بالنقصان من ($E' \leftarrow E$) والشحنة تتحرك من A إلى Ā

* بالزيادة $(E \leftarrow E')$ أثناء عودة الشحنة من A^- إلى A

ومعنى هذا أن قيمة المجال تبدأ بـ E وتنتهى أيضا بـ E ، ويعتبر عمل دورة كاملة بحركة الشحنة فى الإتجاهات من $(A \leftarrow A^- \leftarrow A)$ ، مما يعنى وجود تغير دورى فى قيمة المجال الكهري.

٢- إحداث تغير دورى فى قيمة المجال المغناطيسى

من قوانين النظرية الكهرومغناطيسية، أى شحنة كهربية متذبذبة ومتحركة يمكن تشبيهها بتيار كهري إذا أخذنا فى الاعتبار بأن هذا التيار هو سيل من الشحنات الكهربية المتحركة. وعلى ذلك فسوف ينشأ نتيجة تحرك شحنة (q) بين النقطتين A, A' مجالا مغناطيسيا (H) مصاحب لحركة الشحنة وهو عبارة عن خطوط قوى مغناطيسية متحدة المركز حول الشحنة q . ويعنى ذلك أن شدة المجال المغناطيسى (H) سوف تكون مساوية الصفر عند سكون الشحنة لحظيا فى كل من موضع النقطة A (قبل بداية الحركة) ثم موضع النقطة A^- (توقف الحركة لحظيا). هذا يعنى أن شدة المجال المغناطيسى (H) سوف تتغير أثناء حركة الشحنة (q) من A الى A^- والعكس أثناء عودة الشحنة من A^- إلى A . ويفسر ذلك بأن الشحنة تكون فى حالة سكون عند الموضعين A, A^- حيث تكون شدة المجال المغناطيسى عند هذين الموضعين مساوية للسفر، بينما يتولد أو ينشأ المجال المغناطيسى فى حالة حركة الشحنة بين هاتين النقطتين فقط .

مما سبق يتضح أن الحركة الدورية للشحنة q بين النقطتين A, A^- ينشأ عنها مجال

مغناطيسى دورى أيضاً (لأن الحركة الدورية للشحنة تكافىء تيارا كهريا متغيرا يولد مجالا

مغناطيسى متغيرا ايضاً) وبهذا يحدث تغيرا دوريا فى شدة المجال المغناطيسى مقداره (H) .

ونظرا لتوفر شرطى إحداث التغير الدورى للمجالين الكهربى والمغناطيسى لحركة الشحنة

التذبذبية . يمكننا بهذا الحصول على الموجة الكهرومغناطيسية كلاسيكيا .

وبحساب التغيرات الدورية الحادثة فى قيمة المجالين H ، E عند النقطة B من العلاقة

$$t = \ell/u \rightarrow (3)$$

حيث U هى سرعة انتقال التغيرات فى كل من المجالين H ، E وهى مساوية بالتالى

لسرعة الموجات الكهرومغناطيسية الناتجة.

نبا : كميىا : من دراستنا السابقة لتركيب الذرة نعرف أن الذرة عبارة عن نواه

تتركز فيها الشحنة الموجية ويحيط بها مدارات ، كل مدار يحتوى على عدد من الألكترونات

خاص به . تسمى هذه المدارات بمستويات الطاقة حيث أنه لكل مدار وبالتالي الإلكترونات

الموجودة به طاقة تختلف عن المدارات الأخرى. وعندما توجد الألكترونات فى مستويات الطاقة

المساوية لطاقتها يقال أن الذرة فى الحالة العادية أو الحالة المستقرة ، ولكن إذا أثرتنا عليها بقوة

خارجية فإنه يحدث إنتقال الكترونات معينة من مدارها الأسمى إلى مدار آخر أعلى فى

مستوى الطاقة ، ويقال عن الذرة فى وضعها الجديد بأنها مثارة . والمعروف أن الذرة فى

حالتها المثارة لا تستطيع أن تبقى طويلا ولكنها تعود إلى حالتها الأصلية ، أى تعود

الألكترونات إلى مدارتها الأصلية مرة أخرى. وعند رجوعها إلى مداراتها الأصلية فإنها تشع

كمية الطاقة التى امتصتها على شكل ضوء كهرومغناطيسى يشاهد على هيئة خطوط طيفية

بواسطة أجهزة التحليل الطيفى المختلفة. وملخص هذا أن خطوط الطيف التى هى فى

طبيعتها موجات كهرومغناطيسية تنشأ من عودة الألكترونات المثارة إلى حالتها العادية ومن ثم

فإنه يمكننا الحصول على هذه الخطوط الطيفية عن طريق إثارة الذرة بالطرق العديدة ومنها :

- ١ . التأثير على الذرة بمجال كهربي قوى . ٢ . قذف الذرة بالكترون سريع (فى أنابيب التفريغ الكهربي) . ٣ . التصادم الشديد بين ذرة وأخرى (عند تسخين جسم صلب لدرجة الوهج وتبخير المادة) .

عموما عند دراستنا للتحليل الطيفى فإننا نقوم بقياس كل من التردد والطول الموجى وشدة

الخط الطيفى . وهذه القياسات تشكل أساس التحليل الطيفى الذرى العملى والتطبيقى حيث تمدنا

هذه القياسات بالمعلومات التى تعتمد عليها كل النظريات الخاصة بطبيعة الطيف وبالتالى

تمكننا من استنباط ودراسة التركيب والخصائص الذرية .

الباب الثانى

نظرية الكم للإشعاع الحرارى

الباب الثاني

نظرية الكم للإشعاع الحرارى

1- الفيزياء التقليدية لم تتمكن من شرح إشعاع الجسم الأسود

- Blackbody Radiation could not be explained by classical physics

من أهم النتائج التجريبية التي أحدثت ثورة في المفاهيم الفيزيائية التقليدية تلك المتعلقة بالإشعاع الصادر من الأجسام عند تسخينها. فمن المعلوم عند تسخين جسم ما، نجد أن لونه يتغير مع زيادة درجة الحرارة حيث يبدأ بالأحمر ثم الأبيض ثم الأزرق. وبدلالة التردد، نقول أن الإشعاع المنبعث من هذا الجسم يبدأ بترددات منخفضة، وعند ارتفاع درجة الحرارة، تزداد الترددات، حيث أن اللون الأحمر ذو تردد قليل في منطقة طيف الإشعاع وذلك مقارنة باللون الأزرق. إن طيف التردد للإشعاع المنبعث من جسم ما يعتمد على طبيعة الجسم نفسه، ولكن الجسم المثالي deal body، والذي يمتص أو يبعث كل الترددات يُسمى بالجسم الأسود ويعتبر حالة مثالية لأي مادة تُصدر إشعاع. الإشعاع المنبعث من "جسم أسود" يسمى إشعاع الجسم الأسود.

٢- نشأة نظرية الكم للإشعاع الحرارى :

نشأت نظرية الكم عام (١٩٠١ م) بواسطة العالم ماكس بلانك وقام بتطبيقها أينشتاين بعد ذلك على الضوء عام ١٩٠٥ م . نشأت هذه النظرية بعد أن فشلت الفيزياء التقليدية في شرح وتفسير بعض الحقائق التجريبية (العملية) للإشعاع الحرارى . خاصة في تفسير واعتماد الطاقة المنبعثة من الجسم الأسود المثالى على الطول الموجى لهذا الإشعاع . ولشرح هذه الظاهرة

يلزمنا استخدام فكرة جديدة من وجهة نظر كمية تختلف عن وجهه نظر الفيزياء التقليدية لشرح انبعاث الإشعاع الحرارى. وقد جاءت فكرة " الكم " لتحل كثير من المشاكل الهامة فى الفيزياء الذرية والنووية التى تطبق على جميع الظواهر الخاصة بانبعاث وإمتصاص الأشعة الكهرومغناطيسية والتي فتحت الباب أمام كثير من العلماء بعد ذلك.

٣- إشعاع الجسم الأسود :

نعلم أن كل الأجسام الساخنة تشع أو تصدر إشعاع فى شكل حرارة ، والإشعاع الحرارى يعنى انبعاث الطاقة الحرارية المستخدمة من أسطح الأجسام الساخنة . هذا الإشعاع الحرارى ما هو إلا موجات كهرومغناطيسية مختلفة فى الطول الموجى ولها طيف واسع المدى يتكون من عدة مناطق والإختلاف الوحيد بينهما يكون فى الطول الموجى أو التردد .

إعتماد كمية الإشعاع الحرارى على عاملين :

(أ) درجة حرارة الجسم
الجسم

تمتص هذه الأجسام الإشعاعات الساقطة عليها ، كما تعتبر الأجسام ذات الأسطح الملساء مشعة ضعيفة وممتصة ضعيفة للإشعاعات ، بينما تعتبر الأجسام ذات السطوح الخشنة أو السوداء مشعة جيدة وممتصة جيدة للإشعاعات. والسطوح المطلاه باللون الأسود القاتم تعتبر ماصة وباعثة ممتازة للإشعاعات.

ويعبر على قدرة الجسم على الأشعاع بـ Emissivity . وأن السطح الذى يستطيع

امتصاص كل الإشعاعات الساقطة عليه يقال أيضاً أن له قدرة على الإمتصاص

Absorptivity . والجسم الذى قدرته على الإشعاع والإمتصاص مساوية للواحد الصحيح

يسمى بالجسم الأسود المثالى.

ويمكن تمثيل الجسم الأسود عمليا بفتحة صغيرة جدا فى أحد أوجه صندوق مفرغ على

شكل متوازى مستطيلات (شكل ١١) . أى إشعاعات سوف تصل إلى الفتحة ويمكنها الدخول

فيها سوف تمتص بالكامل بعد أن تمر بعدد كبير جدا من الانعكاسات الداخلية لحظة

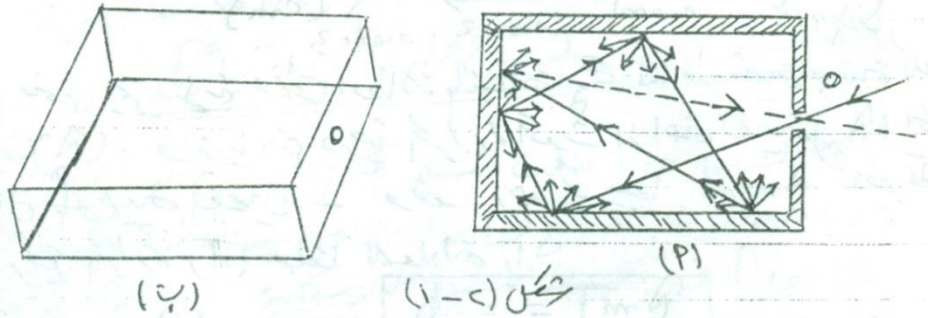
اصطدامها بجدار الصندوق .

بعض هذه الإشعاعات سوف تتناثر بنفس طولها الموجى وبعض طاقة هذه الإشعاعات سوف

تمتص بواسطة مكونات الصندوق وينشأ عن ذلك تغير فى طاقتها بحيث فى النهاية يمر جزء

صغير جدا من خلال الفتحة (o) فى الصندوق . وتعتبر الفتحة الصغيرة بمسابة جسما تام

السواد والإشعاع الذى يمر من خلالها يسمى إشعاع الجسم الأسود عند درجة حرارة (T) .



والجسم الأسود يمكن تسخينه كهربيا بواسطة ازواج حرارى يمكن قياس درجة حرارته وإذا ما حللنا الإشعاع

الحرارى المنبعث بإستخدام جهاز تحليل طيفى ، فإنه بإستخدام جهاز ثرموبيل يمكن إيجاد علاقة بين قدرة

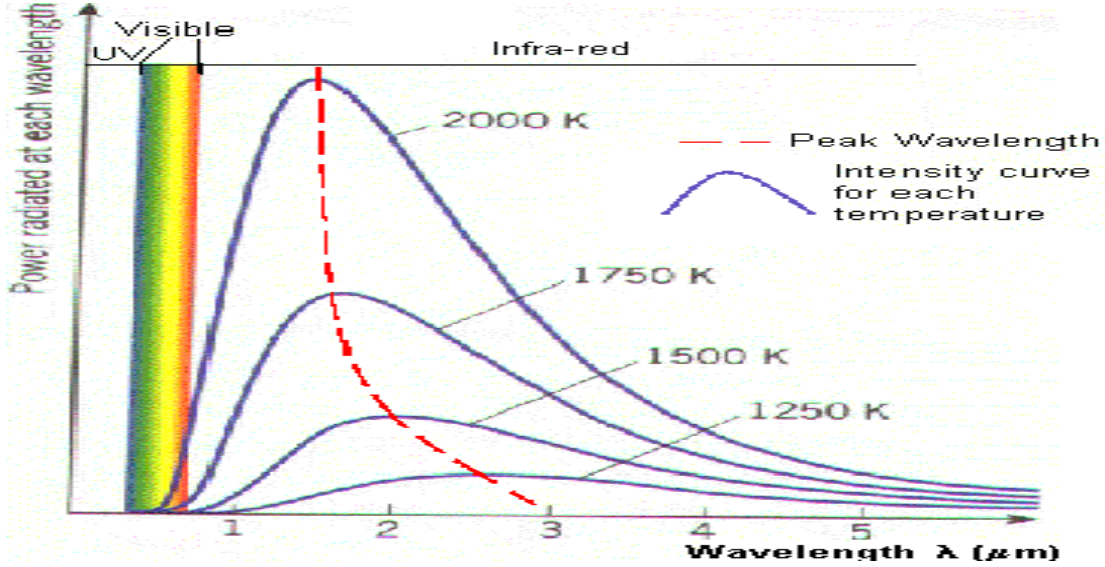
الإنبعاث الإشعاعية (R) من سطح الجسم والطول الموجى (λ) عند درجات حرارة مختلفة.

● منحنى الإشعاع الحرارى التجريبي :

شكل (٢ - ٢) يوضح العلاقة بين مقدار الطاقة المشعة المنبعثة من وحدة المساحات فى وحدة

الزمن من سطح الجسم كدالة فى الطول الموجى (λ) عند درجات حرارة مختلفة . من هذا الشكل

نستنتج الآتى :



- ١ . الطاقة الإشعاعية الكلية المنبعثة من الجسم الأسود عند أى من درجات الحرارة المختلفة T_1 ' T_2 ' T_3 إلخ تعطى بواسطة المساحة تحت المنحنى عند هذه الدرجة.
- ٢ . بارتفاع درجة الحرارة تزداد المساحة تحت المنحنى، أى تزيد قدرة الإشعاع للجسم.
- ٣ ، كل منحنى يمر بنهاية عظمى للطاقة المنبعثة E تناظر قيمة معينة للطول الموجى (λ_{max}) ويزيادة درجة الحرارة تحدث ازاحة لقيمة (λ_{max}) نحو الأطوال الموجية القصيرة . وقد وجد تجريبيا أن λ_{max} تتغير عكسيا مع درجة الحرارة (T) طبقا للمعادلة :

$$\lambda_{max} T = const = 2.898 \times 10^{-3} \longrightarrow (١)$$

حيث (b) مقدار ثابت ، وتعرف المعادلة (١) بقانون فين Wien للأزاحة، ويمكن الإستدلال عمليا على صحة هذا القانون فى الحياة اليومية عن تسخين جسم صلب . المشاهدة أنه سوف يتغير لونه من اللون الأحمر الداكن (ذات طول موجى كبير) إلى اللون الأصفر البرتقالى (ذات طول موجى قصير) وذلك بإستمرار إرتفاع درجة الحرارة للجسم.

ويتضح هذا من منحنيات الإشعاع كما بالرسم السابق شكل (٢ - ٢) حيث أنه عند درجات الحرارة المنخفضة T_1 فإن معظم الأطوال الموجية تكون متواجدة فى المنطقة (IR) (المدى الطويل) ويزيادة درجة الحرارة الى T_2 فإن الطاقة المنبعثة من الجسم تزداد مع الإزاحة نحو الأطوال الموجية القصيرة (نحو المنطقة المرئية) من ٤٠٠٠ : ٧٨٠٠ أنجستروم . أما عند درجات الحرارة المرتفعة جدا (T_3) فإن الإشعاع يمتد حتى المنطقة فوق بنفسجية UV (أقل من ٤٠٠٠ أنجستروم) . ويمكن استخدام المعادلة

(١) فى قياس درجة حرارة الجسم الأسود طيفيا عن طريقة قياس (λ_m) الطول الموجى الذى تكون عنده E قيمة عظمى). وتستخدم هذه الطريقة فى تقدير درجة حرارة النجوم.

٤. معدل انبعاث الطاقة الإشعاعية E لوحدة المساحات لوحدة الزمن بواسطة الجسم الأسود عند درجة حرارة (T) تعطى من العلاقة

$$E_{\lambda} = \sigma T^4 \quad \longrightarrow (٢)$$

هذه العلاقة تعرف بقانون ستيفان . بولتزمان . حيث σ مقدا ثابت يعرف بثابت بولتزمان . هذا القانون يعرف بقانون الأس الرابع لستيفان أطلق عليه قانون ستيفان - بولتزمان للإشعاع الحرارى.

القدرة الكلية الصادرة من الجسم الأسود عند طول موجي محدد $E(\lambda, T)$ ترتبط بالقدرة الكلية المنبعثة في وحدة المساحة $E(T)$ كالاتي

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda \quad \text{-----}(3)$$

سؤال /

جسم أسود مثالي درجة حرارة سطحه $27^{\circ}C$ ، فما :

(1) طول موجة الإشعاع القصوى ؟

(2) شدة إشعاع الجسم الأسود ؟

(3) معدل الطاقة المنبعثة من $2 m^2$ ؟

المعطيات:

$T = 27^{\circ}C$

$e = 1$

$A = 2 m^2$

الحل :

$$1- \lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3}$$

$$(T = 27 + 273 = 300 K^{\circ})$$

$$\lambda_{\max} \cdot (300) = 2.898 \times 10^{-3}$$

$$\lambda_{\max} = 9.66 \times 10^{-6} m$$

$$2- I = \sigma e T^4 = 5.67 \times 10^{-8} (1) (300)^4$$

$$I = 459.27 W/m^2$$

$$3- I = \frac{P}{A}$$

$$P = I A$$

$$P = (459.27) \times (2)$$

$$P = 918.54 W$$

سؤال :

سلك تنجستون مساحة سطحه المشع (8 mm²) وكانت درجة حرارته (2100 كلفن) ، باعتبار أن السلك جسم أسود مثالي ، احسب الطاقة التي يشعها السلك خلال (10 دقائق) .

الحل :**المعطيات:**

$$A = 8\text{mm}^2$$

$$e = 1$$

$$T = 2100 \text{ K}$$

$$t = 10 \times 60 = 600 \text{ S}$$

$$E = P t = I A t$$

$$I = \sigma e T^4$$

$$E = \sigma e T^4 A t$$

$$E = 5.67 \times 10^{-8} \times 1 \times 2100^4 \times 8 \times 10^{-6} \times 600$$

$$= 5293 \text{ J}$$

٤- حساب عدد الموجات الموقوفة ومتوسط الطاقة الإشعاعية كلاسيكيا وكيميا

محاولات كثيرة بذلت لتفسير المنحنى التجريبي للإشعاع الحرارى كلاسيكيا (بمعنى إيجاد علاقة رياضية توضح توزيع الطاقة الإشعاعية بين الأطوال الموجية) . فى ضوء النظريات الكلاسيكية فى الفيزياء مثل النظرية الكهرومغناطيسية والديناميكا الحرارية ، الميكانيكا الإحصائية ،..... الخ) فقد باءت جميعها بالفشل ، الى أن جاءت بعد ذلك محاولة بلانك الكمية الناجحة فى تفسير المنحنى التجريبي للإشعاع الحرارى شكل (٢ - ٢) .

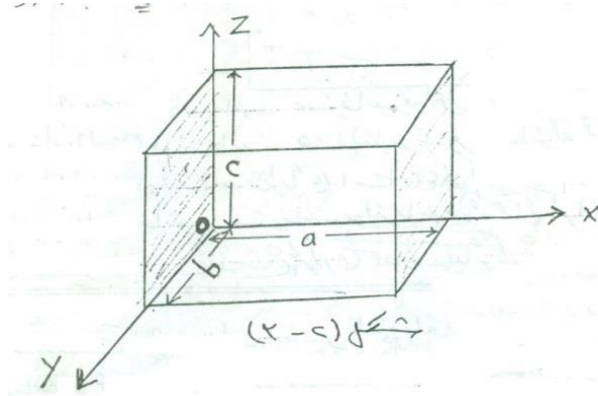
ولحساب معدل انبعاث الطاقة الإشعاعية لوحدة المساحات فإنه يلزمنا حساب عدد الموجات الموقوفة التى تتكون داخل الفجوة فى تجربة متوازى المستطيلات من عملية التداخل بين الموجات الساقطة والمنعكسة . وكذلك حساب متوسط طاقة كل موجة .

*** وكانت نتائج المحاولات التى بذلت كلاسيكيا وكيميا : بأن أتفقت جميع المحاولات الكلاسيكية والكمية فى حساب عدد الموجات الموقوفة حيث أنه من وجهه النظر الكلاسيكية تستطيع الموجات الكهرومغناطيسية أن تأخذ قيم متصلة من الطاقة من (صفر الى مالانهاية)**

. بينما من وجهه النظر الكمية فأن هذه الموجات لاتستطيع أن تأخذ سوى قيم (كمات) محددة ومنفصلة من الطاقة تسمى كل منها بـ " كم " الطاقة .

• أولاً: حساب عدد الموجات الموقوفة :

نفترض أن فجوة متوازي المستطيلات أبعادها (a ' b ' c) تختار هذه الأبعاد بحيث تنطبق على اتجاه المحاور الكارتيزية (x ' y ' z) كما بشكل (٢) .



وكما نعرف من دراسة الموجات أنه إذا تحركت موجة من وسط ما ثم أصطدمت مع أى حاجز فإنها ترتد فى الإتجاه المعاكس وينتج عن ذلك تواجد موجتين متحدتين فى (التردد . والسرعة . والسعة) ويحدث بينهما تداخل ويكون لهما محصلة ، فإذا كانت المسافة بين المصدر والحاجز مناسبة تكونت أمواج موقوفة بينهما . وتسمى موجات موقوفة لأن شكل الموجة فيها ثابت لا ينتقل يمينا أويسارا ، وتوجد فيها نقاط لا يتذبذب عندها الوسط تسمى " عقد " (nodes) ونقط يكون فيها التذبذب متسع وتسمى " بطون " (Anti-nodes) .

نفرض أن الموجة الساقطة E_1 يمكن تمثيلها بالمعادلة التالية فى اتجاه محور X

$$E_1 = E_0 \cos (wt - K_x X) \quad (١)$$

والموجة المنعكسة فى اتجاه المحور X تعطى من المعادلة :

$$E_2 = -E_0 \cos (wt + K_x X) \quad (٢)$$

وعلى ذلك تكون معادلة الموجة الموقوفة :

$$E = E_1 + E_2 =$$

$$= E_0 [\cos (wt - K_x X) - \cos (wt + K_x X)] \longrightarrow (٣)$$

ويتطبيق قاعدة حساب المثلثات التالية :

$$\cos A - \cos B = -2(\sin \frac{A+B}{2}).(\sin \frac{A-B}{2})$$

$$E = -2E_0 (\sin .wt).(\sin K_x X) \longrightarrow (٤) \quad \text{نحصل على :}$$

وبفرض أن الوجه العاكس لمتوازي المستطيلات فى الاتجاه (X) كان عند النقطة (x = a) كما بالشكل والوجه الأول عند النقطة (x = 0) ، فمعنى ذلك أن الموجات الموقوفة المتكونة فى هذا الإتجاه سوف تكون محصورة فى المدى $0 \leq X \leq a$ وتتكون العقد عند الحدود فإنه عندها سوف تتقدم الإهتزازة أى أن $E|_{x=a} = E|_{x=0}$ تصبح مساوية للصفر . وبأخذ هذا الشرط [$E|_{x=a}$ مساوية للصفر] وبإستخدام العلاقة (4) فإنه :

$$E \Big|_{X=a} = -2E_0 (\sin wt).(\sin K_x a) = zero \quad (٥)$$

$\sin K_x a = zero$ ومنها لابد أن يكون

هذا يتطلب أن ($K_x a$) سوف تأخذ القيم π ومضاعفاتها :

$$\text{ie) } K_x a = \pi , 2 \pi , 3 \pi , \dots , n_x \pi , \longrightarrow n_x = 1 , 2 ,$$

$$\text{or} \therefore K_x = \frac{\pi}{a} n_x \longrightarrow (٦)$$

المعادلة (6) تعطى العدد الموجى (K_x) فى الاتجاه X وبنفس الطريقة إذا أفترضنا أن الموجة أنتشرت فى الاتجاه (y) فإنه سوف تتكون موجات موقوفة نتيجة للموجات الساقطة والمنعكسة فى هذا الاتجاه ويعطى العدد الموجى فى هذا الاتجاه K_y من العلاقة

$$K_y = \frac{\pi}{b} n_y \rightarrow (7)$$

وبالمثل يمكن حساب العدد الموجى فى الاتجاه (Z)

$$K_z = \frac{\pi}{c} n_z \rightarrow (8)$$

كما يمكن صياغة المعادلات (6) ، (7) ، (8) على الصورة :

$$n_x = \frac{a}{\pi} K_x \rightarrow (9)$$

$$n_y = \frac{b}{\pi} K_y \rightarrow (10)$$

$$n_z = \frac{c}{\pi} K_z \rightarrow (11)$$

حيث أن n_x ، n_y ، n_z هى عدد الموجات الموقوفة فى مدى صغير جدا من الطول الموجى (dk) ، لذا يمكن كتابة المعادلات 9 ، 10 ، 11 على الصورة :

$$(dn_k)_x = \frac{a}{\pi} .dk_x \rightarrow (12)$$

$$(dn_k)_y = \frac{b}{\pi} .dk_y \rightarrow (13)$$

$$(dn_k)_z = \frac{c}{\pi} .dk_z \rightarrow (14)$$

حيث أن $(dn_k)_x$ هى عدد الموجات الموقوفة التى تقع فى مدى العدد الموجى dk_x بين k_x و $k_x + dk_x$ فى الاتجاه Y $(dn_k)_y$: dk_y بين k_y و $k_y + dk_y$ فى اتجاه Z وعلى ذلك فإن عدد الموجات الموقوفة الكلى والتى لها الأعداد الموجية K_x ، K_y ، K_z وتقع فى المدى بين (dk_x) (dk_z) تعطى من العلاقة

$$dn_{k_x, k_y, k_z} = \frac{abc}{\pi^3} \cdot dk_x \cdot dk_y \cdot dk_z \longrightarrow (15)$$

$$= \frac{V}{\pi^3} dk_x \cdot dk_y \cdot dk_z \longrightarrow (16)$$

حيث V هو حجم متوازي المستطيلات = (abc)

وإذا استبدلنا المحاور الكارتيزية بنظام المحاور الكرية فإن المعادلة (16) تصبح على الصورة :

$$dn_k = \frac{V}{\pi^3} \cdot \frac{1}{8} \cdot 4\pi K^2 dk \longrightarrow (17)$$

$$\therefore dn_k = \frac{VK^2}{2\pi^2} dk$$

$$K^2 = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 \longrightarrow (18)$$

ولكن من تعريف العدد الموجى حيث أن :

$$K = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{U} \therefore dK = \frac{d\nu}{U} \longrightarrow (19)$$

بالتعويض عن ذلك فى المعادلة (18) نحصل على :

$$dn_\nu = V \cdot \frac{\nu^2}{2\pi^2} \cdot \frac{d\nu}{U^3} \longrightarrow (20)$$

حيث أن dn_ν هى عدد الموجات الموقوفة والتي ترددها يقع فى المدى $d\nu + \nu$ ، وحيث أن V

يمثل الحجم ، فإن عدد الموجات الموقوفة dn_ν لوحدة الحجم يعطى من العلاقة :

$$dn_\nu = \frac{\nu^2}{2\pi^2} \cdot \frac{d\nu}{U^3} \longrightarrow (21)$$

وحيث أن كل موجة موقوفة تتكون من موجتان كهرومغناطيسيتين ، وإذا أخذنا فى الاعتبار أنه يمكن

لموجتين كهرومغناطيسيتين لهما نفس التردد والسعة ومختلفتان فى اتجاه الاستقطاب أن تنتشران فى اتجاه

واحد ، نحصل على :

$$dn_\nu = \frac{\nu^2}{\pi^2 U^3} d\nu \longrightarrow (22)$$

• ثانياً حساب متوسط الطاقة الإشعاعية

حاول العديد من الفيزيائيين وضع معادلة رياضية لشرح وتفسير نتائج منحني الإشعاع الحرارى التجريبي ولكن باءت بالفشل بدون توافق. واولى هذه المحاولات الكلاسيكية لتفسير هذه النتائج كانت بواسطة العالمين رالى وجينز Rayleigh and Jeans والتي اشتقت بناءً على قوانين الفيزياء الكلاسيكية التي ظهرت خلال القرن التاسع عشر.

أولاً: المحاولات الكلاسيكية :

The Rayleigh – Jeans Theory (أ) محاولة (أو فرض) رالى -جينز

قام العالمان رايلي وجينز بدراسة طيف الجسم الأسود، واستخدما صيغة كلاسيكية لتفسير الطيف ولقد كان النموذج الذي اختاره نموذجاً بسيطاً وفيه يُعامل الجسم المشع كأنه مجموعة كبيرة جداً من متذبذبات خطية (Linear Oscillators) تحت تأثير حركة توافقية بسيطة (Simple harmonic motion).

من المعلوم في الفيزياء الكلاسيكية ان الأجسام المشحونة المعجلة (المتسارعة) تبتث إشعاعاً كهرومغناطيسياً، في حالة الجسم الأسود الذي يمكن اعتباره تجويفاً (Cavity) ذي فتحة صغيرة جداً مقارنة مع مساحة سطحه الداخلية ، فان التجويف يعمل على امتصاص الشعاع الكهرومغناطيسي الذي يحتجز داخله من خلال الفتحة الصغيرة ولقد افترض رايلي أن أشعاع التجويف ناتج من الحركة الاهتزازية للإلكترونات الموجودة في جدار التجويف الداخلي.

في حالة الإتزان الحراري (thermal equilibrium) تساوي كثافة الطاقة داخل التجويف كثافة طاقة المهتزازات الذرية في جدار التجويف.

وتبعاً للنظرية الكلاسيكية لتوزيع الطاقة فإن متوسط طاقة الحركة لجزئ غاز وُجد

في حالة اتزان حراري عند درجة حرارة T تساوي $\frac{1}{2} k_B T$ لكل درجة حرية حيث K_B ثابت بولتزمان $K_B = 1.3 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.

