



محاضرات

في مقرر

ميكانيكا الكم

لطلاب كلية التربية

شعبة التعليم الأساسى

إعداد الدكتور

بدرى النوبى محمد

٢٠٢٤-٢٠٢٣ م

المحتوى	
الترقيم الصفحات	الباب الأول : نظرية الكم للإشعاع الحرارى
٤	الفيزياء التقليدية لم تتمكن من شرح إشعاع الجسم الأسود
٥-٤	نشأة نظرية الكم للإشعاع الحرارى
٨-٥	إشعاع الجسم الأسود
١٣-٩	حساب عدد الموجات الموقوفة
١٣	حساب متوسط الطاقة الإشعاعية
١٤	(المحاولات الكلاسيكية)
١٥-١٤	محاولة رالى جينز
١٦-١٥	محاولة فيين
١٨-١٦	(المحاولات الكمية) محاولة بلانك
٢٤-١٨	تفسير مدى ملائمة المحاولات الكلاسيكية والكمية
٢٥	الباب الثانى: الخاصية الجسيمية للموجات
٢٦	مفهوم الخاصية المزدوجة للجسيمات والموجات
٢٦	الظواهر التى تؤكد الصفة الجسيمية للموجات
٣٣-٢٦	أولاً (ظاهرة التأثير الكهروضوئى)
٤٠-٣٤	أمثلة وتمارين
٥١-٤١	ثانياً (الظاهرة الكهروضوئية العكسية)
٦١-٥٢	ثالثاً (ظاهرة تأثير كومبتون)
٦١-٥٨	امثلة وتمارين
62	الباب الثالث : الخاصية الموجية للجسيمات
٦٥-٦٢	نظرية دي برولى
٦٥	التحقيق التجريبي لفرض دي برولى
٦٩-٦٥	أولاً (تجربة دافيسون وجيرمر)
٧٢-٦٩	ثانياً (تجربة طومسون)
٧٢	موجات دي برولى
٧٣-٧٢	فرض دي برولى ونظرية بور
٧٧-٧٣	مبدأ عدم التحديد لهيزنبرج
٧٨-٧٧	سرعة موجات دي برولى
٨١-٧٨	امثلة وتمارين

الباب الأول

نظرية الكم للإشعاع الحرارى

الباب الأول

نظرية الكم للإشعاع الحرارى

1- الفيزياء التقليدية لم تتمكن من شرح إشعاع الجسم الأسود

- Blackbody Radiation could not be explained by classical physics

من أهم النتائج التجريبية التي أحدثت ثورة في المفاهيم الفيزيائية التقليدية تلك المتعلقة بالإشعاع الصادر من الأجسام عند تسخينها. فمن المعلوم عند تسخين جسم ما، نجد أن لونه يتغير مع زيادة درجة الحرارة حيث يبدأ بالأحمر ثم الأبيض ثم الأزرق. وبدلالة التردد، نقول أن الإشعاع المنبعث من هذا الجسم يبدأ بترددات منخفضة، وعند ارتفاع درجة الحرارة، تزداد الترددات، حيث أن اللون الأحمر ذو تردد قليل في منطقة طيف الإشعاع وذلك مقارنة باللون الأزرق. إن طيف التردد للإشعاع المنبعث من جسم ما يعتمد على طبيعة الجسم نفسه، ولكن الجسم المثالي deal body، والذي يمتص أو يبعث كل الترددات

يُسمى بالجسم الأسود ويعتبر حالة مثالية لأي مادة تُصدر إشعاع. الإشعاع المنبعث من "جسم أسود" يسمى إشعاع الجسم الأسود.

٢- نشأة نظرية الكم للإشعاع الحرارى :

نشأت نظرية الكم عام (١٩٠١ م) بواسطة العالم ماكس بلانك وقام بتطبيقها أينشتاين بعد ذلك على الضوء عام ١٩٠٥ م . نشأت هذه النظرية بعد أن فشلت الفيزياء التقليدية في شرح وتفسير بعض الحقائق التجريبية (العملية) للإشعاع الحرارى . خاصة في تفسير واعتماد الطاقة المنبعثة من الجسم الأسود المثالى على الطول الموجى لهذا الإشعاع . ولشرح هذه الظاهرة يلزمنا استخدام فكرة جديدة من وجهة نظر كمية تختلف عن وجهه نظر الفيزياء التقليدية لشرح

انبعاث الإشعاع الحرارى. وقد جاءت فكرة " الكم " لتحل كثير من المشاكل الهامة فى الفيزياء الذرية والنووية التى تطبق على جميع الظواهر الخاصة بانبعاث وإمتصاص الأشعة الكهرومغناطيسية والتى فتحت الباب أمام كثير من العلماء بعد ذلك.

٣- إشعاع الجسم الأسود :

نعلم أن كل الأجسام الساخنة تشع أو تصدر إشعاع فى شكل حرارة ، والإشعاع الحرارى يعنى انبعاث الطاقة الحرارية المستخدمة من أسطح الأجسام الساخنة . هذا الإشعاع الحرارى ما هو إلا موجات كهرومغناطيسية مختلفة فى الطول الموجى ولها طيف واسع المدى يتكون من عدة مناطق والإختلاف الوحيد بينهما يكون فى الطول الموجى أو التردد .

إعتماد كمية الإشعاع الحرارى على عاملين :

(أ) درجة حرارة الجسم
(ب) طبيعة سطح هذا الجسم

تمتص هذه الأجسام الإشعاعات الساقطة عليها ، كما تعتبر الأجسام ذات الأسطح الملساء مشعة ضعيفة وممتصة ضعيفة للإشعاعات ، بينما تعتبر الأجسام ذات السطوح الخشنة أو السوداء مشعة جيدة وممتصة جيدة للإشعاعات. والسطوح المطلاه باللون الأسود القاتم تعتبر ماصة وباعثة ممتازة للإشعاعات.

ويعبر على قدرة الجسم على الأشعاع بـ Emissivity . وأن السطح الذى يستطيع

امتصاص كل الإشعاعات الساقطة عليه يقال أيضاً أن له قدرة على الإمتصاص

Absorptivity . والجسم الذى قدرته على الإشعاع والإمتصاص مساوية للواحد الصحيح

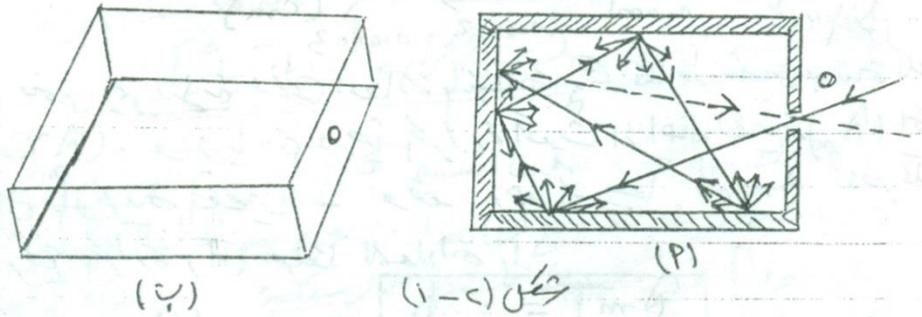
يسمى بالجسم الأسود المثالى.

ويمكن تمثيل الجسم الأسود عمليا بفتحة صغيرة جدا فى أحد أوجه صندوق مفرغ على

شكل متوازى مستطيلات (شكل ١١) . أى إشعاعات سوف تصل إلى الفتحة ويمكنها الدخول

فيها سوف تمتص بالكامل بعد أن تمر بعدد كبير جدا من الإنعكاسات الداخلية لحظة اصطدامها بجدار الصندوق .

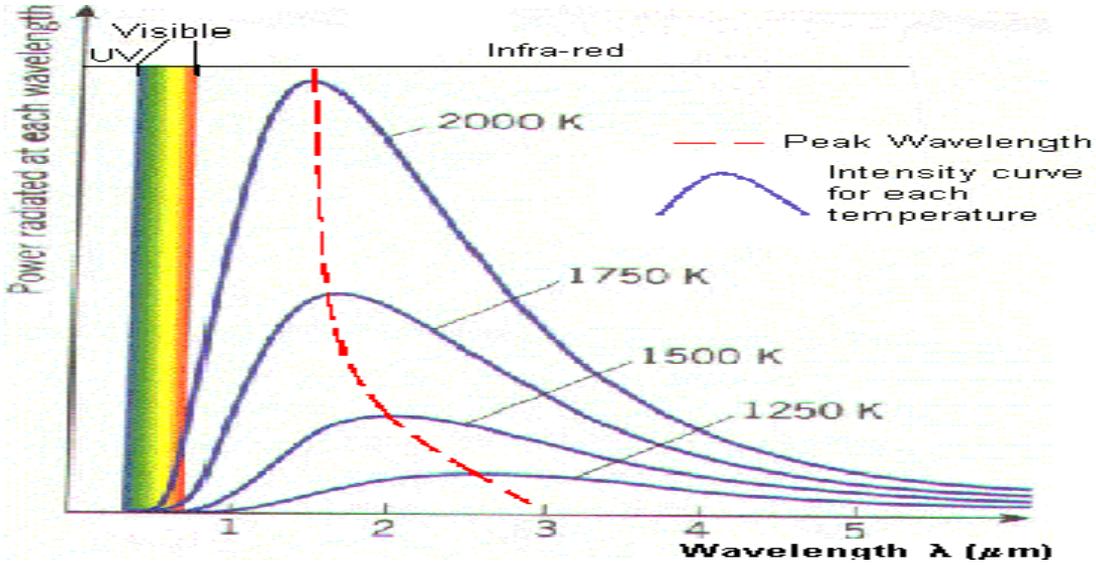
بعض هذه الإشعاعات سوف تتناثر بنفس طولها الموجى وبعض طاقة هذه الإشعاعات سوف تمتص بواسطة مكونات الصندوق وينشأ عن ذلك تغير فى طاقتها بحيث فى النهاية يمر جزء صغير جدا من خلال الفتحة (o) فى الصندوق . وتعتبر الفتحة الصغيرة بمسابة جسما تام السواد والإشعاع الذى يمر من خلالها يسمى إشعاع الجسم الأسود عند درجة حرارة (T).



والجسم الأسود يمكن تسخينه كهربيا بواسطة ازدواج حرارى يمكن قياس درجة حرارته وإذا ما حللنا الإشعاع الحرارى المنبعث بإستخدام جهاز تحليل طيفى ، فإنه بإستخدام جهاز ثرموبيل يمكن إيجاد علاقة بين قدرة الإنبعاث الإشعاعية (R) من سطح الجسم والطول الموجى (λ) عند درجات حرارة مختلفة.

● منحنى الإشعاع الحرارى التجريبي :

شكل (٢ - ٢) يوضح العلاقة بين مقدار الطاقة المشعة المنبعثة من وحدة المساحات فى وحدة الزمن من سطح الجسم كدالة فى الطول الموجى (λ) عند درجات حرارة مختلفة . من هذا الشكل نستنتج الآتى :



١ . الطاقة الإشعاعية الكلية المنبعثة من الجسم الأسود عند أى من درجات الحرارة المختلفة T_1 ' T_2 ' T_3 إلخ تعطى بواسطة المساحة تحت المنحنى عند هذه الدرجة.

٢ . بارتفاع درجة الحرارة تزداد المساحة تحت المنحنى، أى تزيد قدرة الإشعاع للجسم.

٣ ، كل منحنى يمر بنهاية عظمى للطاقة المنبعثة E تناظر قيمة معينة للطول الموجى (λ_{max}) ويزيادة درجة الحرارة تحدث إزاحة لقيمة (λ_{max}) نحو الأطوال الموجية القصيرة . وقد وجد تجريبيا أن λ_{max} تتغير عكسيا مع درجة الحرارة (T) طبقا للمعادلة :

$$\lambda_{max} T = const = 2.898 \times 10^{-3} \longrightarrow (١)$$

حيث (b) مقدار ثابت ، وتعرف المعادلة (١) بقانون فين Wien للأزاحة، ويمكن الإستدلال عمليا على صحة هذا القانون فى الحياة اليومية عن تسخين جسم صلب . المشاهدة أنه سوف يتغير لونه من اللون الأحمر الداكن (ذات طول موجى كبير) إلى اللون الأصفر البرتقالى (ذات طول موجى قصير) وذلك بإستمرار إرتفاع درجة الحرارة للجسم.

ويتضح هذا من منحنيات الإشعاع كما بالرسم السابق شكل (٢ - ٢) حيث أنه عند درجات الحرارة المنخفضة T_1 فإن معظم الأطوال الموجية تكون متواجدة فى المنطقة (IR) (المدى الطويل) ويزيادة درجة الحرارة الى T_2 فإن الطاقة المنبعثة من الجسم تزداد مع الإزاحة نحو الأطوال الموجية القصيرة (نحو المنطقة المرئية) من ٤٠٠٠ : ٧٨٠٠ أنجستروم . أما عند درجات الحرارة المرتفعة جدا (T_3) فإن الإشعاع يمتد حتى المنطقة فوق بنفسجية UV (أقل من ٤٠٠٠ أنجستروم) . ويمكن استخدام المعادلة

(١) فى قياس درجة حرارة الجسم الأسود طيفيا عن طريقة قياس (λ_m) الطول الموجى الذى تكون عنده E قيمة عظمى). وتسعمل هذه الطريقة فى تقدير درجة حرارة النجوم.

٤. معدل انبعاث الطاقة الإشعاعية E لوحدة المساحات لوحدة الزمن بواسطة الجسم الأسود عند درجة حرارة (T) تعطى من العلاقة

$$E_{\lambda} = \sigma T^4 \quad \longrightarrow (٢)$$

هذه العلاقة تعرف بقانون ستيفان . بولتزمان . حيث σ مقدا ثابت يعرف بثابت بولتزمان . هذا القانون يعرف بقانون الأس الرابع لستيفان أطلق عليه قانون ستيفان - بولتزمان للإشعاع الحرارى.

القدرة الكلية الصادرة من الجسم الأسود عند طول موجي محدد $E(\lambda.T)$ ترتبط بالقدرة الكلية المنبعثة في وحدة المساحة $E(T)$ كالاتي

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\lambda, T) d\lambda$$

سؤال /

جسم أسود مثالي درجة حرارة سطحه $27^{\circ}C$ ، فما :

(1) طول موجة الإشعاع القصوى ؟
 (2) شدة إشعاع الجسم الأسود ؟
 (3) معدل الطاقة المنبعثة من $2 m^2$ ؟

المعطيات:

$$T = 27^{\circ}C$$

$$e = 1$$

$$A = 2 m^2$$

الحل :

$$1- \lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3}$$

$$(T = 27 + 273 = 300 K^{\circ})$$

$$\lambda_{\max} \cdot (300) = 2.898 \times 10^{-3}$$

$$\lambda_{\max} = 9.66 \times 10^{-6} m$$

$$2- I = \sigma e T^4 = 5.67 \times 10^{-8} (1) (300)^4$$

$$I = 459.27 W/m^2$$

$$3- I = \frac{P}{A}$$

$$P = I A$$

$$P = (459.27) \times (2)$$

$$P = 918.54 W$$

سؤال :

سلك تنجستون مساحة سطحه المشع (8 mm²) وكانت درجة حرارته (2100 كلفن) ، باعتبار أن السلك جسم أسود مثالي ، احسب الطاقة التي يشعها السلك خلال (10 دقائق) .

الحل :**المعطيات:**

$$A = 8\text{mm}^2$$

$$e = 1$$

$$T = 2100 \text{ K}$$

$$t = 10 \times 60 = 600 \text{ S}$$

$$E = P t = I A t$$

$$I = \sigma e T^4$$

$$E = \sigma e T^4 A t$$

$$E = 5.67 \times 10^{-8} \times 1 \times 2100^4 \times 8 \times 10^{-6} \times 600$$

$$= 5293 \text{ J}$$

٤- حساب عدد الموجات الموقوفة ومتوسط الطاقة الإشعاعية كلاسيكيا وكميا

محاولات كثيرة بذلت لتفسير المنحنى التجريبي للإشعاع الحرارى كلاسيكيا (بمعنى إيجاد علاقة رياضية توضح توزيع الطاقة الإشعاعية بين الأطوال الموجية) . فى ضوء النظريات الكلاسيكية فى الفيزياء مثل النظرية الكهرومغناطيسية والديناميكا الحرارية ، الميكانيكا الإحصائية ،..... الخ) فقد باءت جميعها بالفشل ، الى أن جاءت بعد ذلك محاولة بلانك الكمية الناجحة فى تفسير المنحنى التجريبي للإشعاع الحرارى شكل (٢ - ٢) .

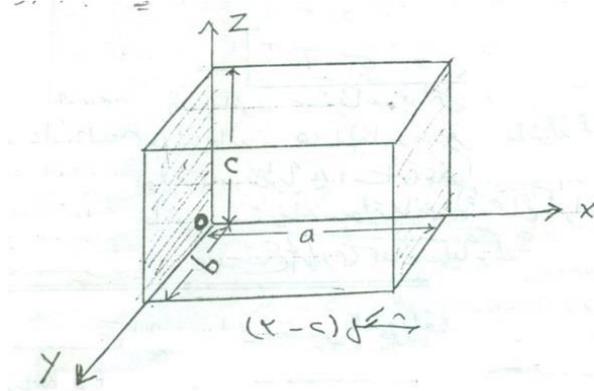
ولحساب معدل انبعاث الطاقة الإشعاعية لوحدة المساحات فإنه يلزمنا حساب عدد الموجات الموقوفة التى تتكون داخل الفجوة فى تجربة متوازى المستطيلات من عملية التداخل بين الموجات الساقطة والمنعكسة . وكذلك حساب متوسط طاقة كل موجة .

*** وكانت نتائج المحاولات التى بذلت كلاسيكيا وكميا : بأن أتفقت جميع المحاولات الكلاسيكية والكمية فى حساب عدد الموجات الموقوفة حيث أنه من وجهه النظر الكلاسيكية تستطيع الموجات الكهرومغناطيسية أن تأخذ قيم متصلة من الطاقة من (صفر الى مالانهاية)**

. بينما من وجهه النظر الكمية فأن هذه الموجات لاتستطيع أن تأخذ سوى قيم (كمات) محددة ومنفصلة من الطاقة تسمى كل منها بـ " كم " الطاقة .

• أولاً: حساب عدد الموجات الموقوفة:

نفترض أن فجوة متوازي المستطيلات أبعادها (a ' b ' c) تختار هذه الأبعاد بحيث تنطبق على اتجاه المحاور الكارتيزية (x ' y ' z) كما بشكل (٢) .



وكما نعرف من دراسة الموجات أنه إذا تحركت موجة من وسط ما ثم أصطدمت مع أى حاجز فإنها ترتد فى الإتجاه المعاكس وينتج عن ذلك تواجد موجتين متحدتين فى (التردد . والسرعة . والسعة) ويحدث بينهما تداخل ويكون لهما محصلة ، فإذا كانت المسافة بين المصدر والحاجز مناسبة تكونت أمواج موقوفة بينهما . وتسمى موجات موقوفة لأن شكل الموجة فيها ثابت لا ينتقل يمينا أويسارا ، وتوجد فيها نقاط لا يتذبذب عندها الوسط تسمى " عقد " (nodes) ونقط يكون فيها التذبذب متسع وتسمى " بطون " (Anti-nodes) .

نفرض أن الموجة الساقطة E_1 يمكن تمثيلها بالمعادلة التالية فى اتجاه محور X

$$E_1 = E_0 \cos (wt - K_x X) \quad (١)$$

والموجة المنعكسة فى اتجاه المحور X تعطى من المعادلة :

$$E_2 = -E_0 \cos (wt + K_x X) \quad (٢)$$

وعلى ذلك تكون معادلة الموجة الموقوفة :

$$E = E_1 + E_2 =$$

$$= E_0 [\cos (wt - K_x X) - \cos (wt + K_x X)] \longrightarrow (3)$$

ويتطبيق قاعدة حساب المثلثات التالية :

$$\cos A - \cos B = -2 \left(\sin \frac{A+B}{2} \right) \cdot \left(\sin \frac{A-B}{2} \right)$$

$$E = -2E_0 (\sin .wt) \cdot (\sin K_x X) \longrightarrow (4) \quad \text{نحصل على :}$$

وبفرض أن الوجه العاكس لمتوازي المستطيلات فى الاتجاه (X) كان عند النقطة (x = a) كما بالشكل والوجه الأول عند النقطة (x = 0) ، فمعنى ذلك أن الموجات الموقوفة المتكونة فى هذا الإتجاه سوف تكون محصورة فى المدى $0 \leq X \leq a$ وتتكون العقد عند الحدود فإنه عندها سوف تتقدم الإهتزازة أى أن $E|_{x=a} = E|_{x=0}$ تصبح مساوية للصفر . وبأخذ هذا الشرط [$E|_{x=a}$ مساوية للصفر] وبإستخدام العلاقة (4) فإنه :

$$E \Big|_{X=a} = -2E_0 (\sin wt) \cdot (\sin K_x a) = zero \quad (5)$$

$$\sin K_x a = zero$$

ومنها لابد أن يكون

هذا يتطلب أن ($K_x a$) سوف تأخذ القيم π ومضاعفاتها :

$$\text{ie) } K_x a = \pi , 2\pi , 3\pi , \dots , n_x \pi , \longrightarrow n_x = 1 , 2 ,$$

$$\text{or } \therefore K_x = \frac{\pi}{a} n_x \longrightarrow (6)$$

المعادلة (6) تعطى العدد الموجى (K_x) فى الاتجاه X وبنفس الطريقة إذا أفترضنا أن الموجة أنتشرت فى الاتجاه (y) فإنه سوف تتكون موجات موقوفة نتيجة للموجات الساقطة والمنعكسة فى هذا الاتجاه ويعطى العدد الموجى فى هذا الاتجاه K_y من العلاقة

$$K_y = \frac{\pi}{b} n_y \rightarrow (7)$$

وبالمثل يمكن حساب العدد الموجى فى الاتجاه (Z)

$$K_z = \frac{\pi}{c} n_z \rightarrow (8)$$

كما يمكن صياغة المعادلات (6), (7), (8) على الصورة :

$$n_x = \frac{a}{\pi} K_x \rightarrow (9)$$

$$n_y = \frac{b}{\pi} K_y \rightarrow (10)$$

$$n_z = \frac{c}{\pi} K_z \rightarrow (11)$$

حيث أن n_x, n_y, n_z هى عدد الموجات الموقوفة فى مدى صغير جدا من الطول الموجى (dk) ، لذا يمكن كتابة المعادلات 9 ، 10 ، 11 على الصورة :

$$(dn_k)_x = \frac{a}{\pi} .dk_x \rightarrow (12)$$

$$(dn_k)_y = \frac{b}{\pi} .dk_y \rightarrow (13)$$

$$(dn_k)_z = \frac{c}{\pi} .dk_z \rightarrow (14)$$

حيث أن $(dn_k)_x$ هى عدد الموجات الموقوفة التى تقع فى مدى العدد الموجى dk_x بين k_x و $k_x + dk_x$

فى الاتجاه Y $(dn_k)_y$: dk_y بين k_y و $k_y + dk_y$ فى اتجاه Z

dk_z بين k_z و $k_z + dk_z$ فى اتجاه X وعلى ذلك فإن عدد الموجات الموقوفة الكلى والتى لها الأعداد

الموجية K_x, K_y, K_z وتقع فى المدى بين $(dk_x), (dk_y), (dk_z)$ تعطى من العلاقة

$$dn_{k_x, k_y, k_z} = \frac{abc}{\pi^3} \cdot dk_x \cdot dk_y \cdot dk_z \longrightarrow (15)$$

$$= \frac{V}{\pi^3} dk_x \cdot dk_y \cdot dk_z \longrightarrow (16)$$

حيث V هو حجم متوازي المستطيلات = (abc)

وإذا استبدلنا المحاور الكارتيزية بنظام المحاور الكرية فإن المعادلة (16) تصبح على الصورة :

$$dn_k = \frac{V}{\pi^3} \cdot \frac{1}{8} \cdot 4\pi K^2 dk \longrightarrow (17)$$

$$\therefore dn_k = \frac{VK^2}{\pi^2} dk$$

$$K^2 = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 \longrightarrow (18) \text{ حيث أن}$$

ولكن من تعريف العدد الموجى حيث أن :

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} \therefore dK = -\frac{2\pi}{\lambda^2} d\lambda \longrightarrow (19)$$

بالتعويض عن ذلك فى المعادلة (18) نحصل على :

$$dn_\nu = V \cdot \frac{\nu^2}{2\pi^2} \cdot \frac{d\nu}{c^3} \longrightarrow (20)$$

حيث أن dn_ν هى عدد الموجات الموقوفة والتي ترددها يقع فى المدى ν و $\nu+d\nu$ ، وحيث أن V

يمثل الحجم ، فإن عدد الموجات الموقوفة dn_ν لوحدة الحجم يعطى من العلاقة :

$$dn_\nu = \frac{\nu^2}{2\pi^2} \cdot \frac{d\nu}{c^3} \longrightarrow (21)$$

وحيث أن كل موجة موقوفة تتكون من موجتان كهرومغناطيسيتين ، وإذا أخذنا فى الاعتبار أنه يمكن لموجتين كهرومغناطيسيتين لهما نفس التردد والسعة ومختلفتان فى اتجاه الاستقطاب أن تنتشران فى اتجاه

$$dn_\nu = \frac{\nu^2}{\pi^2} \cdot \frac{d\nu}{c^3} \text{ واحد ، نحصل على :}$$

$$n(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad \& \quad n(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \longrightarrow (22)$$

المعادلتان السابقتان تعطيان حساب عدد الموجات الموقوفة بدلالة التردد والطول الموجى.

• ثانياً حساب متوسط الطاقة الإشعاعية

حاول العديد من الفيزيائيين وضع معادلة رياضية لشرح وتفسير نتائج منحني الإشعاع الحرارى التجريبي ولكن باءت بالفشل بدون توافق. واولى هذه المحاولات الكلاسيكية لتفسير هذه النتائج كانت بواسطة العالمين رالى وجينز Rayleigh and Jeans والتي اشتقت بناءً على قوانين الفيزياء الكلاسيكية التي ظهرت خلال القرن التاسع عشر.

أولاً: المحاولات الكلاسيكية : (أ) محاولة (أو فرض) رالى -جينز

The Rayleigh – Jeans Theory

قام العالمان رايلى وجينز بدراسة طيف الجسم الأسود، واستخدما صيغة كلاسيكية لتفسير الطيف ولقد كان النموذج الذي اختاره نموذجاً بسيطاً وفيه يُعامل الجسم المشع كأنه مجموعة كبيرة جداً من متذبذبات خطية (Linear Oscillators) تحت تأثير حركة توافقية بسيطة (Simple harmonic motion).

وضع العالمان رالى -جينز مجموعة من الفروض:

١- الموجات الموقوفة المتكونة داخل الصندوق الخاص بالتجربة هي المسؤولة عن اشعاع الجسم

الاسود ، وذلك بسبب اهتزاز ذرات والكترونات مادة جدران الصندوق والواقعة أو

الموجودة في حالة اتزان حرارى.

٢- افترض ان ذرات الجسم الاسود كمتذبذبات تهتز حركة توافقية بسيطة.

٣- طبقاً لمبدأ تجزيئ الطاقة كل متذبذب في حالة اتزان حرارى مع الوسط المحيط يحمل طاقة

متوسطة مقدارها $k_B T$. (مبدأ نظرية الحركة للغازات في حساب متوسط طاقة حركة

جزيئات الغاز) :

$$E = k_B T$$

قام رايلي بحساب عدد الموجات لوحدة الحجم بدلالة الطول الموجي (λ) [او بدلالة التردد (ν)] ووجد أنه يساوي

$$n(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4}$$

$$n(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

يربط المعادلتان معا :

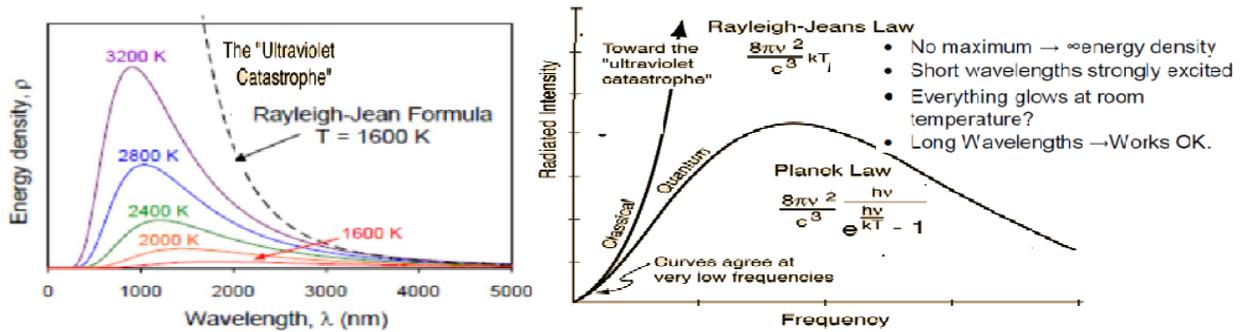
$$n(\nu) = n(\lambda) \cdot \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = n(\lambda) \cdot \frac{c}{\nu^2}$$

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (٢٣)$$

وبدلالة الطول الموجى تصبح على الصورة :

$$I(\lambda, T) = k_B T \cdot n(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} k_B T \quad (٢٤)$$

المعادلات ٢٣ ، ٢٤ تعرف بمعادلة رايلي - جينز ، حيث $I(\lambda, T)$ تمثل كثافة الطاقة (وهي الطاقة في وحدة الحجم) عند الطول الموجي (λ) في حالة اتزان حراري عند درجة حرارة (T) والمقارنة بين قانون رايلي - جينز وتوزيع كثافة الطاقة لإشعاعات الجسم الأسود حسب النتائج التجريبية موضحة بالشكل :



The Rayleigh-Jeans curve agrees with the Planck radiation formula for long wavelengths, low frequencies

(T) والمقارنة بين قانون رايلي - جينز وتوزيع كثافة الطاقة لإشعاعات الجسم الأسود

الشكل يوضح المقارنة بين كثافة الطاقة الصادرة من الجسم الأسود (الخط

المتصل) وقانون رايلي - جينز (الخط المتقطع) بدلالة الطول الموجي (λ) .

بمقارنة العلاقة النظرية مع التجربة نلاحظ ان هنالك تطابقاً فقط في حالة الموجات الطويلة كما مبين بالشكل ولكن في حالة الموجات القصيرة فنلاحظ الاختلاف الكبير بين النظرية والتجربة. ويُلاحظ أيضاً ان قانون رايلي وجينز لا يعطي قيمة عظمى لكثافة طاقة الجسم الأسود وعلى النقيض فإن كثافة الطاقة تزداد بصورة مستمرة لانهاية .

ويتضح لنا من نموذج رايلي -جينز عجز النظرية الكلاسيكية في تفسير إشعاعات

الجسم الأسود (النموذج اعتمد على مبدأ تساوي تجزء الطاقة المستخدم في حالة التوزيع المستمر للطاقة).

(ب) محاولة فين

أفترض فين أن المتذبذبات التوافقية الخطية هي حوامل أو ناقلات للموجة

الكهرومغناطيسية ، يمثل كل متذبذب تردده ν حاملاً (أو ناقلاً) لكمية من الطاقة قدرها $E\nu$

. باستخدام توزيع بولتزمان الإحصائي في حساب عدد هذه الحوامل (ΔN) طبقاً للعلاقة

التالية :

$$\Delta N = N_0 e^{-h\nu/KT} \text{-----} (٢٥)$$

حيث N_0 هو العدد الكلى لحوامل الطاقة ، K هو ثابت بولتزمان ، ΔN هو عدد حوامل الطاقة ذات

الطاقة $E = h\nu$ (طاقة المتذبذب) .

وبناء على هذه الفروض تصبح قيمة الطاقة المتوسطة الكلية (E)

$$\bar{E} = \frac{\text{طاقة}}{\text{المتذبذب}} \times \frac{\text{عدد حوامل الطاقة المتذبذب}}{\text{العدد الكلى لحوامل الطاقة}} \text{.....} (٢٦)$$

$$\bar{E} = \frac{\Delta N}{N_0} \cdot E_\nu = E_\nu e^{-E_\nu/KT} =$$

$$\bar{E} = E_\nu \cdot e^{-h\nu/KT}$$

(٢٨)

وحيث ان عدد الموجات الموقوفة اعطيت من قبل:

$$n(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

ومن ثم فإن معدل انبعاث الطاقة الإشعاعية (R) من الجسم الأسود خلال وحدة المساحات يعطى من

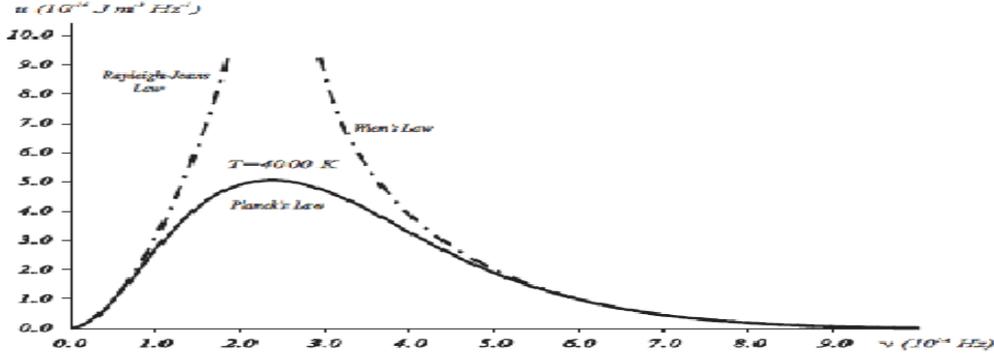
$$R = I_\nu d\nu = \bar{E} \cdot n(\nu) = h\nu \cdot e^{-h\nu/KT} \cdot \left(\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\right) \quad \text{العلاقة :}$$

$$I_{(\nu,T)} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot e^{-h\nu/KT} \dots\dots\dots(29)$$

$$I(\lambda,T) = a \lambda^{-5} \cdot e^{-b/\lambda T} \dots\dots\dots(30)$$

حيث a, b ثابتان. تسمى العلاقتان (٢٩) ، (٣٠) بقانون فين للإشعاع الحرارى كدالة في التردد والطول الموجى.

وعند مقارنة علاقة فين مع النتائج التجريبية للظيف الصادر من الجسم الأسود وجد أنها تتفق مع النتائج التجريبية لأطوال الموجات القصيرة فقط ولكنها لا تتوافق مع الأطوال الموجية الطويلة.



التردد (هرتز)

ولقد ظلت هذه المعضلة الفيزيائية بدون حل حتي افترض العالم ماكس بلانك في العام 1900 ان طاقة المهتزات في الجسم الأسود تُبعث على هيئة كمات منفصلة. كما سنرى في الفقرة التالية.

ثانيا : المحاولات الكمية : محاولة بلانك

أفترض بلانك أن طاقة كل متذبذب من المتذبذبات التوافقية لا تأخذ القيم من (صفر الى 00) طبقا للفرض الكلاسيكى (فروض رالى جينز وفين)، ولكنها تأخذ مجموعة من القيم المحددة للطاقة على النحو التالي :

$$0, hv, 2hv, 3hv, \dots, nhv$$

أى أن هذه القيم تختلف عن بعضها بمقدار ثابت هو (hv) يسمى " كم الطاقة " وإذا فرضنا أن (N_0) هو عدد المتذبذبات ذات الطاقة صفر . فإن عدد المتذبذبات ذات الطاقة الخ $hv, 2hv, \dots$ إلخ ، تعطى طبقا لقانون بولتزمان كما يلي :

$$N(hv) = N_0 \cdot e^{-hv/KT}$$

$$N(2hv) = N_0 \cdot e^{-2hv/KT}$$

$$N(nhv) = N_0 \cdot e^{-nhv/KT}$$

→ (٣٠)

وعلى ذلك يصبح العدد الكلى للمتذبذبات كالتالى :

$$\begin{aligned}
N &= N_0 + N_0 \cdot e^{-hv/KT} + N_0 \cdot e^{-2hv/KT} + \dots + N_0 \cdot e^{-nhv/KT} \\
&= N_0 \left[1 + e^{-hv/KT} + e^{-2hv/KT} + \dots + e^{-nhv/KT} \right] \\
N &= N_0 \left(1 - e^{-nhv/KT} \right)^{-1} \quad \rightarrow \quad (31)
\end{aligned}$$

ونظرا لأن طاقة المتذبذبات المختلفة = عدد المتذبذبات × طاقة المتذبذب

$$\begin{aligned}
\therefore E_1 &= hv \cdot N_0 e^{-hv/KT} \\
E_2 &= 2hv \cdot N_0 e^{-2hv/KT} \\
E_3 &= 3hv \cdot N_0 e^{-3hv/KT} \\
&\dots \dots \dots \\
E_n &= nhv \cdot N_0 e^{-nhv/KT} \quad \rightarrow \quad (32)
\end{aligned}$$

وعلى ذلك فإن الطاقة الكلية للمتذبذب (E) تساوى :

$$\begin{aligned}
E &= E_1 + E_2 + \dots + E_n \\
&= hv \cdot N_0 e^{-\frac{hv}{KT}} + 2hv \cdot N_0 e^{-\frac{2hv}{KT}} + \dots + nhv \cdot N_0 e^{-\frac{nhv}{KT}} \\
E &= hv \cdot N_0 e^{-\frac{hv}{KT}} \left(1 - e^{-\frac{hv}{KT}} \right)^{-2}
\end{aligned}$$

وحيث أن الطاقة المتوسطة

$$\frac{\text{الطاقة الكلية}}{\text{عدد المتذبذبات}} = \text{وحيث أن الطاقة المتوسطة}$$

بالتعويض من المعادلتين (31) ، (33) فى المعادلة السابقة نحصل على :

$$\bar{E} = \frac{E}{N} = hv \cdot e^{-\frac{hv}{kT}} \frac{\left[N_0 \left(1 - e^{-\frac{hv}{kT}} \right)^{-2} \right]}{N_0 \left(1 - e^{-\frac{hv}{kT}} \right)^{-1}} \rightarrow (٣٤)$$

$$\bar{E} = \frac{hv \cdot e^{-\frac{hv}{kT}}}{\left(1 - e^{-\frac{hv}{kT}} \right)} = \frac{hv}{\left(e^{hv/kT} - 1 \right)}$$

$$\langle E \rangle = \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} \rightarrow (٦)$$

عدد المتذبذبات لوحدة الحجم (عدد الموجات الموقوفة) لوحدة الطول الموجى أو التردد يعطى من :

$$\rho(\nu) = \frac{dn_s}{d\nu} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \quad \rho(\lambda) = \frac{dn_s}{d\lambda} = \frac{8\pi}{\lambda^4}$$

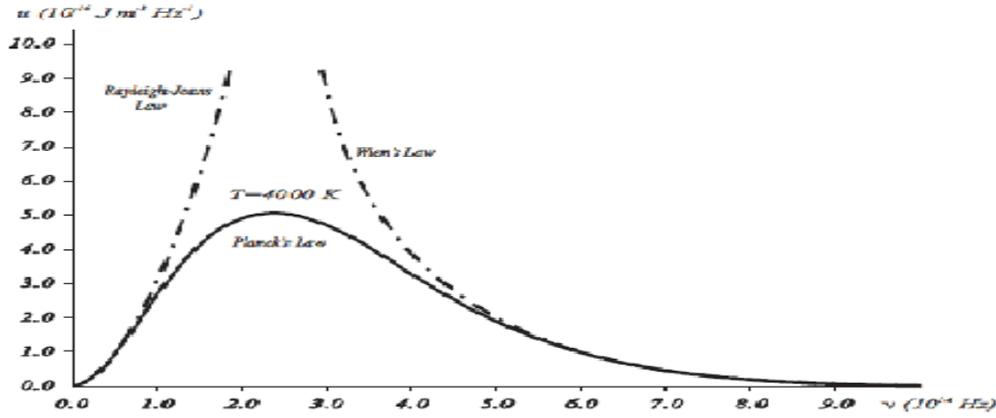
Intensity per unit volume per unit wavelength

$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Intensity per unit volume per unit frequency

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

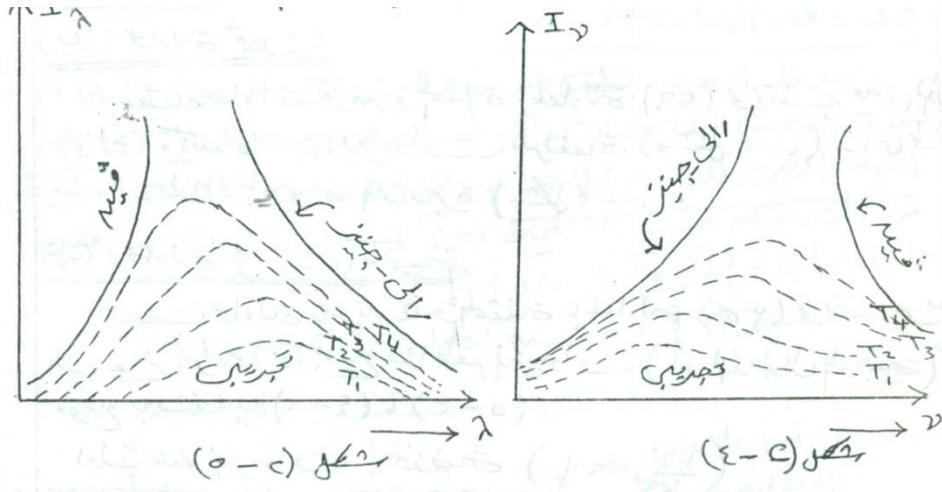
هذه العلاقات تسمى بقانون بلانك للإشعاع الحرارى وتعطى شدة أو كثافة الإشعاع للجسم الاسود بدلالة التردد وطول الموجة الصادرة من الإشعاع الكهرومغناطيسى . وتتفق حسابات كثافة الطاقة من قانون بلانك مع النتائج العملية:



التردد (هرتز)

5- تفسير مدى ملائمة المحاولات الكلاسيكية والكمية لمنحنى الإشعاع الحرارى التجريبي

لعلنا نلاحظ أن المعادلات المستخدمة فى المحاولات السابقة فى التردد ومن ثم فإنه لدراسة مدى ملائمة هذه المحاولات لابد من رسم علاقة لشدة الإشعاع I كدالة فى التردد أيضا كما هو موضح بشكل (٤) . وهذا الشكل يمثل صورة أخرى لمنحنى الإشعاع الحرارى التجريبي ولكن كدالة فى التردد بدلا من الطول الموجي (λ) الموضح بشكل (٥) والذي تناولنا شرحه من قبل فى هذا الباب



.وحيث أن هناك علاقة عكسية بين الطول الموجي والتردد فإننا نجد فى شكل (٤) أن القيم العظمى للإشعاع توجد فى المناطق ذات الترددات الكبيرة (هذه المناطق تقابل المناطق ذات الطول الموجي القصير كما هو موضح بشكل (٥) . وهذا يعنى أنه ليست هناك تغيرات فى المساحة المحصورة بين منحنيات الإشعاع الحرارى (عند درجات الحرارة المختلفة) وبين المحور الأفقى الممثل لكل من الطول الموجي (λ)

والتردد (U) فى الشكلين (٥) ، (٤) . الأمر الذى يعنى أن معدل انبعاث الطاقة الإشعاعية (R) لوحدة المساحات ثابت فى الحالتين ويعطى من العلاقة :

$$R = \int I_{\lambda} d\lambda = \int I_{\nu} d\nu \longrightarrow (٣٧)$$

(أ) محاولة رالى جينز : بالنسبة لهذه المحاولة الممثلة بالمعادلة (24) فقد وجد أنها تتجح فقط فى تفسير

منحنى الإشعاع الحرارى التجريبي ولكن فى مدى الأطوال الموجية العالية . أى الترددات الصغيرة كما بشكل (٤)

(ب) محاولة فين : نجحت محاولة فين الممثلة بالمعادلة (٢٩) فى تفسير منحنى الإشعاع الحرارى

ولكن فى مدى الترددات المرتفعة (شكل ٢ . ٤) ، أى فى مدى الأطوال الموجية القصيرة (شكل ٥) .