في حالة نموذج رايلي فإن متوسط طاقة الحركة للموجات الموقوفة (Stationary

waves) تساوي $\frac{1}{2} k_B T$ لاحظ أنه بسبب الحركة الاهتزازية (أى إضافة درجة حرية

اخرى) فإن متوسط الطاقة الكلية للموجة الكهرومغناطيسية تكون

$$E = k_B T \quad \text{-----(1)}$$

قام رايلي بحساب عدد الموجات لوحدة الحجم بدلالة الطول الموجي (λ)
[او بدلالة التردد (ν)] ووجد أنه يساوي

$$\begin{aligned} n(\lambda) &= \frac{8\pi}{\lambda^4} \\ n(\nu) &= \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \end{aligned} \quad \text{-----(2)}$$

يربط المعادلتان معا :

$$n(\nu) = n(\lambda) \cdot \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = n(\lambda) \cdot \frac{c}{\nu^2} \quad \text{-----(3)}$$

حيث $I(\lambda, T)$ شدة الإشعاع الحرارى

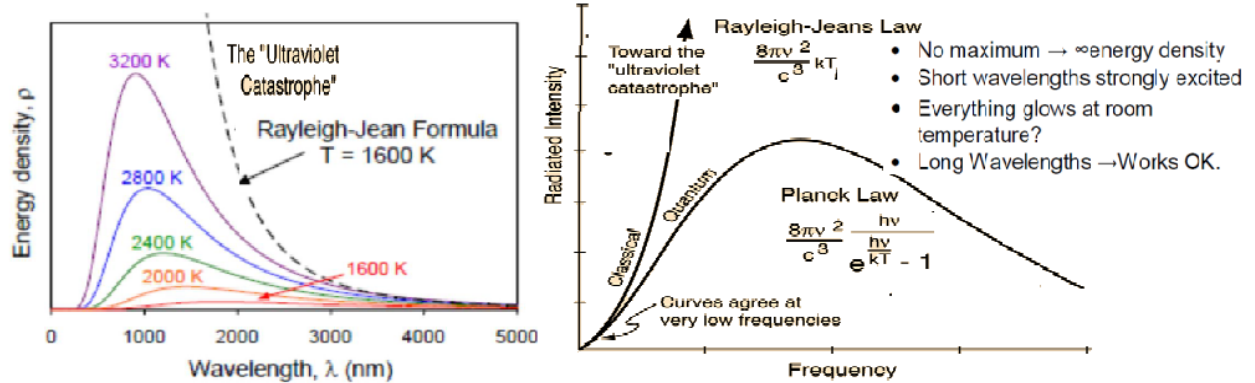
$$I(\lambda, T) = k_B T \cdot n(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} k_B T \quad (4)$$

وكثافة الطاقة $\rho(\nu, T)$ في وحدة الحجم تساوي :

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi k T}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (5)$$

المعادلات (4)، (5) بمعادلات رالى -جيزن للإشعاع الحرارى

توزيع كثافة الطاقة لإشعاعات الجسم الأسود حسب النتائج التجريبية موضحة بالشكل :



The Rayleigh-Jeans curve agrees with the Planck radiation formula for long wavelengths, low frequencies

(T) والمقارنة بين قانون رايلي - جينز وتوزيع كثافة الطاقة لإشعاعات الجسم الأسود

الشكل يوضح المقارنة بين كثافة الطاقة الصادرة من الجسم الأسود (الخط

المتصل) وقانون رايلي - جينز (الخط المتقطع) بدلالة الطول الموجي (λ) .

بمقارنة العلاقة النظرية مع التجربة نلاحظ ان هنالك تطابقاً فقط في حالة الموجات الطويلة كما مبين بالشكل ولكن في حالة الموجات القصيرة فنلاحظ الاختلاف الكبير بين النظرية والتجربة. ويُلاحظ أيضاً ان قانون رايلي وجينز لا يعطي قيمة عظمى لكثافة طاقة الجسم الأسود وعلى النقيض فإن كثافة الطاقة تزداد بصورة مستمرة لانهاية .

ويتضح لنا من نموذج رايلي -جينز عجز النظرية الكلاسيكية في تفسير إشعاعات الجسم الأسود (النموذج اعتمد على مبدأ تساوي تجزء الطاقة المستخدم في حالة التوزيع المستمر للطاقة).

(ب) محاولة فين

أفترض فين أن المتذبذبات التوافقية الخطية هي حوامل أو ناقلات للموجة

الكهرومغناطيسية ، يمثل كل متذبذب تردده ν حاملاً (أو ناقلاً) لكمية من الطاقة قدرها $E\nu$

. باستخدام توزيع بولتزمان الإحصائي فى حساب عدد هذه الحوامل (ΔN) طبقاً للعلاقة

التالية :

$$\Delta N = N_0 e^{-E\nu/KT} \text{-----(1)}$$

حيث N_0 هو العدد الكلى لحوامل الطاقة ، K هو ثابت بولتزمان ، ΔN هو عدد حوامل الطاقة ذات

الطاقة $E\nu$ وأفترض فين أيضاً أن طاقة المتذبذب E تتناسب مع تردده

$$E\nu = h\nu \longrightarrow (2) \text{ أى أن}$$

بالتعويض عن قيمة $E\nu$ من المعادلة (26) فى المعادلة (25) نحصل على

$$\Delta N = N_0 e^{-h\nu/KT} \longrightarrow (3)$$

وبناء على هذه الفروض تصبح قيمة الطاقة المتوسطة الكلية (E)

$$\bar{E} = \frac{\text{عدد حوامل الطاقة المتذبذب}}{\text{العدد الكلي لحوامل الطاقة}} \times \text{طاقة المتذبذب}$$

$$\bar{E} = \frac{\Delta N}{N_0} \cdot E_v = E_v e^{-E_v/KT} =$$

$$\bar{E} = E_v \cdot e^{-h\nu/KT} \quad (٤)$$

ومن ثم فإن معدل انبعاث الطاقه الإشعاعية (R) من الجسم الأسود خلال وحدة المساحات يعطى من العلاقة :

$$R = I_\nu d\nu = \bar{E} dn_\nu = h\nu \cdot e^{-h\nu/KT} \cdot \left(\frac{\nu^2}{\pi^2 U^3} d\nu \right)$$

$$I_\nu = \frac{h\nu^3}{\pi^2 U^3} \cdot e^{-h\nu/KT} \dots\dots\dots(5)$$

هذه العلاقة تسمى بقانون فين للإشعاع الحرارى

ولقد أفرح فين علاقة تجريبية للقدرة الصادرة عند طول موجى محدد كالاتى

$$E(\lambda, T) = a\lambda^{-5} e^{-b/\lambda T} \quad \text{-----}(6)$$

حيث a, b ثابتان .

وعند مقارنة علاقة فين مع النتائج التجريبية للطيف الصادر من الجسم الأسود وجد أنها تتفق مع النتائج التجريبية لأطوال الموجات القصيرة فقط ولكنها لا تتوافق مع الأطوال الموجية الطويلة.

ولقد ظلت هذه المعضلة الفيزيائية بدون حل حتى افترض العالم ماكس بلانك في العام 1900 ان طاقة المهترزات في الجسم الأسود تُبعث على هيئة كمات منفصلة. كما سنرى في الفقرة التالية.

ثانيا: المحاولة الكمية : محاولة بلانك

أفترض بلانك أن طاقة كل متذبذب من المتذبذبات التوافقية لا تأخذ القيم من (صفر الى ما لانهاية) طبقا للفرض الكلاسيكى (فروض رالى جينز وفين)، ولكنها تأخذ مجموعة من القيم المحددة والمنفصلة للطاقة على النحو التالى :

$$0, h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots, nh\nu \text{-----} (1)$$

أى أن هذه القيم تختلف عن بعضها بمقدار ثابت هو $(h\nu)$ يسمى " كم الطاقة " وإذا فرضنا أن (N_0) هو عدد المتذبذبات ذات الطاقة صفر . فإن عدد المتذبذبات ذات الطاقة الخ $h\nu, 2h\nu, \dots$ إلخ ، تعطى طبقا لقانون بولتزمان كما يلى :

$$\begin{aligned} N(h\nu) &= N_0 \cdot e^{-h\nu/KT} \\ N(2h\nu) &= N_0 \cdot e^{-2h\nu/KT} \\ \text{-----} & \\ \text{-----} & \\ N(nh\nu) &= N_0 \cdot e^{-nh\nu/KT} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad (2)$$

وعلى ذلك يصبح العدد الكلى للمتذبذبات كالاتى :

$$\begin{aligned} N &= N_0 + N_0 \cdot e^{-h\nu/KT} + N_0 \cdot e^{-2h\nu/KT} + \dots + N_0 \cdot e^{-nh\nu/KT} \\ &= N_0 \left[1 + e^{-h\nu/KT} + e^{-2h\nu/KT} + \dots + e^{-nh\nu/KT} \right] \\ N &= N_0 \left(1 - e^{-nh\nu/KT} \right)^{-1} \longrightarrow (3) \end{aligned}$$

ونظرا لأن طاقة المتذبذبات المختلفة = عدد المتذبذبات × طاقة المتذبذب

$$\begin{aligned} \therefore E_1 &= h\nu \cdot N_0 \cdot e^{-h\nu/KT} \\ E_2 &= 2h\nu \cdot N_0 \cdot e^{-2h\nu/KT} \\ E_3 &= 3h\nu \cdot N_0 \cdot e^{-3h\nu/KT} \\ \text{-----} & \\ E_n &= nh\nu \cdot N_0 \cdot e^{-nh\nu/KT} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad (4)$$

وعلى ذلك فإن الطاقة الكلية للمتذبذب (E) تساوى :

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$$

$$= h\nu \cdot N_0 e^{-\frac{h\nu}{KT}} + 2h\nu \cdot N_0 e^{-\frac{2h\nu}{KT}} + \dots + nh\nu \cdot N_0 e^{-\frac{nh\nu}{KT}}$$

$$E = h\nu \cdot N_0 e^{-\frac{h\nu}{KT}} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{KT}} \right)^{-2} \quad \text{----- (5)}$$

وحيث أن الطاقة المتوسطة

$$\frac{\text{الطاقة الكلية}}{\text{عدد المتذبذبات}} = \text{وحيث أن الطاقة المتوسطة}$$

بالتعويض من المعادلتين (3) ، (5) فى المعادلة السابقة نحصل على :

$$\bar{E} = \frac{E}{N} = h\nu \cdot e^{-\frac{h\nu}{KT}} \frac{\left[N_0 \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{KT}} \right)^{-2} \right]}{N_0 \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{KT}} \right)^{-1}}$$

$$\bar{E} = \frac{h\nu \cdot e^{-\frac{h\nu}{KT}}}{\left(1 - e^{-\frac{h\nu}{KT}} \right)} = \frac{h\nu}{\left(e^{h\nu/KT} - 1 \right)} \quad \rightarrow \quad (6)$$

وبالتعويض من المعادلة (6) عن قيمة \bar{E} فإن معدل انبعاث الطاقة (R) لوحة المساحات من الجسم الأسود تعطى من العلاقة :

$$R = I_\nu d\nu = \bar{E} \cdot dn_\nu = \frac{h\nu}{\left(e^{h\nu/KT} - 1 \right)} \cdot \frac{\nu^2}{\pi^2 U^3} d\nu$$

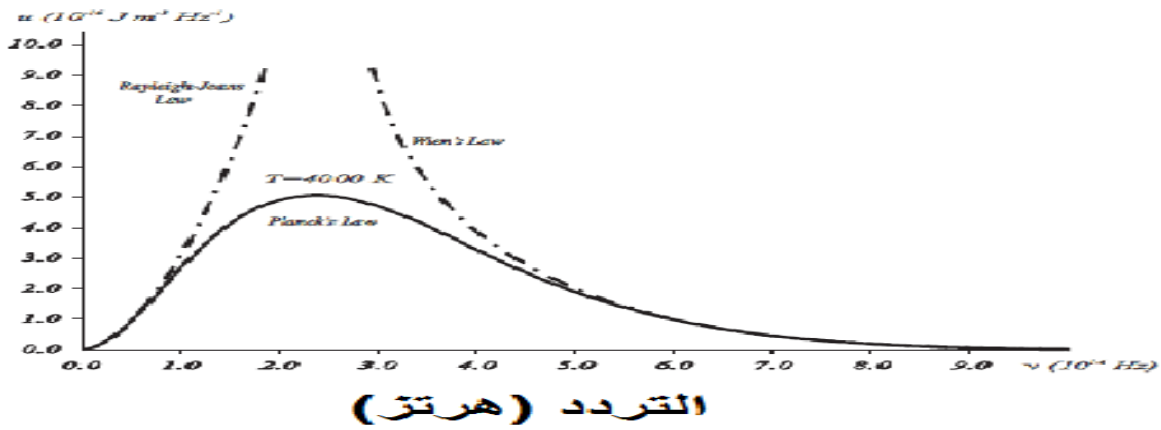
$$\therefore I_\nu = \frac{h\nu^3}{\pi^2 U^3} \cdot \frac{1}{\left[\exp. \frac{h\nu}{KT} - 1 \right]} \quad \text{.....(7)}$$

هذه العلاقة تسمى بقانون بلانك للإشعاع الحرارى

بدلالة الطول الموجى تكون

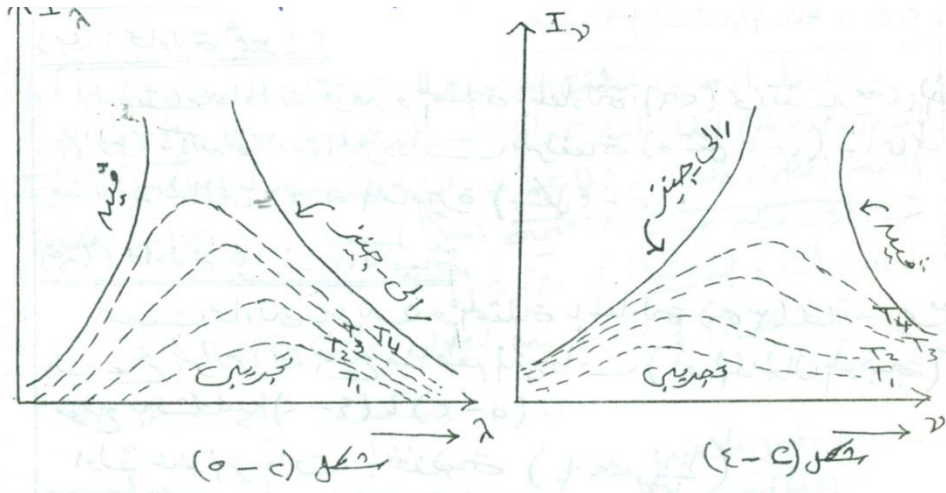
$$I(\lambda, T) = n(\lambda) \cdot \bar{E} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{(e^{hc/k_B T \lambda} - 1)} \quad \text{----- (8)}$$

المعادلة الأخيرة تعرف بقانون توزيع بلانك وهي تعطي كثافة الطاقة للجسم الأسود بدلالة طول الموجة الصادرة منه كإشعاع كهرومغناطيسي . هذه النتيجة تتفق تماماً مع نتائج القياسات التي اعطتها التجارب، أنظر الشكل التالي :



5- تفسير مدى ملائمة المحاولات الكلاسيكية والكمية لمنحنى الإشعاع الحرارى التجريبي

لعلنا نلاحظ أن المعادلات المستخدمة في المحاولات السابقة في التردد ومن ثم فإنه لدراسة مدى ملائمة هذه المحاولات لابد من رسم علاقة لشدة الإشعاع I كدالة في التردد كما هو موضح بالشكل التالي . وهذا الشكل يمثل صورة أخرى لمنحنى الإشعاع الحرارى ولكن كدالة في التردد بدلا من الطول الموجى λ .



وحيث أن هناك علاقة عكسية بين الطول الموجى والتردد فإننا نجد من الشكل أن القيم العظمى للإشعاع توجد فى المناطق ذات الترددات الكبيرة (هذه المناطق تقابل المناطق ذات الطول الموجى القصير . وهذا يعنى أنه ليست هناك تغيرات فى المساحة المحصورة بين منحنيات الإشعاع الحرارى (عند درجات الحرارة المختلفة) وبين المحور الأفقى الممثل لكل من الطول الموجى (λ) والتردد (U) فى الشكلين السابقين . الأمر الذى يعنى أن معدل انبعاث الطاقة الإشعاعية (R) لوحدة المساحات ثابت فى الحالتين ويعطى من العلاقة :

$$R = \int I_{\lambda} d\lambda = \int I_{\nu} d\nu \longrightarrow (9)$$

- (أ) محاولة رالى جينز : بالنسبة لهذه المحاولة فقد وجد أنها تنجح فقط فى تفسير منحنى الإشعاع الحرارى التجريبي ولكن فى مدى الأطوال الموجية العالية . أى الترددات الصغيرة .
- (ب) محاولة فين : نجحت محاولة فين الممثلة فى تفسير منحنى الإشعاع الحرارى ولكن فى مدى الترددات المرتفعة ، أى فى مدى الأطوال الموجية القصيرة .
- (ج) محاولة بلانك الكمية : نجحت محاولة بلانك فى تفسير منحنى الإشعاع الحرارى فى جميع مناطق الترددات (أو الأطوال الموجية) .

أولاً : عند الترددات المنخفضة : $\left(\frac{h\nu}{KT} \ll 1 \right)$

$$\text{when } \frac{h\nu}{KT} \ll 1, \text{ Then } \exp \frac{h\nu}{KT} \Rightarrow \left(1 + \frac{h\nu}{KT} \right)$$

وعلى ذلك فإن معادلة بلانك (٧) تؤول إلى :

$$I_{\nu} = \frac{h\nu^3}{\pi^2 U^3} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{h\nu}{KT} - 1 \right)} =$$

$$\therefore I_{\nu} = \frac{\nu^2}{\pi^2 U^3} \cdot KT$$

وهذه هى نفسها معادلة رالى جينز

ثانياً : عند الترددات المرتفعة : $\left(\frac{h\nu}{KT} \gg 1 \right)$

عندما يصبح المقدار $\left(\frac{h\nu}{KT} \gg 1 \right)$ فإنه يمكننا إهمال الواحد الصحيح فى معادلة بلانك (٧) لتصبح على

الصورة :

$$I_\nu = \frac{h\nu^3}{\pi^2 U^3} \exp - \frac{h\nu}{KT}$$

وهذه هى نفسها معادلة فين .

ثالثا : عند الترددات المتوسطة :

فى المنطقة الوسطى او المتوسطة من منحنى الإشعاع الحرارى ، فإن توزيع بلانك نجح فى إعطاء القيمة العظمى لكثافة الطاقة أو الإشعاع (I_{max}) المقابل لأقل قيمة للطول الموجى (λ_{min}) . وهذا يتفق مع النتائج العملية .

حساب النهاية العظمى لشدة الإشعاع الحرارى

بإجراء التفاضل لمعادلة بلانك (٧) بالنسبة للطول الموجى ثم وضع ناتج التفاضل بصفر

$$\left(\frac{dI_\lambda}{d\lambda} \right)_{max} = zero \longrightarrow (10)$$

يمكن الحصول على :

$$\lambda_{min} \cdot T = \frac{hU}{K} \cdot \frac{1}{4096}$$

حيث أن الطرف الأيمن مقدار ثابت .

$$\lambda_{min} \cdot T = Const. \longrightarrow (11)$$

هذه المعادلة توضح أنه بزيادة درجة الحرارة (T) فإن القيمة العظمى لكثافة الإشعاع الحرارى تزداد فى اتجاه الأطوال الموجية القصيرة . الأمر الذى يتفق مع النتائج العملية السابق شرحها . وهذا بالتالى يؤكد نجاح محاولة بلانك الكمية فى تفسير منحنى الإشعاع الحرارى أيضا فى مدى الترددات والأطوال الموجية المتوسطة حيث القيم العظمى لشدة الإشعاع .

◀ مثال (1)

1. استنتج الصورة التي يكون عليها قانون توزيع بلانك بدلالة التردد.
2. في حالة الموجات الطويلة تحقق من ان قانون بلانك يؤول لقانون رايلي وجيد
3. ماذا يعطي قانون بلانك في حالة الطاقة العالية؟

الحل

$$1. \text{ من } I(\nu) = I(\lambda) \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right|$$

$$\left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{c}{\nu^2}$$

⇒

$$I(\nu, T) = \frac{c}{\nu^2} \cdot \frac{8\pi hc}{c^5/\nu^5} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad \text{بما ان } \lambda = c/\nu \text{ فإن}$$

$$= \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

2. في حالة الموجات الطويلة

$$\lambda \rightarrow \infty, \quad \nu \rightarrow 0$$

فإن التقريب من مفكوك e^x يعطي

$$e^x \simeq 1 + x$$

$$\therefore e^{h\nu/k_B T} \simeq 1 + \frac{h\nu}{k_B T}$$

عليه فإن

$$I(\nu, T) \simeq \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h\nu} \right)$$

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^2}{c^3} k_B T$$

أي أننا تحصلنا ، في حالة الموجات الطويلة ، على معادلة رايلي وجينز .

3. إما في حالة الطاقة العالية فإن:

$$\nu \rightarrow \infty, \quad \lambda \rightarrow 0$$

$$e^{h\nu/k_B T} - 1 \simeq e^{h\nu/k_B T}$$

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot e^{-h\nu/k_B T}$$

الباب الثالث

الطبيعة الجسيمية للموجات

السباب الثالث

الطبيعة الجسيمية للأمواج

١- مفهوم الخاصية المزدوجة للجسيمات والموجات:

ماهو الفرق بين وجهتى النظر الكلاسيكية والحديثة لمفهوم الجسيم والموجة؟ .

الفرق الأساسى بين الفيزياء التقليدية أو الكلاسيكية (ميكانيكا نيوتن ، نظريات الكهرومغناطيسية لماكسويل ، الديناميكا الحرارية ، الخ) والفيزياء الحديثة يتركز فى نظرة كل منهما إلى المادة وخصائصها المختلفة.

• تتعامل الفيزياء الكلاسيكية مع المادة من حيث كونها كتلة وحجم معين من مواد مختلفة فيما بينها فى الكثافة ، المرونة ، الصلابة ، اللزوجة إلى آخر تلك هذه الخواص المميزة للمادة فى حالتها الثلاث (صلبة . سائلة . غازية)

• بينما تتعامل الفيزياء الحديثة مع المادة من خلال التركيب الميكروسكوبى أى بالنظر إلى الجزيئات . الذرات . الأنوية . الألكترونات ، وذل التركيب يوضح خصائص المادة وسلوكها فيزيائيا وكيميائيا هناك فرق آخر بين وجهتى نظر الفيزياء الكلاسيكية والحديثة إلى الجسم والموجة .

• تتعامل الفيزياء الكلاسيكية مع الجسيمات والموجات كشيئين منفصلين تماما لكل منهما فرع مستقل عن الآخر له تجاربه ونظرياته وعلاقاته ، إلخ.

• أما نظرة الفيزياء الحديثة أنه لا يوجد حد فاصل بين الجسيمات والموجات فى ضوء عالم الجزيئات والذرات والأنوية والألكترونات.

تفسير هذه الخاصية :

(١) : على الرغم من أننا ننظر إلى الألكترون كجسيم باعتبار أن له كتلة وشحنة فإن سلوكه يتفق مع ميكانيكا الجسيمات ، إلا أن هناك بعض الأدلة التى تظهر لنا تفسير حركة الألكترون ينم عن مظهر موجى بالإضافة إلى مظهره الألكترونى.

(٢) : أما بالنسبة للموجات الكهرومغناطيسية باعتبارها موجات فهي تتمتع بخصائص النظرية الموجية مثل الحيود والإستقطاب والتداخل ، إلا أننا نجد أيضا تحت بعض الظروف الأخرى فأنها تتصرف كما لو أنها تتكون من تيار من الجسيمات . أى أنها تتمتع بالخاصية الجسيمية بالإضافة إلى الخاصية الموجية لها .
هذه الخاصية المزدوجة لكل من الجسيم والموجة تعتبر محور هام فى علم الفيزياء الحديثة.

3- الظواهر التي تؤكد الصفة الجسيمية للأمواج

أولاً : ظاهرة التأثير الكهروضوئى Photoelectric Effect

لقد أكتشف هيرتتز عام ١٨٨٧م التأثير الكهروضوئى من خلال تجاربه العملية لأثبتات نظرية ماكسويل للكهرومغناطيسية (الطبيعة الموجية للضوء) الخاصة بتوليد موجات كهرومغناطيسية نتيجة تيار كهربى متذبذب . فالتأثير الكهروضوئى هي ظاهرة انبعاث الكترونات من سطح معدن عند سقوط ضوء فوق بنفسجى عليه ، فتنتقل الكترونات من هذا السطح وهي عبارة عن الإلكترونات الحرة ذات قوة الربط الضعيفة مع أيونات المعدن وتسمى هذه الإلكترونات بالإلكترونات الضوئية نسبة إلى السبب فى خروجها من سطح المعدن . ببساطة نستطيع أن نقول أن أشعة الضوء الساقطة قد أمدت إلكترون ما بطاقة مساوية أو تزيد عن طاقة ربطه بسطح المعدن وبالتالي سمح لهذا الإلكترون أن يهرب أو يتحرر .

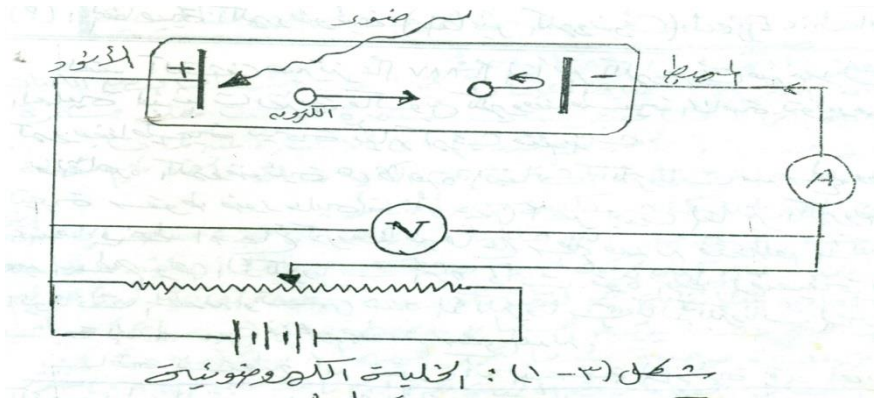
وطبقا لقوانين الفيزياء التقليدية ، فإن الإشعاع الكهرومغناطيسى عبارة عن مجال كهربى يتذبذب عمودى على اتجاه انبعاث الإشعاع (هنا اهملنا المجال المغناطيسى). والذى نريد أن نركز عليه هو أن شدة الأشعة تتناسب مع مربع تذبذب المجال الكهربى، ويمكن للإلكترونات التى على سطح المعدن أن تذبذب مع المجال الكهربى الساقط عليها ، وكلما ازدادت شدته (سعته) تزداد سعة تذبذب الإلكترونات كثيراً مما يؤدي الى كسر ارتباطها بالسطح وانطلاقها بطاقة حركة والتي ستعتمد على سعة (شدة) المجال الكهربى للإشعاع الساقط.

ان هذا التفسير الفيزيائى التقليدى (الكلاسيكى) يتعارض تماما مع المشاهدات الفيزيائية لهذه الظاهرة .

والدراسات العملية لهذه الظاهرة أوضحت أنه توجد عدة عوامل متصلة ببعضها يعتمد عليها

ظاهرة التأثير الكهروضوئى وهى :

- ١ . تردد أو الطول الموجى للضوء الساقط
 - ٢ . شدة الضوء الساقط .
 - ٣ . طاقة حركة الألكترون $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$. طبيعة سطح المعدن التى تخرج منه الألكترونات .
- ويمكن دراسة هذه الظاهرة بإستخدام الخلية الكهروضوئية وهى عبارة عن أنبوبة من الزجاج أو الكوارتز ومفرغة من الهواء ، تحتوى على لوحين أو قطبين معدنيين أحدهما مغطى بطبقة من السيزيوم (الفلزات القلوية) ويمثل السطح المعدنى الذى سوف تنبعث منه الألكترونات عند سقوط الضوء عليه .



شكل (١ . ٣) : الخلية الكهروضوئية

ويوضح شكل (١ . ٣) رسم تخطيطى للدائرة الكهربائية التى تستخدم لدراسة الظاهرة الكهروضوئية . عندما يسقط شعاع ضوئى أحادى الطول الموجى من مصدر كمصباح لقوس زئبقي على سطح معدن (المصعد أو الأنود) . عندما تنطلق الألكترونات الضوئية فإن جزء منها يتحرك فى اتجاه المهبط وعند وصولها المهبط يتكون التيار الكهروضوئى الذى يمر فى الدائرة الكهربائية كما بالشكل . هناك مقياس جهد مستخدم لتزويد فرق الجهد بين قطبي الخلية

(المصعد والمهبط) مكون من بطارية مصدر جهد مستمر وريوستات (مقاومة متغيرة) وفولتميتر (V) لقياس فرق الجهد بين المصعد والمهبط ، بالإضافة لوجود جهاز أميتر (A) لقياس شدة التيار الكهروضوئى.

**** الشروط الواجب توافرها عند إجراء هذه التجربة:**

١ . من المهم جدا أن يكون سطح اللوح المعدنى (المصعد) نظيفا .
٢ . عند صناعة الخلايا الكهروضوئية يراعى تفرغها من الهواء ليتم التخلص من الغازات ما أمكن . ويتم ذلك برفع درجة حرارتها بالكامل إلى درجة حرارة عالية حتى يمكن التخلص من هذه الغازات التى تعوق حركة الألكترونات الضوئية بالتصادم مع جزيئات هذه الغازات أثناء حركتها فى اتجاه المهبط .

٣- بعض الخلايا الكهروضوئية يكون المهبط على شكل اسطوانى لتجميع الإلكترونات الضوئية المنبعثة من المصعد . ويغطى السطح الإسطوانى للمهبط بطبقة من أكسيد النحاس أو أى مادة أخرى لاتتأثر بالضوء يمكن أن تمنع وصول الإلكترونات الضوئية إليها .

**** تفسير نتائج التجربة**

(١) العلاقة بين التيار الكهروضوئى وفرق الجهد المطبق (عند ثبوت شدة الضوء الساقط وتردده)

عندما يسقط ضوء أحادى اللون طول موجته λ وشدته (I) على سطح المصعد فسوف تتأثر الإلكترونات المنبعثة من السطح بالمجال الكهربي بين القطبين (المصعد والمهبط) ، وبواسطة مقياس الجهد يمكن التحكم فى قيمة فرق الجهد بين المصعد والمهبط وبالتالي يمكن تغيير المجال الكهربي . فى هذه التجربة هناك حالتان يتم إجرائهما .