(ج) محاولة بلانك الكمية : نجحت محاولة بلانك والممثلة بالمعادلة (٣٥) فى تفسير منحنى الإشعاع

الحرارى فى جميع مناطق الترددات (أو الأطوال الموجية) كما موضح بالشكلين (٤) ، (٥) .

أولاً : عند الترددات المنخفضة $\left(\frac{h\nu}{KT} \ll 1 \right)$:

$$\text{when } \frac{h\nu}{KT} \ll 1 , \text{ Then } \exp \frac{h\nu}{KT} \Rightarrow \left(1 + \frac{h\nu}{KT} \right)$$

وعلى ذلك فإن معادلة بلانك تؤول إلى قانون رالى جينز :

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3} \nu^2 d\nu$$

ثانياً : عند (٣٨) المرتفعة $\left(\frac{h\nu}{KT} \gg 1 \right)$

عندما يصبح المقدار $\left(\frac{h\nu}{KT} \gg 1 \right)$ فإنه يمكننا إهمال الواحد الصحيح فى المعادلة (35) لتصبح على

$$\rho(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT} d\nu$$

الصورة :

وهذه هى نفسها معادلة فين .

ثالثاً : عند الترددات المتوسطة :

فى المنطقة الوسطى او المتوسطة من منحنى الإشعاع الحرارى ، فإن توزيع بلانك نجح فى إعطاء القيمة العظمى لكثافة الطاقة أو الإشعاع (I_{max}) المقابل لأقل قيمة للطول الموجى (λ_{min}) . وهذا يتفق مع النتائج العملية .

حساب النهاية العظمى لشدة الإشعاع الحرارى

بإجراء التفاضل لمعادلة بلانك (٣٦) بالنسبة للطول الموجى ثم وضع ناتج التفاضل بصفر

$$\left(\frac{dI_{\lambda}}{d\lambda} \right)_{max} = zero \longrightarrow (٤٢)$$

بإستخدام المعادلة (41) يمكن الحصول على :

$$\lambda_{min} \cdot T = \frac{hU}{K} \cdot \frac{1}{4096}$$

حيث أن الطرف الأيمن مقدار ثابت .

$$\lambda_{min} \cdot T = Const. \longrightarrow (٤٣)$$

هذه المعادلة توضح أنه بزيادة درجة الحرارة (T) فإن القيمة العظمى لكثافة الإشعاع الحرارى تزداد فى اتجاه الأطوال الموجية القصيرة . الأمر الذى يتفق مع النتائج العملية السابق شرحها . وهذا بالتالى يؤكد نجاح محاولة بلانك الكمية فى تفسير منحنى الإشعاع الحرارى أيضا فى مدى الترددات والأطوال الموجية المتوسطة حيث القيم العظمى لشدة الإشعاع .

◀ مثال (1)

1. استنتج الصورة التي يكون عليها قانون توزيع بلانك بدلالة التردد.
2. في حالة الموجات الطويلة تحقق من ان قانون بلانك يؤول لقانون رايلي وجيد
3. ماذا يعطي قانون بلانك في حالة الطاقة العالية؟

الحل

$$1. \text{ من } I(\nu) = I(\lambda) \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right|$$

$$\left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{c}{\nu^2}$$

⇒

$$I(\nu, T) = \frac{c}{\nu^2} \cdot \frac{8\pi h c}{c^5/\nu^5} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad \text{بما ان } \lambda = c/\nu \text{ فإن}$$

$$= \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

2. في حالة الموجات الطويلة

$$\lambda \rightarrow \infty, \quad \nu \rightarrow 0$$

فإن التقريب من مفكوك e^x يعطي

$$e^x \simeq 1 + x$$

$$\therefore e^{h\nu/k_B T} \simeq 1 + \frac{h\nu}{k_B T}$$

عليه فإن

$$I(\nu, T) \simeq \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h\nu} \right)$$

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^2}{c^3} k_B T$$

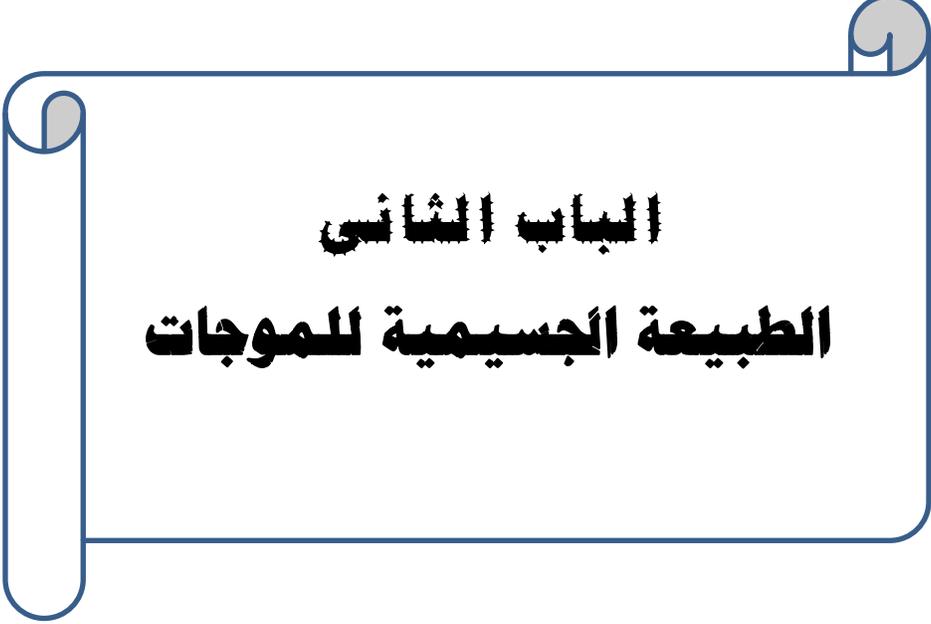
أي أننا تحصلنا ، في حالة الموجات الطويلة ، على معادلة رايلي وجينز .

3. إما في حالة الطاقة العالية فإن:

$$\nu \rightarrow \infty, \quad \lambda \rightarrow 0$$

$$e^{h\nu/k_B T} - 1 \simeq e^{h\nu/k_B T}$$

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot e^{-h\nu/k_B T}$$



الباب الثانى
الطبيعة الجسيمية للموجات

السباب الثانى: الطبيعة الجسيمية للأمواج

١- مفهوم الخاصية المزدوجة للجسيمات والموجات:

ماهو الفرق بين وجهتى النظر الكلاسيكية والحديثة لمفهوم الجسيم والموجة؟ .

الفرق الأساسى بين الفيزياء التقليدية أو الكلاسيكية (ميكانيكا نيوتن ، نظريات الكهرومغناطيسية لماكسويل ، الديناميكا الحرارية ، ...الخ) والفيزياء الحديثة يتركز فى نظرة كل منهما إلى المادة وخصائصها المختلفة.

• تتعامل الفيزياء الكلاسيكية مع المادة من حيث كونها كتلة وحجم معين من مواد مختلفة فيما بينها فى الكثافة ، المرونة ، الصلابة ، اللزوجة إلى آخر تلك هذه الخواص المميزة للمادة فى حالتها الثلاث (صلبة . سائلة . غازية)

• بينما تتعامل الفيزياء الحديثة مع المادة من خلال التركيب الميكروسكوبى أى بالنظر إلى الجزيئات . الذرات . الأنوية . الألكترونات ، وذل التركيب يوضح خصائص المادة وسلوكها فيزيائيا وكيميائيا هناك فرق آخر بين وجهتى نظر الفيزياء الكلاسيكية والحديثة إلى الجسم والموجة .

• تتعامل الفيزياء الكلاسيكية مع الجسيمات والموجات كشيئين منفصلين تماما لكل منهما فرع مستقل عن الآخر له تجاربه ونظرياته وعلاقاته ، إلخ.

• أما نظرة الفيزياء الحديثة أنه لا يوجد حد فاصل بين الجسيمات والموجات فى ضوء عالم الجزيئات والذرات والأنوية والألكترونات.

تفسير هذه الخاصية :

(١) : على الرغم من أننا ننظر إلى الألكترون كجسيم بإعتبار أن له كتلة وشحنة فإن سلوكه يتفق مع ميكانيكا الجسيمات ، إلا أن هناك بعض الأدلة التى تظهر لنا تفسير حركة الألكترون ينم عن مظهر موجى بالإضافة إلى مظهره الألكترونى.

(٢) : أما بالنسبة للموجات الكهرومغناطيسية بإعتبارها موجات فهى تتمتع بخصائص النظرية الموجية مثل الحيود والإستقطاب والتداخل ، إلا أننا نجد أيضا تحت بعض الظروف الأخرى

فإنها تتصرف كما لو أنها تتكون من تيار من الجسيمات . أى أنها تتمتع بالخاصية الجسيمية بالإضافة إلى الخاصية الموجية لها .

هذه الخاصية المزدوجة لكل من الجسيم والموجة تعتبر محور هام فى علم الفيزياء الحديثة.

3- الظواهر التي تؤكد الصفة الجسيمية للأموج

أولاً : ظاهرة التأثير الكهروضوئى Photoelectric Effect

لقد أكتشف هيرتز عام ١٨٨٧م التأثير الكهروضوئى من خلال تجاربه العملية لأثبتات نظرية ماكسويل للكهرومغناطيسية (الطبيعة الموجية للضوء) الخاصة بتوليد موجات كهرومغناطيسية نتيجة تيار كهربي متذبذب. فالتأثير الكهروضوئى هي ظاهرة انبعاث الكترونات من سطح معدن عند سقوط ضوء فوق بنفسجى عليه ، فتنتقل الكترونات من هذا السطح وهي عبارة عن الإلكترونات الحرة ذات قوة الربط الضعيفة مع أيونات المعدن وتسمى هذه الإلكترونات بالإلكترونات الضوئية نسبة إلى السبب فى خروجها من سطح المعدن . ببساطة نستطيع أن نقول أن أشعة الضوء الساقطة قد أمدت إلكترون ما بطاقة مساوية أو تزيد عن طاقة ربطه بسطح المعدن وبالتالي سمح لهذا الإلكترون أن يهرب أو يتحرر .

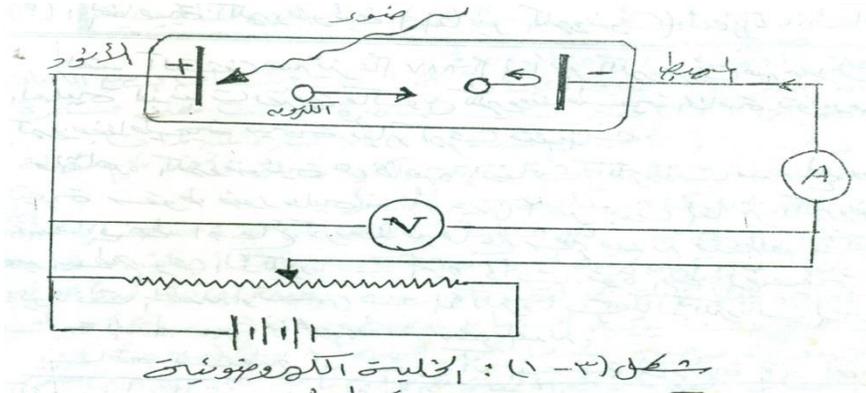
وطبقا لقوانين الفيزياء التقليدية ، فإن الإشعاع الكهرومغناطيسى عبارة عن مجال كهربي يتذبذب عمودى على اتجاه انبعاث الإشعاع (هنا اهملنا المجال المغناطيسى). والذي نريد أن نركز عليه هو أن شدة الأشعة تتناسب مع مربع تذبذب المجال الكهربي، ويمكن للإلكترونات التي على سطح المعدن أن تذبذب مع المجال الكهربي الساقط عليها ، وكلما ازادت شدته (سعته) تزداد سعة تذبذب الإلكترونات كثيراً مما يؤدي الى كسر ارتباطها بالسطح وانطلاقها بطاقة حركة والتي ستعتمد على سعة (شدة) المجال الكهربي للإشعاع الساقط.

ان هذا التفسير الفيزيائى التقليدى (الكلاسيكى) يتعارض تماما مع المشاهدات الفيزيائية لهذه الظاهرة .

والدراسات العملية لهذه الظاهرة أوضحت أنه توجد عدة عوامل متصلة ببعضها يعتمد عليها

ظاهرة التأثير الكهروضوئى وهى :

- ١ . تردد أو الطول الموجى للضوء الساقط
 - ٢ . شدة الضوء الساقط .
 - ٣ . طاقة حركة الألكترون $\left(\frac{1}{2}mV^2\right)$.
 - ٤ . طبيعة سطح المعدن التى تخرج منه الألكترونات.
- ويمكن دراسة هذه الظاهرة بإستخدام الخلية الكهروضوئية وهى عبارة عن أنبوية من الزجاج أو الكوارتز ومفرغة من الهواء ، تحتوى على لوحين أو قطبين معدنيين أحدهما مغطى بطبقة من السيزيوم (الفلزات القلوية) ويمثل السطح المعدنى الذى سوف تنبعث منه الألكترونات عند سقوط الضوء عليه.



شكل (١ . ٣) : الخلية الكهروضوئية

ويوضح شكل (١ . ٣) رسم تخطيطى للدائرة الكهربية التى تستخدم لدراسة الظاهرة الكهروضوئية . عندما يسقط شعاع ضوئى أحادى الطول الموجى من مصدر كمصباح لاقوس زئبقى على سطح معدن (المصعد أو الأنود) . عندما تنطلق الألكترونات الضوئية فإن جزء منها يتحرك فى اتجاه المهبط وعند وصولها المهبط يتكون التيار الكهروضوئى الذى يمر فى الدائرة الكهربية كما بالشكل . هناك مقياس جهد مستخدم لتزويد فرق الجهد بين قطبى الخلية (المصعد والمهبط) مكون من بطارية مصدر جهد مستمر وريوستات (مقاومة متغيرة)

وفولتميتر (V) لقياس فرق الجهد بين المصعد والمهبط ، بالإضافة لوجود جهاز أميتر (A) لقياس شدة التيار الكهروضوئى .

**** الشروط الواجب توافرها عند إجراء هذه التجربة:**

- ١ . من المهم جدا أن يكون سطح اللوح المعدنى (المصعد) نظيفا .
- ٢ . عند صناعة الخلايا الكهروضوئية يراعى تفرغها من الهواء ليتم التخلص من الغازات ما أمكن . ويتم ذلك برفع درجة حرارتها بالكامل إلى درجة حرارة عالية حتى يمكن التخلص من هذه الغازات التى تعوق حركة الألكترونات الضوئية بالتصادم مع جزيئات هذه الغازات أثناء حركتها فى اتجاه المهبط .

٣- بعض الخلايا الكهروضوئية يكون المهبط على شكل اسطوانى لتجميع الإلكترونات الضوئية المنبعثة من المصعد . ويغضى السطح الإسطوانى للمهبط بطبقة من أكسيد النحاس أو أى مادة أخرى لا تتأثر بالضوء يمكن أن تمنع وصول الإلكترونات الضوئية إليها .

**** تفسير نتائج التجربة**

(١) العلاقة بين التيار الكهروضوئى وفرق الجهد المطبق (عند ثبوت شدة الضوء الساقط وتردده)

عندما يسقط ضوء أحادى اللون طول موجته λ وشدته (I) على سطح المصعد فسوف تتأثر الإلكترونات المنبعثة من السطح بالمجال الكهري بين القطبين (المصعد والمهبط) ، وبواسطة مقياس الجهد يمكن التحكم فى قيمة فرق الجهد بين المصعد والمهبط وبالتالي يمكن تغيير المجال الكهري . فى هذه التجربة هناك حالتان يتم إجرائهما .

أ . إذا كان جهد المهبط موجب بالنسبة لجهد الأنود ، هذا سيؤدى إلى تعجيل الألكترونات نحو

المهبط (زيادة التيار الكهروضوئى) .

ب . إذا كان جهد المهبط سالبا بالنسبة لجهد الأنود .. تناقصت سرعة الألكترونات نحو المهبط

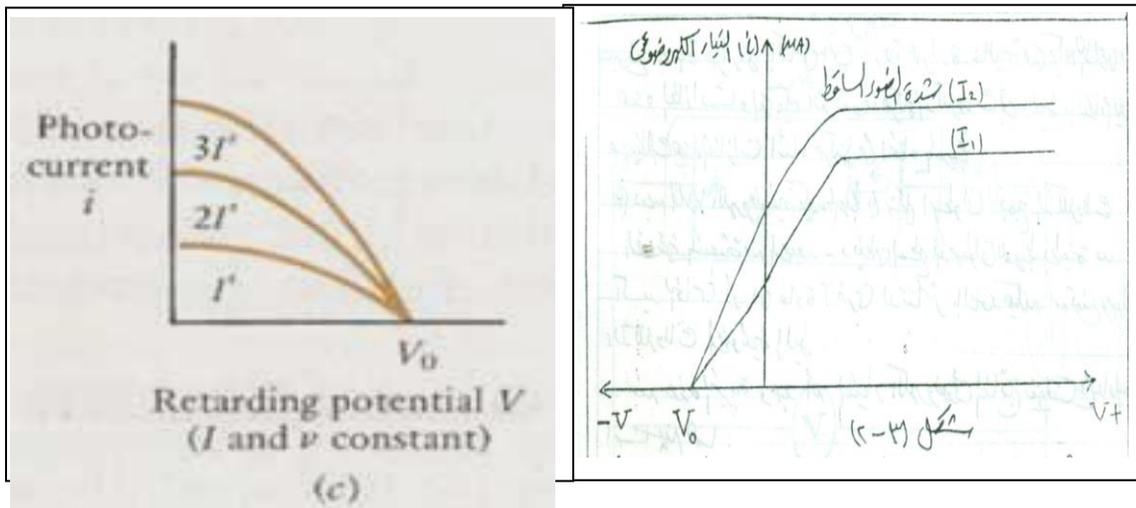
(نقص قيمة التيار الكهروضوئى) , وبالطبع فإن التيار الكهروضوئى الذى يسجله الأميتر

سوف يتاسب مع عدد الألكترونات التى تصل إلى المهبط.

يوضح شكل (٢ . ٣) العلاقة بين التيار الكهروضوئى (i) على المحور الرأسى وفرق

الجهد (V) بين المصعد والمهبط على المحور الأفقى.

ويلاحظ من هذا الشكل الآتى :-



١ - ثبوت قيمة التيار (i) لجميع قيم (V) الموجية فى حين تقل قيمة هذا التيار عند جعل المهبط سالب بالنسبة للأنود حتى تصل قيمة التيار (i) إلى الصفر عند قيمة معينة سالبة لجهد المهبط (V_0) (يسمى بجهد الإيقاف أو التوقف لهذا الطول الموجى للضوء الساقط).

٢ - عند زيادة شدة الضوء الساقط من I_1 إلى I_2 وإعادة التجربة مرة أخرى فسوف نجد أن التيار الكهروضوئى يزداد بنفس النسبة لكل قيم (V) ، وعندما يصبح فرق الجهد الواقع على المهبط سالب فإن التيار الكهروضوئى سوف يقل بسرعة شديدة حتى يصل إلى الصفر عند نفس قيمة الجهد (V_0).

**** استخلاص النتائج الهامة من دراسة العلاقة السابقة :**

أ-هناك تناسب طردى بين (i) ، (I) يدل ذلك على أن هناك تناسباً بين عدد الإلكترونات المنبعثة وشدة الضوء الساقط (I).

ب- عدم اعتماد جهد الإيقاف على شدة الضوء الساقط، ويمكن تفسير ذلك بفرض أن كمية حركة الإلكترونات التى تنبعث من المصعد لا تتعدى نهاية عظمى معينة فيها مهما تغيرت شدة الضوء الساقط (I) والتى تعطى من العلاقة $eV_0 = \frac{1}{2}mV_{\max}^2$. اذن لا تعتمد قيمة جهد الإيقاف على شدة الضوء الساقط عند نفس التردد ولنفس المعدن .

تفسير هذه العلاقة يرجع إلى أنه عندما يكون جهد المهبط سالب بالنسبة للمصعد (ولیکن (V) فإنه الشغل المبذول على الإلكترون بواسطة المجال الكهربى المعاكس مساوياً (eV) فإذا تساوى هذا الشغل مع طاقة الحركة للإلكترون ($\frac{1}{2}mV^2$) فإن هذا الإلكترون سوف يتوقف عن الحركة أمام المهبط. بالنسبة للإلكترونات التى تتحرك بأقصى سرعة (V_{\max}) فإنها سوف تتوقف أمام المهبط إذا كان فرق الجهد الواقع على المهبط (الجهد السالب) كاف لذلك وليكن قيمته (V_0) وبالتالي سوف تتوقف الإلكترونات ذات السرعات الأقل . أى ينعدم التيار الكهروضوئى (i) وعند هذه اللحظة يكون : $eV_0 = \frac{1}{2}mV_{\max}^2$ (طاقة الإلكترون الضوئى) . وعندما تزيد قيمة فرق الجهد عن قيم أعلى من (V_0) فإن جميع الإلكترونات سوف تعكس اتجاهها قبل وصولها إلى المهبط كما هو موضح بالشكل السابق .

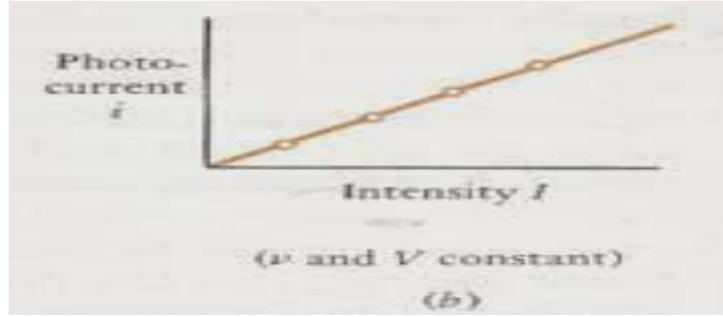
ج- يلاحظ أيضاً فى هذه التجربة أنه يوجد تيار كهروضوئى خفيف يمر فى الدائرة عندما تكون قيمة (V) بين المصعد والمهبط مساوية للصفر أى ($V = 0$) ، بمعنى أنه لا يوجد فرق جهد بين المصعد والمهبط . هذا التيار الكهروضوئى الضعيف يعزى إلى أن بعض الإلكترونات المنبعثة من المصعد عند سقوط الضوء عليه يكون لها طاقة حركة كافية لإجتياز المسافة بين المهبط والمصعد .

(٢) العلاقة بين التيار الكهروضوئى وشدة الضوء الساقط (عند ثبوت التردد وفرق الجهد):

عند تثبيت التردد وفرق الجهد فإن التيار الكهروضوئى يزداد بزيادة شدة الأشعة الكهرومغناطيسية الساقطة على الأنود.

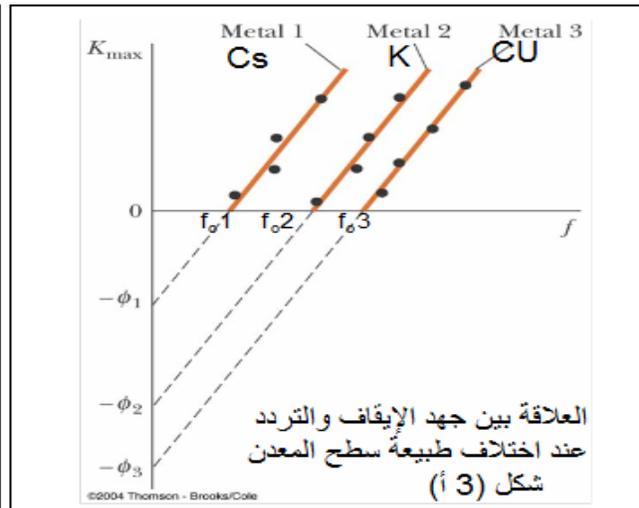
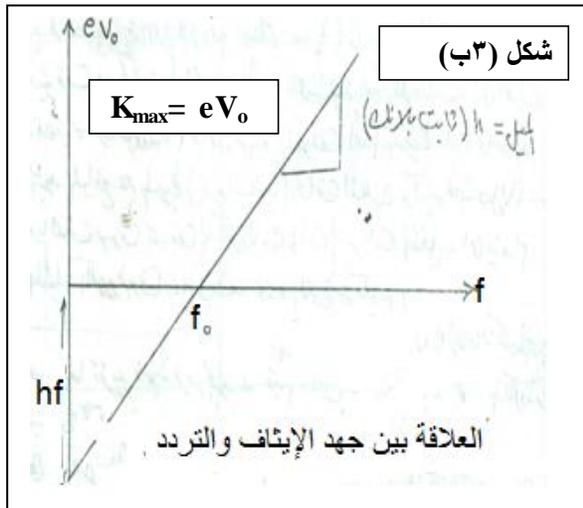
**** استخلاص النتائج الهامة من دراسة العلاقة السابقة :**

عند زيادة شدة الضوء الساقط تزداد شدة التيار الكهربى المار بالدائرة أي يزداد عدد الالكترونات المارة بالدائرة،

**(٣) العلاقة بين التيار الكهروضوئى وتردد الضوء الساقط (عند ثبوت ν وشدة الضوء I):**

بإستخدام نفس الدائرة الكهربية السابقة فى شكل (٣ . ١) بالإضافة إلى إستخدام نفس مصدر الضوء الساقط (مصباح بخار الزئبق وهو مصدر طيف خطى) ، ثم بإستخدام مجموعة من المرشحات (الفلاتر) الضوئية كل منها يسمح بفاذ ضوء أحادى اللون طول موجته وتردده معروف فى هذه التجربة ثم بتعيين جهد الإيقاف (V_0) لكل طول موجى معين .

يوضح شكل (٣ ، أ) العلاقة بين (eV_0) وتردد الضوء الساقط (f) على سطح المصدر.



نستخلص من هذا المنحنى عمليا الآتى :

١- وجد عمليا أن قيمة جهد الإيقاف تعتمد على تردد الأشعة الكهرومغناطيسية فكلما زاد

التردد كلما كانت قيمة جهد الإيقاف اكبر.

٢- قيمة جهد الإيقاف تتغير بتغير نوع مادة المعدن.

٣- كما وجد أيضا أن قيمة جهد الإيقاف لا تعتمد على شدة الأشعة الكهرومغناطيسية.

٤- تجدر الإشارة هنا إلى أن أدنى تردد \square مطلوب للانبعثات الالكترونية من سطح المعدن يسمى بالتردد الحرج (f_0) *threshold frequency*. ولا يمكن أن نحصل على تيار كهروضوئي إلا إذا كان تردد الأشعة الكهرومغناطيسية الساقطة اكبر من التردد الحرج للمادة المستخدمة.

٥- لأي معدن مستخدم في التجربة وجد من تحليل النتائج العملية أن المنحنيات تعطى معادلة خط مستقيم على الصورة :

$$eV_0 = \frac{1}{2} mV_{\max}^2 = h(f - f_0) = hf - hf_0 \quad \rightarrow \quad (1)$$

$$eV = hf - hf_0 = hf - \phi$$

$$\therefore hf = \frac{1}{2} mV_{\max}^2 + \phi \quad \rightarrow \quad (2)$$

حيث أن (h) هو ميل الخط المستقيم وهو مقدار ثابت لكل الأسطح الباعثة ، ويعرف بثابت بلانك وقيمه تساوى :

$$h = 6.6 \times 10^{-34} \text{J.sec}$$

أما (f_0) يسمى بالتردد الحرج *Threshold frequency* . وهو أقل قيمة للتردد يمكن أن

تسبب ابتعاث الكترونات من سطح الأنود ، وتعتمد قيمته على طبيعة السطح الباعث

للإكترونات والتي يوضحها الشكل التالى (٣ أ) لثلاث معادن مختلفة هي السيزيوم (Cs)

، البوتاسيوم (K) ، والنحاس (Cu) . نلاحظ أنه لكل معدن تردد ضوئي حرج محدد

(f_0) والتي لا بد أن تكون قيمته أقل من قيمة تردد الضوء الساقط (f) أى ($f_0 < f$) حيث

ينبعث من سطح هذ المعدن الكترونات كهروضوئية.

نلاحظ فى المعادلة (١) أن قيمة $\frac{1}{2} mv^2$ موجبة ، وعليه يجب أن لا يكون الفرق $hf - \phi$

سالب أى أن $hf \geq \phi$ ، وعند التردد الحرج f_0 تصبح $hf_0 = \phi$

٣ - التحليل الكلاسيكى والكمى للظاهرة الكهروضوئية.

أ-كلاسيكيا : تفسير الخصائص التى حيرت مكتشفها ولم يتمكنوا من تفسيرها اعتماداً على قوانين الفيزياء الكلاسيكية:

- الطاقة القصوى للإلكترونات الضوئية المنبعثة (K_{max}) لا تعتمد على شدة الضوء الساقط،
- لا تنبعث الإلكترونات عندما يكون تردد الضوء الساقط اقل من تردد العتبة (f_0) لمادة السطح،
- طاقة الإلكترونات تزداد بزيادة تردد الضوء الساقط،
- الإلكترونات تنبعث تقريبا فى نفس اللحظة التى يسقط فيها الضوء على السطح المعدني مهما كانت شدة الضوء.

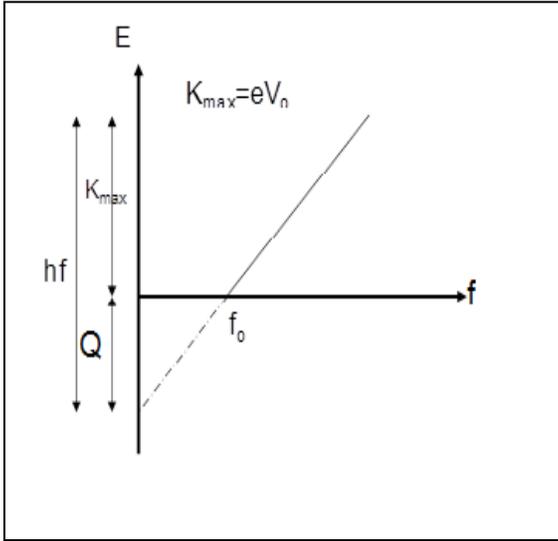
لم تستطيع النظرية الكهرومغناطيسية (الكلاسيكية) أن تعطى تفسيراً واضحاً للنتائج العملية التى تختص بالعلاقة الحرارية فى المعادلة (١) السابقة بين طاقة الألكترون الضوئى (eV) وتردد الضوء الساقط . حيث أنه طبقاً لهذه النظرية الموجية يلزم أن تكون هناك علاقة بين شدة الضوء الساقط وطاقة الإلكترون الضوئى وحيث أن شدة الضوء الساقط (الموجة الكهرومغناطيسية) تعتمد على مربع سعة المتجه الكهربى ولا تعتمد على التردد . ولكن النتيجة العملية التى نجحت فى تفسيرها النظرية الموجية هى التناسب الطردى بين شدة التيار الكهروضوئى (i) وشدة الإستضاءة (I) ، حيث تفسر النظرية الكلاسيكية الموجية ذلك بأنه كلما زادت شدة الإستضاءة تزداد الطاقة المصاحبة للضوء الساقط وبالتالي تزداد الطاقة الممتصة بواسطة الإلكترونات السطحية ، أى أن التيار الكهروضوئى يزداد ، وهذه هى النتيجة الوحيدة التى تتفق مع النظرية الكلاسيكية.

ب-كمياً :

تمكن اينشتاين من استخدام مبدأ بلانك الكمي على الموجات الكهرومغناطيسية لتفسير ظاهرة التأثير الكهروضوئي، ١٩٠٥ م، وافترض الأتي:
- عند انتقال نظام فيزيائي من مستوى طاقة معين (n) إلى مستوى أدنى (n-1) فإنه تنبعث حزمة من الطاقة الكهرومغناطيسية (E) حيث؛

$$E = nhf - (n - 1)fh = hf$$

h ثابت بلانك ، f التردد



- تتركز هذه الحزمة من الطاقة في حجم صغير من الفراغ وتتحرك بسرعة الضوء (C)، ويتحرك الضوء كسيل من حزم الطاقة (كمات) وسميت الفوتونات

$$E = hf = \phi + K_{\max} = \phi + K_{\max} -$$

$$K_{\max} = eV_0 = hf - \phi = \frac{1}{2} m_e v_{\max}^2 -$$

$$V_0 = \frac{m_e v_{\max}^2}{2e} -$$

وتعرف المعادلة السابقة بمعادلة أينشتاين الكهروضوئية

- حيث E: طاقة الفوتونات الساقطة ، φ دالة الشغل للمادة ووحدتها جول أو إلكترون-فولت ، K_{\max} الطاقة الحركية القصوى للإلكترونات الضوئية ، e شح الإلكترون ، V_0 جهد الايقاف ، v_{\max} السرعة القصوى للإلكترونات المنبعثة ، m_e كتلة الإلكترون

- **تعريف دالة الشغل للمادة Q :** هي الطاقة اللازمة لتحرير الكترولون من سطح المادة وهي تساوي طاقة الربط للإلكترون

$$- 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ j} \rightarrow 1.6 \times 10^{-19} \text{ j/eV}$$

- eV الأكترون-فولت: هى الطاقة اللازمة لنقل الكترون بين نقطتين فرق الجهد بينهما واحد فولت

● تفسير خصائص الظاهرة الكهروضوئية اعتمادا على النظرية الكمية للضوء:

- ١- شدة التيار (عدد الالكترونات الضوئية) المار بالدائرة تزداد بزيادة شدة الضوء أى بزيادة عدد الفوتونات (n) حيث $E = nhf$:
- ٢- تعتمد الطاقة الحركية للالكترونات على طاقة الضوء الساقط على السطح المعدني اى انها تعتمد على تردد الضوء (f) حيث $(E=hf)$ ، علما بان دالة الشغل للمادة قيمتها ثابتة
- ٣- لا تنبعث الالكترونات من سطح المعدن اذا كانت $hf < Q$ ، ويكون اقل طاقة لتحرير الالكترون هى $hf_0 = Q$ وحينها $K = 0$ (الطاقة الحركية للالكترون تساوي صفر)

$$E = hf = W + K_{\max} \Rightarrow \text{if } K_{\max} = 0 \therefore hf_0 = W$$

- ٤- ينبعث الالكترون الضوئي في نفس اللحظة التي يسقط فيها الضوء على سطح المعدن لان كل فوتون ساقط يصطدم بالكترون ويحدث تبادل للطاقة بينهما - كأنه تصادم جسيم بجسيم آخر.

وبذلك طبقا لهذه النظرية الكمية يتكون الشعاع الضوئى الذى تردده (f) من فوتونات مثل

الجسيمات ، كل فوتون له طاقة (hf) ، والفوتون الواحد يمكنه أن يتفاعل مع إلكترون واحد

فقط عند السطح المعدنى للمصعد ولا يمكن أن تتقاسم عدة إلكترونات طاقة الفوتون . من

المعروف أن سرعة الفوتون تساوى سرعة الضوء ، وبالتالي تتعدم كتلته الساكنة حسب النظرية

النسبية لأينشتين ($m_0=0$) وتكون طاقته هى كليا طاقة الحركة. أى أن تفسير أينشتين

للظاهرة الكهروضوئية يتضح من أنه عند سقوط ضوء (فوتونات) على سطح معدن فإن

الطاقة الداخلية للفوتون تنتقل إلى إلكترون مفرد على سطح المعدن . وعند خروج هذا الإلكترون

الضوئى من هذا السطح سوف تكون له طاقة حركة ($\frac{1}{2}mV^2$) . بمعنى آخر فإن الفوتون

الساقط يعطى طاقته (hf) كلها للالكترون الذى أصطدم به ، فإذا كانت الطاقة التى أكتسبها

الألكترون المرتبط (hf) أكبر من طاقة ربطه بسطح المعدن فإن الزيادة فى الطاقة تظهر كطاقة حركة للإلكترون المنبعث .

إستخلاص ما سبق : يمكننا الآن أن نستخلص مما سبق بأن النظرية الموجية للضوء ونظرية الكم الضوئى تكمل أحدهما الأخرى. فالنظرية الموجية تأخذ فيها الحالات التى ينتشر فيها الضوء ومايترتب عليه من ظواهر مثل الحيود والتداخل والانكسار والاستقطاب ، فى حين أن نظرية الكم الضوئى تأخذ فيها الحالات التى يتفاعل فيها الضوء مع المادة، وعلينا أن نقبل وصف الضوء وصفا كاملا.

يلاحظ مما سبق أن بلانك أفترض أن انبعاث الطاقة الإشعاعية على شكل كمات من الجسم الساخن ، ولكن لم يكن لديه شك فى أنها تنتشر فى الفضاء على هيئة أمواج كهرومغناطيسية . وهو بذلك أمكنه تفسير منحى الإشعاع .

أما أينشتين فقد أفترض أن الضوء ينبعث على شكل كمات وانتشاره أيضا على هيئة كمات (فوتونات) . وبذلك أمكنه تفسير الظاهرة الكهروضوئية ويجدر بنا أن نذكر أن التأثير الكهروضوئى ليس قاصرا على السطوح المعدنية دائما يمكن حدوثه فى الغازات والسوائل والمواد الصلبة.

أمثلة متنوعة

١ - أحسب النهاية العظمى لطاقة الإلكترونات المنبعثة من سطح البوتاسيوم نتيجة سقوط ضوء فوق بنفسجى عليه وطول موجته ٣٥٠٠ انجيستروم - علماً بأن دالة الشغل للبوتاسيوم هي ٢.٢ إلكترون فولت وثابت بلانك $= 6.625 \times 10^{-34} \times \text{جول} \cdot \text{ثانية}$ & $c = 3 \times 10^8 \text{ m/sec}$ علماً بأن $(1 \text{ ev} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule})$.

((((الحل)))

يتم حساب طاقة الضوء الساقط اولاً

$$\therefore h\gamma = h \frac{c}{\lambda} = 6.625 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{3500 \times 10^{-10}} = 5.68 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

وحيث أن دالة الشغل ϕ معطاه بالإلكترون فولت - لذا يجب تحويل طاقة الضوء الساقط من جول إلى إلكترون فولت .

$$\therefore h\nu = \frac{5.68 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3.55 \text{ ev.}$$

علماً بأن $(1 \text{ ev} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule})$. ومن ثم فيمكن حساب الطاقة العظمى للإلكترونات باستخدام

معادلة اينشتاين

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + \phi$$

$$\therefore \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 3.55 - 2.20 = 1.35 \text{ ev}$$

ملحوظة : يمكننا حساب طاقة

الضوء بالإلكترون فولت كما يلي

$$h\nu = 1.243 / \lambda(\text{mm})$$

٢- إذا كانت طاقة الحركة للإلكترونات المنبعثة من سطح معدن تتراوح بين صفر & 4×10^{-19} جول عندما يكون طول موجة الضوء الساقط 3000 انجيستروم - فما هو جهد الإيقاف لهذا الضوء وما هو طول الموجه الحرجة (λ_0) للضوء بالنسبة لسطح المعدن المستخدم .

((((الحل)))

$$\therefore E_{\max} = \frac{1}{2}mv^2 = eV_0$$

$$\therefore V_0 = \frac{4 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.5 \text{ volts}$$

$$eV_0 = h\nu - h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{1.243}{\lambda(\text{mm})} - \frac{1.243}{\lambda_0(\text{mm})}$$

$$\therefore 2.5 \text{ ev} = \frac{1.243}{0.3000} - \frac{1.243}{\lambda_0(\text{mm})}$$

$$\therefore \lambda_0 = 0.7580 \text{ mm} = 7580 \text{ \AA}$$

٣- احسب عدد الفوتونات المنبعثة من لمبة صفراء (100 W) في الثانية الواحدة على فرض أن الضوء

المنبعث هو أحادي الموجه (*monochromatic*) بطول 560 nm .

((((الحل)))

محاضرات في ميكانيكا الكم - للدكتور/ بدرى النوبى محمد - قسم الفيزياء/كلية العلوم بقنا / جامعة جنوب الوادى

الطاقة الكلية المنبعثة من اللمبة في الثانية الواحدة هي $100 W = 100 J/s$.

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{560} \cdot \frac{J s m s^{-1}}{nm} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{560 \times 10^{-9}} J = 3.7 \times 10^{-19} J$$

عدد الفوتونات المنبعثة في الثانية الواحدة = الطاقة الكلية المنبعثة في الثانية الواحدة ÷ طاقة الفوتون الواحد

$$= \frac{100}{3.7 \times 10^{-19}} \cdot \frac{J s^{-1}}{J / photon} = 2.7 \times 10^{20} \text{ photon/s}$$

◀ مثال (٤)

أحسب الطاقة الحركية القصوى لإلكترون ضوئي انبعث بتردد قدره $8 \times 10^{14} \text{ Hz}$ من سطح معدن إذا كان تردد العتبة (التردد الحرج) للمعدن مساوياً $4 \times 10^{14} \text{ Hz}$

الحل

$$h \nu = h \nu_0 + K_{\max}$$

$$K_{\max} = h (\nu - \nu_0)$$

$$= (6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}) [8 \times 10^{14} - 4 \times 10^{14}] \text{ s}^{-1}$$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 4 \times 10^{14}}{1.6 \times 10^{-19}} = \underline{\underline{1.65 \text{ eV}}}$$

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \text{ حيث استخدمنا}$$

◀ مثال (٥)

سقطت أشعة فوق بنفسجية ذات طول موجي 350 nm على سطح معدن دالة شغله تساوي 2.2 eV أحسب الطاقة الحركية القصوى للإلكترونات الضوئية التي انبعثت من سطح المعدن .

الحل

$$c = \lambda \nu \quad \text{بما أن}$$

حيث c : سرعة الضوء (الإشعاع) في الفراغ ، λ : الطول الموجي ، ν : التردد

$$E = h \nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{فإن طاقة فوتون الأشعة}$$

$$= \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s}) (3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{350 \times 10^{-9} \text{ m}}$$

$$= 5.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

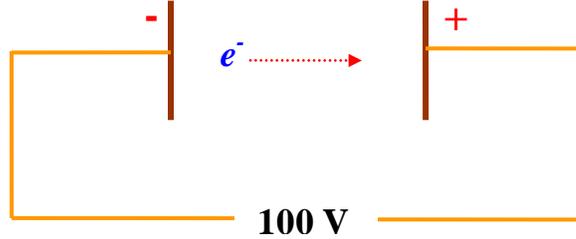
$$= \frac{5.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = \underline{\underline{3.5 \text{ eV}}}$$

$$K_{\max} = E - h\nu_0$$

$$= 3.5 - 2.2 = 1.3 \text{ eV}$$

تمارين

- ١- يقع الكترولن تحت تأثير فرق جهد مقداره ١٠٠ فولت. احسب الطاقة الحركية للالكترولن عند اصطدامه بالآنود. احسب سرعة الالكترولن عند اصطدامه بالآنود.



طاقة الالكترولن الوضعية نتيجة وجوده في الحقل الكهربائي: $E_e = -e \times V$

حيث أن e هي الشحنة الأولية ومقدارها $1.6 \times 10^{-19} \text{ As}$ و V هي فرق الجهد المؤثر على الالكترولن، وتبلغ قيمتها: $E = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J} = 100 \text{ eV}$. تتحول هذه الطاقة الوضعية كلياً إلى

طاقة حركة عند الاصطدام، وعليه $E_{kinetic} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_{kinetic} = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J}$. أتم حساب سرعة الالكترولن عند اصطدامه!