أ . إذا كان جهد المهبط موجب بالنسبة لجهد الأنود ،. هذا سيؤدى إلى تعجيل الألكترونات نحو

المهبط (زيادة التيار الكهروضوئى).

ب . إذا كان جهد المهبط سالبا بالنسبة لجهد الأنود .. تناقصت سرعة الإلكترونات نحو المهبط

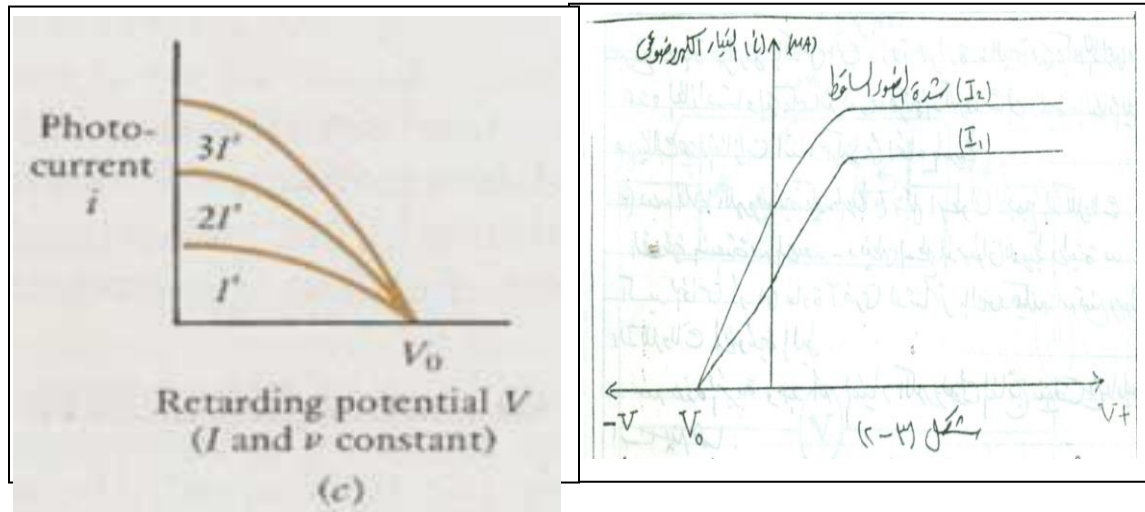
(نقص قيمة التيار الكهروضوئى) , وبالطبع فإن التيار الكهروضوئى الذى يسجله الأميتر

سوف يتناسب مع عدد الإلكترونات التى تصل إلى المهبط.

يوضح شكل (٢ . ٣) العلاقة بين التيار الكهروضوئى (i) على المحور الرأسى وفرق

الجهد (V) بين المصعد والمهبط على المحور الأفقى.

وبلاحظ من هذا الشكل الآتى :-



١ - ثبوت قيمة التيار (i) لجميع قيم (V) الموجية فى حين تقل قيمة هذا التيار عند جعل المهبط سالب بالنسبة للأنود حتى تصل قيمة التيار (i) إلى الصفر عند قيمة معينة سالبة لجهد المهبط (V_0) (يسمى بجهد الإيقاف أو التوقف لهذا الطول الموجى للضوء الساقط).

٢ - عند زيادة شدة الضوء الساقط من I_1 إلى I_2 وإعادة التجربة مرة أخرى فسوف نجد أن التيار الكهروضوئى يزداد بنفس النسبة لكل قيم (V) ، وعندما يصبح فرق الجهد الواقع على المهبط سالب فإن التيار الكهروضوئى سوف يقل بسرعة شديدة حتى يصل إلى الصفر عند نفس قيمة الجهد (V_0).

**** استخلاص النتائج الهامة من دراسة العلاقة السابقة :**

أ- هناك تناسب طردى بين (i) ، (I) يدل ذلك على أن هناك تناسباً بين عدد الإلكترونات المنبعثة وشدة الضوء الساقط (I).

ب- عدم اعتماد جهد الإيقاف على شدة الضوء الساقط، ويمكن تفسير ذلك بفرض أن كمية حركة الإلكترونات التى تنبعث من المصعد لا تتعدى نهاية عظمى معينة فيها مهما تغيرت شدة الضوء الساقط (I) والتي تعطى من العلاقة $eV_0 = \frac{1}{2}mV_{\max}^2$. اذن لا تعتمد قيمة جهد الإيقاف على شدة الضوء الساقط عند نفس التردد ولنفس المعدن .

تفسير هذه العلاقة يرجع إلى أنه عندما يكون جهد المهبط سالب بالنسبة للمصعد وليكن (V) فإنه الشغل المبذول على الإلكترون بواسطة المجال الكهربى المعاكس مساوياً (eV) فإذا تساوى هذا الشغل مع طاقة الحركة للإلكترون ($\frac{1}{2}mV^2$) فإن هذا الإلكترون سوف يتوقف عن الحركة أمام المهبط. بالنسبة للإلكترونات التى تتحرك بأقصى سرعة (V_{\max}) فإنها سوف تتوقف أمام المهبط إذا كان فرق الجهد الواقع على المهبط (الجهد السالب) كاف لذلك وليكن قيمته (V_0) وبالتالي سوف تتوقف الإلكترونات ذات السرعات الأقل . أى ينعدم التيار الكهروضوئى (i) وعند هذه اللحظة يكون : $eV_0 = \frac{1}{2}mV_{\max}^2$ (طاقة الإلكترون الضوئى) . وعندما تزيد قيمة فرق الجهد عن قيم أعلى من (V_0) فإن جميع الإلكترونات سوف تعكس اتجاهها قبل وصولها إلى المهبط كما هو موضح بالشكل السابق .

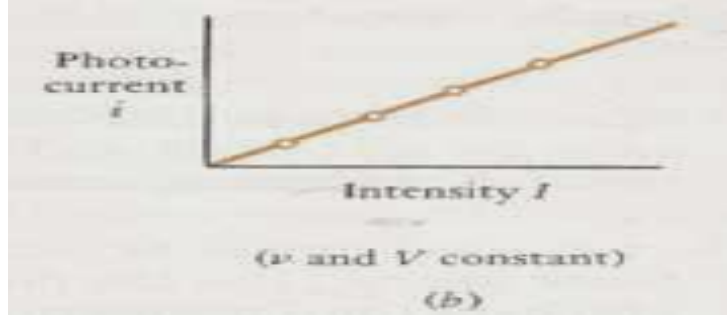
ج- يلاحظ أيضاً فى هذه التجربة أنه يوجد تيار كهروضوئى خفيف يمر فى الدائرة عندما تكون قيمة (V) بين المصعد والمهبط مساوية للصفر أى ($V = 0$) ، بمعنى أنه لا يوجد فرق جهد بين المصعد والمهبط . هذا التيار الكهروضوئى الضعيف يعزى إلى أن بعض الإلكترونات المنبعثة من المصعد عند سقوط الضوء عليه يكون لها طاقة حركة كافية لإجتياز المسافة بين المهبط والمصعد .

(٢) العلاقة بين التيار الكهروضوئى وشدة الضوء الساقط (عند ثبوت التردد وفرق الجهد):

عند تثبيت التردد وفرق الجهد فإن التيار الكهروضوئى يزداد بزيادة شدة الأشعة الكهرومغناطيسية الساقطة على الأنود.

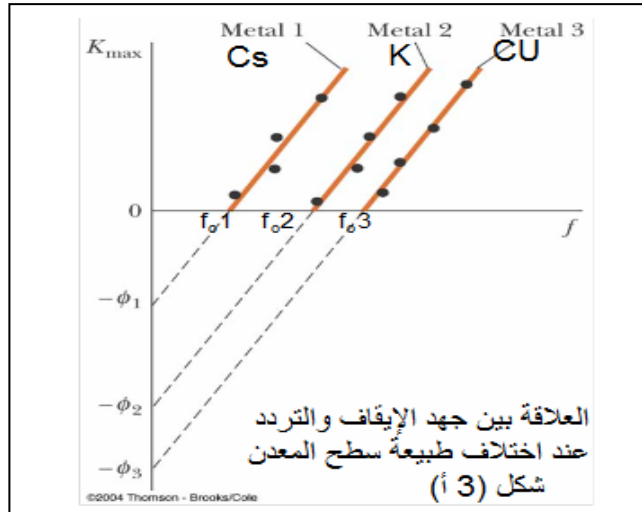
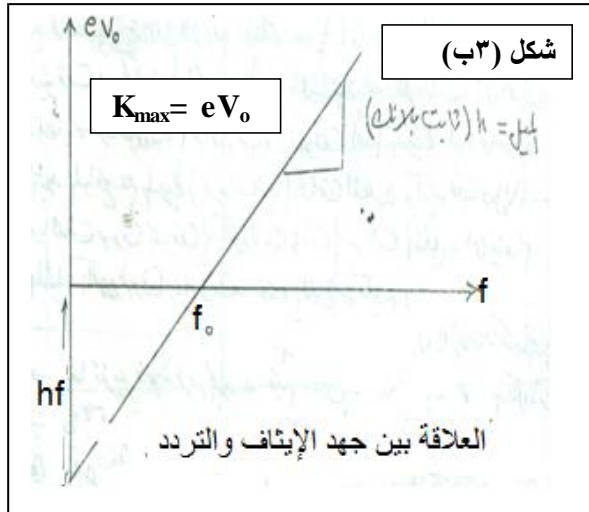
**** استخلاص النتائج الهامة من دراسة العلاقة السابقة :**

عند زيادة شدة الضوء الساقط تزداد شدة التيار الكهربى المار بالدائرة أي يزداد عدد الالكترونات المارة بالدائرة،

**(٣) العلاقة بين التيار الكهروضوئى وتردد الضوء الساقط (عند ثبوت ν وشدة الضوء I):**

بإستخدام نفس الدائرة الكهربية السابقة فى شكل (٣ . ١) بالإضافة إلى إستخدام نفس مصدر الضوء الساقط (مصباح بخار الزئبق وهو مصدر طيف خطى) ، ثم بإستخدام مجموعة من المرشحات (الفلاتر) الضوئية كل منها يسمح بفاذ ضوء أحادى اللون طول موجته وتردده معروف فى هذه التجربة ثم بتعيين جهد الإيقاف (V_0) لكل طول موجى معين .

يوضح شكل (٣ ، أ) العلاقة بين (eV_0) وتردد الضوء الساقط (f) على سطح المصدر.



نستخلص من هذا المنحنى عمليا الآتى :

١- وجد عمليا أن قيمة جهد الإيقاف تعتمد على تردد الأشعة الكهرومغناطيسية فكلما زاد

التردد كلما كانت قيمة جهد الإيقاف اكبر.

٢- قيمة جهد الإيقاف تتغير بتغير نوع مادة المعدن.

٣- كما وجد أيضا أن قيمة جهد الإيقاف لا تعتمد على شدة الأشعة الكهرومغناطيسية.

4- تجدر الإشارة هنا إلى أن أدنى تردد \square مطلوب للانبعثات الالكترونية من سطح المعدن يسمى بالتردد الحرج (f_0) *threshold frequency*. ولا يمكن أن نحصل على تيار كهروضوئي إلا إذا كان تردد الأشعة الكهرومغناطيسية الساقطة اكبر من التردد الحرج للمادة المستخدمة.

٥- لأي معدن مستخدم في التجربة وجد من تحليل النتائج العملية أن المنحنيات تعطى معادلة خط مستقيم على الصورة :

$$eV_0 = \frac{1}{2} mV_{\max}^2 = h(f - f_0) = hf - hf_0 \quad \rightarrow \quad (1)$$

$$eV = hf - hf_0 = hf - \phi$$

$$\therefore hf = \frac{1}{2} mV_{\max}^2 + \phi \quad \rightarrow \quad (2)$$

حيث أن (h) هو ميل الخط المستقيم وهو مقدار ثابت لكل الأسطح الباعثة ، ويعرف بثابت بلانك وقيمه تساوى :

$$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{sec}$$

أما (f_0) يسمى بالتردد الحرج *Threshold frequency* . وهو أقل قيمة للتردد يمكن أن

تسبب ابتعاث الكترونات من سطح الأنود ، وتعتمد قيمته على طبيعة السطح الباعث

للإكترونات والتي يوضحها الشكل التالى (٣ أ) لثلاث معادن مختلفة هي السيزيوم (Cs)

، البوتاسيوم (K) ، والنحاس (Cu) . نلاحظ أنه لكل معدن تردد ضوئي حرج محدد

(f_0) والتي لا بد أن تكون قيمته أقل من قيمة تردد الضوء الساقط (f) أى ($f_0 < f$) حيث

ينبعث من سطح هذ المعدن الكترونات كهروضوئية.

نلاحظ فى المعادلة (١) أن قيمة $\frac{1}{2} mv^2$ موجبة ، وعليه يجب أن لا يكون الفرق $hf - \phi$

سالب أى أن $hf \geq \phi$ ، وعند التردد الحرج f_0 تصبح $hf_0 = \phi$

٣ - التحليل الكلاسيكى والكمى للظاهرة الكهروضوئية.

أ-كلاسيكيا : تفسير الخصائص التي حيرت مكتشفها ولم يتمكنوا من تفسيرها اعتماداً على قوانين الفيزياء الكلاسيكية:

- الطاقة القصوى للإلكترونات الضوئية المنبعثة (K_{max}) لا تعتمد على شدة الضوء الساقط،
- لا تنبعث الإلكترونات عندما يكون تردد الضوء الساقط اقل من تردد العتبة (f_0) لمادة السطح،
- طاقة الإلكترونات تزداد بزيادة تردد الضوء الساقط،
- الإلكترونات تنبعث تقريبا في نفس اللحظة التي يسقط فيها الضوء على السطح المعدني مهما كانت شدة الضوء.

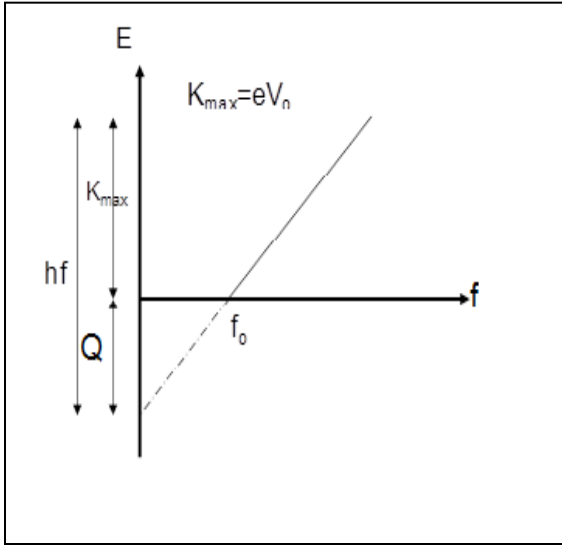
لم تستطيع النظرية الكهرومغناطيسية (الكلاسيكية) أن تعطى تفسيراً واضحاً للنتائج العملية التي تختص بالعلاقة الحرارية فى المعادلة (١) السابقة بين طاقة الألكترون الضوئى (eV) وتردد الضوء الساقط . حيث أنه طبقاً لهذه النظرية الموجية يلزم أن تكون هناك علاقة بين شدة الضوء الساقط وطاقة الإلكترون الضوئى وحيث أن شدة الضوء الساقط (الموجة الكهرومغناطيسية) تعتمد على مربع سعة المتجه الكهربى ولا تعتمد على التردد . ولكن النتيجة العملية التي نجحت فى تفسيرها النظرية الموجية هى التناسب الطردى بين شدة التيار الكهروضوئى (i) وشدة الإستضاءة (I) ، حيث تفسر النظرية الكلاسيكية الموجية ذلك بأنه كلما زادت شدة الإستضاءة تزداد الطاقة المصاحبة للضوء الساقط وبالتالي تزداد الطاقة الممتصة بواسطة الإلكترونات السطحية ، أى أن التيار الكهروضوئى يزداد ، وهذه هى النتيجة الوحيدة التى تتفق مع النظرية الكلاسيكية.

ب-كمياً :

تمكن اينشتاين من استخدام مبدأ بلانك الكمي على الموجات الكهرومغناطيسية لتفسير ظاهرة التأثير الكهروضوئي، ١٩٠٥ م، وافترض الأتي:
- عند انتقال نظام فيزيائي من مستوى طاقة معين (n) إلى مستوى أدنى (n-1) فإنه تنبعث حزمة من الطاقة الكهرومغناطيسية (E) حيث؛

$$E = nhf - (n - 1)fh = hf$$

h ثابت بلانك ، f التردد



- تتركز هذه الحزمة من الطاقة في حجم صغير من الفراغ وتتحرك بسرعة الضوء (C)، ويتحرك الضوء كسيل من حزم الطاقة (كمات) وسميت الفوتونات

$$E = hf = \phi + K_{\max} = \phi + K_{\max} -$$

$$K_{\max} = eV_0 = hf - \phi = \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2 -$$

$$V_0 = \frac{m_e v_{\max}^2}{2e} -$$

وتعرف المعادلة السابقة بمعادلة أينشتاين الكهروضوئية

- حيث E: طاقة الفوتونات الساقطة ، ϕ دالة الشغل للمادة ووحدتها جول أو إلكترون-فولت ، K_{\max} الطاقة الحركية القصوى للإلكترونات الضوئية ، e شح الإلكترون ، V_0 جهد الايقاف ، v_{\max} السرعة القصوى للإلكترونات المنبعثة ، m_e كتلة الإلكترون

- **تعريف دالة الشغل للمادة Q :** هي الطاقة اللازمة لتحرير الكترولون من سطح المادة وهي تساوي طاقة الربط للإلكترون

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ j} \rightarrow 1.6 \times 10^{-19} \text{ j/eV} -$$

- eV الأكترون-فولت: هى الطاقة اللازمة لنقل الكترون بين نقطتين فرق الجهد بينهما واحد فولت

● تفسير خصائص الظاهرة الكهروضوئية اعتمادا على النظرية الكمية للضوء:

- ١- شدة التيار (عدد الالكترونات الضوئية) المار بالدائرة تزداد بزيادة شدة الضوء أي بزيادة عدد الفوتونات (n) حيث $E = nhf$:
- ٢- تعتمد الطاقة الحركية للالكترونات على طاقة الضوء الساقط على السطح المعدني اى انها تعتمد على تردد الضوء (f) حيث $(E=hf)$ ، علما بان دالة الشغل للمادة قيمتها ثابتة
- ٣- لا تنبعث الكترونات من سطح المعدن اذا كانت $hf < Q$ ، ويكون اقل طاقة لتحرير الكترون هى $hf_0 = Q$ وحينها $K = 0$ (الطاقة الحركية للإلكترون تساوي صفر)

$$E = hf = W + K_{\max} \Rightarrow \text{if } K_{\max} = 0 \therefore hf_0 = W$$

- ٤- ينبعث الالكترون الضوئي في نفس اللحظة التي يسقط فيها الضوء على سطح المعدن لان كل فوتون ساقط يصطدم بالكترون ويحدث تبادل للطاقة بينهما - كأنه تصادم جسيم بجسيم آخر.

وبذلك طبقا لهذه النظرية الكمية يتكون الشعاع الضوئى الذى تردده (f) من فوتونات مثل الجسيمات ، كل فوتون له طاقة (hf) ، **والفوتون الواحد يمكنه أن يتفاعل مع إلكترون واحد فقط عند السطح المعدنى للمصعد ولا يمكن أن تتقاسم عدة إلكترونات طاقة الفوتون** . من المعروف أن سرعة الفوتون تساوى سرعة الضوء ، وبالتالي تتعدم كتلته الساكنة حسب النظرية النسبية لأينشتين $(m_0=0)$ وتكون طاقته هى كليا طاقة الحركة. أى أن تفسير أينشتين للظاهرة الكهروضوئية يتضح من أنه عند سقوط ضوء (فوتونات) على سطح معدن فإن الطاقة الداخلية للفوتون تنتقل إلى إلكترون مفرد على سطح المعدن . وعند خروج هذا الإلكترون الضوئى من هذا السطح سوف تكون له طاقة حركة $(\frac{1}{2}mV^2)$. بمعنى آخر فإن الفوتون الساقط يعطى طاقته (hf) كلها للإلكترون الذى أصطدم به ، فإذا كانت الطاقة التى أكتسبها

الألكترون المرتبط (hf) أكبر من طاقة ربطه بسطح المعدن فإن الزيادة فى الطاقة تظهر كطاقة حركة للإلكترون المنبعث .

إستخلاص ما سبق : يمكننا الآن أن نستخلص مما سبق بأن النظرية الموجية للضوء ونظرية الكم الضوئى تكمل أحدهما الأخرى. فالنظرية الموجية تأخذ فيها الحالات التى ينتشر فيها الضوء وما يترتب عليه من ظواهر مثل الحيود والتداخل والانكسار والاستقطاب ، فى حين أن نظرية الكم الضوئى تأخذ فيها الحالات التى يتفاعل فيها الضوء مع المادة، وعلينا أن نقبل وصف الضوء وصفا كاملا.

يلاحظ مما سبق أن بلانك أفترض أن انبعاث الطاقة الإشعاعية على شكل كمات من الجسم الساخن ، ولكن لم يكن لديه شك فى أنها تنتشر فى الفضاء على هيئة أمواج كهرومغناطيسية . وهو بذلك أمكنه تفسير منحنى الإشعاع .

أما أينشتين فقد أفترض أن الضوء ينبعث على شكل كمات وانتشاره أيضا على هيئة كمات (فوتونات) . وبذلك أمكنه تفسير الظاهرة الكهروضوئية ويجدر بنا أن نذكر أن التأثير الكهروضوئى ليس قاصرا على السطوح المعدنية دائما يمكن حدوثه فى الغازات والسوائل والمواد الصلبة.

أمثلة متنوعة

١- أحسب النهاية العظمى لطاقة الإلكترونات المنبعثة من سطح البوتاسيوم نتيجة سقوط ضوء فوق بنفسجي عليه وطول موجته ٣٥٠٠ انجيستروم - علماً بأن دالة الشغل للبوتاسيوم هي ٢.٢ إلكترون فولت وثابت بلانك $= 6.625 \times 10^{-34} \times \text{جول} \cdot \text{ثانية}$ & $c = 3 \times 10^8 \text{ m/sec}$ & علماً بأن $(1 \text{ ev} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule})$.

(((الحل)))

يتم حساب طاقة الضوء الساقط أولاً

$$\therefore h\nu = h \frac{c}{\lambda} = 6.625 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{3500 \times 10^{-10}} = 5.68 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

وحيث أن دالة الشغل ϕ معطاه بالإلكترون فولت - لذا يجب تحويل طاقة الضوء الساقط من جول إلى إلكترون فولت .

$$\therefore h\nu = \frac{5.68 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3.55 \text{ ev.}$$

علماً بأن $(1 \text{ ev} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule})$. ومن ثم فيمكن حساب الطاقة العظمى للإلكترونات بأستخدام معادلة اينشتاين

$$h\nu = \frac{1}{2}mv + \phi$$

$$\therefore \frac{1}{2}mv_{\max} = 3.55 - 2.20 = 1.35 \text{ ev}$$

ملحوظة : يمكننا حساب طاقة

الضوء بالإلكترون فولت كما يلي

$$h\nu = 1.243 / \lambda(\text{mm})$$

٢- إذا كانت طاقة الحركة للإلكترونات المنبعثة من سطح معدن تتراوح بين صفر & 4×10^{-19} جول عندما يكون طول موجة الضوء الساقط ٣٠٠٠ انجيستروم - فما هو جهد الإيقاف لهذا الضوء وما هو طول الموجه الحرجة (λ_0) للضوء بالنسبة لسطح المعدن المستخدم .

(((الحل)))

$$\therefore E_{\max} = \frac{1}{2}mv^2 = ev_0$$

$$\therefore V_0 = \frac{4 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5 \text{ volts}$$

$$ev_0 = h\nu - h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{1.243}{\lambda(\text{mm})} - \frac{1.243}{\lambda_0(\text{mm})}$$

$$\therefore 2.5 \text{ eV} = \frac{1.243}{0.3000} - \frac{1.243}{\lambda_0(\text{mm})}$$

$$\therefore \lambda_0 = 0.7580 \text{ mm} = 7580 \text{ \AA}$$

٣- احسب عدد الفوتونات المنبعثة من لمبة صفراء (100 W) في الثانية الواحدة على فرض أن الضوء

المنبعث هو أحادي الموجة (monochromatic) بطول 560 nm.

((الحل))

الطاقة الكلية المنبعثة من اللمبة في الثانية الواحدة هي $100 \text{ W} = 100 \text{ J/s}$.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{560} \cdot \frac{\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}}{\text{nm}} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{560 \times 10^{-9}} \text{ J} = 3.7 \times 10^{-19} \text{ J}$$

عدد الفوتونات المنبعثة في الثانية الواحدة = الطاقة الكلية المنبعثة في الثانية الواحدة ÷ طاقة الفوتون الواحد

$$= \frac{100}{3.7 \times 10^{-19}} \cdot \frac{\text{J} \cdot \text{s}^{-1}}{\text{J} / \text{photon}} = 2.7 \times 10^{20} \text{ photon/s}$$

◀ مثال (٤)

أحسب الطاقة الحركية القصوى لإلكترون ضوئي انبعث بتتردد قدره $8 \times 10^{14} \text{ Hz}$

من سطح معدن إذا كان تردد العتبة (التردد الحرج) للمعدن مساوياً $4 \times 10^{14} \text{ Hz}$

الحل

$$h\nu = h\nu_0 + K_{\max}$$

$$K_{\max} = h(\nu - \nu_0)$$

$$= (6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) [8 \times 10^{14} - 4 \times 10^{14}] \text{ s}^{-1}$$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 4 \times 10^{14}}{1.6 \times 10^{-19}} = \underline{\underline{1.65 \text{ eV}}}$$

حيث استخدمنا $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

◀◀ مثال (٥)

سقطت أشعة فوق بنفسجية ذات طول موجي 350 nm على سطح معدن دالة شغله تساوي 2.2 eV أحسب الطاقة الحركية القصوى للإلكترونات الضوئية التي انبعثت من سطح المعدن .

الحل

$$c = \lambda \nu \quad \text{بما أن}$$

حيث c : سرعة الضوء (الإشعاع) في الفراغ ، λ : الطول الموجي ، ν : التردد

$$E = h \nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{فإن طاقة فوتون الأشعة}$$

$$= \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{350 \times 10^{-9} \text{ m}}$$

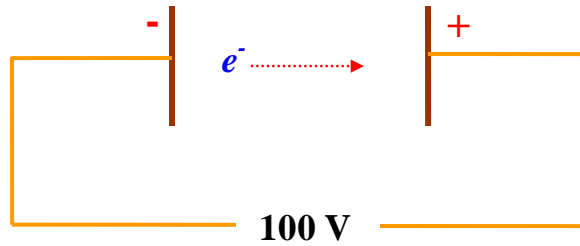
$$= 5.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$= \frac{5.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = \underline{\underline{3.5 \text{ eV}}}$$

$$K_{\max} = E - h\nu_0 \\ = 3.5 - 2.2 = 1.3 \text{ eV}$$

تمارين

- ١- يقع الكترون تحت تأثير فرق جهد مقداره ١٠٠ فولت. احسب الطاقة الحركية لالكترن عند اصطدامه بالآنود. احسب سرعة الالكترن عند اصطدامه بالآنود.



طاقة الالكترن الوضعية نتيجة وجوده في الحقل الكهربائي: $E_e = -e \times V$

حيث أن e هي الشحنة الأولية ومقدارها $1.6 \times 10^{-19} \text{ As}$ و V هي فرق الجهد المؤثر على الالكترن، وتبلغ قيمتها: $E = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J} = 100 \text{ eV}$. تتحول هذه الطاقة الوضعية كلياً إلى

طاقة حركة عند الاصطدام، وعليه $E_{kinetic} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_{kinetic} = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J}$. أتم حساب سرعة الالكترن عند اصطدامه!

تمرين ٢ : يوضّح الجدول المرفق قيم دالات الشغل لبعض الفلزات:

Work Functions of Selected Metals	
Metal	ϕ (eV)
Na	2.28
Al	4.08
Cu	4.70
Zn	4.31
Ag	4.73
Pt	6.35
Pb	4.14
Fe	4.50

- (أ) احسب لكل عنصر قيمة دالة الشغل بوحدة الجول ثم احسب لكل عنصر تردّد العتبة.
- (ب) أيّ العناصر أعلاه تتفقت منه الالكترونات بتسليط أشعة مرئية عليه؟
- (ت) احسب الطاقة الحركية (ومنها السرعة) التي ينفلت بها الالكترون من سطح الألمنيوم عند تعريضه لأشعة فوق بنفسجية طولها 200 nm .

ثانياً : الظاهرة الكهروضوئية العكسية (الأشعة السينية) :

تعتبر الظاهرة الكهروضوئية دليلاً واضحاً علي أن فوتونات الضوء يمكن أن تنتقل طاقتها إلي الأليكترونات -

لكن السؤال هو هل يمكن لجزء من طاقة الحركة للألكترولونات الحرة أو كلها أن يتحول إلي فوتونات ؟ أي

هل توجد الظاهرة الكهروضوئية العكسية ؟ - بمعنى أن سقوط الإليكترونات بطاقة حركة عالية علي سطح

معدني أن يؤدي إلي أنبعاث فوتونات أو كمات ضوئية . والإجابة علي هذه التساؤلات تكون بـ " نعم " .

أكتشف رونتجن أن عند سقوط أشعة الكاثود علي جدار الأنبوية فإنه سوف ينبعث من هذا الجدار نوع من

الأشعة غير مرئية بالعين المجردة - ويكون لها القدرة علي أختراق المواد وقد أطلق عليها أسم الأشعة

السينية أو الأشعة (X) ولقد اعطاها هذا الأسم المجهول لعدم معرفة طبيعية هذه الأشعة في ذلك الوقت

١ - التفسير الكلاسيكي والكمي لأنتاج الأشعة السينية

نعتبر أولاً العملية الأساسية التي تحدث عندما يقترب الكترون سريع الحركة من نواة ذرة (موجبة الشحنة)

ونلاحظ أن الإلكترولون ينحرف بتأثره بتصادمه القريب بالنواة الثقيلة ويحيد عن مساره المستقيم ولذلك يتحرك

بعجلة .