تمرين ٢ : يوضح الجدول المرفق قيم دالات الشغل لبعض الفلزات:

Work Functions of Selected Metals	
Metal	ϕ (eV)
Na	2.28
Al	4.08
Cu	4.70
Zn	4.31
Ag	4.73
Pt	6.35
Pb	4.14
Fe	4.50

(أ) احسب لكل عنصر قيمة دالة الشغل بوحدة الجول ثم احسب لكل عنصر تردد العتبة.

(ب) أيّ العناصر أعلاه تنفلت منه الالكترولونات بتسليط أشعة مرئية عليه؟

(ت) احسب الطاقة الحركية (ومنها السرعة) التي ينفلت بها الالكترولون من سطح الألمنيوم عند

تعريضه لأشعة فوق بنفسجية طولها ٢٠٠ nm.

ثانياً : الظاهرة الكهروضوئية العكسية (الأشعة السينية) :

تعتبر الظاهرة الكهروضوئية دليلاً واضحاً علي أن فوتونات الضوء يمكن أن تنتقل طاقتها إلي الأليكترونات -

لكن السؤال هو هل يمكن لجزء من طاقة الحركة للألكترونات الحرة أو كلها أن يتحول إلي فوتونات ؟ أي

هل توجد الظاهرة الكهروضوئية العكسية ؟ - بمعنى أن سقوط الإليكترونات بطاقة حركة عالية علي سطح

معدني أن يؤدي إلي أنبعاث فوتونات أو كمات ضوئية . والإجابة علي هذه التساؤلات تكون بـ " نعم " .

فقد أكتشف رونتجن أن عند سقوط أشعة الكاثود علي جدار الأنبوية فإنه سوف ينبعث من هذا الجدار نوع

من الأشعة غير مرئية بالعين المجردة - ويكون لها القدرة علي أختراق المواد وقد أطلق عليها أسم

الأشعة السينية أو الأشعة (x) ولقد اعطاها هذا الأسم المجهول لعدم معرفة طبيعية هذه الأشعة في ذلك

الوقت

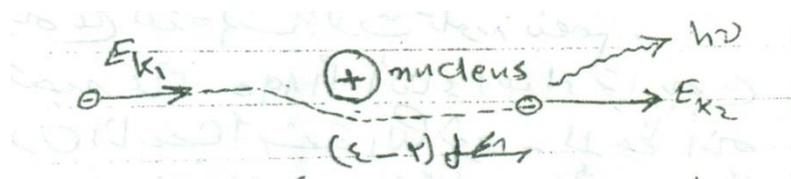
١ - التفسير الكلاسيكي والكمي لأنتاج الأشعة السينية

نعتبر أولاً العملية الأساسية التي تحدث عندما يقترب الكترون سريع الحركة من نواة ذرة (موجبة الشحنة) ونلاحظ أن الإلكترون ينحرف بتأثره بتصادمه القريب بالنواة الثقيلة ويحيد عن مساره المستقيم ولذلك يتحرك بعجلة .

تفسر النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية هذه الظاهرة بأن أي شحنة كهربية معجلة سوف تشع طاقة كهرومغناطيسية ولكنها مستمرة - أما النظرية الكمية فتتطلب أن أي طاقة كهرومغناطيسية مشعة تتكون من كميات محددة من الطاقة أي الفوتونات فنتوقع أن لو انحرف الإلكترون (نتيجة تصادمه) وبالتالي تحرك بعجلة فإنه يشع فوتون أو أكثر من فوتون وسوف يترك هذا الإلكترون موقع التصادم بطاقة الحركة اقل مما كان متحركاً بها قبل التصادم . ويسمى هذا التصادم بتصادم الفرملة والأشعاع الناتج بإشعاع الفرملة (radiation braking). يوضح الشكل التالي رسم توضيحي لعملية التصادم حيث يقترب

الإلكترون بطاقة حركة (E_{k1}) ويترك منطقة التصادم بطاقة حركة (E_{k2}) بعد أن يتولد فوتون ذو طاقة

($h\nu$) ويقال عندئذ أن أشعة سينية (x) قد انبعث



ويتطلب قانون بقاء الطاقة أن

$$E_{K1} - E_{K2} = h\nu \longrightarrow (1)$$

وقد أهملت الطاقة البسيطة جدا التي ترتد بها النواة الثقيلة بالمقارنة بطاقة الإلكترون نظراً لثقل كتلتها التي تصل علي الأقل ألفين مرة قدر كتلة الإلكترون .

والآن يمكن تعريف الأشعة السينية (x) بأنها موجات كهرومغناطيسية (أو فوتونات) طول موجتها

$$(0.1A^0 \leq \lambda \leq 10A^0)$$

ولقد حصل عليها رونتنجن عند اصطدام شعاع من الإلكترونات السريعة (أشعة

الكاثود) بسطح معدن .

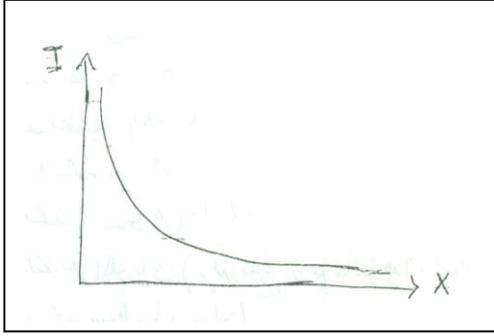
٢- : خواص الأشعة السينية :

أ-تنتشر الأشعة السينية في خطوط مستقيمة ولا تنحرف بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية وهذا يدل علي أنها لا تحمل شحنة كهربية وليس لها طبيعة الجسيمات ولكنها موجات كهرومغناطيسية لها نفس سرعة الضوء - وهي مثل سائر الأمواج الكهرومغناطيسية الأخرى مثل الأشعة تحت الحمراء والضوء المرئي والأشعة فوق البنفسجية . وتتميز بأن الطول الموجي لها قصير (٠.٠١ - ١٠ انجستروم) وقد كان أكتشاف ظاهرة حيود الأشعة السينية في المادة البلورية الفضل في تأكيد الخاصية الموجبة للأشعة السينية وبذلك يكون لها خصائص الانكسار - الانعكاس - الحيود - التداخل - الاستقطاب - التأثير الكهروضوئي .

ب-النفذية : تعتبر خاصية أختراق الأشعة السينية للأجسام من أهم الخواص المميزة لها ويتوقف مدي هذا الأختراق علي كثافة الجسم المعرض للأشعة السينية . والأشعة السينية لها أعراض جلية كثيرة ، كذلك قوة نفذية الأشعة السينية يتوقف علي الطول الموجي المصاحب لها . لذا تخضع الأشعة السينية لعلاقة لامبريت

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad \text{-----} \quad (2) \quad \text{(Lambert Law)}$$

حيث (I) ، (I₀) هما شدة الأشعة السينية بعد وقبل سقوطها علي سمك (x) من المادة (m₂) معامل الأمتصاص للمادة . ويسمى السمك الذي تتناقص عنده شدة الأشعة السينية إلي نصف قيمتها الأصلية " بسمك نصف الشدة " ويتضح هذا من الشكل التالي . ويمكن حساب سمك المادة اللازمة لإنقاص شدة أشعة أكس إلي نصف قيمتها من العلاقة .



$$\therefore \text{Log} \frac{I}{I_0} = -\mu x$$

$$\therefore \text{Log} \frac{1}{2} = -\mu x_{\frac{1}{2}} \quad 0.693 = \mu x_{\frac{1}{2}} \quad \text{--- (3)}$$

$$\therefore x_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\mu}$$

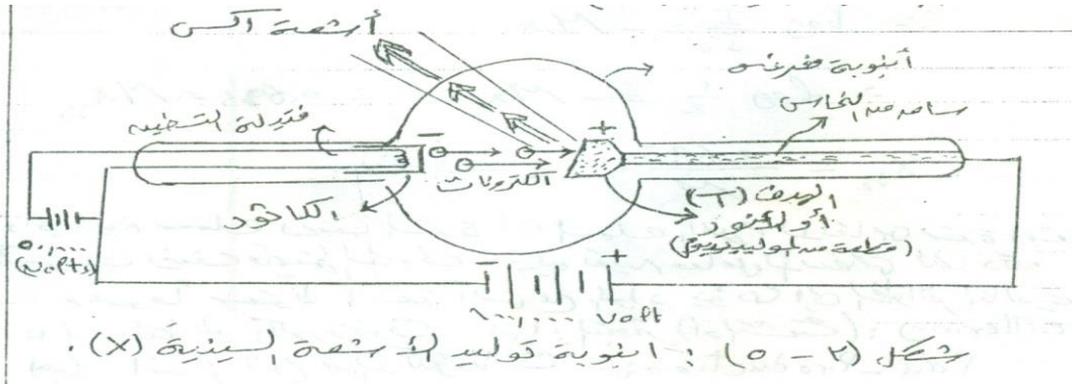
وبتعيين سمك نصف الشدة أي السمك اللازم لإنقاص شدة أشعة أكس إلي نصف قيمتها الأولي - يمكن تعيين معامل الامتصاص للمادة . وعموماً سقوط أشعة أكس علي المواد يؤدي إلي الظاهرة التالية :

(أ) : التأثير الكهروضوئي

(ب) : التبعثر (أو التشتت) : Scattering

(ج) : إنتاج زوج من الإلكترونات Pair – production

ويوضح الشكل (٣-٥) رسماً تخطيطياً لجهاز توليد الأشعة السينية وهو عبارة عن أنبوبة مفرغة لدرجة عالية جداً من الهواء حتى أنه عند وضع فرق جهد عالي علي طرفيها يصل إلي ١٠٠.٠٠٠ فولت فإنه لا يمر تيار كهربى . بداخل هذه الأنبوبة توجد فتيلة مصممة بطريقة خاصة تعمل كمصدر انبعاث الإلكترونات (انبعاث ايوني حراري) - حيث تتعجل هذه الإلكترونات بواسطة فرق جهد مقداره ٥٠.٠٠٠ فولت وتتوجه لكي تصطدم بالسطح المعدني والذي يتركب من قطعة صغيرة من الموليبيديوم مثبتة في قضيب من النحاس . وعادة ما يكون قضيب النحاس هذا مبرداً بالماء لتجنب الحرارة المتولدة من عملية اصطدام الإلكترونات السريعة بالسطح المعدني . ويجدر بنا القول هنا أن نذكر أن كمية الإلكترونات المنبعثة والتي تعتمد بطبيعة الأمر علي درجة حرارة الفتيلة ، وهي التي تتحكم في شدة أشعة (X) الناتجة ، وفي نفس الوقت تعتمد نوعية هذه الأشعة السينية علي التغيير الحادث في الجهد الموضوع علي طرفي أنبوبة التفريغ الكهربائي) والتي تفرغ لدرج عالية جداً من الهواء حتى يمكن تثبيت فرق الجهد بين طرفيها بسهولة (



٣- تحليل كيفية توليد الأشعة السينية :

عندما تنطلق الإلكترونات من الكاثود في الأنبوبة المفرغة من الهواء تحت تأثير فرق الجهد الكهروستاتيكي الكبير (V) فإنها سوف تتحرك بعجلة لتصطدم بالهدف (T) الذي يسمى بالأنود - يكتسب كل إلكترون (خلال رحلته من الكاثود للأنود وقبل أن يصطدم بالهدف) طاقة حركة E_K تعطى من العلاقة :

$$E_K = ev \rightarrow (٤)$$

بعد عملية التصادم مع الهدف تتحرك الإلكترونات بعجلة تقصيرية إلى أن تسكن تماماً - أي أن كل إلكترون قد فقد طاقة حركته كلها (E_K) بسبب تصادمه مع الهدف ، وربما يتحول معظم هذه الطاقة إلى طاقة حرارية بالإضافة إلى عملية إنتاج الأشعة السينية (الأشعة الكهرومغناطيسية) بل يستطيع أي إلكترون أن يكرر عملية التصادم مع ذرات الهدف وبذلك ينتج عدد من الفوتونات (تعتمد علي طاقته التي اصطدم بها مع الهدف) ولكنه سيتولد فوتون واحد ذات طاقة عظمى إذا تحولت كل طاقة حركة الإلكترون إلى طاقة كهرومغناطيسية لفوتون واحد بعد أن يكون قد سكن هذا الإلكترون بعد عملية تصادم واحدة أي أن :

$$E_{K1} = eV \text{ (قبل التصادم)} \quad E_{K2} = eV \text{ (بعد التصادم)} \rightarrow (٥)$$

وتصبح العلاقة (١) السابقة علي الصورة :

$$eV = E_K = h\nu_{\max} \rightarrow (٦)$$

حيث ν_{\max} هو أقصى تردد لفوتونات الأشعة السينية المتولدة والعلاقة السابقة (٦) يمكن كتابتها علي الصورة

$$E_K = h\nu_{\max} = hc / \lambda_{\min} = eV \rightarrow (7)$$

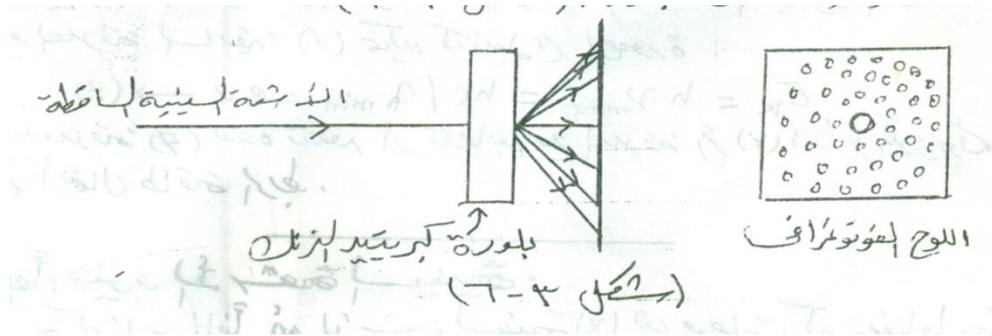
العلاقة (٧) هذه تتفق أو تتطابق مع العلاقة رقم (٣) لتأثير الكهروضوئي مع إهمال طاقة الربط .

٤- حيود الأشعة السينية :

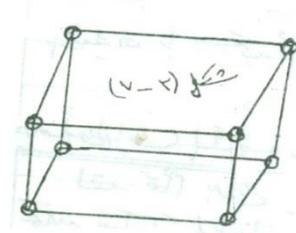
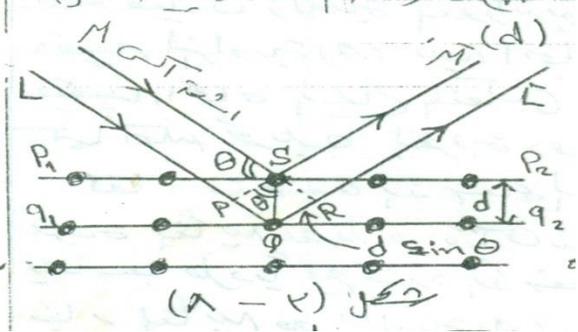
ذكرنا سابقاً أن أشعة السينية (x) هي موجات كهرومغناطيسية لها خصائص الموجات من تداخل ، حيود ، استقطاب ، الخ ولكن نظراً لأن طولها الموجي قصير جداً إذا ما قورن بالمسبة للضوء العادي - لذا فإنه لا يصح أن نقوم بداسة الأشعة السينية بواسطة الطرق العادية المستخدمة في الضوء العادي . فمن المعروف أن الأشعة الضوئية تحيد عن مسارها بمرورها في محزوز الحيود المناسب - حيث تكون المسافة بين خطوطه في حدود الطول الموجي للأشعة الضوئية في حدود ٥٠٠٠٠ انجستروم ، بينما الأشعة السينية الطول الموجي لهل في حدود ٢ انجستروم - لذا من الصعوبة بمكان صناعة محزوز حيود بتلك المسافات الصغيرة جداً .

وقد كان العالم لاو (Laue) أول من أدرك أن نظام ترتيب الذرات أو الجزيئات في أي تركيب بلوري يصلح كمحزوز حيود بالنسبة للأشعة السينية ، حيث أنه في البلورات الذرات ترتب نفسها هندسياً بطريقة منتظمة - والمسافة بين الذرات تكون في حدود الطول الموجي لأشعة اكس .

لاو عام ١٩١٢م أثناء قيامه بدراسة حيود الأشعة السينية علي بلورات مختلفة . فقد وجد أنه عند توجيه أشعة اكس علي بلورة كبريتيد الزنك ثم استقبال الأشعة النافذة علي لوح فوتوغرافي الملاحظة أنه وجد علي اللوح الفوتوغرافي بقعة مركزية ناشئة عن سقوط الأشعة السينية بالإضافة إلي ظهور بقع مضيئة أخرى اقل منها في الإضاءة موزعه بشكل متماثل علي اللوح الفوتوغرافي حول البقعة المركزية مما يدل علي أن بعض الأشعة السينية قد حادت عن مسارها عند مرورها خلال البلورة (شكل ٣-٦) .



وأبسط أنواع البلورات هي البلورات المكعبة إذ تتكون من مكعبات صغيرة متماثلة توجد الذرات عند أركانها وتكرر تلك المكعبات في الفراغ لتكون البلورة الكبيرة :



شكل (٧-3)

وفي بلورة كلوريد الصوديوم المكعبة وجد أن المسافة بين الذرات تكون حوالي ٢.٨ انجستروم وهي في حدود الطول الموجي لأشعة أكس .

بعد تجارب لآو لأختبار طبيعة أشعة أكس أو الأشعة السينية جاء وليم براج واقترح طريقة أو

نموذج بسيط يفسر به حيود الأشعة السينية على شبكية بلورية في هذا النموذج افترض براج أن

المستويات التي تتكون منها ذرات البلورة يمكن أن تعكس الأشعة السينية ، وتنتج الأشعة الحائدة في

أوضاع خاصة عندما تتداخل موجات هذه الأشعة السينية المنعكسة تداخلاً بناءً . وإذا اعتبرنا أن البلورة

تتكون من مجموعة من المستويات الذرية المتوازية كما بالشكل (٨-٣) وأن المسافة بين متسوين

متتاليين ثابتة وتساوي (d) . نفرض أن الشعاع (ms) قد قابل ذرة في المستوى P₁ P₂ بزواوية (φ) فإنه

سيحيد ويأخذ الوضع (sm) . كما سوف نفترض أن شعاع آخر (Lφ) قد قابل المستوى الثاني q₁ q₂

وأنه سوف يحيد في الاتجاه (φL") .

من الشكل يتضح لنا أن مسار الشعاع (LφL") يكون أطول من مسار الشعاع (msm") . لذلك فإن فرق

المسار يساوي 2d min φ حيث أن هذا الفرق في المسار يساوي عدد صحيح للطول الموجي (λ)

$$\therefore P\phi + \phi R = 2d \sin \theta = n\lambda$$

$$\therefore n\lambda = 2d \sin \theta \rightarrow \text{قانون براج (٨)}$$

بواسطة هذا القانون يمكن معرفة شكل الشبكية البلورية للمواد وذلك بتعيين المسافة (d) بين المستويات الذرية

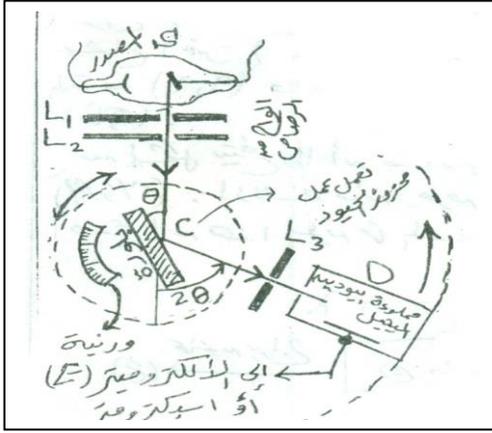
(وهي المقابلة للمسافة بين البقع الضوئية على اللوح الفوتوغرافي) .

ويسمى هذا القانون " بقانون براج " ويعتبر حجر الأساس في علم البلورات بواسطة أمكن تحديد

التركيب الشبكي لبلورات المواد المختلفة . ونستفيد من حيود أشعة أكس الآن في التعرف علي المواد المجهولة وذلك بحساب المسافة بين المستويات البلورية والمناظرة للبقع المضيئة باستخدام قانون براج ثم مقارنة تلك المسافات بجداول عيارية خاصة .

٥- مطياف الأشعة السينية :

لقد قام براج بتصميم مطياف للأشعة السينية بواسطة يمكن قياس الطول الموجي وشدة الأشعة السينية -



وذلك لأثبت صحة قانونه السابق ذكره بالتجربة .

شكل (٣-٩) يوضح تركيب جهاز مطياف الأشعة السينية

لبراج وهو يتركب من مصدر للأشعة السينية (S) ، يرسل شعاعاً ضيقاً يمر خلال فتحتين صغيرتين (L_1 , L_2) ، ثم يسقط علي بلورة (C) مثبتة علي منضدة يمكن تحريكها دورانياً حول محور رأسي ، كما يمكن قياس زاوية الدوران

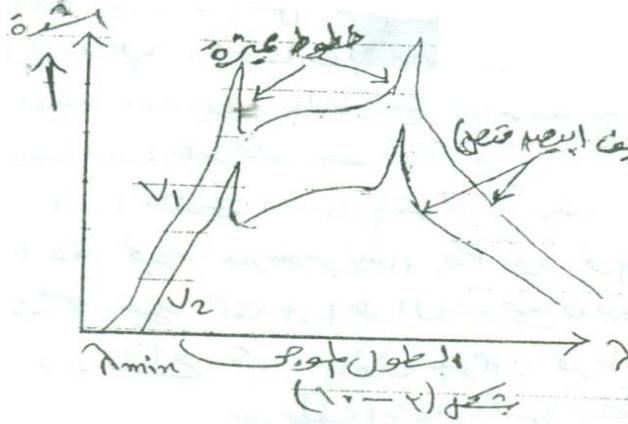
بواسطة ورنية . بذلك نستطيع تعيين الزاوية (θ) بين اتجاه الشعاع الساقط و سطح البلورة - كما يتعين اتجاه

الشعاع المنعكس بواسطة غرفة تأين (D) تتصل بالكتروميتر (E) ، تقاس شدة الأشعة اليلية التي تدخل غرفة التأين عن طريق قياس تيار التأين الذي يتناسب طردياً مع شدة الأشعة . عند قياس تيار التأين مع الزاوية (θ) وجدت انعكاسات قوية للأشعة عند زوايا معينة يتحقق معها قانون براج . وعند تغيير موضع البلورة وإعادة التجربة وجد أن المسافة العمودية بين المستويات الذرية (d) تتناسب دائماً مع مقلوب جيب الزاوية (θ) والتي يكون عندها اقوى انعكاس

$$d \alpha \frac{1}{\sin \theta} \rightarrow (9)$$

٦- الطيف المستمر والطيف الخطي للأشعة السينية :

إذا حللنا حزمة من الأشعة السينية الصادرة من أنبوبة أشعة أكس - نجد أن شدة الأشعة تتغير مع الطول الموجي شكل (٣-١٠) فتظهر مركبتان لطيف الأشعة - الأولى إشعاع متصل وأحياناً يسمى إشعاع أبيض والثانية خطوط طيفية تظهر في شكل قمم في الشدة عند أطوال موجية محددة .