تفسر النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية هذه الظاهرة بأن أي شحنة كهربية معجلة سوف تشع طاقة

كهرومغناطيسية ولكنها مستمرة - أما النظرية الكمية فتتطلب أن أي طاقة كهرومغناطيسية مشعة تتكون

من كميات محددة من الطاقة أي الفوتونات فتتوقع أن لو انحرف الإلكترولون (نتيجة تصادمه) وبالتالي

تحرك بعجلة فإنه يشع فوتون أو أكثر من فوتون وسوف يترك هذا الإلكترولون موقع التصادم بطاقة الحركة

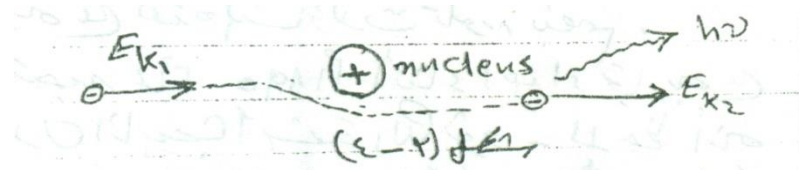
اقل مما كان متحركاً بها قبل التصادم . ويسمى هذا التصادم بتصادم الفرملة والأشعاع الناتج بإشعاع

الفرملة (radiation braking). يوضح الشكل التالي رسم توضيحي لعملية التصادم حيث يقترب

الإلكترولون بطاقة حركة (E_{k1}) ويترك منطقة التصادم بطاقة حركة (E_{k2}) بعد أن يتولد فوتون ذو طاقة

($h\nu$) ويقال عندئذ أن أشعة سينية (X) قد انبعث

قانون بقاء الطاقة أن



ويتطلب

$$E_{K1} - E_{K2} = h\nu \longrightarrow (1)$$

وقد أهملت الطاقة البسيطة جدا التي ترتد بها النواة الثقيلة بالمقارنة بطاقة الإلكترون نظراً لثقل كتلتها التي تصل علي الأقل ألفين مرة قدر كتلة الإلكترون .

والآن يمكن تعريف الأشعة السينية (x) بأنها موجات كهرومغناطيسية (أو فوتونات) طول موجتها $(0.1A^0 \leq \lambda \leq 10A^0)$ ولقد حصل عليها رونجن عند اصطدام شعاع من الإلكترونات السريعة (أشعة الكاثود) بسطح معدن .

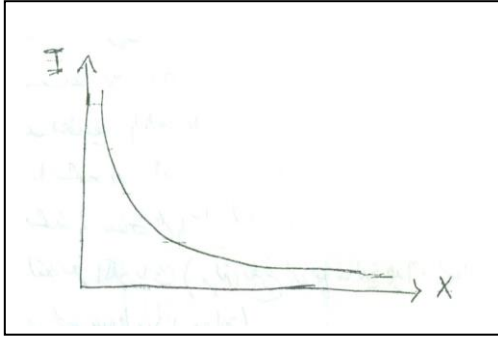
٢- : خواص الأشعة السينية :

أ-تنتشر الأشعة السينية في خطوط مستقيمة ولا تنحرف بالمجالات الكهربية والمغناطيسية وهذا يدل علي أنها لا تحمل شحنة كهربية وليس لها طبيعة الجسيمات ولكنها موجات كهرومغناطيسية لها نفس سرعة الضوء - وهي مثل سائر الأمواج الكهرومغناطيسية الأخرى مثل الأشعة تحت الحمراء والضوء المرئي والأشعة فوق البنفسجية . وتتميز بأن الطول الموجي لها قصير (٠.٠١ - ١٠ انجستروم) وقد كان أكتشاف ظاهرة حيود الأشعة السينية في المادة البلورية الفضل في تأكيد الخاصية الموجبة للأشعة السينية وبذلك يكون لها خصائص الانكسار - الانعكاس - الحيود - التداخل - الاستقطاب - التأثير الكهروضوئي .

ب-النفذية : تعتبر خاصية أختراق الأشعة السينية للأجسام من أهم الخواص المميزة لها ويتوقف مدي هذا الأختراق علي كثافة الجسم المعرض الأشعة السينية . والأشعة السينية لها أغراض جلية كثيرة ، كذلك قوة نفذية الأشعة السينية يتوقف علي الطول الموجي المصاحب لها . لذا تخضع الأشعة السينية لعلاقة لامبريت

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad \text{-----} \quad (2) \quad \text{(Lambert Law)}$$

حيثُ (I) ، (I₀) هما شدة الأشعة السينية بعد وقبل سقوطها علي سمك (x) من المادة (m₂) معامل الأمتصاص للمادة . ويسمى السمك الذي تتناقص عنده شدة الأشعة السينية إلي نصف قيمتها الأصلية " بسمك نصف الشدة " ويتضح هذا من الشكل التالي . ويمكن حساب سمك المادة اللازمة لإنقاص شدة أشعة أكس إلي نصف قيمتها من العلاقة .



$$\therefore \text{Log} \frac{I}{I_0} = -\mu x$$

$$\therefore \text{Log} \frac{1}{2} = -\mu x_{\frac{1}{2}} \quad 0.693 = \mu x_{\frac{1}{2}} \quad \text{--- (3)}$$

$$\therefore x_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\mu}$$

وبتعيين سمك نصف الشدة أي السمك اللازم لإنقاص شدة أشعة أكس إلي نصف قيمتها الأولى - يمكن تعيين معامل الامتصاص للمادة . وعموماً سقوط أشعة أكس علي المواد يؤدي إلي أى من الظواهر التالية :

(أ) : التأثير الكهروضوئي (ب) : التبعثر (أو التشتت) : Scattering

(ج) : إنتاج زوج من الإلكترونات Pair - production

ويوضح الشكل (٣-٥) رسماً تخطيطياً لجهاز توليد الأشعة السينية وهو عبارة عن أنبوبة مفرغة لدرجة عالية

جداً من الهواء حتى أنه عند وضع فرق جهد عالي علي طرفيها يصل إلي ١٠٠.٠٠٠ فولت فإنه لا يمر

تيار كهربى . بداخل هذه الأنبوبة توجد فتيلة مصممة بطريقة خاصة تعمل كمصدر انبعاث الإلكترونات

(انبعاث ايوني حراري) - حيثُ تتعجل هذه الإلكترونات بواسطة فرق جهد مقداره ٥٠.٠٠٠ فولت وتتوجه

لكي تصطدم بالسطح المعدني والذي يتركب من قطعة صغيرة من الموليبيديوم مثبتة في قضيب من النحاس .

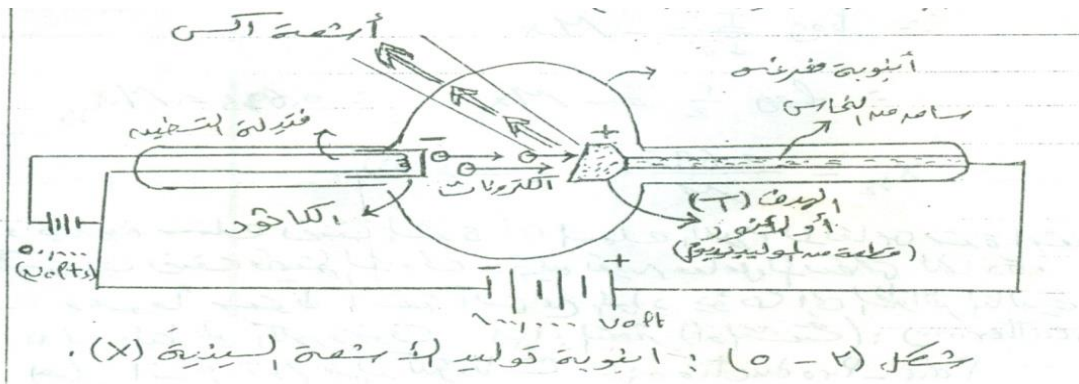
وعادة ما يكون قضيب النحاس هذا مبرداً بالماء لتجنب الحرارة المتولدة من عملية اصطدام الإلكترونات

السريعة بالسطح المعدني . ويجدر بنا القول هنا أن نذكر أن كمية الإلكترونات المنبعثة والتي تعتمد

بطبيعة الأمر علي درجة حرارة الفتيلة ، وهي التي تتحكم في شدة أشعة (X) الناتجة ، وفي نفس الوقت تعتمد

نوعية هذه الأشعة السينية علي التغيير الحادث في الجهد الموضوع علي طرفي أنبوبة التفريغ الكهربائي)

والتي تفرغ لدرج عالية جداً من الهواء حتى يمكننا تثبيت فرق الجهد بين طرفيها بسهولة (



٣- تحليل كيفية توليد الأشعة السينية :

عندما تتطلق الإلكترونات من الكاثود في الأنبوبة المفرغة من الهواء تحت تأثير فرق الجهد الكهروستاتيكي الكبير (V) فإنها سوف تتحرك بعجلة لتصطدم بالهدف (T) الذي يسمى بالأنود - يكتسب كل إلكترون (خلال رحلته من الكاثود للأنود وقبل أن يصطدم بالهدف) طاقة حركة E_K تعطى من العلاقة :

$$E_K = eV \longrightarrow (٤)$$

بعد عملية التصادم مع الهدف تتحرك الإلكترونات بعجلة تقصيرية إلي أن تسكن تماماً - أي أن كل إلكترون قد فقد طاقة حركته كلها (E_K) بسبب تصادمه مع الهدف ، وربما يتحول معظم هذه الطاقة إلي طاقة حرارية بالإضافة إلي عملية إنتاج الأشعة السينية (الأشعة الكهرومغناطيسية) بل يستطيع أي إلكترون أن يكرر عملية التصادم مع ذرات الهدف وبذلك ينتج عدد من الفوتونات (تعتمد علي طاقته التي اصطدم بها مع الهدف) ولكنه سيتولد فوتون واحد ذات طاقة عظمى إذا تحولت كل طاقة حركة الإلكترون إلي طاقة كهرومغناطيسية لفوتون واحد بعد أن يكون قد سكن هذا الإلكترون بعد عملية تصادم واحدة أي أن :

$$E_{K1} = eV \text{ (قبل التصادم)} \quad E_{K2} = eV \text{ (بعد التصادم)} = 0 \longrightarrow (٥)$$

وتصبح العلاقة (١) السابقة علي الصورة :

$$eV = E_K = h\nu_{\max} \longrightarrow (٦)$$

حيث ν_{\max} هو أقصى تردد لفوتونات الأشعة السينية المتولدة والعلاقة السابقة (٦) يمكن كتابتها علي الصورة

$$E_K = h\nu_{\max} = hc / \lambda_{\min} = eV \longrightarrow (٧)$$

العلاقة (٧) هذه تتفق أو تتطابق مع العلاقة رقم (٣) لتأثير الكهروضوئي مع إهمال طاقة الربط .

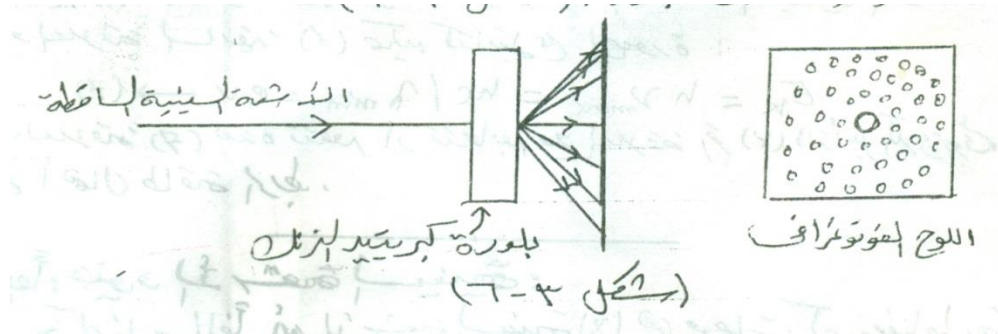
٤- حيود الأشعة السينية :

ذكرنا سابقاً أن أشعة السينية (X) هي موجات كهرومغناطيسية لها خصائص الموجات من تداخل ، حيود ، استقطاب ، الخ ولكن نظراً لأن طولها الموجي قصير جداً إذا ما قورن بالمسبة للضوء العادي - لذا فإنه لا يصح أن نقوم بداسة الأشعة السينية بواسطة الطرق العادية المستخدمة في الضوء العادي . فمن

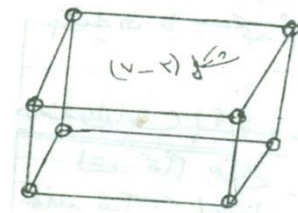
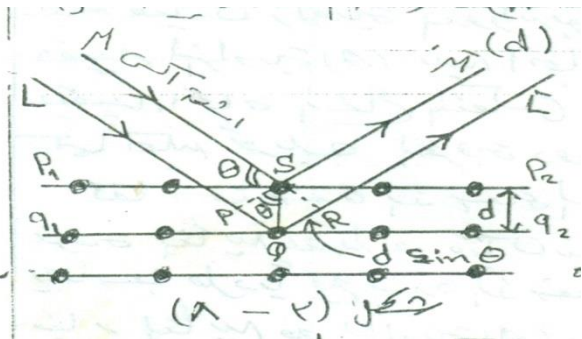
المعروف أن الأشعة الضوئية تحيد عن مسارها بمرورها في محزوز الحيود المناسب - حيث تكون المسافة بين خطوطه في حدود الطول الموجي للأشعة الضوئية في حدود ٥٠٠٠ انجستروم ، بينما الأشعة السينية الطول الموجي لهل في حدود ٢ انجستروم - لذا من الصعوبة بمكان صناعة محزوز حيود بتلك المسافات الصغيرة جداً .

وقد كان العالم لاو (Laue) أول من أدرك أن نظام ترتيب الذرات أو الجزيئات في أي تركيب بلوري يصلح كمحزوز حيود بالنسبة للأشعة السينية ، حيث أنه في البلورات الذرات ترتب نفسها هندسياً بطريقة منتظمة - والمسافة بين الذرات تكون في حدود الطول الموجي لأشعة اكس .

لاو عام ١٩١٢م أثناء قيامه بدراسة حيود الأشعة السينية علي بلورات مختلفة . فقد وجد أنه عند توجيه أشعة اكس علي بلورة كبريتيد الزنك ثم استقبال الأشعة النافذة علي لوح فوتوغرافي الملاحظة أنه وجد علي اللوح الفوتوغرافي بقعة مركزية ناشئة عن سقوط الأشعة السينية بالإضافة إلي ظهور بقع مضيئة أخرى اقل منها في الإضاءة موزعه بشكل متماثل علي اللوح الفوتوغرافي حول البقعة المركزية مما يدل علي أن بعض الأشعة السينية قد حادت عن مسارها عند مرورها خلال البلورة (شكل ٦-٣) .



وأبسط أنواع البلورات هي البلورات المكعبة إذ تتكون من مكعبات صغيرة متماثلة توجد الذرات عند أركانها وتكرر تلك المكعبات في الفراغ لتكون البلورة الكبيرة :



شكل (٧-٣)

وفي بلورة كلوريد الصوديوم المكعبة وجد أن المسافة بين الذرات تكون حوالي ٢.٨ انجستروم وهي في حدود الطول الموجي لأشعة أكس .

بعد تجارب لاو لأختبار طبيعة أشعة أكس أو الأشعة السينية جاء وليم براج واقترح طريقة أو نموذج بسيط يفسر به حيود الأشعة السينية علي شبكية بلورية في هذا النموذج افترض براج أن المستويات التي تتكون منها ذرات البلورة يمكن أن تعكس الأشعة السينية ، وتنتج الأشعة الحائدة في أوضاع خاصة عندما تتداخل موجات هذه الأشعة السينية المنعكسة تداخلاً بناءً . وإذا اعتبرنا أن البلورة تتكون من مجموعة من المستويات الذرية المتوازية كما بالشكل (٣-٨) وأن المسافة بين متسوين متتاليين ثابتة وتساوي (d) . نفرض أن الشعاع (ms) قد قابل ذرة في المستوى P_1 بزواوية (ϕ) فإنه سيحيد ويأخذ الوضع (sm) . كما سوف نفترض أن شعاع آخر ($L\phi$) قد قابل المستوى الثاني q_1 q_2 وأنه سوف يحيد في الاتجاه (ϕL) .

من الشكل يتضح لنا أن مسار الشعاع ($L\phi L$) يكون أطول من مسار الشعاع (ms) . لذلك فإن فرق المسار يساوي $2d \sin \phi$ حيث أن هذا الفرق في المسار يساوي عدد صحيح للطول الموجي (λ)

$$\therefore P\phi + \phi R = 2d \sin \theta = n\lambda$$

$$\therefore n\lambda = 2d \sin \theta \rightarrow (٨)$$

بواسطة هذا القانون يمكن معرفة شكل الشبكية البلورية للمواد وذلك بتعيين المسافة (d) بين المستويات الذرية (وهي المقابلة للمسافة بين البقع الضوئية علي اللوح الفوتوغرافي) .

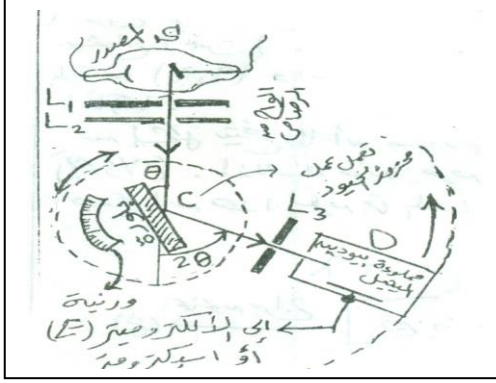
ويسمى هذا القانون " بقانون براج " ويعتبر حجر الأساس في علم البلورات بواسطة أمكن تحديد

التركيب الشبكي لبلورات المواد المختلفة . ونستفيد من حيود أشعة أكس الآن في التعرف علي المواد المجهولة وذلك بحساب المسافة بين المستويات البلورية والمناظرة للبقع المضيئة باستخدام قانون براج ثم مقارنة تلك المسافات بجدول عيارية خاصة .

٥- مطياف الأشعة السينية :

لقد قام براج بتصميم مطياف للأشعة السينية بواسطة يمكن قياس الطول الموجي وشدة الأشعة السينية - وذلك لأثبات صحة قانونه السابق ذكره بالتجربة .

شكل (٣-٩) يوضح تركيب جهاز مطياف الأشعة السينية



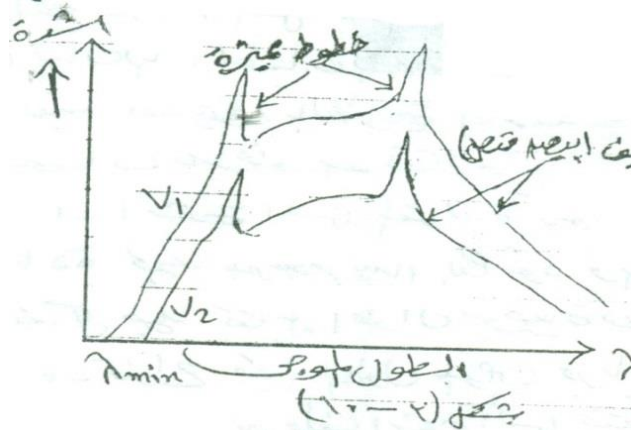
لبراج وهو يتركب من مصدر للأشعة السينية (S)، يرسل شعاعاً ضيقاً يمر خلال فتحتين صغيرتين (L_1, L_2)، ثم يسقط علي بلورة (C) مثبتة علي منضدة يمكن تحريكها دورانياً حول محور رأسي ، كما يمكن قياس زاوية الدوران بواسطة ورنية . بذلك نستطيع تعيين الزاوية (θ) بين اتجاه الشعاع الساقط و سطح البلورة - كما يتعين اتجاه الشعاع المنعكس بواسطة غرفة تأين (D) تتصل بالكتروميتر

(E) ، تقاس شدة الأشعة اليلية التي تدخل غرفة التأين عن طريق قياس تيار التأين الذي يتناسب طردياً مع شدة الأشعة . عند قياس تيار التأين مع الزاوية (θ) وجدت انعكاسات قوية للأشعة عند زوايا معينة يتحقق معها قانون براج . وعند تغيير موضع البلورة وإعادة التجربة وجد أن المسافة العمودية بين المستويات الذرية (d) تتناسب دائماً مع مقلوب جيب الزاوية (θ) والتي يكون عندها أقوى انعكاس

$$d \sin \theta = \lambda \quad (9)$$

٦- الطيف المستمر والطيف الخطي للأشعة السينية :

إذا حللنا حزمة من الأشعة السينية الصادرة من أنبوبة أشعة أكس - نجد أن شدة الأشعة تتغير مع الطول الموجي شكل (٣-١٠) فتظهر مركبتان لطيف الأشعة - الأولي إشعاع متصل وأحياناً يسمى إشعاع أبيض والثانية خطوط طيفية تظهر في شكل قمم في الشدة عند أطوال موجبة محددة .



عند دراسة كل مركبة من هذا الطيف وجد أن الطيف المستمر لا يتوقف علي نوع مادة الهدف (الأنود) وإنما

يتوقف علي فرق الجهد (V) بين الكاثود والأنود أي أنه يتوقف علي سرعة الإلكترونات وطاقة حركتها عند

اصطدامها بالأنود وطبقاً لنظرية الكم نجد أن الإلكترون المعجل عندما توقفه مادة الأنود تتحول معظم طاقتها إلى حرارة ويتحول الجزء الباقي إلى إشعاع كهرومغناطيسي .

فإذا فرضنا أن طاقة الإلكترون قبل تصادمه هي (ev) وأن كل هذه الطاقة قد تحولت إلى فوتون

أشعة أكس فإن :

$$ev = h\nu = hc / \lambda_{\min} \rightarrow (10)$$

حيث λ_{\min} هي أقصر طول موجي يمكن أن تنتجها أنبوبة الأشعة السينية عندما يكون فرق الجهد بين قطبيها (V) - ويزيادة فرق الجهد تزداد شدة الأشعة السينية كما هو موضح بالشكل .

أما الطيف الخطي فإنه ينشأ بنفس الكيفية التي ينشأ بها الطيف الضوئي - أي أن طريق قفزات

الإلكترونية بين مستويات الطاقة الداخلية في ذرة الهدف . نستنتج من ذلك أن الطيف الخطي للأشعة

السينية يساعد علي معرفة مستويات الطاقة الداخلية لذرة الهدف المثارة بواسطة تصادم الإلكترونات المعجلة

معها في أنبوبة الأشعة السينية . وسنوضح فيما يلي أمثلة لطيف الأشعة السينية في حالة اصطدام

الإلكترونات المعجلة بجهود مختلفة بأهداف مصنوعة من مادة التنجستن والموليبيدوم

□ بالنسبة للتنجستن :

يوضح الشكل (٣-١١ أ) العلاقة بين شدة الأشعة السينية مع الطول الموجي واضح من هذا الشكل أن

المنحنيات لها شكل مميز شبيه بتلك التي حصلنا عليها في الباب الثاني لمنحنيات الإشعاع الحراري - وهي

أيضاً شبيهة بها من حيث أنه لا يمكن تفسيرها بالنظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية ، ومن هذه المنحنيات

نلاحظ الآتي :-

١- أشعة أكس المتولدة تكون متصلة (مستمرة) الطيف، تزداد شدتها بزيادة الجهد الموضوع بين الكاثود

والأنود - وهناك قيم عظمى للشدة عند كل جهد تقابل أطوال موجية معينة .

٢- تزداد قيم الطول الموجي بزيادة فرق الجهد ناحية الأطوال الموجية القصيرة مع ملاحظة أن طيف

اشعة أكس يختفي عند قيم معينة لفرق الجهد (V) تكون أقل من تلك اللازمة لأعطاء الإلكترونات

المعجلة طاقة تساوي طاقة التأين لمستوى الطاقة (K) .

٣- وجد أن λ_{\min} تتناسب عكسياً مع فرق الجهد من خلال علاقة (دوان - صونت) :

$$\lambda_{\min} = 1.24 \times 10^{-6} / V \rightarrow (11)$$

ويفسر هذا بأن الإلكترونات المعجلة تفقد جزء كبير من طاقة حركتها عند اصطدامها بالهدف وتتحول هذه الطاقة إلى حرارة - الأمر الذي يلزمنا أن نستخدم أهداف من مواد درجة أنصهارها عالية مثل التنجستين والموليبديوم . أما الجزء الباقي من طاقة الحركة فهو الذي ينتج عنه أشعة (x) نتيجة لتصادم الإلكترونات بمادة الهدف . وعندما يعطي الإلكترون كل طاقة حركته لفوتون واحد طاقته $h\nu_{\max}$ حيث أن

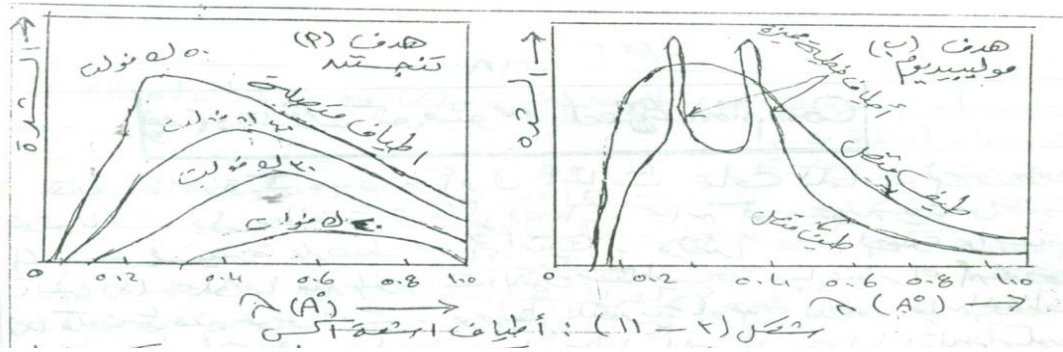
$$\therefore eV = h\nu_{\max} = hc / \lambda_{\min} \rightarrow (12)$$

$$\therefore \lambda_{\min} = hc / eV = 1.24 \times 10^{-6} / V$$

وهي نفس العلاقة السابقة (١١) لـ " دوان - صوت " .

□ بالنسبة للموليبديوم :

يوضح الشكل (٣-١١ ب) العلاقة بين شدة الأشعة السينية مع الطول الموجي ومن هذا الشكل يتضح الآتي



١- عند قيم (V) اقل أو تساوي ٢٣ كيلو فولت فإن طيف أشعة أكس المتولد يكون متصلًا ، ولكن عندما تزيد قيمة فرق الجهد عن تلك القيمة سوف تظهر خطوط طيفية تتداخل مع الطيف المتصل لهذه الأشعة - وتكون الأطوال الموجبة التي تظهر عندها تلك الخطوط مميزة لنوع مادة الهدف.

٢- قيمة λ_{\min} المحسوبة من المعادلة (١٢) تكون واحدة بالنسبة لكلاً من الموليبديوم والتنجستين عن نفس قيمة فرق الجهد .

٣- تظهر قيمتين عظيمتين للشدة يعرف بـ "K-lines" لأشعة أكس حيث يتكون كل "K-lines" لكل عنصر من خطين كل منهما أشد تعقيداً من الآخر

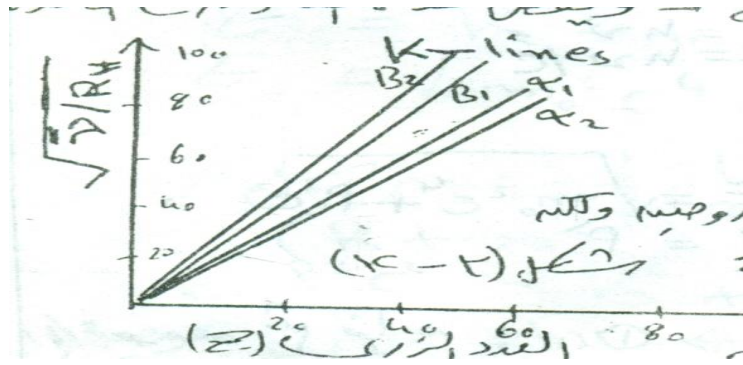
□ **قانون موسلي** : في عام ١٩١٣ تمكن موسلي من اكتشاف قانون هام يربط بين أطراف الأشعة السينية والعدد الذري Z للعنصر ، وذلك بعد فحص ودراسة عدد كبير من العناصر وتحليل أطرافها - ويعطى هذا القانون علي الصورة

$$v = \frac{3}{4} \varphi_h (Z - 1)^2 \quad \longrightarrow (١٣)$$

يمكن كتابة هذه المعادلة في الصورة :

$$v = \varphi_h (Z - 1)^2 \left[\left(\frac{1}{1} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] \quad \longrightarrow (١٤)$$

وهذه المعادلة تشبه سلسلة ليمان في طيف ذرة الهيدروجين ولكن شحنة النواة هنا $(Z-1)$. يوضح الشكل التالي هذه العلاقة الرياضية بياناً بين $\sqrt{v} \times R_h$ والعدد الذري (Z) وهي عبارة عن خط مستقيم - كما يتضح أن كل من K_B , K_x ينقسم إلي خطين . وهذا يبين أن طيف اشعة اكس ينشأ في مستويات الطاقة الداخلية الذرية المختلفة



أمثلة متنوعة

(١) أقصر الأطوال الموجية المنبعثة من أنبوب الأشعة السينية يعتمد فقط على جهد التشغيل V لأن أعلى طاقة للفوتونات المنبعثة

تساوي أقصى طاقة حركة للإلكترونات المعجلة في الأنبوب

طاقة الفوتونات تساوي $h\nu$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eV \quad \text{أقصى طاقة حركة الإلكترونات}$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$

$$\therefore \lambda_{min} = \frac{hc}{eV} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 30 \times 10^3} = 4.14063 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\approx 0.414 \text{ \AA}$$

(٢) أعلى تردد للأشعة السينية يكافئ أعلى طاقة للفوتونات المنبعثة وبالتالي يكافئ أعلى طاقة حركة للإلكترونات

المعجلة داخل الأنبوب

أعلى طاقة للفوتونات تساوي $h\nu_{max}$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eV \quad \text{أقصى طاقة حركة الإلكترونات}$$

$$h\nu_{max} = \frac{mv_{max}^2}{2} = eV$$

$$\nu_{max} = \frac{eV}{h} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 20 \times 10^3}{6.625 \times 10^{-34}} = 4.83019 \times 10^{18} \text{ Hz}$$

(٢) حيث أن زاوية الحيود تساوي 14° وأن جهد التشغيل للأنبوب 9045V وأن المسافة بين الطبقات الذرية 2.814 \AA ،

لذلك فإننا سنستخدم قانون براج

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

ظهور أول خط طيف حائد من البلورة يعني أن رتبة التداخل $n = 1$ ومن ثم

$$\lambda = 2d \sin \theta = 2 \times 2.814 \times 10^{-10} \times \sin 14 = 1.36154 \times 10^{-10} \text{ m} = 1.36154 \text{ \AA}$$

هذا الطول الموجي للفوتونات التي انطلقت من الأنبوب عند جهد تشغيل يساوي 9045V ومن ثم

$$eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$

$$\therefore h = \frac{eV\lambda_{min}}{c} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 9045 \times 1.36154 \times 10^{-10}}{3 \times 10^8} = 6.56807 \times 10^{-34} \text{ Joule . sec}$$

(٤) حيث أن جهد التشغيل للأنبوب 40 KV فإن أصغر الأطوال الموجية المنبعثة من الأنبوب

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 40 \times 10^3} = 3.10547 \times 10^{-11} \text{m}$$

لمعرفة أصغر زاوية حيود، لابد من معرفة المسافة بين الطبقات الذرية لكي نستطيع تطبيق قانون براج

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

بفرض أن $d = 3.2 \text{ \AA}$

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda_{min}}{2d} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{3.10547 \times 10^{-11}}{2 \times 3.2 \times 10^{-10}} \right) = \sin^{-1} (0.048523)$$

$$= 2.78125^\circ$$

(٥) حيث أن طاقة الأشعة السينية 140KeV ، وأن معامل الامتصاص الخطي 15.5 m^{-1}

أولاً : لتحديد قيمة السمك النصفى وهو سمك العينة عندما تنفذ منه نصف كثافة الأشعة الساقطة عليها

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

$$\therefore I = \frac{I_0}{2} \rightarrow x = x_{1/2}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu x} \rightarrow \ln \left(\frac{1}{2} \right) = -\mu x_{1/2}$$

$$x_{1/2} = \frac{\ln \left(\frac{1}{2} \right)}{-\mu} = \frac{-\ln 2}{-\mu} = \frac{\ln 2}{\mu} = 0.0447192 \text{ m} \approx 4.5 \text{ cm}$$

تمارين

س^١ : تعجل الإلكترونات في أنبوبة تلفزيون بجهد ٢٠٠٠ فولت . ما هو أقصر طول موجي للأشعة السينية

المتولدة في الجهاز عندما تصطدم هذه الإلكترونات بشاشة التلفزيون ؟

س^٢ : انعكست أشعة أكس بقوة علي سطح بلورة من الكالسييت وعند سقوطها في اتجاه يصنع زاوية $14^\circ 42'$

مع سطح البلورة الذي يتكون من المستويات الذرية المتوازية . حيث أن المسافة العمودية بين كل اثنين منها

هي 3.03×10^{-10} متراً . أحسب طول موجية أشعة أكس - وما هي الزوايا الأخرى التي تحدث انعكاسا

قوياً آخر ؟

س^٣ : اصطدمت أشعة سينية طاقتها تساوي (0.5Mev) بالإلكترون ساكن فأرتد الإلكترون بطاقة حركة

(0.1Mev) . أحسب طول موجة الفوتون المشتت وزاوية التشتت ϕ ؟ .