عند دراسة كل مركبة من هذا الطيف وجد أن الطيف المستمر لا يتوقف علي نوع مادة الهدف (الأنود) وإنما يتوقف علي فرق الجهد (V) بين الكاثود والأنود أي أنه يتوقف علي سرعة الإلكترونات وطاقة حركتها عند اصطدامها بالأنود وطبقاً لنظرية الكم نجد أن الإلكترون المعجل عندما توقفه مادة الأنود تتحول معظم طاقته إلي حرارة ويتحول الجزء الباقي إلي إشعاع كهرومغناطيسي .

فإذا فرضنا أن طاقة الإلكترون قبل تصادمه هي (ev) وأن كل هذه الطاقة قد تحولت إلي فوتون

أشعة أكس فإن :

$$ev = h\nu = hc / \lambda_{\min} \rightarrow (10)$$

حيث λ_{\min} هي أقصر طول موجي يمكن أن تنتجها أنبوبة الأشعة السينية عندما يكون فرق الجهد بين قطبيها (V) - وبزيادة فرق الجهد تزداد شدة الأشعة السينية كما هو موضح بالشكل .

أما الطيف الخطي فإنه ينشأ بنفس الكيفية التي ينشأ بها الطيف الضوئي - أي أن طريق قفزات

الإلكترونية بين مستويات الطاقة الداخلية في ذرة الهدف . نستنتج من ذلك أن الطيف الخطي للأشعة

السينية يساعد علي معرفة مستويات الطاقة الداخلية لذرة الهدف المثارة بواسطة تصادم الإلكترونات المعجلة معها في أنبوبة الأشعة السينية . وسنوضح فيما يلي أمثلة لطيف الأشعة السينية في حالة اصطدام

الإلكترونات المعجلة بجهود مختلفة بأهداف مصنوعة من مادة التنجستن والموليبيديوم

□ بالنسبة للتنجستن :

يوضح الشكل (٣-١١ أ) العلاقة بين شدة الأشعة السينية مع الطول الموجي واضح من هذا الشكل أن

المنحنيات لها شكل مميز شبيه بتلك التي حصلنا عليها في الباب الثاني لمنحنيات الإشعاع الحراري - وهي

أيضاً شبيهة بها من حيث أنه لا يمكن تفسيرها بالنظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية ، ومن هذه المنحنيات نلاحظ الآتي :-

- ١- أشعة أكس المتولدة تكون متصلة (مستمرة) الطيف، تزداد شدتها بزيادة الجهد الموضوع بين الكاثود والأنود - وهناك قيم عظمى للشدة عند كل جهد تقابل أطوال موجبة معينة .
- ٢- تزداد قيم الطول الموجي بزيادة فرق الجهد ناحية الأطوال الموجبة القصيرة مع ملاحظة أن طيف اشعة أكس يختفي عند قيم معينة لفرق الجهد (V) تكون أقل من تلك اللازمة لأعطاء الإلكترونات المعجلة طاقة تساوي طاقة التأين لمستوى الطاقة (K) .
- ٣- وجد أن λ_{\min} تتناسب عكسياً مع فرق الجهد من خلال علاقة (دوان - صونت) :

$$\lambda_{\min} = 1.24 \times 10^{-6} / V \rightarrow (11)$$

ويفسر هذا بأن الإلكترونات المعجلة تفقد جزء كبير من طاقة حركتها عند اصطدامها بالهدف وتحول هذه الطاقة إلى حرارة - الأمر الذي يلزمنا أن نستخدم أهداف من مواد درجة أنصهارها عالية مثل التنجستين والموليبيديوم . أما الجزء الباقي من طاقة الحركة فهو الذي ينتج عنه أشعة (x) نتيجة لتصادم الإلكترونات بمادة الهدف . وعندما يعطي الإلكترون كل طاقة حركته لفوتون واحد طاقته $h\nu_{\max}$ حيث أن

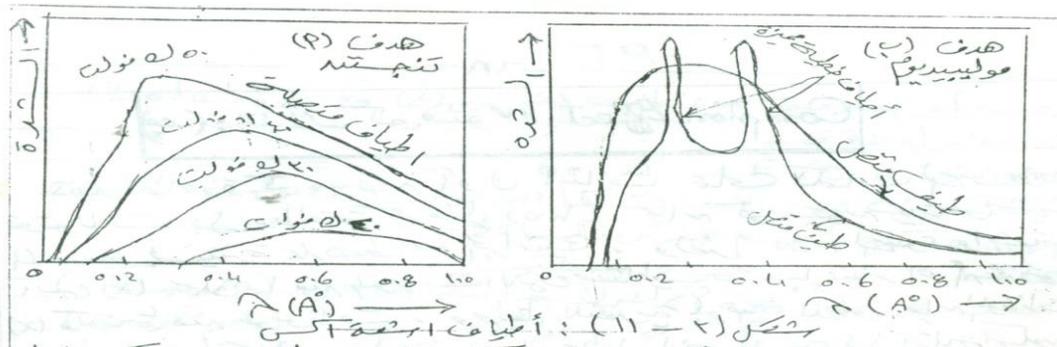
$$\therefore eV = h\nu_{\max} = hc / \lambda_{\min} \rightarrow (12)$$

$$\therefore \lambda_{\min} = hc / eV = 1.24 \times 10^{-6} / V$$

وهي نفس العلاقة السابقة (١١) لـ " دوان - صونت " .

□ بالنسبة للموليبيديوم :

يوضح الشكل (١١-٣) العلاقة بين شدة الأشعة السينية مع الطول الموجي ومن هذا الشكل يتضح الآتي



١- عند قيم (V) اقل أو تساوي ٢٣ كيلو فولت فإن طيف أشعة أكس المتولد يكون متصلاً ، ولكن عندما تزيد قيمة فرق الجهد عن تلك القيمة سوف تظهر خطوط طيفية تتداخل مع الطيف المتصل لهذه الأشعة - وتكون الأطوال الموجبة التي تظهر عندها تلك الخطوط مميزة لنوع مادة الهدف.

٢- قيمة λ_{\min} المحسوبة من المعادلة (١٢) تكون واحدة بالنسبة لكلاً من الموليبيدوم والتنجستين عن نفس قيمة فرق الجهد .

٣- تظهر قيمتين عظيمتين للشدة يعرف بـ "K-lines" لأشعة أكس حيثُ يتكون كل "K-lines" لكل عنصر من خطين كل منهما أشد تعقيداً من الآخر

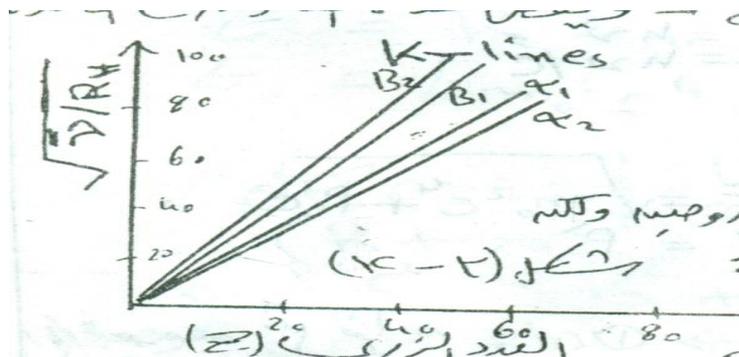
□ قانون موسلي : في عام ١٩١٣ تمكن موسلي من اكتشاف قانون هام يربط بين أطيااف الأشعة السينية والعدد الذري Z للعنصر ، وذلك بعد فحص ودراسة عدد كبير من العناصر وتحليل أطياافها - ويعطى هذا القانون علي الصورة

$$\nu = \frac{3}{4} \phi_h (Z - 1)^2 \quad \longrightarrow (١٣)$$

يمكن كتابة هذه المعادلة في الصورة :

$$\nu = \phi_h (Z - 1)^2 \left[\left(\frac{1}{1} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] \quad \longrightarrow (١٤)$$

وهذه المعادلة تشبه سلسلة ليمان في طيف ذرة الهيدروجين ولكن شحنة النواة هنا (Z-1) . يوضح الشكل التالي هذه العلاقة الرياضية بياناً بين $\sqrt{\nu} \times R_h$ والعدد الذري (Z) وهي عبارة عن خط مستقيم - كما يتضح أن كل من K_B , K_x ينقسم إلي خطين . وهذا يبين أن طيف اشعة اكس ينشأ في مستويات الطاقة الداخلية الذرية المختلفة



أمثلة متنوعة

(١) أقصر الأطوال الموجية المنبعثة من أنبوب الأشعة السينية يعتمد فقط على جهد التشغيل V لأن أعلى طاقة للفوتونات المنبعثة

تساوي أقصى طاقة حركة للإلكترونات المعجلة في الأنبوب

طاقة الفوتونات تساوي $h\nu$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eV \quad \text{أقصى طاقة حركة الإلكترونات}$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$

$$\therefore \lambda_{min} = \frac{hc}{eV} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 30 \times 10^3} = 4.14063 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\approx 0.414 \text{ \AA}$$

(٢) أعلى تردد للأشعة السينية يكافئ أعلى طاقة للفوتونات المنبعثة وبالتالي يكافئ أعلى طاقة حركة للإلكترونات

المعجلة داخل الأنبوب

أعلى طاقة للفوتونات تساوي $h\nu_{max}$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eV \quad \text{أقصى طاقة حركة الإلكترونات}$$

$$h\nu_{max} = \frac{mv_{max}^2}{2} = eV$$

$$\nu_{max} = \frac{eV}{h} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 20 \times 10^3}{6.625 \times 10^{-34}} = 4.83019 \times 10^{18} \text{ Hz}$$

(٣) حيث أن زاوية الحيود تساوي 14° وأن جهد التشغيل للأنبوب $9045V$ وأن المسافة بين الطبقات الذرية 2.814\AA ،

لذلك فإننا سنستخدم قانون براج

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

ظهور أول خط طيف حائد من البلورة يعني أن رتبة التداخل $n = 1$ ومن ثم

$$\lambda = 2d \sin \theta = 2 \times 2.814 \times 10^{-10} \times \sin 14 = 1.36154 \times 10^{-10} \text{ m} = 1.36154 \text{ \AA}$$

هذا الطول الموجي للفوتونات التي انطلقت من الأنبوب عند جهد تشغيل يساوي $9045V$ ومن ثم

$$eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$

$$\therefore h = \frac{eV\lambda_{min}}{c} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 9045 \times 1.36154 \times 10^{-10}}{3 \times 10^8} = 6.56807 \times 10^{-34} \text{ Joule . sec}$$

(٤) حيث أن جهد التشغيل للأنبوب 40 KV فإن أصغر الأطوال الموجية المنبعثة من الأنبوب

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 40 \times 10^3} = 3.10547 \times 10^{-11} \text{m}$$

لمعرفة أصغر زاوية حيود، لابد من معرفة المسافة بين الطبقات الذرية لكي نستطيع تطبيق قانون براج

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

بفرض أن $d = 3.2 \text{ \AA}$

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda_{min}}{2d} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{3.10547 \times 10^{-11}}{2 \times 3.2 \times 10^{-10}} \right) = \sin^{-1} (0.048523)$$

$$= 2.78125^\circ$$

(٥) حيث أن طاقة الأشعة السينية 140KeV ، وأن معامل الامتصاص الخطي 15.5 m^{-1}

أولاً : لتحديد قيمة السمك النصفى وهو سمك العينة عندما تنفذ منه نصف كثافة الأشعة الساقطة عليها

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

$$\therefore I = \frac{I_0}{2} \rightarrow x = x_{1/2}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu x} \rightarrow \ln \left(\frac{1}{2} \right) = -\mu x_{1/2}$$

$$x_{1/2} = \frac{\ln \left(\frac{1}{2} \right)}{-\mu} = \frac{-\ln 2}{-\mu} = \frac{\ln 2}{\mu} = 0.0447192 \text{ m} \approx 4.5 \text{ cm}$$

تمارين

س^١ : تعجل الإلكترونات في أنبوبة تلفزيون بجهد ٢٠٠٠ فولت . ما هو أقصر طول موجي للأشعة السينية

المتولدة في الجهاز عندما تصطدم هذه الإلكترونات بشاشة التلفزيون ؟

س^٢ : انعكست أشعة أكس بقوة علي سطح بلورة من الكالسيت وعند سقوطها في اتجاه يصنع زاوية $14^\circ 42'$

مع سطح البلورة الذي يتكون من المستويات الذرية المتوازية . حيث أن المسافة العمودية بين كل اثنين منها

هي 3.03×10^{-10} متراً . أحسب طول موجية أشعة أكس - وما هي الزوايا الأخرى التي تحدث انعكاسا

قوياً آخر ؟

س^٣ : اصطدمت أشعة سينية طاقتها تساوي (0.5Mev) بالإلكترون ساكن فأرثد الإلكترون بطاقة حركة

(0.1Mev) . أحسب طول موجة الفوتون المشتت وزاوية التشتت ϕ ؟ .

ثالثاً: ظاهرة تأثير كومبتون (Compton Effect)

التجربة التي تؤكد بوضوح الطبيعة الجسيمية للإشعاع the particle nature of radiation تسمى بتأثير (ظاهرة) كومبتون نسبة للعالم كومبتون Arthur H. Compton لقد اكتشف كومبتون أنه إذا اخترق إشعاع ذو طول موجي (في منطقة الأشعة السينية X-ray) شريحة معدنية فسيتبعثر scattered بطريقة لا يمكن تفسيرها حسب النظرية التقليدية للإشعاع.

الذي تخبرنا به قوانين الفيزياء التقليدية أن شدة الإشعاع I المنبعث من مادة نتيجة تأثرها بإشعاع سقط عليها (مما يؤدي إلى اهتزاز إلكتروناتها والتي بدورها ستبعث إشعاع) عندما تقاس عند زاوية θ (بالنسبة لاتجاه الأشعة الساقطة) فإن I تتغير مع θ حسب العلاقة

زاوية التبعثر

شدة الإشعاع المبعثر

$$I \approx (1 + \cos^2 \theta)$$

أى ان (I) لا تعتمد على طول موجة الضوء الساقط

وهذا يعني أن I لا تعتمد على الطول الموجي للأشعة الساقطة، وهذا يتعارض بوضوح مع النتائج التجريبية (شكل 1-6) والتي يتبين بوضوح تغير I بتغير λ .

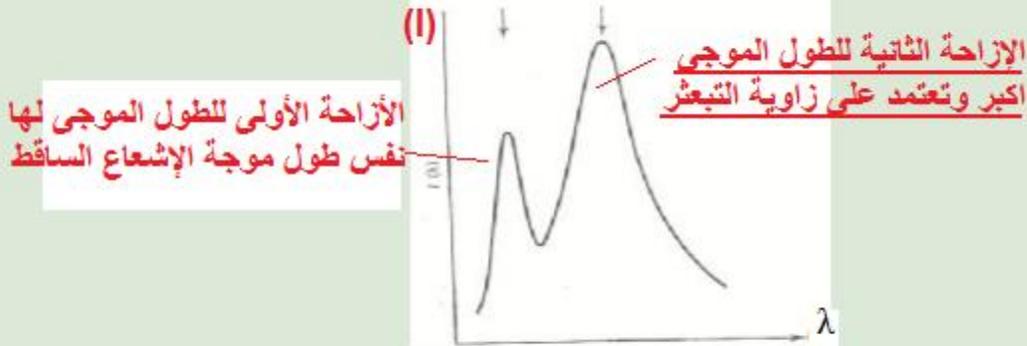


Figure 1-6. The spectrum of radiation scattered by carbon, showing the unmodified line at 0.7078 \AA on the left and the shifted line at 0.7314 \AA on the right. The former is the wave-length of the primary radiation.

نتائج تجربة كومبتون:

لقد وجد كومبتون أن الإشعاع المتبعثر له مركبتين؛ مركبة طولها الموجي مساوٍ لطول موجة الإشعاع الساقط ومركبة أخرى تختلف في طولها الموجي عن الطول الموجي للإشعاع الساقط وتعتمد على زاوية البعثة وقد تمكن كومبتون من شرح وجود مركبة الإشعاع المتبعثرة ذات الطول الموجي المختلف عن الطول الموجي الساقط وذلك باعتبار الشعاع الساقط عبارة عن شعاع من الفوتونات بطاقة $h\nu$ حيث يعاني كل فوتون من تبعثر (تشتت) مرن elastic scattering مع كل إلكترون.

وكما هو معلوم، في حالة التشتت المرن فإن كمية الحركة momentum والطاقة energy كميات تخضع لقانون الحفظ (البقاء) momentum and energy .must be conserved.

ولتفسير هذه الظاهرة رياضياً، افترض كومبتون أن الفوتون له كمية حركة p تعطي بالعلاقة

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

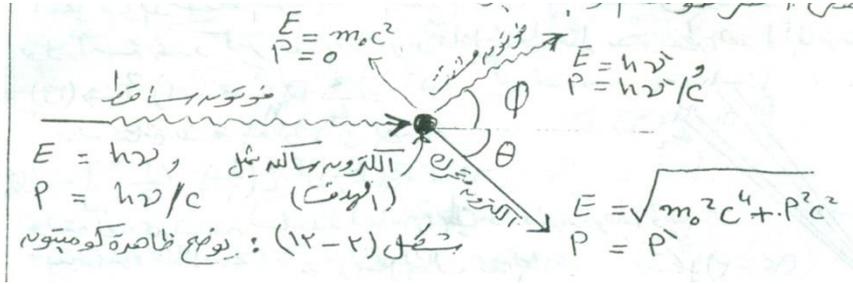
حيث تم اعتبار الحركة الديناميكية للفوتون كجسيم يخضع لقوانين النظرية النسبية والتي توضح العلاقة بين الطاقة وكمية الحركة.

$$E = [(m_0 c^2)^2 + (pc)^2]^{1/2}$$

حيث m_0 هي الكتلة السكونية rest mass للجسيم

تعد ظاهرة كومبتون أول إثبات عملي لكمات الضوء ووجود فوتونات بها وطاقة كل منها $(h\nu)$. وطبقاً للنظرية الموجبة للضوء فإن الفوتونات يمكن معاملتها كالجسيمات باستثناء أنه ليس لها كتلة سكون مثل الألكترون (m_0) . ولكن طبقاً لمعادلة اينشتاين لتكافؤ المادة والطاقة فإن كل فوتون يمكن معاملته كالجسيم كتلته تساوي $\frac{h\nu}{c^2}$ وكمية التحرك له تساوي $\frac{h\nu}{c}$.

وبناءً على ذلك فإنه يمكننا دراسة التصادم بين الفوتونات والإلكترونات . شكل (٣-١٣) يوضح عملية التصادم بين فوتون أشعة (X) بإلكترون موجود في حالة سكون . وينشأ من عملية التصادم هذه تشتت للفوتون بعيداً عن اتجاه حركته الأصلية ، بينما يبدأ الإلكترون في الحركة بعد اكتسابه لجزء من طاقة الفوتون الساقط . وعلى ذلك فإن الفوتون المشتت سوف تكون طاقته أقل من طاقة الفوتون الساقط - ومعنى ذلك أن تردده أقل من تردد الفوتون الساقط أو بمعنى آخر طول موجي أكبر .



ومن ثم فإن :

$$h\nu - h\nu' = K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow (1)$$

حيث ν , ν' هم تردد كل من الفوتون الساقط والمشتت على الترتيب ، K تمثل طاقة الحركة التي أكتسبها

الإلكترون بعد التصادم . وحيث أن العلاقة بين طاقة الفوتون (E) وكمية التحرك له (P) تعطى من :

$$E = P c \quad \text{or} \quad P = E/c = h\nu/c \rightarrow (2)$$

ويمكن تعريف هذه الكميات كما هو موضح بالشكل (٣-١٣) كما يلي :

$$= h\nu/c = \text{كمية التحرك للفوتون الساقط .}$$

$$= h\nu'/c = \text{كمية التحرك للفوتون المشتت}$$

صفر = يمثل كمية التحرك الابتدائية للإلكترون (وهو ساكن) .

P = يمثل كمية التحرك النهائية للإلكترون (وهو متحرك) .