ثالثاً: ظاهرة تأثير كومبتون (Compton Effect)

التجربة التي تؤكد بوضوح الطبيعة الجسيمية للإشعاع the particle nature of radiation تسمى بتأثير (ظاهرة) كومبتون نسبة للعالم كومبتون Arthur H. Compton لقد اكتشف كومبتون أنه إذا اخترق إشعاع ذو طول موجي (في منطقة الأشعة السينية X-ray) شريحة معدنية فسيتبعثر scattered بطريقة لا يمكن تفسيرها حسب النظرية التقليدية للإشعاع.

الذي تخبرنا به قوانين الفيزياء التقليدية أن شدة الإشعاع I المنبعث من مادة نتيجة تأثرها بإشعاع سقط عليها (مما يؤدي إلى اهتزاز إلكتروناتها والتي بدورها ستبعث إشعاع) عندما تقاس عند زاوية θ (بالنسبة لاتجاه الأشعة الساقطة) فإن I تتغير مع θ حسب العلاقة

زاوية التبعثر

شدة الإشعاع المبعثر

$$I \approx (1 + \cos^2 \theta)$$

أى ان (I) لا تعتمد على طول موجة الضوء الساقط

وهذا يعني أن I لا تعتمد على الطول الموجي للأشعة الساقطة، وهذا يتعارض بوضوح مع النتائج التجريبية (شكل 1-6) والتي يتبين بوضوح تغير I بتغير λ .

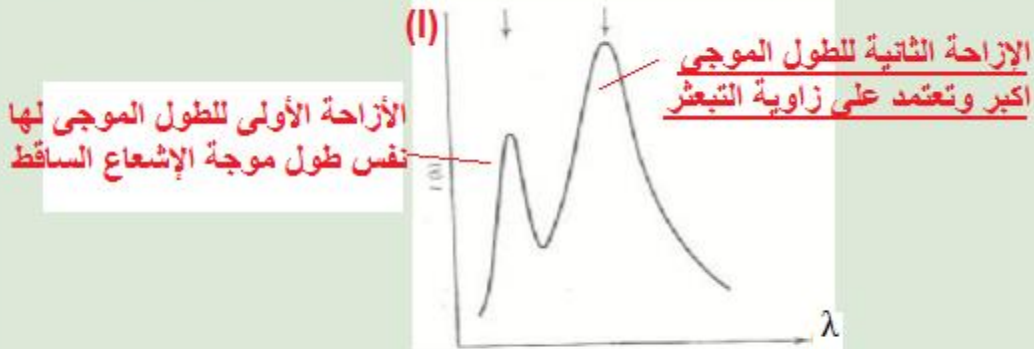


Figure 1-6. The spectrum of radiation scattered by carbon, showing the unmodified line at 0.7078 \AA on the left and the shifted line at 0.7314 \AA on the right. The former is the wave-length of the primary radiation.

نتائج تجربة كومبتون:

لقد وجد كومبتون أن الإشعاع المتبعثر له مركبتين؛ مركبة طولها الموجي مساوٍ لطول موجة الإشعاع الساقط ومركبة أخرى تختلف في طولها الموجي عن الطول الموجي للإشعاع الساقط وتعتمد على زاوية البعثة وقد تمكن كومبتون من شرح وجود مركبة الإشعاع المتبعثرة ذات الطول الموجي المختلف عن الطول الموجي الساقط وذلك باعتبار الشعاع الساقط عبارة عن شعاع من الفوتونات بطاقة $h\nu$ حيث يعاني كل فوتون من تبعثر (تشتت) مرن elastic scattering مع كل إلكترون.

وكما هو معلوم، في حالة التشتت المرن فإن كمية الحركة momentum والطاقة energy كميات تخضع لقانون الحفظ (البقاء) momentum and energy .must be conserved.

ولتفسير هذه الظاهرة رياضياً، افترض كومبتون أن الفوتون له كمية حركة p تعطي بالعلاقة

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

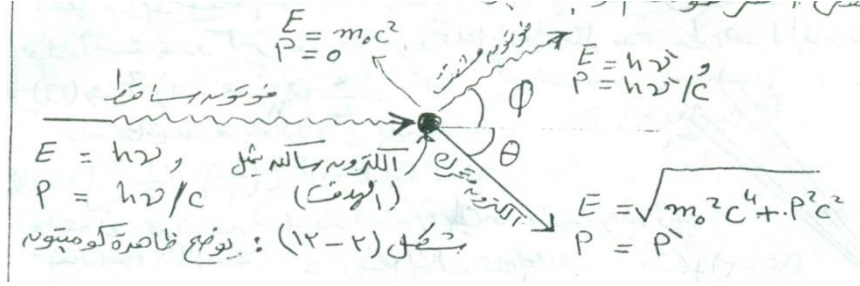
حيث تم اعتبار الحركة الديناميكية للفوتون كجسيم يخضع لقوانين النظرية النسبية والتي توضح العلاقة بين الطاقة وكمية الحركة.

$$E = [(m_0 c^2)^2 + (pc)^2]^{1/2}$$

حيث m_0 هي الكتلة السكونية rest mass للجسيم

تعد ظاهرة كومبتون أول إثبات عملي لكمات الضوء ووجود فوتونات بها وطاقة كل منها $(h\nu)$. وطبقاً للنظرية الموجبة للضوء فإن الفوتونات يمكن معاملتها كالجسيمات باستثناء أنه ليس لها كتلة سكون مثل الألكترون (m_0) . ولكن طبقاً لمعادلة اينشتاين لتكافؤ المادة والطاقة فإن كل فوتون يمكن معاملته كالجسيم كتلته تساوي $\frac{h\nu}{c^2}$ وكمية التحرك له تساوي $\frac{h\nu}{c}$.

وبناءً على ذلك فإنه يمكننا دراسة التصادم بين الفوتونات والإلكترونات . شكل (٣-١٣) يوضح عملية التصادم بين فوتون أشعة (X) بإلكترون موجود في حالة سكون . وينشأ من عملية التصادم هذه تشتت للفوتون بعيداً عن اتجاه حركته الأصلية ، بينما يبدأ الإلكترون في الحركة بعد اكتسابه لجزء من طاقة الفوتون الساقط . وعلى ذلك فإن الفوتون المشتت سوف تكون طاقته أقل من طاقة الفوتون الساقط - ومعنى ذلك أن تردده أقل من تردد الفوتون الساقط أو بمعنى آخر طوله الموجي أكبر .



ومن ثم فإن :

$$h\nu - h\nu' = K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow (1)$$

حيث ν , ν' هم تردد كل من الفوتون الساقط والمشتت على الترتيب ، K تمثل طاقة الحركة التي أكتسبها الإلكترون بعد التصادم . وحيث أن العلاقة بين طاقة الفوتون (E) وكمية التحرك له (P) تعطى من :

$$E = P c \quad \text{or} \quad P = E / c = h\nu / c \rightarrow (2)$$

ويمكن تعريف هذه الكميات كما هو موضح بالشكل (٣-١٣) كما يلي :

$$= h\nu / c = \text{كمية التحرك للفوتون الساقط .}$$

$$= h\nu' / c = \text{كمية التحرك للفوتون المشتت}$$

صفر = يمثل كمية التحرك الابتدائية للإلكترون (وهو ساكن) .

P = يمثل كمية التحرك النهائية للإلكترون (وهو متحرك) .

وبتطبيق مبدأ تساوي الطاقة في اتجاه الفوتون الساقط نحصل على :

$$h\nu / c + \text{zero} = (h\nu' / c) \cos \phi + P \cos \theta \rightarrow (3)$$

ثم في الاتجاه العمودي على اتجاه الفوتون الساقط :

$$zero = (h\nu' / c) \sin \varphi - P \sin \theta \quad \longrightarrow \quad (٤)$$

حيثُ أن الزاوية (φ) تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط والفوتون المشتت بينما (θ) تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط والإلكترون المرتد بضرب طرفي المعادلتين (٣) ، (٤) في (C) نحصل علي :

$$Pc \cos \theta = h\nu - h\nu' \cos \varphi \quad \longrightarrow (٥)$$

$$Pc \sin \theta = h\nu' \sin \varphi \quad \longrightarrow (٦)$$

بتربيع طرفي المعادلتين (٥) ، (٦) ثم الجمع نجد أن

$$P^2 C^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \varphi + (h\nu')^2 \quad \longrightarrow (٧)$$

باستخدام معادلة حساب الطاقة الكلية من نظرية اينشتاين النسبية لمبدأ الطاقة :

$$E = (K + m_0 c^2) \quad \longrightarrow \quad (٨)$$

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + P^2 c^2} \quad \longrightarrow \quad (٩)$$

بتربيع المعادلتين (٨) ، (٩) ثم مساواة الطرفين نحصل علي :

$$(K + m_0 c^2)^2 = (m_0^2 c^4 + P^2 c^2) \quad \longrightarrow \quad (١٠)$$

$$P^2 c^2 = K^2 + 2m_0 c^2 K \quad \longrightarrow \quad (١١)$$

ومن العلاقة السابقة (١) حيثُ أن $[K = h\nu - h\nu']$ بالتعويض في (١١) نحصل علي :

$$P^2 C^2 = (h\nu)^3 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_0 c^2 (h\nu - h\nu') \quad \longrightarrow (١٢)$$

بالتعويض عن قيمة $P^2 c^2$ من (١٢) في (٨) نجد أن :-

$$\therefore 2m_0 c^2 (h\nu - h\nu') = 2(h\nu)(h\nu') (1 - \cos \varphi) \quad \longrightarrow (١٣)$$

لتبسيط هذه المعادلة (١٣) بقسمة طرفيها علي $(2 h^2 c^2)$ نحصل علي

$$\frac{m_0 C}{h} \left(\frac{\nu}{C} - \frac{\nu'}{C} \right) = \frac{\nu}{C} - \frac{\nu'}{C} (1 - \cos \varphi) \quad \longrightarrow \quad (١٤)$$

المعادلة (١٤) يمكن كتابتها بدالة الطول الموجي :

$$\therefore \nu = \frac{C}{\lambda} \therefore \frac{\nu}{C} = \frac{1}{\lambda}, \frac{\nu'}{C} = \frac{1}{\lambda'} \quad \longrightarrow \quad (*)$$

بالتعويض من (*) في المعادلة (١٤) نحصل علي

$$(m_0 C / \lambda) \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = (1 - \cos \varphi) / \lambda \lambda' \quad \longrightarrow \quad (١٥)$$

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{m_0 C} (1 - \cos \varphi) \quad \longrightarrow \quad (١٦)$$

وقد تبين من القياسات المعملية أن طول موجة الفوتون والمتشتت λ تتطابق مع القيمة النظرية. أمّا المركبة الثانية لـ λ (انظر شكل والذي يبين مركبتين لـ λ إحداهما تختلف عن λ_0 والأخرى مساوية لـ λ_0) والتي لا تتغير بالنسبة فإن منشأها هو تصادم الفوتون الساقط مع الذرة ككل، فلو عوضنا عن m بكتلة الذرة (بدلاً من كتلة الإلكترون) وحيث أن هذه القيمة في المقام (وهي كبيرة جداً بالنسبة لكتلة الإلكترون) فإن الحد $\frac{h}{mc}$ ستكون قيمته صغيرة جداً قريبة من الصفر، أي أن $\lambda - \lambda_0 \approx 0$ وهذا يعني $\lambda \approx \lambda_0$ وأخيراً ما الذي نستنتجه من تأثير كومبتون؟

إن القياسات التي أجريت على الإلكترون المرتد والفوتون المتبعثر منه تؤكد- بما لا يدع مجالاً للشك - بأن هذا التصادم مماثل للتصادم الذي يحدث

بين كرتي بلياردو، أي أن الفوتون (أو الشعاع الساقط) يجب أن تتعامل معه على أساس أنه جسيم، وهذا يؤكد الطبيعة الجسيمية للإشعاع.

علاقة كومبتون التي تصف لنا التغير المتوقع في الطول الموجي للفوتون المشتت بزاوية (φ) وذلك عند اصطدامه بجسيم ساكن كتلته (m_0) . وهذه التغيير في الطول الموجي لا يعتمد علي الطول الموجي للفوتون الساقط. ويطلق علي الكمية $(h/m_0 C)$ بالطول الموجي لكومبتون حيث لها ابعاد الطول الموجي ومقداره (0.2426 \AA) أو (2.4260×10^{-12}) .

ايضاً المعادلة (١٦) توضح أن اقصى تغيير في الطول الموجي للفوتون يحدث عندما تكون قيمة

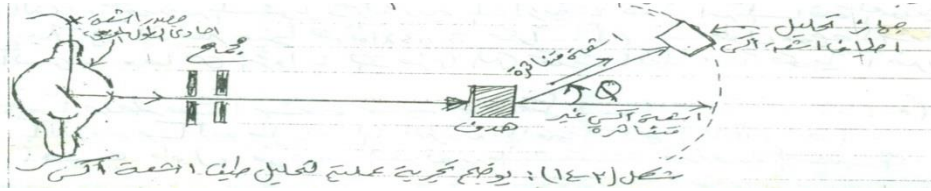
$(\varphi = 180^\circ)$ - أي عندما يكون التغيير في الطول الموجي للفوتون مساوياً ضعف الطول الموجي لكومبتون

وحيث أن الطول الموجي لكومبتون يساوي (0.2426 \AA) والجسيمات الأخرى تكون هذه القيمة اصغر $\frac{h}{m_0 C}$

من ذلك لكبر كتلة السكون الخاصة بها عن كتلة السكون للإلكترون . وعلي ذلك يكون أقصى تغيير في الطول الموجي في ظاهرة كومبتون يساوي 0.0248 \AA انجستروم .

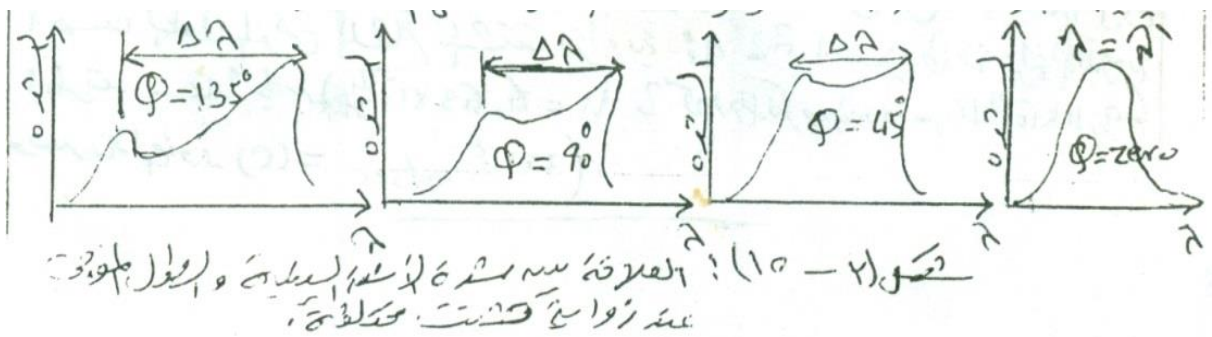
التحقيق التجريبي لظاهرة كومبتون

أمكن التحقق من ظاهرة كومبتون عملياً كما بالشكل (٣-١٤) هذا الشكل يوضح رسماً تخطيطياً لتجربة عملية وفيها يسقط شعاع أحادي اللون الموجي من أشعة أكس على هدف معين - ثم بقياس الطول الموجي للأشعة أكس المشتتة عند قيم مختلفة للزاوية (ϕ) .



* نتائج هذه التجربة تتلخص في الشكل (٣-١٥) مع ملاحظة الأتي :

- ١- عند سقوط حزمة من الأشعة السينية أحادية الطول الموجي على هدف معين ثم بقياس الطول الموجي لأشعة أكس المتناثرة عند زوايا مختلفة لـ ϕ .
- ٢- توجد نسبة من أشعة أكس المشتتة للأشعة الساقطة - ويفسر هذا بأنه هناك نسبة من الإلكترونات مادة الهدف تكون مرتبطة بنواة الذرة ، مما يصعب عليه انبعائها - وينتج من عملية التصادم تحرك الذرة نفسها بدلاً من تحرك الإلكترون المفرد ، وفي هذه الحالة فإن (m_0) في المعادلة (١٦) يعوض عنها للذرة وليس للإلكترون - علماً بأن (m_0) للذرة أكبر في حدود 10^4 مرة قدر (m_0) للإلكترون ، مما ينشأ عن ذلك صفر إزاحة كومبتون بحيث أن (λ) لأشعة أكس المشتتة لا تختلف بدرجة ملحوظة عن (λ_0) لفوتونات أشعة أكس الساقطة .



ماتركه تاني كومبتون

١- احسب طول موجة كومبتون لبروتون. (كتلة بروتون 1.6×10^{-19} كغ)

يتم تعريف المقدار $\frac{h}{m_0 c}$ بأنه طول موجة كومبتون Compton wavelength

$$\therefore \frac{hc}{m_0 c^2} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{938.3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 1.323 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$= 1.323 \times 10^{-5} \text{ \AA} \quad \text{انجستروم}$$

٢- احسب نسبة التغير في الطول الموجي إلى الطول المزدحم عندما يعاكس متونين صفر مرئ 5000 \AA تاني كومبتون وينحرف بزاوية 90° عند 90° بالتردد.

عند 90° الطول الموجي المزدحم λ والطول الموجي بعد الاصدام λ' ، فيلدها بزيادة (التغير) في الطول الموجي من بعد الاصدام

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} (1 - \cos 90^\circ)$$

$$= 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

وبالتالي فانه نسبة التغير في طول الموجة

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{2.43 \times 10^{-12}}{5000 \times 10^{-10}} = 4.86 \times 10^{-6}$$

ملاحظة: يجب ملاحظة تحويل $\frac{h}{m_0 c}$ إلى $\frac{hc}{m_0 c^2}$ حيث m_0 كتلة بروتون بالتردد.

٣- فوتون أصعة سينية ذو طول موجة 0.300 \AA انحرف بزاوية 60° عندما اصطدم بروتون ثابت. احسب طول الموجة للفوتون المنحرف وكذلك طاقة حركة البروتون بعد الاصدام.

$$\therefore \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

$m_0 c^2$ = الطاقة الكامنة لكتلة البروتون بالتردد
 $0.511 \text{ MeV} =$

$$\therefore \lambda' = \lambda + \frac{hc}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$= 0.300 \times 10^{-10} + \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} (1 - \cos 60^\circ)$$

$$= 3 \times 10^{-11} + 2.43 \times 10^{-12} (1 - \frac{1}{2}) = 3.12 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$= 0.312 \text{ \AA} \quad \leftarrow \text{الطول الموجي للفوتون المنحرف}$$

$$E_e = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

$$= 6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{0.3 \times 10^{-10}} - \frac{1}{0.312 \times 10^{-10}} \right)$$

$$= 2.548 \times 10^{-16} \text{ Joule}$$

$$= 1.592 \times 10^3 \text{ eV}$$

$$= 1.592 \text{ KeV}$$

طاقة حركة الإلكترون بعد الاصدام
وهو مقدار الطاقة المفقودة
نتيجة الاصدام مع الفوتون.

باستخدام قانون حفظ الطاقة نجد أنه
مجموع الطاقة بعد الاصدام = مجموع الطاقة قبل الاصدام

$$\frac{hc}{\lambda} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + E_e + m_0c^2$$

↓ له طاقة لفوتون ↓ الطاقة المتكافئة ↓ طاقة الحركة ↓ طاقة الحركة
الاقط كثافة الإلكترون الفوتون الإلكترون
أثناء الاصدام المعروف

في تجربة كومبتون يتسبب التردد طاقة حركة مقدارها 0.1 MeV عندما
اصطدم بأحد فوتونات الأشعة السينية ذو طاقة 0.5 MeV. واجب لطول الموجة
للفوتون بعد الاصدام. إذا كان الإلكترون في حالة ثبات قبل الاصدام.

باستخدام قانون حفظ الطاقة

$$E_{init} = E_{final}$$

↓ الطاقة قبل الاصدام ↓ الطاقة بعد الاصدام

$$E + m_0c^2 = E' + (E_e + m_0c^2)$$

↓ له طاقة لفوتون قبل الاصدام ↓ الطاقة المتكافئة ↓ طاقة لفوتون بعد الاصدام ↓ طاقة حركة ↓ كثافة الإلكترون ↓ الإلكترون

$$\therefore 0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} + 0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$= E' + 0.1 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} + 0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\therefore E' = (0.511 - 0.1) \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$= 0.411 \text{ MeV}$$

حساب طول موجة الفوتون بعد الاصدام

$$\therefore E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\therefore \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.4 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 3.1 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$= 31 \times 10^3 \text{ \AA}$$

• **حساب زاوية انحراف فوتون عند صدمته بعد الاصدام مع إلكترون حركته ثابتة ،
وإذا كانت طاقة الفوتون قبل الاصدام 0.5 MeV وطوله الموجة بعد الاصدام $31 \times 10^3 \text{ \AA}$**

* **حساب طول الموجة للفوتون قبل الاصدام λ بحسب طاقته للفوتون**

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$$

$$\lambda = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 2.48 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\therefore \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta)$$

\downarrow \downarrow
 الطول الموجي بعد زاوية انحراف
 الاصدام بالإلكترون عند الاصدام

$$\therefore 31 \times 10^3 \times 10^{-10} - 24.8 \times 10^{-13} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} (1 - \cos\theta)$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 6.2 \times 10^{-13}}{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 1 - 0.255 = 0.745$$

$$\theta = \cos^{-1}(0.745) = 41.8^\circ$$

٦- فوتون طول موجته 1 \AA اصطدم بالإلكترون ساكن ، إذا كانت زاوية استطارة الفوتون 90° .

1. أحسب التغير في طول موجة الفوتون والتغير في طاقته بعد التصادم .
2. أحسب الطاقة الحركية للإلكترون .

الحل

لإيجاد التغير في طول موجة الفوتون نستخدم معادلة (30.1).

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

حيث θ هي زاوية استطارة الفوتون وبتويض قيم ثابت بلانك والكتلة وسرعة الضوء

$$\lambda' - \lambda = 0.0243 (1 - \cos 90^\circ) = 0.0243 \text{ \AA}$$

نتحصل علي طاقة الفوتون قبل التصادم

$$E = \frac{h c}{\lambda} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{1 \times 10^{-10} \text{ m}} = 1.98 \times 10^{-15} \text{ J}$$

طول موجة الفوتون بعد التصادم

$$\lambda' = 1.0243 \text{ \AA}$$

طاقة الفوتون بعد التصادم

$$E' = \frac{h c}{\lambda'} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{1.0243 \times 10^{-10} \text{ m}} = 1.93 \times 10^{-15} \text{ J}$$

إذن فإن التغير في طاقة الفوتون يكون

$$E - E' = (1.98 - 1.93) \times 10^{-15} \text{ J} = 0.05 \times 10^{-15} \text{ J} \simeq \underline{\underline{313 \text{ eV}}}$$

الباب الرابع

الخاصية الموجية للجسيمات

السباب الرابع

دراسة السلوك الموجى للجسيمات (الخصائص الموجية للمادة)

١- نظرية دي برولي للأمواج والجسيمات :

لقد رأينا فيما سبق من ظاهرة كومبتون والظاهرة الكهروضوئية أن فوتونات الضوء (الموجات الكهرومغناطيسية) لها صفتان :

٢- صفة جسيمية

١- صفة موجية

وقد يبدو لنا غريباً بعض الشيء فرض وجود صفة مزدوجة للموجات الكهرومغناطيسية ، فهي عند التعامل مع المادة تبدو كالجسيمات وعندما تنتشر وتتداخل وتستقطب تبدو كالأموال . يميز الأمواج الكهرومغناطيسية في حالتها الموجية طول موجي (λ) وتردد (ν) يرتبطان بسرعة الأمواج (C) بالمعادلة :

$$c = \lambda \nu \quad \rightarrow \quad (1)$$

بينما عندما نصف الموجات الكهرومغناطيسية (الضوء) بالجسيمات يكون لكل جسيم طاقة (E) وكمية حرارة (P) تعطى بالمعادلة للفوتون

$$P = mc = E/c \quad \rightarrow \quad (2)$$

أو باعتبار أن الضوء مكون من فوتونات شبة جسيمية حيث أن كل فوتون له طاقة (E) وكمية تحرك (P) محددتين بالتردد (ν) والطول موجي (λ) المصاحب للشعاع كما يلي :-

$$\nu = E/h \quad \rightarrow \quad (3)$$

$$\lambda = h/P \quad \rightarrow \quad (4)$$

نلاحظ في هاتين المعادلتين ان الطرف الأيسر (ν , λ) يعتبران عند الصفة الموجية - بينما الطرف الأيمن في المعادلتين يعبر عن الصفة الجسيمية . لذلك فإن الصفة المزدوجة للأشعاع الكهرومغناطيسي تكمن في هاتين المعادلتين (٣) ، (٤) - وأن الثابت الأساسي في النظرية الكمية (ثابت بلانك h) وهو الذي يربط مميزات الموجة بمميزات الجسيم . ونستطيع أن نقول أنه تحت ظروف معينة تتصرف الموجات الكهرومغناطيسية كالجسيمات وأن الفوتونات (كالجسيمات) سوف تتصرف تحت ظروف معينة كموجات .

وبالرغم من وجود هذه الخاصية الثنائية للموجات الكهرومغناطيسية إلا أنه لا يمكن للإشعاع الكهرومغناطيسي أن يتميز بكليهما معاً في تجربة واحدة (أي أن الإشعاع يتميز في تجربة معينة إما بالحركة الموجية وإما بالحركة الجسيمية).

في عام 1924، قدّم عالم فرنسي يدعى ديبرولي Louis de Broglie - وبناءً على ما سبق ذكره بالنسبة للضوء - نموذجاً يبين فيه الطبيعة الموجية للمادة؛ فإذا كان الضوء - ذو الطبيعة الموجية - يسلك أحياناً كما لو كان جسيمات، فلماذا لا يكون للمادة طبيعة موجية؟! وقد صاغ ديبرولي فكرته هذه بصيغة رياضية - اقتبسها من علاقة اينشتاين التي ترتبط بين طول موجة الفوتون λ وكمية حركته P ⁽¹⁾ ، فإذا كان جسيم كتلته m وسرعته v فإن كمية حركته $p = mv$ عندئذ فإن الجسيم - وحسب نموذج ديبرولي - سيكون له طول موجي λ يعطي بالعلاقة.

$$\lambda = \frac{c}{v} = \frac{hc}{hv} = \frac{hc}{E} = \frac{h}{\frac{E}{c}} = \frac{h}{P}$$

* نص فرض دي برولي :

وينص فرض دي برولي الذي وضع عام ١٩٢٤م على أنه : " يجب ألا تقتصر هذه الخاصية الثنائية على الإشعاع فحسب بل يجب أن تخضع لها جميع الكميات الأساسية في علم الفيزياء " .
وعلى ضوء هذا الفرض يجب أن يصحب الإلكترونات والبروتونات والذرات والجزيئات " نوع من الحركة الموجبة " وقد ساقه هذا الفرض إلي بعض الاعتبارات التي تستند إلي النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين ونظرية الكم لبلاك ، فالطاقة الإشعاعية ذات الطول الموجي (λ) يكون لفوتونات العزم (P) علي الصورة

$$P = E/c = hv/c = h/\lambda \longrightarrow (٥)$$

من المعادلات السابقة وجد دي برولي أنه لجسيم كتلته (m) ويتحرك بسرعة (V) يمكن معاملته كموجة ترددها (ν) و طولها الموجي (λ) يعطيان بالمعادلتين :

$$v = mc^2 / h \rightarrow (6)$$

$$\lambda = h / mv \rightarrow (7)$$

مثال : وإذا طبقنا فرض دي برولى على الإلكترون كجسيم يتحرك تحت تأثير فرق الجهد (V) فإنه

يكتسب طاقة (E) تعطى من :

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = eV \rightarrow (8)$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \left\{ \frac{1}{2} mv^2 \right\} \left\{ \frac{m}{m} \right\} = \frac{P^2}{2m} = eV \rightarrow (9)$$

$$P^2 = 2meV \Rightarrow P = \sqrt{2meV}$$

$$P = mv = (2meV)^{\frac{1}{2}}$$

وتكون طول موجة دي برولى المصاحبة لحركة الإلكترون هي :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \rightarrow (10)$$

المعادلة (10) تعطي قيمة الطول الموجي المصاحب لحركة الإلكترونات ويسمى الطول الموجي هنا نسبة للعالم دي برولى بالطول الموجي لدي برولى المصاحب لحركة الإلكترون .

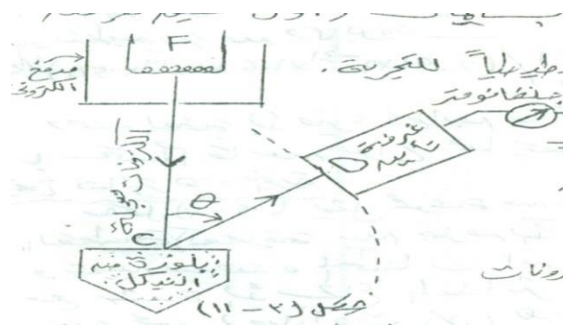
التحقيق التجريبي لفرض دي برولي

وقد تم التأكد من فرض دي برولي بوجود تلك الموجة المصاحبة لحركة الجسيم المادى عملياً بواسطة عدة تجارب عملية منها تجربة دافيسون وجيرمر عام ١٩٢٧م ثم تجربة طومسون.

(أولاً) : تجربة دافيسون وجيرمر :

تعد تجربة دافيسون وجيرمر علي حيود الإلكترونات أول دليل عملي علي الطبيعة المزدوجة للجسيمات

وأول تحقيق لفرض دي برولي . يوضح شكل (٣-١١) رسماً تخطيطياً للتجربة حيث تنبعث الإلكترونات من فتيلة (F) ساخنة من مادة التنجستين ثم تعجل الإلكترونات بواسطة فرق الجهد (V) يوضع علي اللوح المدفع الإلكتروني تخرج حزمة من الإلكترونات المعجلة طاقتها (eV) لتسقط عمودياً علي سطح بلورة (C) من النيكل متشتتة الإلكترونات في جميع الاتجاهات .



نعين شدة شعاع الإلكترونات المستطارة في اتجاه معين بالسماح لهذا الشعاع بدخول غرفة تأين (D) فيحدث منها تيار كهربى يمكن قياسه بواسطة جلفانومتر حساس . ويمكن دوران غرفة التأين زاوياً لتغيير الزاوية (θ) ثم قياس شدة الأستطارة كدالة للزاوية (θ) كما يمكن تغيير فرق الجهد الذي تسقط خلاله الإلكترونات في المدفع الإلكتروني وذلك لتغيير كمية حركتها . وقد وجد بالتجربة أنه عند فرق جهد معين (٥٤ فولت) يحدث انعكاس قوى للإلكترونات عند زاوية استطارة 50° و بحساب سرعة الإلكترونات من المعادلة

$$eV = \frac{1}{2} mv^2$$

$$P = mv = \sqrt{2meV}$$

وبأعتبار أن بلورة النيكل محزوز حيود المسافة بين مستوياته الذرية هي ($d = \sin \theta$) .

وباعتبار الخاصية الموجية للإلكترونات وأن طول الموجة المصاحب لحركته هو (λ_e) وبتطبيق قانون براج في حالة سقوط الأشعة عمودياً

$$d = \sin \theta = n\lambda_e$$

وبالحساب وجد أن الطول الموجي للإلكترونات بتطبيق قانون براج لحيود الأشعة السينية هو :

$$\lambda_e = 2.15 \sin 50 = 1.65 \text{ \AA}$$

وبتطبيق فرض دي برولي :

$$\lambda_e = (6.6 \times 10^{-34}) / (2.91 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 54)^{\frac{1}{2}}$$

$$\lambda_e = 1.67 \text{ \AA}$$

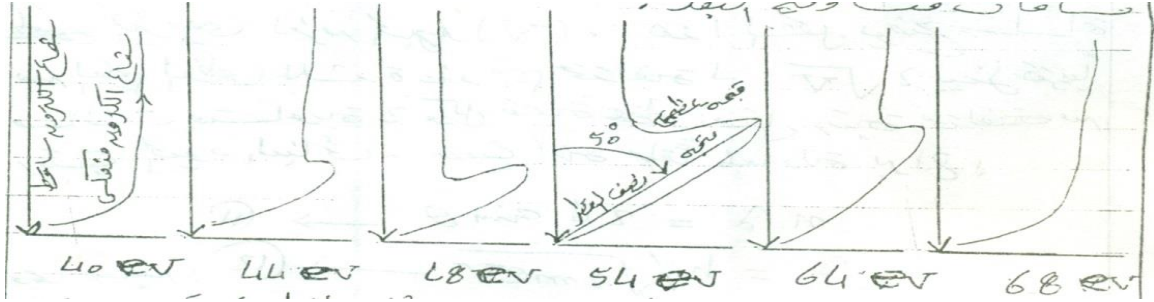
هذه القيمة الأخيرة تطابق ما تم قياسه بطول موجة الإلكترونات بأستخدام قانون براج مما يحقق فرض دي برولي .

نتائج هذه التجربة :

شكل (٣-١٢) يمثل مجموعة من المنحنيات مرسومة في نظام الأحداثيات القطبية (كعلاقة بين حزمة الإلكترونات الساقطة وطاقتها) ويتبين من هذه المنحنيات أن طول متجه نصف القطر يتناسب مع شدة الإشعاع المتناثر والزاوية بين متجه نصف القطر وبين محور الصادات (y) هي زاوية التناثر .
 علماً بأن البلورة تثبت في مكانها طوال مدة إجراء التجربة من مجموعة المنحنيات الممثلة بشكل (٣-١٢) نلاحظ الآتي :

- ١- عند فرق جهد (V = 40 eV) - فإن المنحنى يكون أملس تماماً .
- ٢- عند فرق جهد (V = 44 eV) يلاحظ ظهور نتوء واضح في المنحنى عند زاوية تشتت ($\varphi = 60^\circ$)
- ٣- عند فرق جهد أكبر من ٤٤ إلكترون فولت يزداد هذا النتوء إلي أن يصل إلي قيمة عظمي له عند زاوية تشتت ($\varphi = 50^\circ$) وهي تقابل فرق جهد (V = 54 eV) - ثم يقل هذا النتوء بعد ذلك حتى يختفي تماماً عند فرق جهد مقداره ٦٨ إلكترون فولت بزواوية ($\varphi = 40^\circ$) .

وتعبر قيمة الشدة العظمى (النتوء الأعظم) التي حدثت عندما كان فرق الجهد ٥٤ إلكترون فولت والزاوية ($\phi = 50^\circ$) إلى ظاهرة التداخل البنائي لموجات الإلكترونات المتناثرة من ذرات البلورة التي تنتظم على مسافات متساوية البعد .



شكل (٣-١٢) يوضح مجموعة منحنيات في الإحداثيات القطبية تبين شدة شعاع الإلكترونات المتناثرة عند زوايا مختلفة - والشعاع الساقط عمودي على سطح بلورة النيكل . ويبرز هنا سؤالين : ما سبب هذه الظاهرة الجديدة ؟ ولماذا لم تظهر إلا بعد تسخين هدف النيكل ؟.

يقترح دي برولي تفسيراً لهذه الظاهرة - حيث ينبغي أن تحيد أمواج الإلكترونات بواسطة الهدف مثلما تحيد أمواج الأشعة السينية بواسطة مستويات لبراج في البلورة . ولقد تلقى هذه التفسير دعماً عندما تحقق أن تسخين قطعة النيكل إلى درجة حرارة مرتفعة سبب تبلورها أو بعبارة أخرى سبب انتظام ذراتها في مستويات مكونة بلورة أحادية كبيرة .

ويمكن إجراء تعديل بسيط في التجربة السابقة بتثبيت زاوية سقوط تيار الإلكترونات . وجد أنه طبقاً لمعادلة براج ($n\lambda = d \sin \theta$) فإن شدة تيار الإلكترونات المتناثر تكون قيمة عظمى عند زاوية تناثر مساوية لزاوية السقوط وعند تثبيت زاوية السقوط هذه - ثم بتغيير طاقة الإلكترونات الساقطة وذلك برفع قيمة فرق الجهد الموضوع على المدفع الإلكتروني - وقد تم رسم هذه النتائج كما هو موضح بالشكل (٣-١٣) حيث يمثل المحور الرئيس شدة تيار الإلكترونات المنعكسة والمحور الأفقي يمثل المحور التربيعي لفرق الجهد (V) . هذا الشكل يوضح سلسلة من القيم العظمى للشدة عند قيم مختلفة لـ \sqrt{V} ، بينها تقريباً مسافات متساوية ، وكل قيمة عظمى تمثل رتبة مختلفة من رتب الحيود البنائي حيث أنه طبقاً لمعادلة براج :

$$n\lambda = 2d \sin \theta \longrightarrow$$

$$\lambda = h / \sqrt{2meV} \longrightarrow (١٢)$$

$$(١١)$$

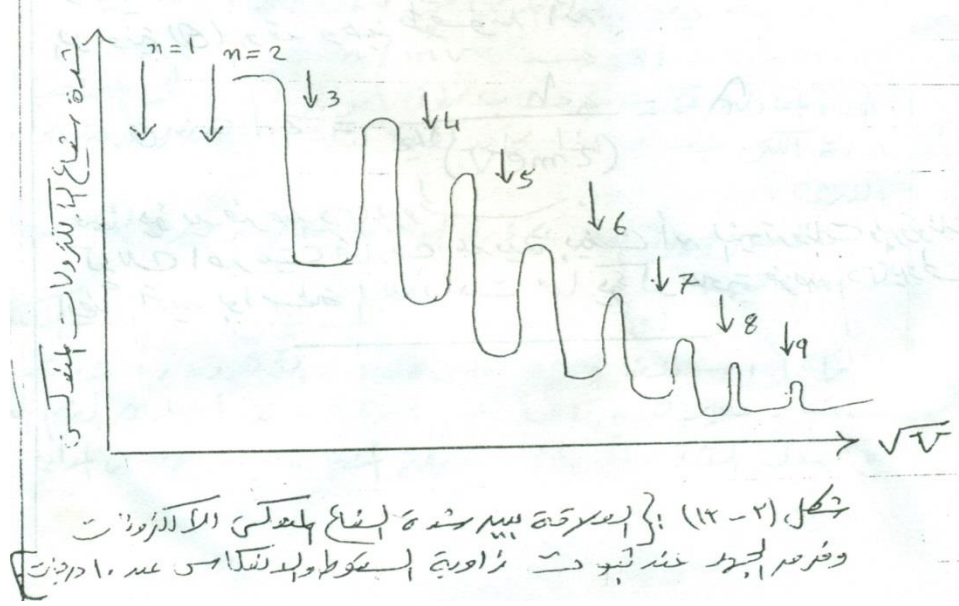
ومن المعادلتين السابقتين نستنتج أن

$$\frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{2me}{h}} V^{\frac{1}{2}} = \frac{n}{2d \cos \phi} \rightarrow (13)$$

حيث أن $\phi = 2\theta$ (الزاوية المحصورة بين الشعاع الساقط والعمود المقام علي المستويات الذرية المتوازية في البلورة) . وطبقاً للمعادلة (١٣) فإن (ϕ) ثابتة وكذلك $2d \cos \phi$ ستكون ثابتة - ومن ثم ستكون هناك قيم عظمى لشدة تيار الإلكترونات المستطارة عند تغيير قيمة (V) بالنسبة لكل وتبة من رتب الحيود (n) وتكون المسافة بين تلك القيم العظمى ثابتة وتتناسب مع $(1/2d \cos \phi)$ - والشكل السابق يوضح أحد نتائج هذه القياسات وفيها نجد مجموعة من القيم العظمى يناظر كل منها الجهد المعجل لرتب مختلفة من طيف حيود الإلكترونات .

***ويمكن تلخيص تجربة دافيسون وجيرمر فيما يلي:**

- ١- تعتبر هذه التجربة أول التجارب العلمية التي آيدت الخصائص الموجبة للإلكترونات .
- ٢- عند سقوط حزمة من الإلكترونات طاقتها ٥٤ إلكترون فولت على بلورة النيكل _ تترك الإلكترونات سطح النيكل لسببين :
- (أ) الانبعاث الثانوي وذلك عندما تعطى الإلكترونات الساقطة طاقة حركتها إلى الكثرونات المعدن (النيكل) وتنتقل بالتالي خارجها.
- (ب) حيود الإلكترونات وذلك عندما تحيد الإلكترونات بالانعكاس من مستويات براج داخل بلورة النيكل .
- ٣ - لاحظ دافيسون - وجيرمر بالاضافة إلى التغير العادي في شدة الإلكترونات نتيجة الانبعاث الثانوي ، أن هناك قيمة ملحوظة عند الزاوية $(\phi = 50^\circ)$ مرجعها هو حيود الإلكترونات عندما كانت طاقة الإلكترونات الساقطة يساوى ٥٤ إلكترون فولت _ وبهذا يكون قد تحقق فرض دي برولى .



شكل (٣-١٣) : (العلاقة بين شدة الشعاع المنعكس الإلكترونات وفر من الجهد عند ثبوت زاوية الإسقاط والانعكاس عند ١٠ درجات) .

ثانياً : تجربة ج . ب طومسون :

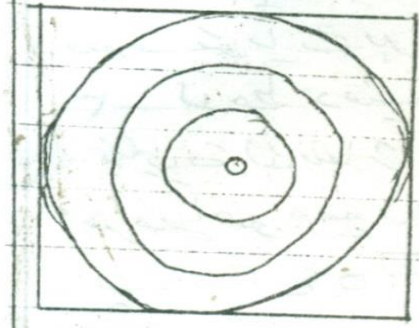
استخدم طومسون عام ١٩٢٨ م طريقة أخرى لتأكيد فرض دى برولى حيث استخدم الإلكترونات سريعة من أنبوية أشعة المهبط بفرق جهد ٥٠ كيلو فولت . حيث تسقط الإلكترونات المعجلة على شريحة رقيقة من الذهب . وبعد نفاذها تسقط على شاشة فلورسكية او لوح فوتوغرافى عند قاعدة الانبوية وقد حصل طومسون على نموذج حيود الإلكترونى عبارة عن دائرة متمركزة كما بالشكل فالشريحة الرقيقة تحتوى على البلورات صغيره جدا عددها كبير وموزعة توزيعا عشوائيا، والبلورات التى تسقط عليها الإلكترونات بالزاوية المناسبة تبعا لقانون براج سوف تحدث تقوية للالكترونات المنعكسة ونتيجة لوجود العدد الكبير من البلورات فاننا نحصل على دوائر بدلا من النقط فى حالة البلورة الواحد . وبقياس اقطار هذه الدوائر يمكن حساب الزاويه (θ) وقد وجد طومسون أن :

$$\lambda = \frac{h}{(2meV)^{\frac{1}{2}}} = 2d \sin \theta$$

فيما يؤيد فرض دى برولى .

كذلك أجريت تجارب عديدة بينت أن النيوترونات والبروتونات ايضا تحيد بواسطة البلورات فيما يؤكد صحة

فرض دى برولى .



٣- موجات دي برولى :

عندما يتحرك جسيم مادي فان هناك موجه تصاحبه فى هذه الحركة يعطى طولها الموجى من المعادلة :

$$\lambda = h / m v \quad \rightarrow \quad (١)$$

حيث (v) ترمز الى سرعة الجسيم ، (m) كتلته ، (h) ثابت بلانك ونحن نعرف هنا سرعة الموجة (أو موجة دي برولى) من العلاقة :

$$\omega = \lambda v \quad \rightarrow \quad (٢)$$

حيث (ω) هي سرعة امواج دي برولى - وتدل المعادلتين (١) ، (٢) على أن سرعة موجات دي برولى (ω) تختلف عن سرعة الجسيم (V) .

ولما كان الإلكترون هو أصغر الجسيمات المتحركة وهو يتحرك في حيز محدود (مداره المقفل حول النواه) فلا بد وأن تؤكد هذه الأمواج وجودها في هذه المدارات الذرية .

والأمواج محدودة المكان مثل أمواج الصوت ينشأ عنها حالات الرنين أو الموجات الموقوفة . ولقد

أعلن دي برولى فرضه الذي يقضي بأن تكون المادة الإلكترونية في ذرة الهيدروجين مثلاً عملياً أو حالة

موجية يعطى الطول الموجي لها بالمعادلة . $\lambda = h / m v$

هذه المعادلة تمكنا من حساب طول أمواج دي برولى المصاحب لأي حالة إلكترونية - إذا كان لدينا كتلة الإلكترون وسرعته في مداره الذري . وبتطبيق نموذج بوهر علي ذرة الهيدروجين فإن سرعة الإلكترون تعطى

$$v_{Bohr} = \frac{2\pi e^2}{nh} \quad \text{من المعادلة :} \quad (٣)$$

وإذا استخدمنا التعبير الدقيق لكتلة الإلكترون وأخذنا في الاعتبار تغيير هذه الكتلة بتغيير السرعة فإننا

نحصل علي القيم المبينة بالجدول الآتي لأطوال الأمواج المصاحبة للإلكترون في المدارات المختلفة

المدار (m)	كتلة الإلكترون (m)	سرعة الإلكترون (V)	الطول الموجي المصاحب للإلكترون (أمواج دي برولي)
١	$10^{-31} \times 9.1$ كجم	$10^6 \times 2.18$ م/ث	٣.٣٣ انجيستروم
٢	$10^{-31} \times 9.1$ كجم	$10^6 \times 1.09$ م/ث	٦.٦٦ انجيستروم
٣	$10^{-31} \times 9.1$ كجم	$10^6 \times 0.73$ م/ث	٩.٩٩ انجيستروم
٤	$10^{-31} \times 9.1$ كجم	$10^6 \times 0.54$ م/ث	١٣.٣ انجيستروم
٥	$10^{-31} \times 9.1$ كجم	$10^6 \times 0.43$ م/ث	١٦.٦ انجيستروم

وجدير بالذكر أن هذه الأطوال الموجية تقع في حدود القيم المنتجة بواسطة نظرية بوهر لأطوال المدارات المختلفة ، ولقد سبق من خلال دراستنا السابقة أنه عندما يكون نصف قطر المدار الذي يتحرك فيه الإلكترون ($n = 1$) لذرة الهيدروجين يساوي 0.053 انجيستروم ، أي أن طول محيط هذا المدار يساوي 3.33 انجيستروم - وهذه يطابق تماماً طول الموجه المصاحب للإلكترون في المدار ($n = 1$) . ويبلغ طول محيط المدار الثاني لذرة الهيدروجين 13.3 انجيستروم - أي ضعف طول الموجه المصاحب للإلكترون في مدار ما وطول هذا المدار بالعلاقة :

$$L \text{ طول المدار} = \frac{(\text{طول محيط المدار})}{(\text{الطول الموجي } \lambda)} = \frac{2\pi r}{\frac{h}{mv}} \quad \text{----- (٤)}$$

وبالتعويض عن قيم (r) ، (V) من نظرية بوهر نحصل على (n) :

$$n = \frac{(\text{طول المدار})}{\lambda} = \frac{L}{\lambda} = \frac{2\pi r}{\lambda} \quad \rightarrow \quad (٥)$$

وهذا يعنى أن هناك عدد صحيح من الموجات المصاحبة للإلكترونات في كل من حالات الذرة الساكنة .

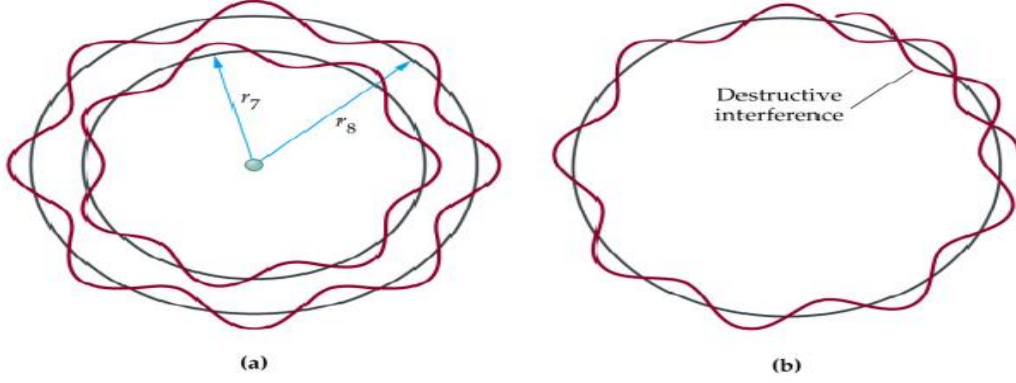
من هنا نرى أن الإلكترون لا يمكن أن يوجد إلا في المدار الذي يحدث .

فرضية دي برولي فيما يخص نظرية بوهر:

١. يوضح الرسم التالي أن محيط المدار الموجود فيه الإلكترون يجب أن يتكون من مضاعفات الطول

الموجي لذلك الإلكترون وإلا تداخلت موجة الإلكترون مع بعضها تداخلاً هداماً مما يؤدي إلى فناء

الإلكترون (شكل b). من هذا نستنتج أن هناك مدارات محددة يتواجد فيها الإلكترون.



رياضياً يكتب الشرط أعلاه على النحو التالي:

$$2\pi r = n\lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$2\pi r = n \frac{h}{mv}$$

$$mvr = L = n \frac{h}{2\pi} = nh$$

ومنه يتبين أن العزم الزاوي يتكون من مضاعفات $h/2\pi$.

٢. لا تصدر الإلكترونات خلال دورانها حول النواة كهرومغناطيسية لأنها تكون في طبيعتها

الموجية، فهي موجة لا شحنة متحركة.

٣- مبدأ عدم التحديد (مبدأ هايزنبرج):

عالج العلماء مسألة تحديد المكان وكمية حركة الجسيم بدقة بالغة من خلال الميكانيكا النيوتونية -

ولكن وجد هايزنبرج أن ذلك غير ممكن في ميكانيكا الكم عند معالجة حركة الجسيمات الصغيرة . فإذا أردنا

مثلاً أن نحدد مكان جسيم ما فإننا نسقط عليه بعض فوتونات الضوء لتسقط عليه ثم بعد ذلك ترتد منه إلي

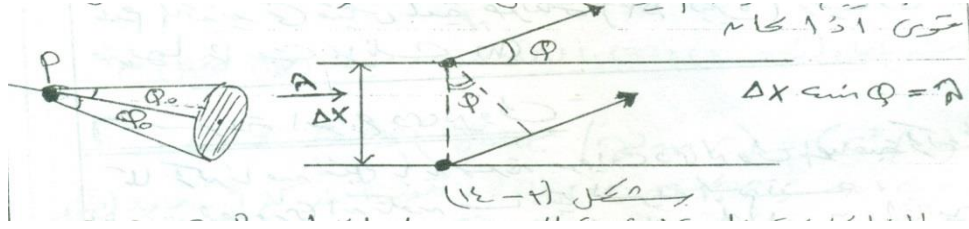
أداة تحديد المكان (كالعين) وبذلك يمكن تحديد مكان الجسيم فإذا أردنا تحديد أو التمييز بين جسيمين يبعدان

عن بعضهما مسافة (ΔX) يجب أن تستخدم ضوءاً طول موجته قصيرة بدرجة تسمح لنا برؤية حيود الضوء

بين الجسيمين . ومن شكل (٣-١٤) وبتطبيق قانون الحيود داخل فتحة فإننا نحصل علي تداخل بنائي قوى

إذا كان

$$\Delta X \sin \phi = \lambda$$



فإذا كانت زاوية الرؤية للجسيم عند النقطة (P) هي 2φ فإننا سوف نرى الجسيم فقط إذا ما كانت $\sin \varphi \leq \sin \varphi_0$ أي أن

$$\Delta X \geq \lambda / \sin \varphi \rightarrow (1)$$

هذه المعادلة تعطى الشرط اللازم لكي نرى بوضوح المسافة (ΔX) بين الجسمين - وهي نفس الوقت تبين مقدار عدم التحديد في موضع جسم عند النقطة (P) داخل المسافة (ΔX).
يتضح من طريقة تحديد مكان جسم ضرورة اصطدام فوتون به ليرتد إلي جهاز الرؤية - أي أننا وفقاً لظاهرة كومبتون تنقل جزءاً من طاقة الفوتون وتكون (P_0) أكبر كمية تحرك نقلت للجسيم أثناء عملية القياس وهي :

$$\Delta P = P_0 \sin \varphi_0 \rightarrow (2)$$

وعلي ذلك فقياس موقع جسم بدرجة عالية من الدقة مثل المسافة (ΔX) نكون قد أحدثنا تغييراً في كمية التحرك لهذا الجسم بمقدار (ΔP) من المعادلتين (1) ، (2) وبأستخدام فرض دي برولي :

$$P_0 = h / \lambda \rightarrow \lambda = h / P_0$$

بحذف $\sin \varphi$ من (1) ، (2) نحصل على

$$\Delta P = P_0 \cdot (\lambda / \Delta X)$$

$$\Delta X \cdot \Delta P \geq h \rightarrow (3)$$

تبين المعادلة (3) قاعدة عدم التحديد لهيزنبرج وتنص علي أنه كلما ازداد التحديد في قياس موضع الجسيم (ΔX صغيرة) كلما ازداد عدم التحديد في قياس كمية حركته (ΔX كبيرة) ويساوي حاصل ضربهما ثابت بلانك (h).

أمثلة محلولة

◀◀ مثال (١)

نصف قطرة ذرة الهيدروجين هو $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ باستخدام علاقة عدم اليقين لهايزنبرج أحسب أقل طاقة يمكن أن يحملها الإلكترون في هذه الذرة .

الحل

بفرض أن عدم اليقين في موضع الإلكترون (Δx) هو نصف قطر ذرة الهيدروجين $\Delta x = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$

فإن عدم اليقين في اندفاعه سيكون

$$\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{5.3 \times 10^{-11} \text{ m}} = 1.98 \times 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

طاقة حركة الإلكترون هي

$$\begin{aligned} T &= \frac{p^2}{2m} = \frac{(1.98 \times 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} \\ &= 2.15 \times 10^{-18} \text{ J} = \underline{\underline{13.5 \text{ eV}}} \end{aligned}$$

من المعلوم أن طاقة الإلكترون في المستوي الأرضي لذرة الهيدروجين تساوي 13.6 eV والمقدار الذى حصلنا عليه بإستخدام مبدأ عدم اليقين قريب جداً من هذه القيمة.

١٢٩، اسب عدم ليقينه فى موضع فوتونه ذو طول موهه (3000Å) ، اذا كانه لهذا الطول لموجبه
صروفاً بدرجه دقة تصه ذك جزد فى المليونه .

الحل حيث انه عزم لفوتونه يقصه بالعمده

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} \times \frac{c}{c} = \frac{hc}{\lambda c}$$

$$\frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{3 \times 10^{10} \times 10^3 \times c} = 6.626 \times 10^{-19} \text{ Joule/c} \approx 4.14125 \text{ eV/c}$$

له سرعة لضوء

حيث يقص حساب عزم لفوتونه بوحدات الڤولت ودر فولت بالنسبه لسره لضوء

$$\therefore p = \frac{h}{\lambda} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \Delta p = -h \lambda^{-2} \Delta \lambda = -\frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda$$

وبالتالى يحمله حساب عدم ليقينه فى العزم يقصه Δp كالتالى

$$\Delta p = \left| -\frac{h}{\lambda^2} \right| \Delta \lambda = p \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \quad ; \quad \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 10^6$$

$$= 4.14125 \times 10^6 \text{ eV/c}$$

ومنه تم عليه عندئذ حساب عدم ليقينه فى الموضع Δx

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\Delta p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4\pi \times 6.626 \times 10^{-19}} = 2.38732 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\approx 238.7 \times 10^{-10} \text{ m} = 238.7 \text{ \AA}$$

٣٣) اكتب القيمة الصغرى لعدم اليقين في طاقة ذرة شاردة ، إذا ظل الإلكترون المتأخر في الذرة

لفترة 10^8 sec من مستوى طاقة الشاردة الخاص به .

الحل: حيث أنه لفترة زمنية المتناهية لصيانتها لطاقة تساوى فترة لثارة الذرة اذ فترة

بناء الذرة من مستوى الشاردة وهو 10^8 ثانية . وهذا مما يقتل عدم اليقين من الزمن

$$\therefore \Delta t = 10^8 \text{ sec}$$

بالتطبيق صيغة مبدأ عدم اليقين للطاقة والزمن

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2}$$

$$\therefore \Delta E \geq \frac{h}{2\Delta t} = \frac{h}{4\pi \Delta t} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4\pi \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{19}} = 3.2955 \times 10^{-8} \text{ eV}$$

هذا الحد الأدنى لعدم اليقين من حالة الطاقة (مستوى الطاقة) يرتبط بمتوسط فترة عمر حالة الشاردة

هذه للذرة γ ولذلك يسمى " العرض الطبيعي " natural width

تُقرأ " سائو "

$$\Gamma = \frac{h}{4\pi \tau} \quad \tau = 10^8 \text{ sec}$$

$$\Gamma = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4\pi \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{19}} = 3.2955 \times 10^{-8} \text{ eV.}$$

والذرة فولت

٥٤) بفرضه أنه عدم اليقين في العزم الخطي يساوى قيمة عزم الجسيم $(\Delta p \approx p)$

كم تبلغ القيمة الصغرى لعدم اليقين في موضع الجسيم بالنسبة للطول الموجي لموجة دي بروك للجسيم ؟

الحل: حيث أنه $(\Delta p = p)$ فإنه بالتطبيق لمبدأ عدم اليقين

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{2}$$

$$\therefore \Delta x \geq \frac{h}{2\Delta p} = \frac{h}{4\pi p} = \frac{h}{4\pi} \cdot \frac{\lambda}{h} = \frac{\lambda}{4\pi} \quad \text{و } p = \frac{h\lambda}{\lambda}$$

له المعنى بين العزم والطول الموجي .

\therefore القيمة الصغرى لعدم اليقين في موضع الجسيم تساوى $\frac{\lambda}{4\pi}$

٦] وإذا كانت صيغة عدم اليقين من العزم الخطي والسافة $\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$. أو بعد المتقابل بالنسبة للعزم الزاوي جسم يتحرك في مسار دائري بسرعة زاوية $\omega = \frac{v}{R}$. $v =$ سرعة الجسيم $= R \omega$ نصف قطر المسار الدائري .