وبتطبيق مبدأ تساوي الطاقة في اتجاه الفوتون الساقط نحصل على :

$$h\nu/c + \text{zero} = (h\nu'/c) \cos \phi + P \cos \theta \rightarrow (3)$$

ثم في الاتجاه العمودي على اتجاه الفوتون الساقط :

$$zero = (h\nu' / c) \sin \varphi - P \sin \theta \quad \longrightarrow \quad (٤)$$

حيثُ أن الزاوية (φ) تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط والفوتون المشتت بينما (θ) تمثل الزاوية بين اتجاه الفوتون الساقط والإلكترون المرتد بضرب طرفي المعادلتين (٣) ، (٤) في (C) نحصل علي :

$$Pc \cos \theta = h\nu - h\nu' \cos \varphi \quad \longrightarrow (٥)$$

$$Pc \sin \theta = h\nu' \sin \varphi \quad \longrightarrow (٦)$$

بتربيع طرفي المعادلتين (٥) ، (٦) ثم الجمع نجد أن

$$P^2 C^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \varphi + (h\nu')^2 \quad \longrightarrow (٧)$$

باستخدام معادلة حساب الطاقة الكلية من نظرية اينشتاين النسبية لمبدأ الطاقة :

$$E = (K + m_0 c^2) \quad \longrightarrow \quad (٨)$$

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + P^2 c^2} \quad \longrightarrow \quad (٩)$$

بتربيع المعادلتين (٨) ، (٩) ثم مساواة الطرفين نحصل علي :

$$(K + m_0 c^2)^2 = (m_0^2 c^4 + P^2 c^2) \quad \longrightarrow \quad (١٠)$$

$$P^2 c^2 = K^2 + 2m_0 c^2 K \quad \longrightarrow \quad (١١)$$

ومن العلاقة السابقة (١) حيثُ أن $[K = h\nu - h\nu']$ بالتعويض في (١١) نحصل علي :

$$P^2 C^2 = (h\nu)^3 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_0 c^2 (h\nu - h\nu') \quad \longrightarrow (١٢)$$

بالتعويض عن قيمة $P^2 c^2$ من (١٢) في (٨) نجد أن :-

$$\therefore 2m_0 c^2 (h\nu - h\nu') = 2(h\nu)(h\nu') (1 - \cos \varphi) \quad \longrightarrow (١٣)$$

لتبسيط هذه المعادلة (١٣) بقسمة طرفيها علي $(2 h^2 c^2)$ نحصل علي

$$\frac{m_0 C}{h} \left(\frac{\nu}{C} - \frac{\nu'}{C} \right) = \frac{\nu}{C} - \frac{\nu'}{C} (1 - \cos \varphi) \quad \longrightarrow \quad (١٤)$$

المعادلة (١٤) يمكن كتابتها بدالة الطول الموجي :

$$\therefore \nu = \frac{C}{\lambda} \therefore \frac{\nu}{C} = \frac{1}{\lambda}, \frac{\nu'}{C} = \frac{1}{\lambda'} \quad \longrightarrow \quad (*)$$

بالتعويض من (*) في المعادلة (١٤) نحصل علي

$$(m_0 C / \lambda) \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = (1 - \cos \varphi) / \lambda \lambda' \quad \longrightarrow \quad (١٥)$$

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{m_0 C} (1 - \cos \varphi) \quad \longrightarrow \quad (١٦)$$

وقد تبين من القياسات المعملية أن طول موجة الفوتون والمتشتت λ تتطابق مع القيمة النظرية. أمّا المركبة الثانية لـ λ (انظر شكل والذي يبين مركبتين لـ λ إحداهما تختلف عن λ_0 والأخرى مساوية لـ λ_0) والتي لا تتغير بالنسبة فإن منشأها هو تصادم الفوتون الساقط مع الذرة ككل، فلو عوضنا عن m بكتلة الذرة (بدلاً من كتلة الإلكترون) وحيث أن هذه القيمة في المقام (وهي كبيرة جداً بالنسبة لكتلة الإلكترون) فإن الحد $\frac{h}{mc}$ ستكون قيمته صغيرة جداً قريبة من الصفر، أي أن $\lambda - \lambda_0 \approx 0$ وهذا يعني $\lambda \approx \lambda_0$ وأخيراً ما الذي نستنتجه من تأثير كومبتون؟

إن القياسات التي أجريت على الإلكترون المرتد والفوتون المتبعثر منه تؤكد- بما لا يدع مجالاً للشك - بأن هذا التصادم مماثل للتصادم الذي يحدث

بين كرتي بلياردو، أي أن الفوتون (أو الشعاع الساقط) يجب أن تتعامل معه على أساس أنه جسيم، وهذا يؤكد الطبيعة الجسيمية للإشعاع.

علاقة كومبتون التي تصف لنا التغير المتوقع في الطول الموجي للفوتون المشتت بزاوية (φ) وذلك عند اصطدامه بجسيم ساكن كتلته (m_0) . وهذه التغير في الطول الموجي لا يعتمد علي الطول الموجي للفوتون الساقط. ويطلق علي الكمية $(h/m_0 C)$ بالطول الموجي لكومبتون حيث لها ابعاد الطول الموجي ومقداره (0.2426 \AA) أو (2.4260×10^{-12}) .

ايضاً المعادلة (١٦) توضح أن اقصى تغيير في الطول الموجي للفوتون يحدث عندما تكون قيمة

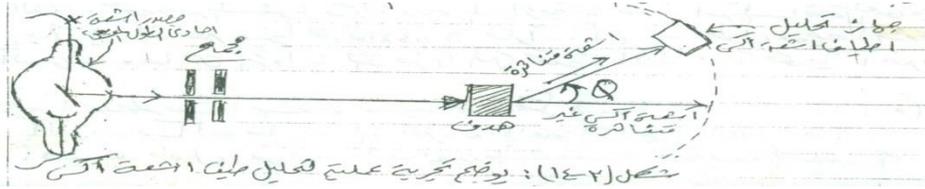
$(\varphi = 180^\circ)$ - أي عندما يكون التغيير في الطول الموجي للفوتون مساوياً ضعف الطول الموجي لكومبتون

وحيث أن الطول الموجي لكومبتون يساوي (0.2426 \AA) والجسيمات الأخرى تكون هذه القيمة اصغر $\frac{h}{m_0 C}$

من ذلك لكبر كتلة السكون الخاصة بها عن كتلة السكون للإلكترون . وعلي ذلك يكون أقصى تغيير في الطول الموجي في ظاهرة كومبتون يساوي 0.0248 \AA . انجستروم .

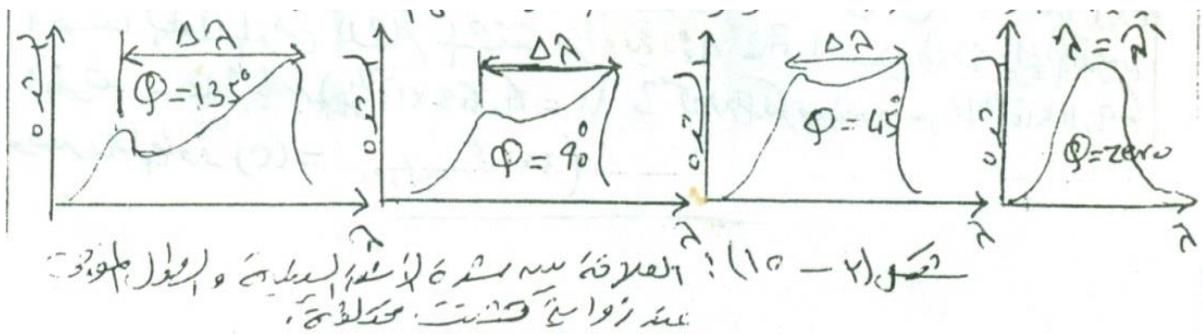
التحقيق التجريبي لظاهرة كومبتون

أمكن التحقق من ظاهرة كومبتون عملياً كما بالشكل (٣-١٤) هذا الشكل يوضح رسماً تخطيطياً لتجربة عملية وفيها يسقط شعاع أحادي اللون الموجي من أشعة أكس على هدف معين - ثم بقياس الطول الموجي للأشعة أكس المشتتة عند قيم مختلفة للزاوية (ϕ) .



* نتائج هذه التجربة تتلخص في الشكل (٣-١٥) مع ملاحظة الأتي :

- ١- عند سقوط حزمة من الأشعة السينية أحادية الطول الموجي على هدف معين ثم بقياس الطول الموجي لأشعة أكس المتناثرة عند زوايا مختلفة لـ ϕ .
- ٢- توجد نسبة من أشعة أكس المشتتة للأشعة الساقطة - ويفسر هذا بأنه هناك نسبة من الإلكترونات مادة الهدف تكون مرتبطة بنواة الذرة ، مما يصعب عليه انبعائها - وينتج من عملية التصادم تحرك الذرة نفسها بدلاً من تحرك الإلكترون المفرد ، وفي هذه الحالة فإن (m_0) في المعادلة (١٦) يعوض عنها للذرة وليس للإلكترون - علماً بأن (m_0) للذرة أكبر في حدود 10^4 مرة قدر (m_0) للإلكترون ، مما ينشأ عن ذلك صفر إزاحة كومبتون بحيث أن (λ) لأشعة أكس المشتتة لا تختلف بدرجة ملحوظة عن (λ) لفوتونات أشعة أكس الساقطة .



مادة صلبة تأثير كومبتون

١- احسب طول موجة كومبتون لبروتون. (كتلة بروتون تساوى 938.3 MeV).

يتم تعريف المقدار $\frac{h}{m_0 c}$ بأنه طول موجة كومبتون Compton wavelength

$$\therefore \frac{h c}{m_0 c^2} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{938.3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{19}} = 1.323 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$= 1.323 \times 10^{-5} \text{ \AA} \quad \text{انجستروم}$$

٢- احسب نسبة التغير في الطول الموجي إلى الطول الموجي عندما يعاكس متونين صوره مرئي 5000 \AA تأثير كومبتون وينحرف بزاوية 90° عند اصطدامه بالالكترون.

عند اصطدام λ^* الطول الموجي إلى λ والطول الموجي بعد الاصدام λ' ، فيزيد عن الزيادة (التغير) في الطول الموجي من بعد الاصدام

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{19}} (1 - \cos 90^\circ)$$

$$= 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

وبالتالي فانه نسبة التغير في طول الموجي

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{2.43 \times 10^{-12}}{5000 \times 10^{10}} = 4.86 \times 10^{-6}$$

ملاحظة: يجب ملاحظة تحويل $\frac{h}{m_0 c}$ إلى $\frac{h c}{m_0 c^2}$ حيث $m_0 c^2$ كتلة بروتون بالالكترون.

٣- فوتون أشعة سينية ذو طول موجة 0.300 \AA منحرف بزاوية 60° عندما اصطدم بالالكترون ثابت. احسب طول الموجة للفوتون المنحرف وكذلك طاقة حركة الالكترون بعد الاصدام.

$$\therefore \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

$$m_0 c^2 = \text{طاقة الكتلة للالكترون}$$

$$= 0.511 \text{ MeV}$$

$$\therefore \lambda' = \lambda + \frac{h c}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$= 0.300 \times 10^{10} + \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{19}} (1 - \cos 60^\circ)$$

$$= 3 \times 10^{11} + 2.43 \times 10^{-12} (1 - \frac{1}{2}) = 3.12 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$= 0.312 \text{ \AA} \quad \leftarrow \text{الطول الموجي للفوتون المنحرف}$$

$$E_e = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

$$= 6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{0.3 \times 10^{10}} - \frac{1}{0.312 \times 10^{10}} \right)$$

$$= 2.548 \times 10^{-16} \text{ Joule}$$

$$= 1.592 \times 10^3 \text{ eV}$$

$$= 1.592 \text{ KeV}$$

طاقة حركة الإلكترون بعد الاصدام
وهو مقدار الطاقة المفقودة
نتيجة الاصدام مع الفوتون.

باستخدام قانون حفظ الطاقة نجد أنه

مجموع الطاقة بعد الاصدام = مجموع الطاقة قبل الاصدام

$$\frac{hc}{\lambda} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + E_e + m_0c^2$$

↓ له طاقة الفوتون
الاقط
 ↓ الطاقة المكافئة
كتلة الإلكترون
أثناء الاصدام
 ↓ طاقة الحركة
الفوتون
 ↓ طاقة الحركة
الإلكترون

٤- عند تجربة كومبتون يتسبب التمدد طاقة حركة مقدارها 0.1 MeV عندما
اصطدم بأحد فوتونات الأشعة السينية ذو طاقة 0.5 MeV. واجب لطول الموجة
للفوتون بعد الاصدام. إذا كان الإلكترون في حالة ثبات قبل الاصدام.

باستخدام قانون حفظ الطاقة

$$E_{init} = E_{final}$$

↓ الطاقة قبل الاصدام
 ↓ الطاقة بعد الاصدام

$$E + m_0c^2 = E' + (E_e + m_0c^2)$$

↓ له طاقة الفوتون قبل الاصدام
 ↓ الطاقة المكافئة كتلة الإلكترون
 ↓ طاقة الفوتون بعد الاصدام
 ↓ طاقة حركة الإلكترون

$$\therefore 0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} + 0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$= E' + 0.1 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} + 0.511 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\therefore E' = (0.511 - 0.1) \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$= 0.411 \text{ MeV}$$

٦- فوتون طول موجته 1 \AA اصطدم بالإلكترون ساكن ، إذا كانت زاوية استطارة الفوتون 90° .

1. أحسب التغير في طول موجة الفوتون والتغير في طاقته بعد التصادم .
2. أحسب الطاقة الحركية للإلكترون .

الحل

لإيجاد التغير في طول موجة الفوتون نستخدم معادلة (30.1).

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

حيث θ هي زاوية استطارة الفوتون وبتويض قيم ثابت بلانك والكتلة وسرعة الضوء

$$\lambda' - \lambda = 0.0243 (1 - \cos 90^\circ) = 0.0243 \text{ \AA}$$

طاقة الفوتون قبل التصادم

$$E = \frac{h c}{\lambda} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{1 \times 10^{-10} \text{ m}} = 1.98 \times 10^{-15} \text{ J}$$

طول موجة الفوتون بعد التصادم

$$\lambda' = 1.0243 \text{ \AA}$$

طاقة الفوتون بعد التصادم

$$E' = \frac{h c}{\lambda'} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{1.0243 \times 10^{-10} \text{ m}} = 1.93 \times 10^{-15} \text{ J}$$

إذن فإن التغير في طاقة الفوتون يكون

$$E - E' = (1.98 - 1.93) \times 10^{-15} \text{ J} = 0.05 \times 10^{-15} \text{ J} \simeq \underline{\underline{313 \text{ eV}}}$$

الباب الثالث

الخاصية الموجية للجسيمات

الباب الثالث

دراسة السلوك الموجى للجسيمات (الخصائص الموجية للمادة)

١- نظرية دي برولي للأمواج والجسيمات :

لقد رأينا فيما سبق من ظاهرة كومبتون والظاهرة الكهروضوئية أن فوتونات الضوء (الموجات الكهرومغناطيسية) لها صفتان :

٢- صفة جسيمية

١- صفة موجية

وقد يبدو لنا غريباً بعض الشيء فرض وجود صفة مزدوجة للموجات الكهرومغناطيسية ، فهي عند التعامل مع المادة تبدو كالجسيمات وعندما تنتشر وتتداخل وتستقطب تبدو كالأموج . يميز الأمواج الكهرومغناطيسية في حالتها الموجية طول موجي (λ) وتردد (ν) يرتبطان بسرعة الأمواج (C) بالمعادلة :

$$c = \lambda \nu \quad \rightarrow \quad (1)$$

بينما عندما نصف الموجات الكهرومغناطيسية (الضوء) بالجسيمات يكون لكل جسيم طاقة (E) وكمية حرارة (P) تعطى بالمعادلة للفوتون

$$P = mc = E/c \quad \rightarrow \quad (2)$$

أو باعتبار أن الضوء مكون من فوتونات شبة جسيمية حيث أن كل فوتون له طاقة (E) وكمية تحرك (P) محددتين بالتردد (ν) والطول موجي (λ) المصاحب للشعاع كما يلي :-

$$\nu = E/h \quad \rightarrow \quad (3)$$

$$\lambda = h/P \quad \rightarrow \quad (4)$$

نلاحظ في هاتين المعادلتين ان الطرف الأيسر (ν , λ) يعتبران عند الصفة الموجية - بينما الطرف الأيمن في المعادلتين يعبر عن الصفة الجسيمية . لذلك فإن الصفة المزدوجة للأشعاع الكهرومغناطيسي تكمن في هاتين المعادلتين (٣) ، (٤) - وأن الثابت الأساسي في النظرية الكمية (ثابت بلانك h) وهو الذي يربط مميزات الموجة بمميزات الجسيم . ونستطيع أن نقول أنه تحت ظروف معينة تتصرف الموجات الكهرومغناطيسية كالجسيمات وأن الفوتونات (كالجسيمات) سوف تتصرف تحت ظروف معينة كموجات .

وبالرغم من وجود هذه الخاصية الثنائية للموجات الكهرومغناطيسية إلا أنه لا يمكن للإشعاع الكهرومغناطيسي أن يتميز بكليهما معاً في تجربة واحدة (أي أن الإشعاع يتميز في تجربة معينة إما بالحركة الموجية وإما بالحركة الجسيمية).

في عام 1924، قدّم عالم فرنسي يدعى ديبرولي Louis de Broglie - وبناءً على ما سبق ذكره بالنسبة للضوء - نموذجاً يبين فيه الطبيعة الموجية للمادة؛ فإذا كان الضوء - ذو الطبيعة الموجية - يسلك أحياناً كما لو كان جسيمات، فلماذا لا يكون للمادة طبيعة موجية؟! وقد صاغ ديبرولي فكرته هذه بصيغة رياضية - اقتبسها من علاقة اينشتاين التي ترتبط بين طول موجة الفوتون λ وكمية حركته P ^(١) ، فإذا كان جسيم كتلته m وسرعته v فإن كمية حركته $p = mv$ عندئذ فإن الجسيم - وحسب نموذج ديبرولي - سيكون له طول موجي λ يعطي بالعلاقة.

$$\lambda = \frac{c}{v} = \frac{hc}{hv} = \frac{hc}{E} = \frac{h}{\frac{E}{c}} = \frac{h}{P}$$

*نص فرض دي برولي :

وينص فرض دي برولي الذي وضع عام ١٩٢٤م على أنه : " يجب ألا تقتصر هذه الخاصية الثنائية على الإشعاع فحسب بل يجب أن تخضع لها جميع الكميات الأساسية في علم الفيزياء " .
وعلي ضوء هذا الفرض يجب أن يصحب الإلكترونات والبروتونات والذرات والجزيئات " نوع من الحركة الموجبة " وقد ساقه هذا الفرض إلي بعض الاعتبارات التي تستند إلي النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين ونظرية الكم لبلاك ، فالطاقة الإشعاعية ذات الطول الموجي (λ) يكون لفوتونات العزم (P) علي الصورة

$$P = E/c = hv/c = h/\lambda \longrightarrow (٥)$$

من المعادلات السابقة وجد دي برولي أنه لجسيم كتلته (m) ويتحرك بسرعة (V) يمكن معاملته كموجه ترددها (ν) و طولها الموجي (λ) يعطيان بالمعادلتين :

$$v = mc^2 / h \rightarrow (٦)$$

$$\lambda = h / mv \rightarrow (٧)$$

مثال : وإذا طبقنا فرض دي برولي على الإلكترون كجسيم يتحرك تحت تأثير فرق الجهد (V) فإنه

يكتسب طاقة (E) تعطى من :

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = eV \rightarrow (٨)$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \left\{ \frac{1}{2} mv^2 \right\} \left\{ \frac{m}{m} \right\} = \frac{P^2}{2m} = eV \rightarrow (٩)$$

$$P^2 = 2meV \Rightarrow P = \sqrt{2meV}$$

$$P = mv = (2meV)^{\frac{1}{2}}$$

وتكون طول موجة دي برولي المصاحبة لحركة الإلكترون هي :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \rightarrow (١٠)$$

المعادلة (١٠) تعطي قيمة الطول الموجي المصاحب لحركة الإلكترونات ويسمى الطول الموجي هنا نسبة للعالم دي برولي بالطول الموجي لدي برولي المصاحب لحركة الإلكترون .

• التحقيق التجريبي لفرض دي برولي

وقد تم التأكد من فرض دي برولي بوجود تلك الموجة المصاحبة لحركة الجسيم المادى عملياً بواسطة عدة تجارب عملية منها تجربة دافيسون وجيرمر عام ١٩٢٧م ثم تجربة طومسون .

(أولاً) : تجربة دافيسون وجيرمر :

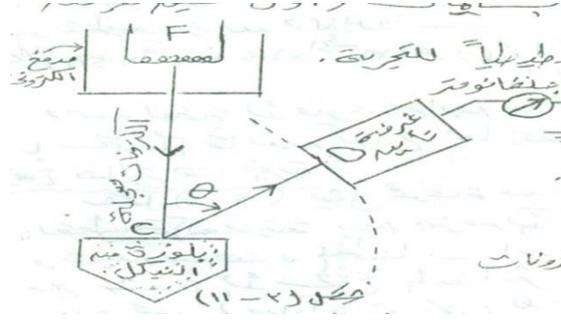
تعد تجربة دافيسون وجيرمر علي حيود الإلكترونات أول دليل عملي علي الطبيعة المزدوجة للجسيمات

وأول تحقيق لفرض دي برولي . يوضح شكل (٣-١١) رسماً تخطيطياً للتجربة حيث تنبعث الإلكترونات

من فتيلة (F) ساخنة من مادة التنجستين ثم تعجل الإلكترونات بواسطة فرق الجهد (V) يوضع علي اللوح

المدفع الإلكتروني تخرج حزمة من الإلكترونات المعجلة طاقتها (eV) لتسقط عمودياً علي سطح بلورة (C)

من النيكل متشتت الإلكترونات في جميع الاتجاهات .