الحل: من حالة الحركة الخطية (منفصل مستقيم) $\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$

فإننا إذا كان العزم الزاوي L فإنه عدم اليقين فيه ΔL وإذا كانت زاوية الدوران θ فإنه عدم اليقين فيها $\Delta \theta$

وهي أنه الجسم يتحرك في مسار دائري ، فإنه مبدأ عدم اليقين يجعله من الاتجاه الجاهل للدائرة عند أي نقطة فيه (عكس المسار) ومدته m يكون عدم اليقين في الموضع Δx ليدم ليقيم في طول محيط المسار

$$\Delta p_s \Delta s \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\because L = m v R = m \omega R^2 = p_s R \rightarrow \Delta p_s = \frac{\Delta L}{R}$$

$$\because \theta = \frac{s}{R} \rightarrow \Delta \theta = \frac{\Delta s}{R}$$

$$\therefore \frac{\Delta L}{R} \cdot \frac{\Delta s}{R} \geq \frac{\hbar}{2} \rightarrow \Delta L \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$$

ملاحظة:
محيط المسار الدائري $2\pi R$
وهو يساوي حاصل ضرب
الزاوية المركزية 2π مع
نصف القطر R
 $s = 2\pi R = \theta R$
 $\Delta s = \Delta \theta \cdot R$

٧] بفرض أنه جسماً ما يتحرك في خط مستقيم بسرعة v وأنه كتلته m . يظهر على أنه

صيغة عدم اليقين في الطاقة E والزمن t هي $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ بشرط أنه $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$.

الحل: طاقة الحركة $E = \frac{1}{2} m v^2$

$$= \frac{m^2 v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

$$\therefore \Delta E = \frac{2p \Delta p}{2m} = \frac{p}{m} \Delta p = \frac{m v}{m} \Delta p = v \Delta p$$

$$\therefore \Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\therefore \frac{\Delta E}{v} \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

٤- سرعة أمواج دي برولي :

كما ذكرنا من قبل بأن سرعة موجات دي برولي المصاحبة لحركة الجسم ليس من الضروري أن تكون مساوية لسرعة الجسم نفسه . ولإيجاد العلاقة بين سرعتين نتبع الخطوات التالية :

إذا فرضنا أن (λ) هو الـ (١) لموجات دي برولي ، (ν) هو ترددها فإن سرعة هذه الموجه (w)

$$\omega = \nu \lambda \quad \text{تعطى من العلاقة :}$$

وعزم الجسم (P) يرتبط بالطول الموجي بالعلاقة المعروفة

$$P = h / \lambda \rightarrow (٢)$$

والعلاقة بين الطاقة الكلية (E) للجسيم وبين تردد الموجه المصاحبة له طبقاً لنظرية الكم تعطى من العلاقة التالية :

$$E = h\nu \rightarrow (٣)$$

وهذه الطاقة طبقاً لفرض اينشتين للنسبية يمكن أن تكتب في الصورة :

$$E = \gamma mc^2 \rightarrow (٤)$$

وكذلك العزم (P) يمكن كتابته في الصورة :

$$P = \gamma m\nu \rightarrow (٥)$$

حيث γ هي سرعة الجسيم وتعطى من العلاقة التالية :

$$\gamma = \left(1 - \frac{\nu^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow (٦)$$

وبأخذ مجموعة المعادلات السابقة في الاعتبار وضرب المعادلة التالية بسط ومقام فى التردد (ν) نحصل على :

$$\therefore \omega = \nu \lambda = \nu \cdot (h / P) \cdot (\nu / \nu) = E \frac{\lambda}{h} = E / P \rightarrow (٧)$$

من المعادلتين (١) ، (٣) بالتعويض عن قيمة γ نحصل على :

$$\omega = \frac{E}{P} = (\gamma mc^2 / \gamma m\nu) = (c^2 / \nu) \rightarrow (٨)$$

وحيث أن سرعة الجسيم (V) عادة ما تكون اصغر كثيراً من سرعة الضوء لذلك فإن (ω) تكون أكبر من (C) . ولا يعني أن سرعة موجات دي برولي المصاحبة للجسيمات نفسها ولا يعني أيضاً أن الموجات تتحرك الجسيمات وتذهب بعيداً بمفردها ولكن الذي يحدث هو أن الجسيمات تكون موجودة داخل مجموعة من الموجات أي أن تتحرك الموجات الداخلية منها سرعة الجسيم بينما تتحرك الموجات لوحدها بالسرعة (w) .

٦- العلاقة بين سرعة موجات دي برولي وسرعة الضوء :

تختلف سرعة موجات دي برولي عن سرعة الضوء في أن موجات دي برولي تعتبر دالة في الطول الموجي حتى في الفراغ لإيضاح ذلك سنأخذ في الاعتبار المعادلة النسبية للطاقة E لجسيم كتلته (m) وعزمه (P) .

$$E^2 = P^2 c^2 + m^2 c^4 \longrightarrow (١)$$

Or

$$m^2 = E^2 / c^4 - P^2 / c^2. \longrightarrow (٢)$$

$$P = h / \lambda \longrightarrow (٣) \quad \& \quad E = h\nu \longrightarrow (٤)$$

وحيث بالتعويض عن هذه القيم نحصل على :

$$m = \frac{h}{c} \sqrt{\frac{\nu^2}{c^2} - \frac{1}{\lambda^2}} \longrightarrow (٥)$$

$$\therefore w = \nu \lambda \quad \& \quad \nu = \omega / \lambda \longrightarrow (٦)$$

بالتعويض عن قيمة (ν) من المعادلة (٦) في (٥) نحصل على :

نحصل على :

$$m = \frac{h}{c} \sqrt{\frac{w^2}{c^2 \lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2}} \longrightarrow (٧)$$

ومن هذه المعادلة نحصل على :

$$w = c \sqrt{1 + \frac{m^2 c^2 \lambda^2}{h^2}} \longrightarrow (٨)$$

المعادلة (٨) توضح انه للأجسام التي كتلتها ($m > ٠$) فإن سرعة الموجة (w) عادة تكون أكبر من (C) . كما يتضح أيضاً أن سرعة أمواج دي برولي تكون دالة في الطول الموجي في الفراغ (مثال لأنتشار الموجات الكهرومغناطيسية بسرعة أمواج دي برولي $w = c$) .

أمثلة متنوعة

س^١ : أوجد الطول الموجي المصاحب لجسيم كتلته واحد كجرام وسرعته 2×10^3 سم/ث .

الحل

$$\lambda = h/mv = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{1 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^3} = 3.3 \times 10^{-34} m$$

$$= 3.3 \times 10^{-24} \text{ \AA}$$

س^٢ : أوجد الطول الموجي المصاحب لإلكترون بعد خروجه من كاثود فرق الجهد بينه وبين الأنود مساوياً ١٥٠ فولت .

الحل

$$\because ev = \frac{1}{2}mv^2 \quad \therefore v = \left(\frac{2eV}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\because \lambda = \frac{h}{mV} = \frac{h}{m \left(\frac{2eV}{m} \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{h}{(2meV)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\left[(2 \times 9.1 \times 10^{-31}) \times (1.6 \times 10^{-19} \times 150) \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 1.004 \times 10^{-10} \text{ metra} = 1.004 \text{ \AA}$$

١- احسب طول موجة إلكترون طاقة حركته تساوي (20Gev)

٢- احسب أطوال موجات

أ- فوتون طاقته (1Mev)

ب- إلكترون طاقة حركته (1Mev)

أحسب طول موجة دى برولى

1. لكرة كتلتها 50 g تتحرك بسرعة 30 m.s^{-1} .
2. لإلكترون يتحرك بسرعة 10^7 m.s^{-1} .

الحل

1. بما أن $v \ll c$ حيث c هي سرعة الضوء في الفراغ ،

فإن موجة دى برولى تعطى بالعلاقة التالية

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(50 \times 10^{-3} \text{ kg})(30 \text{ m.s}^{-1})} = 4.4 \times 10^{-24} \text{ m}$$

طول الموجة المصاحبة صغيراً جداً مقارنة مع إبعاد الكرة .

2. كتلة الإلكترون عند السكون $m_o = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

طول موجة دى برولى

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(10^7 \text{ m.j}^{-1})} = 7.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

بمقارنة هذا المقدار مع إبعاد الذرة نجد انه في نفس حدود الذرة . فمثلاً نصف

قطر ذرة الهيدروجين يساوي $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$. عليه يمكن توقع الطبيعة الموجية للإلكترون المتحرك .

◀ مثال

نصف قطرة ذرة الهيدروجين هو $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ باستخدام علاقة عدم اليقين لهايزنبرج أحسب أقل طاقة يمكن أن يحملها الإلكترون في هذه الذرة .

الحل

بفرض أن عدم اليقين في موضع الإلكترون (Δx) هو نصف قطر ذرة

$$\Delta x = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

فإن عدم اليقين في اندفاعه سيكون

$$\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{5.3 \times 10^{-11} \text{ m}} = 1.98 \times 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

طاقة حركة الإلكترون هي

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{(1.98 \times 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 2.15 \times 10^{-18} \text{ J} = \underline{\underline{13.5 \text{ eV}}}$$

من المعلوم أن طاقة الإلكترون في المستوي الأرضي لذرة الهيدروجين تساوي

13.6 eV والمقدار الذى حصلنا عليه بإستخدام مبدأ عدم اليقين قريب جداً من هذه القيمة.

الباب الخامس النظرية النسبية الخاصة

الباب الخامس

النظرية النسبية الخاصة Special Theory of Relativity

سوف نستعرض في هذا الفصل واحدة من أهم نظريتان ظهرتتا في القرن العشرين وتم وضعهما بواسطة العالم أينشتاين وهى النظرية النسبية الخاصة في العام ١٩٠٥م ثم تلتها بفترة النظرية النسبية العامة ١٩١٥م وسوف

نستعرض فى هذا الفصل فقط النظرية النسبية الخاصة .

● فرضيات النظرية النسبية الخاصة (مبدأ النسبية)

لقد بنيت هذه النظرية علي فرضين أساسيين وهما :

١- سرعة الضوء في الفراغ لها نفس القيمة في جميع المجموعات الإحداثية المتحركة بالنسبة لبعضها بسرعة منتظمة .

٢- القوانين الطبيعية واحدة في جميع المجموعات الإحداثية المتحركة بسرعة منتظمة بالنسبة لبعضها .

ملحوظة : هذه النظرية لم يستطع اينشتاين تطبيقها علي حركة الكواكب والنجوم حيث أنها تتحرك بتسارع في مسارات دائرية أو بيضاوية ، إذن لا تتحقق الفرضية الثانية في هذه الحالة .

● أهم الاستنتاجات أو الظواهر التي انبثقت من هذه النظرية :

١- زيادة كتلة الجسم مع زيادة سرعته . إذا افترضنا أن كتلة جسم في حالة السكون هي (m_0) فإذا تحرك الجسم بسرعة مقدارها (U) فإن كتلته الجديدة (m) تعرف من العلاقة

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

حيث (C) هي سرعة الضوء في الفراغ ونلاحظ هنا أن كتلة الجسم تزداد مع زيادة السرعة والعكس صحيح ، وعندما تصل سرعة الجسم إلي سرعة الضوء فإن كتلة الجسم تصبح ما لا نهائية وهذا يتطلب إكساب الجسم قوة لا نهائية حتى تصل سرعته وتتساوى مع سرعة الضوء . من هنا نستنتج أنه لا يوجد جسم يتسارع حتى تصل سرعته إلي سرعة الضوء ، وتكون سرعة الضوء هي النهاية العظمى لسرعته .

٢- انكماش أو تقلص طول الجسم في اتجاه حركته (Length Contraction). فإذا افترضنا أن الطول الحقيقي لجسم في حالة السكون هو (L_0) ، فإذا تحرك الجسم بسرعة (u) في اتجاه المحور السيني مثلاً ، فإن طوله الجديد (L) في اتجاه حركته بالمحور السيني يعطى من العلاقة

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}$$

حيث (C) هي سرعة الضوء في الفراغ . نلاحظ هنا أن طول الجسم المتحرك والمقاس بواسطة راصد خارجي يتقلص مع زيادة السرعة في اتجاه حركته فقط وليس في أي اتجاه آخر . وعندما تصل سرعته إلى سرعة الضوء فإن طول الجسم ينعدم .

٣- تمدد الزمن (Time Dilation) .

أوضح أن فرق الزمن (Δt) في إطار يتحرك بسرعة مقدارها (u) بالنسبة إلى فرق الزمن (Δt_0) بإطار ثابت تتعين بالمعادلة

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}$$

ولهذا نجد أن فرق الزمن المقاس في إطار متحرك يظهر به بعض من التأخير عند فرق الزمن المقاس بإطار ثابت ويسمى هذا تمدد الزمن . ونتيجة لظاهرة تمدد الزمن فقد ظهرت ظاهرة مفارقة تدعى مفارقة التوأمين (Twin paradox) ولم تحل إلا بظهور النظرية النسبية العامة . وتسمى مفارقة التوأمين بمفارقة الزمن وهي مرتبطة بظاهرة تمدد الزمن في هذه المسألة يظهر الفرق بين عمري التوأمين احدهما فضل الجلوس بالأرض ليشاهد أخاه يرتجل في الفضاء بسرعة عالية تقترب من سرعة الضوء وعندما يعود الأخ المسافر يجد أنه أصغر عمراً من أخاه الذي بقى على الأرض وذلك بسبب ظاهرة تمدد الزمن حيثُ ينقضى الزمن بصورة أبطئ في سفينة الفضاء ، وأن الفارق الزمني بين عمري الشقيقين التوأمين عند التقائهما على سطح الأرض يتوقف على سرعة السفينة في الفضاء والمسافة التي قطعتها السفينة

في رحلتها . والمعضلة هنا هو أنه يمكن اعتبار الشخص القاطن علي الأرض هو الذي يتحرك بالنسبة للأخ المسافر وبالتالي فهو الأصغر عمراً .

٤- تكافؤ الكتلة والطاقة :

لإثبات هذه الفرضية استخدمت معادلة الطاقة المشهورة التالية

$$E = mc^2$$

حيث (m) هي الكتلة ، (E) هي الطاقة ، (C) هي سرعة الضوء في الفراغ . ويتضح من المعادلة أن الطاقة يمكن أن تتحول إلي كتلة ، كما أن الكتلة يمكن أن تتحول إلي طاقة . ومن هذا نجد أن كمية هائلة من الطاقة تتولد من تحويل كمية ضئيلة من المادة ، وذلك نتيجة لمربع سرعة الضوء .

وبالمقارنة بما يحدث داخل الشمس نجد أنه تتولد كميات هائلة من الطاقة بسبب عمليات الاندماج النووي بين نويات الهيدروجين (H) لتكوين نويات هليوم (He) . وفي هذه العملية يتبقي قدر ضئيل جداً من المادة (Δm) يتحول إلي طاقة . ونتيجة للاندماج النووي نجد أن معدل فقدان الشمس لكتلتها حتى تحتفظ بحرارتها العالية هي كمية صغيرة جداً لا تذكر بالنسبة إلي كتلتها الحقيقية . لذلك فإنه باستطاعة الشمس أن تعيش مئات الملايين من السنين بهذا النشاط النووي .

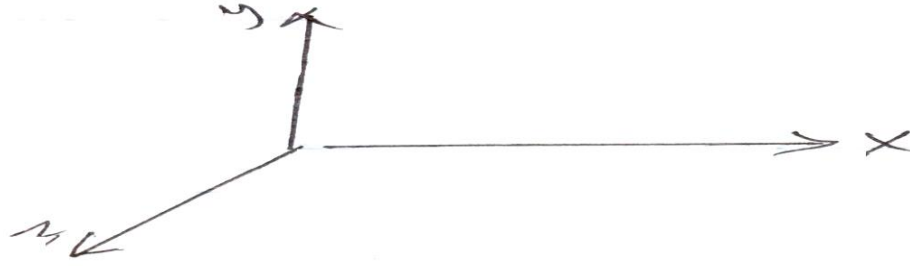
● تعريف الإطار المرجعي القصوري (Inertial Reference Frame)

نعلم من أن قانون نيوتن الأول (قانون القصور) ينص على " يظل الجسم علي حالته الحركية من سكون أو حركة منتظمة في خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة خارجية" .

ويطلق علي الإطار المرجعي (أو نظام الإحداثيات) الذي يتحقق فيه هذا القانون بالإطار المرجعي القصوري ، ومن المعلوم أن جميع الأطر المرجعية تتحرك بسرعة خطية ثابتة بدون تسارع وبدون دوران حتى يتحقق قانون القصور لنيوتن . أفترض نيوتن أن إطار المرجع المعرف بالنجم الثابت عبارة عن إطار قصوري .

سؤال : في أي من الإطارات المرجعية لا تتحقق قوانين نيوتن ؟

الإجابة : في الإطارات المتسارعة . أي إطار مرجعي يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لمرجع قصوري يعتبر مرجع قصوري .



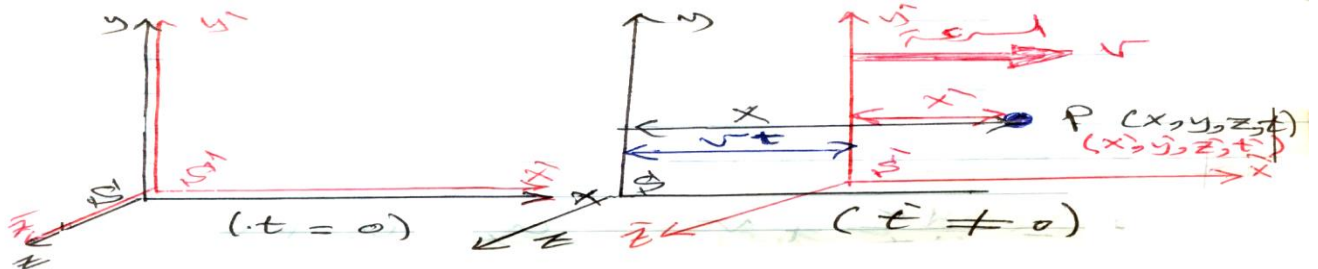
فمثلاً المعمل الذي تجري فيه تجربة ما يسمى مركز إسناد ، الأرض تسمى مركز إسناد ، القطار المتحرك يعتبر مركز إسناد . فإذا كان هناك راصد أو مراقب يجري تجربة داخل قطار متحرك وراصد آخر علي الأرض فإن مركز الإسناد لكلا منهما سوف يختلف حيث أحدهما يتحرك بالنسبة للآخر لذا يطلق علي مركز الإسناد بالمرجع القصورى (مجموعة الإحداثيات) أو بالنظام الإحداثى . ويعتبر الضوء ذو أهمية إذ يربط بين هذه الإحداثيات بعضها ببعض إذا ما أردنا الانتقال من مجموعة قصورية لآخرى .

عموماً هناك معادلات تحويل للانتقال من مجموعة إلي أخرى . فمثلاً عندما يرى راصدان يتحرك احدهما بالنسبة للآخر جسماً واحداً متحركاً فإنهما سوف يعطيان للجسم سرعات مختلفة ومسيرات مختلفة ولكن هذان الوصفان يمكن أن يتفقا إذا ما لجأنا إلي عمل تحويلات في معادلة احد الراصدين آخذين في الاعتبار الحركة النسبية للراصدين ، وسوف نقوم بدراسة تحويلات جاليليو .

● تحويلات جاليليو (Galilue's Transformation)

تسمى المعادلات (في الفيزياء الكلاسيكية) التي تربط بين إحداثيات البعد والزمن لنظامي إحداثيات يتحركان بالنسبة لبعضهما بسرعة ثابتة بتحويلات جاليليو أو تحويلات نيوتن النسبية تميزاً لها عن التحويلات التي أوجدتها النظرية النسبية (تحويلات لورنتز) ، ويعتبر جاليليو أول من أستخدم معادلات التحويل للحركة من أحدي المجموعات أو الأطر المرجعية القصورية إلي مجموعة أخرى . ولقد أعتبر جاليليو أن المسافة والزمن لا يختلفان بالنسبة لراصدين مهما كانت السرعة النسبية بينهما .

إذا افترضنا نظامين من الإحداثيات S ، S' فإن هاذين النظامين يكونان منطبقان عندما ($t = t' = 0$)



نفترض أن هناك ظاهرة ما تحدث عند النقطة (P) وأن إحداثيتها في النظام القصوري S هي (x , y , z) وفى النظام القصوري S` هي (x` , y` , z` , t`) . إشارة إلي الشكل السابق نجد أن هذه الإحداثيات ترتبط بمعادلات تحويل إحداثيات جاليليو P(x , y , z , t) وفى النظام القصوري S` هي

$$P(x` , y` , z` , t`)$$

شروط تحويلات جاليليو :

- ١- توازي المحاور .
- ٢- النظام القصوري S` يتحرك بسرعة ثابتة (في اتجاه محور x) بالنسبة للراصد القاطن في الإطار المرجعي S
- ٣- يكون الزمن لجميع الراصدين قيمة ثابتة وغير متغيرة في جميع الأطر القصورية .

تحويلات جاليليو

$$\begin{aligned} X &= X' + vt \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}$$

تحويلات جاليليو العكسية

$$\begin{aligned} X' &= X - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad (١)$$

وعندما $x = x' = 0$ فإن $t = t' = 0$

• تحويلات السرعة والتسارع (العجلة) العكسية لجاليليو :

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v \quad u'_x = u_x - v \quad \longrightarrow \quad (٢)$$

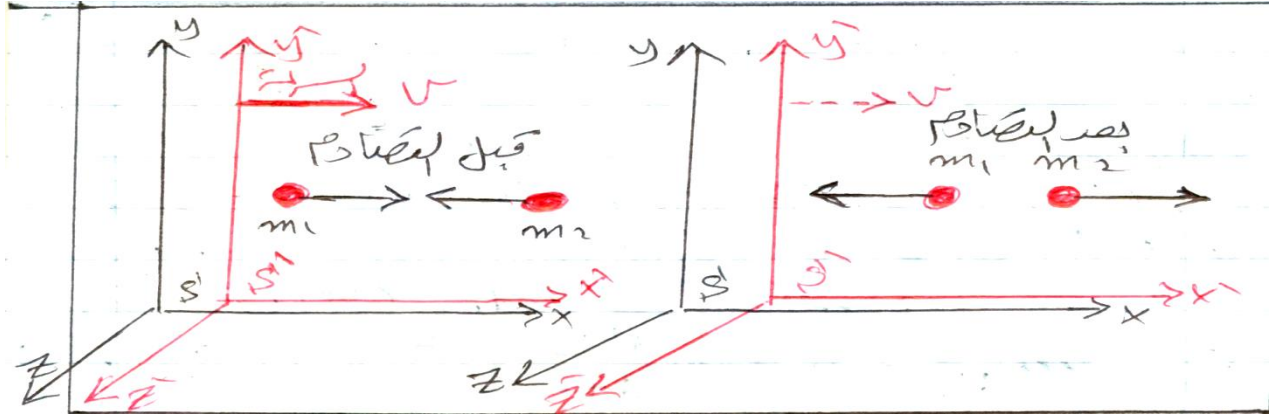
$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} \quad \text{or} \quad u'_y = u_y$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} \quad u'_z = u_z$$

$$\frac{d^2 x'}{dt'^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} - v \quad a'_x = a_x$$

$$\frac{d^2 y'}{dt'^2} = \frac{d^2 y}{dt^2} \quad \text{or} \quad a'_y = a_y \quad \longrightarrow \quad (٣)$$

$$\frac{d^2 z'}{dt'^2} = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad a'_z = a_z$$



ملحوظة : $\vec{a} = a$

ومن الممكن إثبات أن المعادلات التي تصف ظاهرة ما في إطار مرجعي لا تتغير من حيث شكلها عند تحويلها إلى إطار مرجعي آخر بأستخدام تحويلات جاليليو وكمثال علي ذلك نفترض أن مركبات القوة (F) تؤثر على جسم كتلته (m) موضوع عند النقطة (p) في النظام القصوري (S) ونكتب القوة على الصورة :

$$F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2} , F_y = m \frac{d^2 y}{dt^2} , F_z = m \frac{d^2 z}{dt^2} \longrightarrow (٤)$$

وبأستخدام النتيجة السابقة وبأعتبار أن الكتلة ثابتة لا تتغير نجد أن شكل القوة عند النقطة (p) في الإطار القصوري S' هي :

$$F'_x = m \frac{d^2 x'}{dt^2} , F'_y = m \frac{d^2 y'}{dt^2} , F'_z = m \frac{d^2 z'}{dt^2} \longrightarrow (٥)$$

وهذا تأكيد علي أن القانون الثاني لنيوتن لم يتغير بواسطة تحويلات جاليليو . وينص مبدأ النسبية لنيوتن على أنه لجميع الأنظمة القصورية والتي في حالة حركة نسبية منتظمة تكون معادلات الحركة ثابتة لا تتغير . عموماً جميع قوانين الميكانيكا التقليدية ثابتة ولا تتغير عند تطبيق تحويلات جاليليو .

● قوانين حفظ كمية التحرك وطاقة الحركة :

إن إثبات حفظ الزخم الخطي الكلاسيكي يتضح من خلال المثال التالي :

In S -Frame

$$P_1 + p_2 = \bar{P}_1 + \bar{P}_2$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2$$

In S' -Frame

$$P'_1 + p'_2 = \bar{P}'_1 + \bar{P}'_2$$

$$m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = m_1 \bar{v}'_1 + m_2 \bar{v}'_2$$

تطبيق تحويلات جاليليو من S إلى S' :-

$$m_1(v_1 - v) + m_2(v_2 - v) = m_1(\bar{v}_1 - v) + m_2(\bar{v}_2 - v) \text{ Or}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 + v(m_1 + m_2 - m_1 + m_2)$$

حيث أن كتلة الجسمين لا تتغير قبل وبعد التصادم . اما إذا كانت الكتلتان تتغيران بعد التصادم تصبح

المعادلتان :

$$m_1(v_1 - v) + m_2(v_2 - v) = m_1(\bar{v}_1 - v) + m_2(\bar{v}_2 - v) \text{ Or}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 + v(m_1 + m_2 - m_1 + m_2)$$

● تحويلات لورنتز (Lorentz Transformation) :

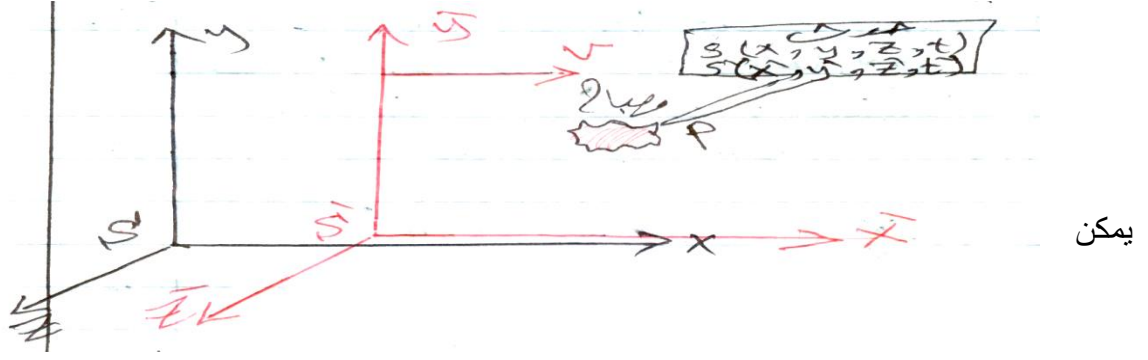
هي التحويلات المستخدمة في النظرية النسبية الخاصة، استخدم اينشتاين فرضي النسبية الخاصة للحصول على تحويلات تربط بين المكان والزمان في الإطار المرجعي S والإطار المرجعي S' والذي يتحرك بسرعة V باتجاه المحور السيني الموجب بالنسبة للإطار القصوري الأول S وموازياً له بافتراض أن المراقبان في الإطاران S, S' قد ضبطا ساعتيهما بحيث $t = t' = 0$ عندما كان $x = x' = 0$ أي انطباق الإطاران عند نقطة الأصل .

- سنفترض أن النظامين S, S' قصوريان أي يتحركان بسرعة ثابتة (حيث S' يتحرك بسرعة ثابتة

بالنسبة لـ S) وثانياً سرعة الضوء في الفراغ هي قيمة ثابتة

- سنفترض أيضاً أن هناك مصباح كهربي سوف يرسل نبضات ضوئية عند اللحظة التي يكون فيها

محاور S, S' منطبقان ، ويكون الزمن لحظة إطلاق الومضة الضوئية $t = t' = 0$



الحصول علي صيغة لهذه التحويلات باعتبار انتقال الموجة أو الإشارة الضوئية بين النظامين S, S' باعتبار أن سرعة الضوء ثابتة طبقاً للفرض الثاني لأينشتاين .

- سنفترض أن النظام S' يتحرك بسرعة v بالنسبة للنظام S في اتجاه محور x
- سنفترض أن ظاهرة ما قد حدثت في النظام القصورى S في اتجاه محور x وأن موقفها بعد فترة زمنية t في هذا النظام يعطى من :

$$X = Vt \quad \longrightarrow \quad (١)$$

وموقفها في النظام S' وفقاً لتحويلات جاليليو وهي

$$X' = X - Vt \quad \longrightarrow \quad (٢)$$

الآن سوف نقوم بتعديل المعادلة الأخيرة وذلك بإدخال ثابت γ هذا الثابت قيمته تساوي الواحد عندما تصبح السرعة النسبية V مساوية للصفر $V = 0$ إذن تصبح المعادلة (2) علي الصورة

$$X' = \gamma(X - Vt) \quad \longrightarrow \quad (٣)$$

هذه المعادلة تصف أن الحدث وقع في النظام S والتحويل من X إلي X' بينما في حالة العكس سوف تختلف الإشارة لتصبح المعادلة :

$$x = \gamma(x' + Vt') \quad \longrightarrow \quad (٤)$$

يمكن إعادة كتابة هذه المعادلة علي الصورة

$$t' = \left[\frac{x}{\gamma} - \gamma(x - Vt) \right] \cdot \frac{1}{V} \quad \longrightarrow \quad (٥)$$

بالتعويض عن قيمة x' من S ثم ترتب الحدود في (5):

$$t' = \left[t + \frac{x(1-\gamma^2)}{\gamma^2 V} \right] \longrightarrow (6)$$

في هذه المعادلة عندما $(\gamma = 1)$ تصبح $t = t'$ عندما تكون السرعة النسبية $V = 0$ وبذلك نحصل على معادلات التحويل لجاليليو .

الآن نطبق الفرض الثاني لأينشتاين وهو ثبات سرعة الضوء ، أي عندما تتحرك حزمة ضوئية من المصباح مسافة X خلال زمن قدره t في النظام S يكون

$$X = ct \longrightarrow (7)$$

وتكون هذه المسافة في النظام S مقاسة بـ X'

$$x' = \gamma(ct - Vt) \longrightarrow (8)$$

كذلك الزمن المقاس بواسطة النظام S' يمكن استنتاجه من المعادلة (6) ليصبح :

$$t' = \gamma \left[t + \frac{ct(1-\gamma^2)}{\gamma^2 V} \right] \longrightarrow (9)$$

ولكن طبقاً لفرض اينشتاين فإن سرعة الضوء ثابتة ولا تتغير في جميع الأنظمة القصورية لجميع الراصدين فيها إذن من (8) ، (9) نحصل على :

$$\begin{aligned} c &= \frac{x'}{t'} = \frac{\gamma(c - Vt)}{\gamma \left[t + \frac{c(1-\gamma^2)}{\gamma^2 V} \right]} \\ &= \frac{c - V}{1 - \frac{c(1-\gamma^2)}{\gamma^2 V}} = \frac{\gamma^2(cV - V^2)}{\gamma^2 V + c - \gamma^2 c} \\ \gamma &= (1 - V^2/c^2)^{-1/2} \longrightarrow (10) \end{aligned}$$

بناءً على ذلك تصبح معادلات التحويل للورنتز في النظام القصورى (S) على الصورة :

$$\boxed{X' = \frac{X - Vt}{\left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right)} = \gamma(X - Vt) \quad \text{---(11)}}$$

$$\boxed{t' = \frac{(t - Vx/C^2)}{(1 - V^2/C^2)^{1/2}} = \gamma(t - Vx/C^2) \quad \text{---(12)}}$$

وهذه المعادلات في النظام القصورى (S) تصبح :

$$\boxed{x = \frac{x' - Vt'}{\left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right)} = \gamma(x' - Vt') \quad \text{---(13)}}$$

$$\boxed{t = \frac{(t' - Vx'/C^2)}{(1 - V^2/C^2)^{1/2}} = \gamma(t' + Vx'/C^2) \quad \text{---(14)}}$$

تسمى المعادلات (١١) ، (١٢) ، (١٣) ، (١٤) بمعادلات تحويلات لورنتز النسبية .

يمكن إعادة صياغة هذه المعادلات في شكل مبسط بفرض $\beta = V/C$ فإن

$$X' = \gamma(X - Vt)$$

$$y' = y$$

$$Z' = Z$$

$$t' = \gamma(t - \frac{\beta}{C}X)$$

$$X' = \gamma(+ - Vt)$$

$$y = y'$$

$$Z = Z'$$

$$t' = \gamma(t + \frac{\beta}{C}X')$$

التحويلات العكسية

لمعادلات لورنتز

ايضاً تعرف هذه المعادلات الأربعة بتحويلات لورنتز .

تعليق : نلاحظ في حالة السرعات البطيئة مقارنة بسرعة الضوء عندما تكون $(V < C)$ فإن معامل لورنتز

$\gamma = 1$ وكذلك $(Vx/C^2 = 0)$ وبالتالي تؤول معادلات لورنتز إلي معادلات جاليليو وهذا يدل علي أن

تحويلات لورنتز - اينشتاين هي صيغة عامة في جميع الحالات - بينما تحويلات جاليليو قاصرة الأستعمال

علي السرعات العادية الأقل من سرعة الضوء $(V < C)$.

نلاحظ ايضاً من خصائص المعامل γ أن قيمته $(\gamma = 1)$ عندما $(V = 0)$ وعامة تكون قيمة $\gamma \geq 1$.

• يمكن ايضاً التعبير عن معادلات لورنتز بشكل كامل علي الصورة

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/C^2}} \\ y' &= y \\ Z' &= Z \\ t' &= \frac{t - Vx/C^2}{\sqrt{1 - V^2/C^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X' &= \frac{x' + Vt}{\sqrt{1 - V^2/C^2}} \\ y' &= y' \\ Z' &= Z' \\ t' &= \frac{t' + Vx'/C^2}{\sqrt{1 - V^2/C^2}} \end{aligned}$$

• تحويلات لورنتز للسرعة النسبية :

$$\therefore u_x = dx/dt \quad , \quad u_y = dy/dt \quad , \quad u_z = dz/dt$$

$$\therefore u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\gamma(dx' + Vdt')}{\gamma[dt' + (V^2/C^2)dx']} = \frac{u_x' + V}{1 + u_x' \frac{V}{C^2}}$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{\gamma[dt' + (V^2/C^2)dx']} = \frac{u_y'}{\gamma(1 + u_x' \frac{V}{C^2})}$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{\gamma[dt' + (V^2/C^2)dx']} = \frac{u_z'}{\gamma(1 + u_x' \frac{V}{C^2})}$$

• والتحويلات العكسية للسرعة النسبية :

$$\begin{aligned}\therefore u_x &= \frac{dx'}{dt} = \frac{u_x - V}{1 - u_x V / C^2} \\ \therefore u_y &= \frac{dy'}{dt} = \frac{u_y - V}{\gamma(1 - u_x V / C^2)} \\ \therefore u_z &= \frac{dz'}{dt} = \frac{u_z - V}{\gamma(1 - u_x V / C^2)}\end{aligned}$$

نلاحظ أنه عندما ($V < C$) فإن ($V/C^2 = 0$) وتؤول معادلات لورنتز للسرعة إلى معادلات تحويلات جاليليو للسرعة .

من مجموعة المعادلات السابقة يتضح لنا الآتي :-

١- بمقارنة هذه المعادلات بمعادلات التحويل في الميكانيكا الكلاسيكية (تحويلات جاليليو) نلاحظ أن

المقدار ($X - Vt$) وذلك للحصول على مقدار (X) يجب ضربه في المقدار $(1 - V^2 / C^2)^{-\frac{1}{2}}$ وذلك للحصول على مقدار (X) في معادلات التحويل للورنتز كما يلاحظ أيضا انه عندما تتخذ السرعة النسبية (V) قيم صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء (C) فإن المقدار (V^2 / C^2) يمكن إهماله وبالتالي تؤول المعادلات النسبية إلى المعادلات الكلاسيكية . من هذه يتضح أن التعديل أدخلته النظرية النسبية يعمل به عند السرعات العالية جداً .

٢- الزمن (t) لا يساوي الزمن (t) إلا عندما تتخذ السرعة (V) قيمة صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء (C) كذلك وضح أن الزمن (t) لا يعتمد فقط على السرعة (V) وإنما على المكان أيضا والذي يدل عليه (X) .

٣- كذلك واضح أن السرعة النسبية (V) يجب أن تكون دائماً أقل من سرعة الضوء (C) وإلا فإن المقدار $(1 / \sqrt{1 - V^2 / C^2})$ يصبح تخيلياً أي بمعنى آخر طبقاً للنظرية النسبية لا يمكن الجسم أن يتحرك بسرعة أكبر من سرعة الضوء .

مثال : ثبوت وعدم تغيير المعادلة الموجية بالنسبة لتحويلات لورنتز

المعادلة الموجية يمكن وضعها في الصورة العامة :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = zero$$

والآن سوف نوضح أن هذه المعادلة ثابتة ولا تتغير بالنسبة لتحويلات لورنتز . حيث أن

$$\frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} \cdot \frac{\partial X'}{\partial X} + \frac{\partial \psi}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial X} + \frac{\partial \psi}{\partial Z'} \cdot \frac{\partial Z'}{\partial X} + \frac{\partial \psi}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial X} \longrightarrow (1)$$

المعادلة (١) يمكن وضعها على الصورة :

$$i.e) \frac{\partial}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X'} \cdot \frac{\partial X'}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Z'} \cdot \frac{\partial Z'}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial X} \longrightarrow (2)$$

بالمثل يمكن إثبات أن :

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial X'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial Z'} \cdot \frac{\partial Z'}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial y} \longrightarrow (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial X'} \cdot \frac{\partial X'}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial Z'} \cdot \frac{\partial Z'}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial Z} \longrightarrow (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X'} \cdot \frac{\partial X'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y'} \cdot \frac{\partial y'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial Z'} \cdot \frac{\partial Z'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t'} \cdot \frac{\partial t'}{\partial t} \longrightarrow (5)$$

ولكن باستخدام تحويلات لورنتز :

$$X' = \gamma(X - Vt) , y' = y , Z' = Z , t' = \gamma(t - \frac{VX}{c^2}) \longrightarrow (6)$$

$$\gamma = (1 - V^2 / c^2)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{حيث أن :}$$

بأستخدام معادلات التحويل هذه للورنتز واجراء التفاضل نحصل على :

$$\frac{\partial X'}{\partial X} = \gamma , \frac{\partial t'}{\partial X} = -\frac{\gamma V}{c^2} , \frac{\partial y'}{\partial y} = 1 , \frac{\partial Z'}{\partial Z} = 1 , \frac{\partial X'}{\partial t} = -\gamma V ,$$

$$\frac{\partial t'}{\partial t} = \gamma , \frac{\partial y'}{\partial X} = \frac{\partial Z'}{\partial X} = \frac{\partial Z'}{\partial y} = \frac{\partial t'}{\partial y} = \frac{\partial X'}{\partial Z} = \frac{\partial y'}{\partial Z} = \frac{\partial t'}{\partial Z} = \frac{\partial y'}{\partial t} = \frac{\partial Z'}{\partial t} = 0$$

بالتعويض عن قيمة هذه التفاضلات في مجموعة المعادلات السابقة (٢) ، (٣) ، (٤) ، (٥) نحصل على

$$\therefore \frac{\partial}{\partial X} = \gamma \left[\frac{\partial}{\partial X'} - \frac{V}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'} \right] \longrightarrow (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'} \longrightarrow (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial Z'} \longrightarrow (9)$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial t} = \gamma \left[\frac{\partial}{\partial t'} - V \frac{\partial}{\partial X'} \right] \longrightarrow (10)$$

وبإجراء التفاضل الثاني نحصل علي مجموعة المعادلات التالية :

$$\frac{\partial^2}{\partial X^2} \left(\frac{\partial}{\partial X} \right)^2 = \gamma^2 \left[\frac{\partial}{\partial X'} - \frac{V}{C^2} \frac{\partial}{\partial t'} \right]^2 \longrightarrow (11)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y'^2}, \quad \frac{\partial^2}{\partial Z^2} = \frac{\partial^2}{\partial Z'^2} \longrightarrow (12)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^2 = \gamma^2 \left[\frac{\partial}{\partial t'} - V \frac{\partial}{\partial X'} \right]^2 \longrightarrow (13)$$

بالتعويض عن قيم معادلات (11) ، (12) ، (13) في المعادلة الموجية :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= \left[\gamma^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} - \frac{V}{C^2} \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 \right] \\ + \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right] + \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right] - \left[\frac{1}{C^2} \cdot \gamma^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} - V \frac{\partial \psi}{\partial X} \right)^2 \right] &= 0 \longrightarrow (14) \end{aligned}$$

$$\text{الطرف الأيمن} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} \left[\gamma^2 (1 - V^2 / C^2) \right] + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z'^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} \left[\frac{1}{C^2} \cdot \gamma^2 (1 - V^2 / C^2) \right] = 0 \longrightarrow (15)$$

بالتعويض عن قيمة $\left[\gamma^2 = \frac{1}{(1 - V^2 / C^2)} \right]$ في المعادلة (15) نحصل علي

$$\text{الطرف الأيمن} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z'^2} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} = 0 \longrightarrow (16)$$

هذه المعادلة تمثل معادلة الموجة وهي تساوي الطرف الأيسر في المعادلة (14)

من هذا يتضح أن :

المعادلة الموجية ثابتة ولا تتغير بتحويلات لورنتز وهذا يتفق مع المبدأ الأول للنظرية النسبية الخاصة والذي

ينص علي أن القوانين الطبيعية يجب أن تكون ثابتة غير متغيرة بتحويلات لورنتز .

● بعض التطبيقات الهامة علي النظرية النسبية الخاصة

١- نسبية الزمن (الأنكماش أو التأثير الزمني)

من أهم ما نلاحظ من المعادلات التحويل أن $(t' \neq t)$ وهذا يعني انه إذا وضعنا ساعة مثلاً في مجموعة احداثيات مختلفة فإن معدل دورانها سوف يختلف .

لنعتبر طائرة عليها راصد وانها تتحرك بسرعة (V) في الاتجاه الموجب لمحور (X) (وهذا يمثل النظام الأحداثي المتحرك (S') - كما نفترض أن هناك راصد آخر ثابت غير متحرك (يمثل النظام (S) سوف يقيس الزمن الذي تستغرقه الطائرة في تحريكها لقطع مسافة معينة (X) وليكن هذا الزمن (t) .

أما الزمن (t') والذي يقيسه الملاحظ بداخل الطائرة لنفس المسافة (X) .

فإنه يكون علي الصورة :

$$t' = \gamma(t - Vx/c^2) \longrightarrow (1)$$

$$x = vt \longrightarrow (2) \quad \text{وحيث أن :}$$

حيث (X) عبارة عن المسافة التي يقطعها الملاحظ المتحرك كما يشاهدها الملاحظ الساكن خلال الزمن (t)

$$\therefore t' = \gamma(t - V^2 t / C^2) = \gamma t (1 - V^2 / C^2)$$

$$\therefore \gamma = 1 - (1 - V^2 / C^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore t' = t (1 - V^2 / C^2)^{\frac{1}{2}} \longrightarrow (3)$$

$$\therefore t' < t$$

أي أن الزمن المقاس بواسطة الملاحظ الثابت يكون اكبر من ذلك الزمن الذي يسجله الملاحظ المتحرك - أو بمعنى آخر يبدو الراصد المتحرك بالطائرة بالنسبة للراصد الثابت وكأن الطائرة تسير بسرعة أبطأ . ومن هذا اتضح أن الزمن لا يمكن أن يكون مطلقاً دائماً وإنما يكون نسبياً كما أوضح ذلك اينشتين .

٣-نسبة الطول :-

من معادلات النسبية أيضا أن الأطوال مثلها مثل الزمن لا تكون مطلقة دائماً وإنما تكون نسبية .

لنفرض مسطرة وضعت موازية للمحور النسبي في النظام الأحداثي (S') المتحرك بسرعة (V) . فإذا كان

X_1' ، X_2' هما إحداثي نهايتي المسطرة فإن طول هذه المسطرة (L') في هذا النظام (S') يساوي :

$$L' = X_2' - X_1' \longrightarrow (1)$$

محاضرات في الفيزياء الذرية (حديثة) - للدكتور/ بدرى النوبى محمد - قسم الفيزياء/ كلية العلوم بقنا / جامعة جنوب الوادى

والآن لنفترض أن ملاحظ آخر موجود في نظام إحداثي ثابت (S) تقاس طول نفس المسطرة و بمقارنة نهايتها مثلاً عند الزمن (t) ، ففي هذه الحالة ليكن إحداثي نهايتي المسطرة هما X_1 ، X_2 فإن طول المسطرة (L) كما يقيسها هذا الملاحظ تساوي :-

$$L = X_2 - X_1 \longrightarrow (٢)$$

وباستخدام معادلات التحويل للورنتز

$$X_2' = \gamma(X_2 - Vt) \quad , \quad X_1' = \gamma(X_1 - Vt)$$

$$\therefore L' = X_2' - X_1' = \gamma(X_2 - X_1) = \gamma L$$

$$\therefore L = L' (1 - V^2 / C^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$L < L'$$

أي ان الطول كما يقيسه الملاحظ الساكن في النظام (S) يكون أقل من ذلك الطول الذي يقيسه الملاحظ المتحرك في النظام (S').

٣- نسبة الكتلة (تغيير الكتلة مع السرعة) الديناميكا النسبية

طبقاً لميكانيكا نيوتن الكلاسيكية فإن كتلة الجسم المتحرك تظل ثابتة ولا تعتمد علي سرعته ولكن هذا لا يتفق مع النظرية النسبية حيثُ فيها تتغير كتلة الجسم مع سرعته وذلك طبقاً للمعادلة الآتية :

$$m = m_0 / (1 - v^2 / c^2)^{\frac{1}{2}}$$

حيثُ أن (m_0) هي كتلة الجسم عندما يكون ساكناً بالنسبة للراصد وتسمى بكتلة السكون ، (m) كتلة الجسم عندما يتحرك بسرعة (V) بالنسبة للراصد وتسمى الكتلة الفعالة ، أي أنه يمكن القول بأن الكتلة في أي نظام متحرك تظهر بأنها تزداد مع السرعة وتصل إلي مالا نهاية عندما تقترب السرعة (V) من سرعة الضوء (C) . كذلك يتضح أنه عندما تكون السرعة (V) صغيرة جداً بالنسبة إلي سرعة الضوء (C) فإن

المقدار (V^2 / C^2) يمكن اهماله وبالتالي تظل كتلة الجسم ثابتة كما هو الحال في فروض الميكانيكا التقليدية .

٤-العلاقة بين الكتلة والطاقة (تكافؤ الكتلة والطاقة)

نسبية كمية التحرك تعلم من الميكانيكا التقليدية أن الطاقة (E) يمكن أن تعرف بواسطة الشغل (والشغل عبارة عن قوة × المسافة) والقوة (F) عبارة عن معدل تغيير كمية التحرك أي أن :

$$(P) = \frac{d(mV)}{dt} \longrightarrow (١)$$

وحيث أن كل من الكتلة والسرعة يعتبر متغيراً بالنسبة للميكانيكا النسبية

$$\therefore F = m \frac{dV}{dt} + V \frac{dm}{dt} \longrightarrow (٢)$$

بفرض أن هذه القوة تعمل خلال مسافة (dx) أذا يمكن الحصول علي تعبير لطاقة الحركة (dE) كالاتي :

$$dE = P dx = m \frac{dv}{dt} dx + V \frac{dm}{dt} dx \longrightarrow (٣)$$

وحيث أن $V = dx / dt$

$$dE = m v dv + v^2 dm \longrightarrow (٤)$$

ولكن من قانون نسبية الكتلة :

$$m = m_0 / (1 - v^2 / c^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{or } \therefore m^2 c^2 / c^2 - v^2 \text{ or } m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2$$

بتفاضل المعادلة الأخيرة نحصل علي

$$c^2 . 2m dm - v^2 2m dm - m^2 2v dv = 0 \longrightarrow (٥)$$

وذلك باعتبار أن كل من m_0 , C مقادير ثابتة بقسمة طرفي المعادلة (٥) علي (2m) لنحصل علي :

$$c^2 dm - v^2 dm - m v dv = 0 \longrightarrow (٦)$$

$$\therefore c^2 dm = v^2 dm + m v dv$$

من (٤) ، (٦) ينتج أن :

$$dE = c^2 dm \longrightarrow (٧)$$

وعندما تتغير طاقة الجسم من السكون إلى الحركة بسرعة (V) فإن كتلته سوف تزداد من m_0 إلى (m) .وبذلك تكون طاقة الحركة الكلية التي يحتاجها الجسم في هذه الحالة يمكن الحصول عليها بإجراء التكامل للمعادلة الأخيرة .

$$E \int d E = \int_{m_0}^m c^2 dm = c^2 (m - m_0)$$

$$\therefore E = c^2 (m - m_0) \quad \longrightarrow \quad (٨)$$

هذه العلاقة تبين أن طاقة الحركة تتأثر بزيادة الكتلة . واضح كذلك أن كتلة السكون m_0 يمكن التعبير عنها كمفهوم طاقة مختزنة . وحيث أن الطاقة الكلية (w) للجسم المتحرك عبارة عن طاقة داخلية مختزنة بالإضافة إلى طاقة الحركة :

$$\therefore w = E + m_0 c^2 = c^2 (m - m_0) + m_0 c^2$$

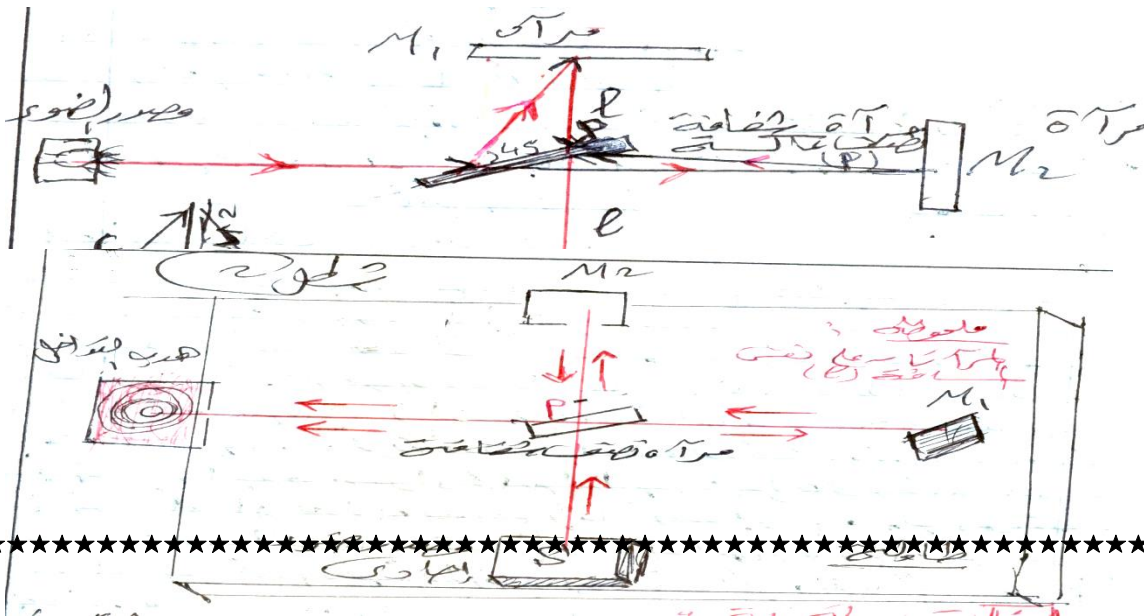
$$\therefore w = m c^2 \quad \longrightarrow \quad (٩)$$

هذه هي الصيغة الشهيرة لأينشتين والتي تعطى علاقة الكتلة بالطاقة أي أن هذه الصيغة هي التي تبين أن هناك تكافؤ بين الكتلة والطاقة وهذا غير معروف في الميكانيكا الكلاسيكية .

تمرين (١) : أثبت أنه في حالة الميكانيكا النسبية يكون : $P^2 C^2 = E^2 - E_0^2$ ، حيث أن (E) الطاقة الكلية ، (E_0) طاقة السكون ، (P) كمية التحرك ، (C) سرعة الضوء .

تمرين (٢) : أثبت أن التعبير الدال على طاقة الحركة في الميكانيكا النسبية يؤول إلى ذلك التعبير الذي يعطى طاقة الحركة في الميكانيكا الكلاسيكية عندما يكون $(V \ll C)$.

● تجربة ميكيلون ومورلي :



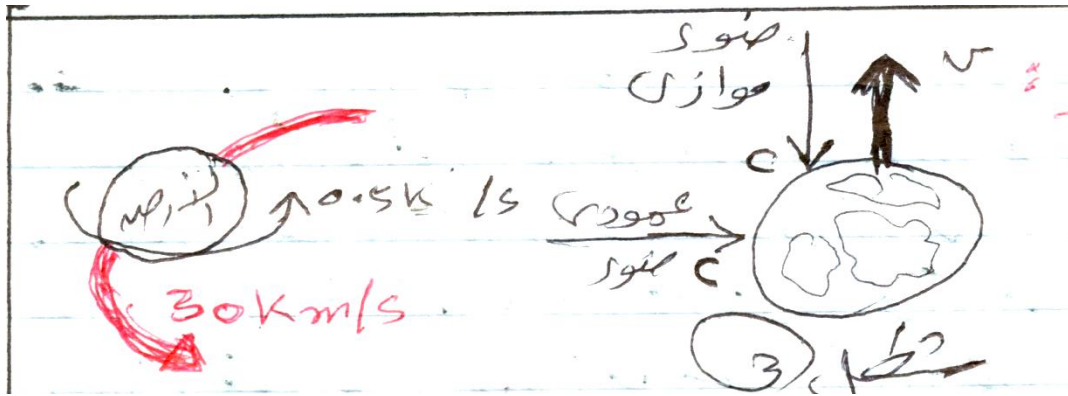
الغرض من التجربة :

في العام ١٨٨١م أجرى العالمان ميكلسون ومورلي تجربتهم الحاسمة وكان الغرض منها اثبات وجود الأثير وذلك عن طريق قياس تأثير حركة الأرض علي سرعة الضوء ثم حساب سرعة الضوء في وضعين مختلفين :

الوضع الأول : أن تكون سرعة الضوء في نفس إتجاه سرعة الأرض في مدارها حول الشمس .

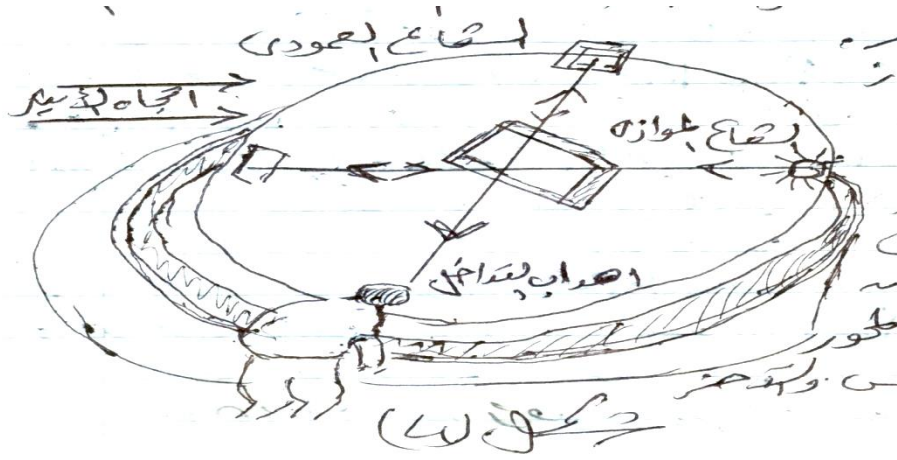
الوضع الثاني : أن تكون سرعة الضوء عمودية علي سرعة الأرض في مدارها حول الشمس .

والمشاهدة : سوف يحدث تداخل بين الشعاعين نظراً لأنهما لن يصلا في نفس الوقت فترتسم هدب التداخل الضوئية علي الحائل ويتناسب حجم الهدب مع الفارق الزمني بين الشعاعين .

فكرة التجربة :

كما نعلم بأن فكرة وجود الأثير حملها العالم ماكسويل مع نظريته الكهرومغناطيسية التي أفترض فيها أن الضوء ينتشر كالأموج وتحتاج إلي هذا الوسط الناقل لها وهو الأثير وجاءت فكرة التجربة علي أساس نظري فإذا وجد الأثير فإن حركة الأرض فيه تولد تياراً أثيرياً معاكساً لسرعة الأرض بالضبط مثلها تولد

المركبة تياراً هوائياً يجري معاكساً لحركتها فعندما تقاس سرعة الضوء علي الأرض فإنها تتأثر بتأثير الأثير الذي يتوقف علي حركة الضوء أما معاكساً وأما متعامداً مع التيار . تم إعداد هذا الجهاز المبين بالرسم علي أن يقوم علي فصل شعاع ضوئي آتى من مصدر واحد ، وتوجيهه في اتجاهين متعامدين علي أن يكون أحدهما موازياً لمحور دوران الأرض حول الشمس والآخر متعامداً معه .



وبهذا الشكل فإن أحد الشعاعين سوف يستفيد من حركة الأرض فيصير أسرع ، أما الآخر فهو متعامد مع حركة الأرض وبالتالي يفترض بأن سرعته لن تتغير ، وبعد ذلك يعاد دمج الشعاعين مع بعض ويتم إسقاطهما علي سطح مقابل . فإذا ما حدث أي تغيير في سرعة أي من الشعاعين فيؤثر علي شكل الأرتسام الخاص بهما علي السطح المقابل ، ورغم حساسية الجهاز العالية جداً إلا أنه لم يسجل أي فرق في المسار بين الشعاعين في الشكل (١) عندما يخرج الضوء من المصدر S حيث ينفذ بعضه إلي المرآة M_2 ثم ينعكس إلي التلسكوب والبعض الآخر ينعكس من (P) إلي M_1 ثم ينعكس مرتدماً مرة أخرى إلي التلسكوب وعندها يسجل زمن وصول الشعاعين فإذا كانت سرعة الضوء والجهاز (الأرض) هما V , C علي الترتيب تكون سرعة الضوء بالنسبة للجهاز في الاتجاهين $M_2 P$ ، $P M_2$ هما $(C \pm V)$ وفي الاتجاه العمودي

$\sqrt{C^2 - V^2}$. ومن ذلك يتضح أن زمن وصول الشعاع $P M_2$ إلي التلسكوب هو $t_{||}$

$$t_{||} = \frac{l}{v-c} + \frac{l}{v+c} = \frac{2lc}{C^2 - V^2} \text{----- (1)} \text{ (الموازي)}$$

((حيثُ الزمن هنا = يعبر عن خارج قسمة المسافة علي السرعة))

- وكذلك نعبر عن زمن وصول الشعاع P M₁ إلي التلسكوب هو t_{\perp}

$$(2) \quad t_{\perp} = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} \text{ (العمودى)}$$

- واضح بأن يصبح هناك فرق زمني لوصول الشعاعين نفرض أنه (Δt)

$$\begin{aligned} \therefore \Delta t &= (2Lc/c^2 - v^2) - (2L/\sqrt{c^2 - v^2}) \\ &= (2L/\sqrt{c^2 - v^2}) - \left(\frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} - 1\right) \quad \longrightarrow \quad (3) \end{aligned}$$

حيث أن $v < c$ نجد أن

$$\Delta t = (L/c) (v^2/c^2) \quad \longrightarrow \quad (4)$$

$$(1 + X)^{1/2} = 1 + \frac{X}{2} \quad \text{استخدمنا هنا التقريب الرياضي}$$

وإذا كان هذا الفرق في الزمن يسبب تداخل الضوء مما ينتج عنه حلقات ضوئية ترى بالتلسكوب فإذا كان

عدد الحلقات (n) ، (λ) الطول الموجي لموجة الضوء إذن فإن :

$$\Delta t = n \lambda \text{ ----- (5)}$$

وعلى الرغم من تكرار التجربة مرات عديدة في السنة إلا أنه لم يلاحظ أي تغيير ولا توجد هناك أي حلقات أو هدب تداخل . حتى عندما تتم دوران التجربة بالنسبة للأثير علي أن يحدث تغير في الأهداب الضوئية المتكونة نتيجة لأختلاف التداخل بين الشعاعين (لإختلاف الزمن الوصول بينهما) بحيث تحل الهدبة المضيئة من الهدبة المظلمة وهكذا فكانت النتيجة هو عدم حدوث تغيير ولم تتكون الهدب بالمره . وكانت هذه النتيجة المؤلمة هي رفض فكرة وجود الأثير المطلق (لأن حدث عدم اتفاق بين النتائج العملية مع النظرية والتي كانت سلبية) صدمت العلماء في فكرتهم عن الأثير الذي كانوا يعتقد انه يسير مع الأرض وتارة أن الأجسام تتكشمش في اتجاه حركتها خلاله وغيرها من الاعتقادات .