نعين شدة شعاع الإلكترونات المستطارة في اتجاه معين بالسماح لهذا الشعاع بدخول غرفة تأين (D) فيحدث منها تيار كهربى يمكن قياسه بواسطة جلفانومتر حساس . ويمكن دوران غرفة التأين زاوياً لتغيير الزاوية (θ) ثم قياس شدة الأستطارة كدالة للزاوية (θ) كما يمكن تغيير فرق الجهد الذي تسقط خلاله الإلكترونات في المدفع الإلكتروني وذلك لتغيير كمية حركتها . وقد وجد بالتجربة أنه عند فرق جهد معين (٥٤ فولت) يحدث انعكاس قوى للإلكترونات عند زاوية استطارة 50° و بحساب سرعة الإلكترونات من المعادلة

$$eV = \frac{1}{2} mv^2$$

$$P = mv = \sqrt{2meV}$$

وبأعتبار أن بلورة النيكل محزوز حيود المسافة بين مستوياته الذرية هي ($d = \sin \theta$) .
وباعتبار الخاصية الموجية للإلكترونات وأن طول الموجة المصاحب لحركته هو (λ_e) وبتطبيق قانون براج في حالة سقوط الأشعة عمودياً

$$d = \sin \theta = n\lambda_e$$

وبالحساب وجد أن الطول الموجي للإلكترونات بتطبيق قانون براج لحيود الأشعة السينية هو :

$$\lambda_e = 2.15 \sin 50 = 1.65 \text{ \AA}$$

وبتطبيق فرض دي برولي :

$$\lambda_e = (6.6 \times 10^{-34}) / (2.91 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 54)^{\frac{1}{2}}$$

$$\lambda_e = 1.67 \text{ \AA}$$

هذه القيمة الأخيرة تطابق ما تم قياسه بطول موجة الإلكترونات بأستخدام قانون براج مما يحقق فرض دي

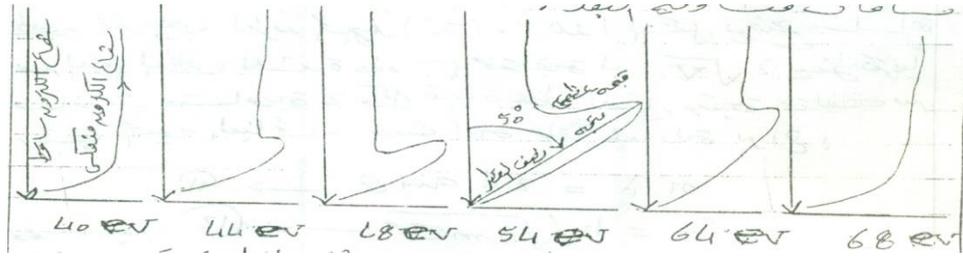
برولي .

نتائج هذه التجربة :

شكل (٣-١٢) يمثل مجموعة من المنحنيات مرسومة في نظام الأحداثيات القطبية (كعلاقة بين حزمة الإلكترونات الساقطة وطاقتها) ويتبين من هذه المنحنيات أن طول متجه نصف القطر يتناسب مع شدة الإشعاع المتناثر والزاوية بين متجه نصف القطر وبين محور الصادات (y) هي زاوية التناثر .
 علماً بأن البلورة تثبت في مكانها طوال مدة إجراء التجربة من مجموعة المنحنيات الممثلة بشكل (٣-١٢) نلاحظ الأتي :

- ١- عند فرق جهد ($V = 40 \text{ eV}$) - فإن المنحنى يكون أملس تماماً .
- ٢- عند فرق جهد ($V = 44 \text{ eV}$) يلاحظ ظهور نتوء واضح في المنحنى عند زاوية تشتت ($\varphi = 60^\circ$)
- ٣- عند فرق جهد أكبر من ٤٤ إلكترون فولت يزداد هذا النتوء إلي أن يصل إلي قيمه عظمي له عند زاوية تشتت ($\varphi = 50^\circ$) وهي تقابل فرق جهد ($V = 54 \text{ eV}$) - ثم يقل هذا النتوء بعد ذلك حتى يختفي تماماً عند فرق جهد مقداره ٦٨ إلكترون فولت بزواوية ($\varphi = 40^\circ$) .

وتعبر قيمة الشدة العظمي (النتوء الأعظم) التي حدثت عندما كان فرق الجهد ٥٤ إلكترون فولت والزاوية ($\varphi = 50^\circ$) إلي ظاهرة التداخل البنائي لموجات الإلكترونات المتناثرة من ذرات البلورة التي تنتظم علي مسافات متساوية البعد .



شكل (٣-١٢) يوضح مجموعة منحنيات في الأحداثيات القطبية تبين شدة شعاع الإلكترونات المتناثرة عند زوايا مختلفة - والشعاع الساقط عمودي على سطح بلورة النيكل . ويبرز هنا سؤالين : ما سبب هذه الظاهرة الجديدة ؟ ولماذا لم تظهر إلا بعد تسخين هدف النيكل ؟.

يقترح دي برولي تفسيراً لهذه الظاهرة - حيثُ ينبغي أن تحيد أمواج الإلكترونات بواسطة الهدف مثلما تحيد أمواج الأشعة السينية بواسطة مستويات لبراج في البلورة . ولقد تلقى هذه التفسير دعماً عندما تحقق أن

تسخين قطعة النيكل إلى درجة حرارة مرتفعة سبب تبلورها أو بعبارة أخرى سبب انتظام ذراتها في مستويات مكونة بلورة أحادية كبيرة .

ويمكن إجراء تعديل بسيط في التجربة السابقة بتثبيت زاوية سقوط تيار الإلكترونات . وجد أنه طبقاً لمعادلة براج ($n\lambda = d \sin \theta$) فإن شدة تيار الإلكترونات المتناثر تكون قيمة عظمى عند زاوية تناثر مساوية لزاوية السقوط وعند تثبيت زاوية السقوط هذه - ثم بتغيير طاقة الإلكترونات الساقطة وذلك برفع قيمة فرق الجهد الموضوع علي المدفع الإلكتروني - وقد تم رسم هذه النتائج كما هو موضح بالشكل (٣-١٣) حيثُ يمثل المحور الرئيس شدة تيار الإلكترونات المنعكسة والمحور الأفقي يمثل المحور التربيعي لفرق الجهد (V) . هذا الشكل يوضح سلسلة من القيم العظمى للشدة عند قيم مختلفة لـ \sqrt{V} ، بينها تقريباً مسافات متساوية ، وكل قيمة عظمى تمثل رتبة مختلفة من رتب الحيود البنائي حيث أنه طبقاً لمعادلة براج :

$$n\lambda = 2d \sin \theta \longrightarrow$$

$$\lambda = h / \sqrt{2meV} \longrightarrow (١٢)$$

ومن المعادلتين السابقتين (١١) -

$$\frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{2me}{h}} V^{\frac{1}{2}} = \frac{n}{2d \cos \varphi} \longrightarrow (١٣)$$

حيثُ أن $\varphi = 2\theta$ (الزاوية المحصورة بين الشعاع الساقط والعمود المقام علي المستويات الذرية المتوازية في البلورة) . وطبقاً للمعادلة (١٣) فإن (φ) ثابتة وكذلك $2d \cos \varphi$ ستكون ثابتة - ومن ثم ستكون هناك قيم عظمى لشدة تيار الإلكترونات المستطارة عند تغيير قيمة (V) بالنسبة لكل وتبة من رتب الحيود (n) وتكون المسافة بين تلك القيم العظمى ثابتة وتتناسب مع $(1/2d \cos \varphi)$ - والشكل السابق يوضح أحد نتائج هذه القياسات وفيها نجد مجموعة من القيم العظمى يناظر كل منها الجهد المعجل لرتب مختلفة من طيف حيود الإلكترونات .

*ويمكن تلخيص تجربة دافيسون وجيرمر فيما يلي:

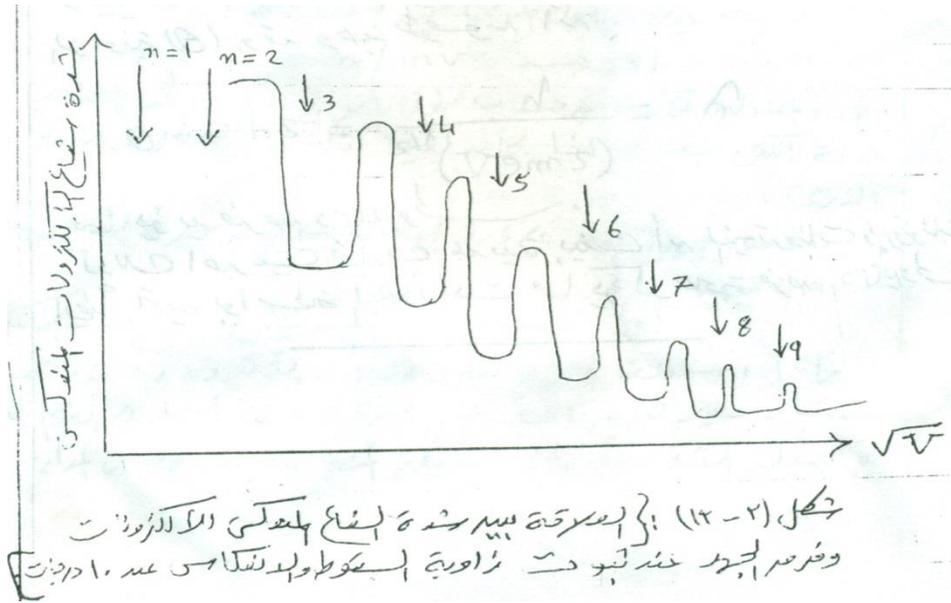
١-تعتبر هذه التجربة أول التجارب العلمية التي آيدت الخصائص الموجبة للإلكترونات .

٢- عند سقوط حزمة من الالكترونات طاقتها ٥٤ إلكترون فولت على بلورة النيكل _ تترك الالكترونات سطح النيكل لسببين :

(أ) الانبعاث الثانوي وذلك عندما تعطى الالكترونات الساقطة طاقة حركتها إلى الالكترونات المعدن (النيكل) وتتطلق بالتالى خارجها.

(ب) حيود الالكترونات وذلك عندما تحيد الالكترونات بالانعكاس من مستويات براج داخل بلورة النيكل .

٣ - لاحظ دافيسون- وجيرمر بالاضافه إلى التغير العادي في شدة الالكترونات نتيجة الانبعاث الثانوي ، أن هناك قيمه ملحوظة عند الزاوية ($\varphi = 50^\circ$) مرجعها هو حيود الالكترونات عندما كانت طاقة الالكترونات الساقطه يساوى ٥٤ إلكترون فولت _ وبهذا يكون قد تحقق فرض دي برولى .



شكل (٣-١٣): (العلاقة بين شدة الشعاع المنعكس الالكترونات وفر من الجهد عند ثبوت زاوية السقوط والانعكاس عند ١٠ درجات) .

ثانياً : تجربة ج . ب طومسون :

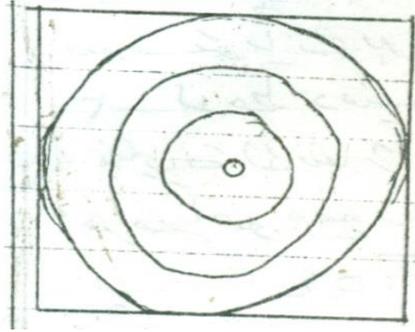
استخدم طومسون عام ١٩٢٨ م طريقة أخرى لتأكيد فرض دي برولى حيث استخدم الالكترونات سريعة من أنبوية أشعة المهبط بفرق جهد ٥٠ كيلو فولت . حيث تسقط الالكترونات المعجلة على شريحة رقيقة من الذهب . وبعد نفاذها تسقط على شاشة فلورسسية او لوح فوتوغرافى عند قاعدة الانبوية وقد حصل طومسون على نموذج حيود الالكترونات عبارة عن دائرة متمركزة كما بالشكل فالشريحة الرقيقة تحتوى على بلورات

صغيره جدا عددها كبير وموزعة توزيعا عشوائيا، والبلورات التى تسقط عليها الالكترونات بالزاوية المناسبة تبعا لقانون براج سوف تحدث تقوية للالكترونات المنعكسة ونتيجة لوجود العدد الكبير من البلورات فاننا نحصل على دوائر بدلا من النقط فى حالة البلورة الواحده . وقياس اقطار هذه الدوائر يمكن حساب الزاويه (θ) وقد وجد طومسون أن :

$$\lambda = \frac{h}{(2meV)^{\frac{1}{2}}} = 2d \sin \theta$$

فيما يؤيد فرض دى برولى .

كذلك أجريت تجارب عديدة بينت أن النيوترونات والبروتونات ايضا تحيد بواسطة البلورات فيما يؤكد صحة فرض دى برولى .



٣- موجات دى برولى :

عندما يتحرك جسيم مادي فان هناك موجه تصاحبه فى هذه الحركة يعطى طولها الموجى من المعادلة :

$$\lambda = h / m v \quad \longrightarrow \quad (١)$$

حيث (v) ترمز الى سرعة الجسيم ، (m) كتلته ، (h) ثابت بلانك ونحن نعرف هنا سرعة الموجة (أو موجة دى برولى) من العلاقة :

$$\omega = \lambda v \quad \longrightarrow \quad (٢)$$

حيث (ω) هي سرعة امواج دي برولى - وتدل المعادلتين (١) ، (٢) على أن سرعة موجات دي برولى (ω) تختلف عن سرعة الجسيم (V) .

ولما كان الإلكترون هو أصغر الجسيمات المتحركة وهو يتحرك في حيز محدود (مداره المقفل حول النواه) فلا بد وأن تؤكد هذه الأمواج وجودها في هذه المدارات الذرية .

والأمواج محدودة المكان مثل أمواج الصوت ينشأ عنها حالات الرنين أو الموجات الموقوفة . ولقد

أعلن دي برولي فرضه الذي يقضي بأن تكون المادة الإلكترونية في ذرة الهيدروجين مثلاً عملياً أو حالة

موجية يعطى الطول الموجي لها بالمعادلة . $\lambda = h / mv$

هذه المعادلة تمكنا من حساب طول أمواج دي برولي المصاحب لأي حالة إلكترونية - إذا كان لدينا كتلة الإلكترون وسرعته في مداره الذري . وبتطبيق نموذج بوهر علي ذرة الهيدروجين فإن سرعة الإلكترون تعطى

$$\text{من المعادلة : } v_{Bohr} = \frac{2\pi e^2}{nh} \quad (٣)$$

وإذا استخدمنا التعبير الدقيق لكتلة الإلكترون وأخذنا في الاعتبار تغيير هذه الكتلة بتغيير السرعة فإننا

نحصل علي القيم المبينة بالجدول الآتي لأطوال الأمواج المصاحبة للإلكترون في المدارات المختلفة

المدار (m)	كتلة الإلكترون (m)	سرعة الإلكترون (V)	الطول الموجي المصاحب للإلكترون (أمواج دي برولي)
١	9.1×10^{-31} كجم	2.18×10^6 م/ث	٣.٣٣ انجيستروم
٢	9.1×10^{-31} كجم	1.09×10^6 م/ث	٦.٦٦ انجيستروم
٣	9.1×10^{-31} كجم	0.73×10^6 م/ث	٩.٩٩ انجيستروم
٤	9.1×10^{-31} كجم	0.54×10^6 م/ث	١٣.٣ انجيستروم
٥	9.1×10^{-31} كجم	0.43×10^6 م/ث	١٦.٦ انجيستروم

وجدير بالذكر أن هذه الأطوال الموجية تقع في حدود القيم المنتجة بواسطة نظرية بوهر لأطوال المدارات المختلفة ، ولقد سبق من خلال دراستنا السابقة أنه عندما يكون نصف قطر المدار الذي يتحرك فيه الإلكترون ($n = 1$) لذرة الهيدروجين يساوي 0.53 انجيستروم ، أي أن طول محيط هذا المدار يساوي 3.33 انجيستروم - وهذه يطابق تماماً طول الموجه المصاحب للإلكترون في المدار ($n = 1$) . و يبلغ طول محيط المدار الثاني لذرة الهيدروجين 13.3 انجيستروم - أي ضعف طول الموجه المصاحب للإلكترون في مدار ما وطول هذا المدار بالعلاقة :

$$\text{طول المدار } L = \frac{(\text{طول محيط المدار})}{(\text{الطول الموجي } \lambda)} = \frac{2\pi r}{mv} \quad (٤)$$

وبالتعويض عن قيم (r) ، (V) من نظرية بوهر نحصل على (n) :

$$n = \frac{(\text{طول المدار})}{\lambda} = \frac{L}{\lambda} = \frac{2\pi r}{\lambda} \rightarrow (5)$$

وهذا يعنى أن هناك عدد صحيح من الموجات المصاحبة للإلكترونات في كل من حالات الذرة الساكنة .

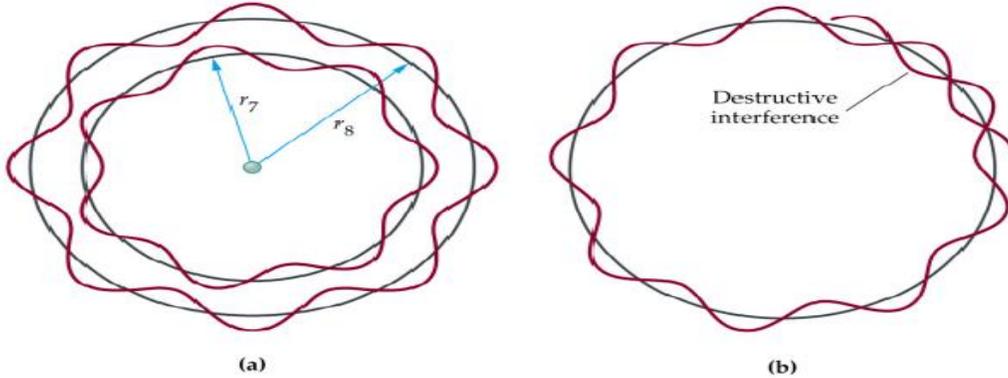
من هنا نرى أن الإلكترون لا يمكن أن يوجد إلا في المدار الذي يحدث .

فرضية دي بروي فيما يخص نظرية بوهر:

١. يوضح الرسم التالي أن محيط المدار الموجود فيه الإلكترون يجب أن يتكون من مضاعفات الطول

الموجي لذلك الإلكترون وإلا تداخلت موجة الإلكترون مع بعضها تداخلاً هداماً مما يؤدي إلى فناء

الإلكترون (شكل b). من هذا نستنتج أن هناك مدارات محددة يتواجد فيها الإلكترون.



رياضياً يكتب الشرط أعلاه على النحو التالي:

$$2\pi r = n\lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$2\pi r = n \frac{h}{mv}$$

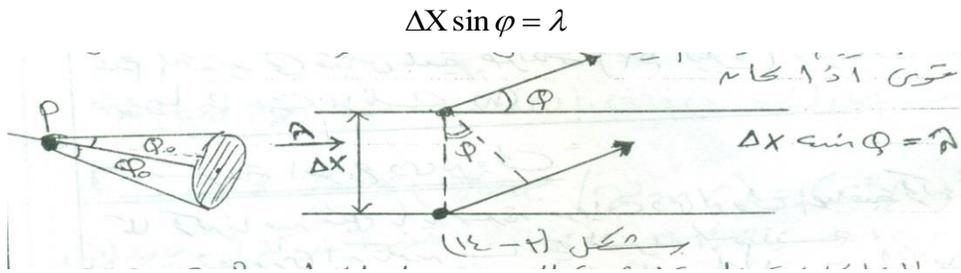
$$mvr = L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

ومنه يتبين أن العزم الزاوي يتكون من مضاعفات $h/2\pi$.

٢. لا تصدر الإلكترونات خلال دوراتها حول النواة كهرومغناطيسية لأنها تكون في طبيعتها الموجية، فهي موجة لا شحنة متحركة.

٣- مبدأ عدم التحديد (مبدأ هايزنبرج) :

عالج العلماء مسألة تحديد المكان وكمية حركة الجسيم بدقة بالغة من خلال الميكانيكا النيوتونية - ولكن وجد هايزنبرج أن ذلك غير ممكن في ميكانيكا الكم عند معالجة حركة الجسيمات الصغيرة . فإذا أردنا مثلاً أن نحدد مكان جسيم ما فإننا نسقط عليه بعض فوتونات الضوء لتسقط عليه ثم بعد ذلك ترتد منه إلى أداة تحديد المكان (كالعين) وبذلك يمكن تحديد مكان الجسيم فإذا أردنا تحديد أو التمييز بين جسمين يبعدان عن بعضهما مسافة (ΔX) يجب أن تستخدم ضوءاً طول موجته قصيرة بدرجة تسمح لنا برؤية حيود الضوء بين الجسمين . ومن شكل (٣-١٤) وبتطبيق قانون الحيود داخل فتحة فإننا نحصل على تداخل بنائي قوى إذا كان



فإذا كانت زاوية الرؤية للجسيم عند النقطة (P) هي 2ϕ فإننا سوف نرى الجسيم فقط إذا ما كانت $\sin \phi \leq \sin \phi$ أي أن

$$\Delta X \geq \lambda / \sin \phi \rightarrow (1)$$

هذه المعادلة تعطي الشرط اللازم لكي نرى بوضوح المسافة (ΔX) بين الجسمين - وهي نفس الوقت تبين مقدار عدم التحديد في موضع جسم عند النقطة (P) داخل المسافة (ΔX) .
يتضح من طريقة تحديد مكان جسم ضرورة اصطدام فوتون به ليرتد إلى جهاز الرؤية - أي أن وفقاً لظاهرة كومبتون تنقل جزءاً من طاقة الفوتون وتكون (P_0) أكبر كمية تحرك نقلت للجسيم أثناء عملية القياس وهي :

$$\Delta P = P_0 \sin \phi \rightarrow (2)$$

وعلى ذلك فقياس موقع جسم بدرجة عالية من الدقة مثل المسافة (ΔX) نكون قد أحدثنا تغييراً في كمية التحرك لهذا الجسم بمقدار (ΔP) من المعادلتين (1) ، (2) وبأستخدام فرض دي برولي :

$$P_o = h / \lambda \rightarrow \lambda = h / P_o$$

بحذف $\sin \varphi$ من (١)، (٢) نحصل على

$$\Delta P = P_o \cdot (\lambda / \Delta x)$$

$$\Delta X \cdot \Delta P \geq h \rightarrow (3)$$

تبين المعادلة (٣) قاعدة عدم التحديد لهيزنبرج وتنص علي أنه كلما ازداد التحديد في قياس موضع

الجسيم (ΔX صغيرة) كلما ازداد عدم التحديد في قياس كمية حركته (ΔX كبيرة) ويساوي حاصل

ضربهما ثابت بلانك (h).

◀◀ مثال (١)

نصف قطرة ذرة الهيدروجين هو $5.3 \times 10^{-11} m$ باستخدام علاقة عدم اليقين لهيزنبرج أحسب أقل طاقة يمكن أن يحملها الإلكترون في هذه الذرة .

الحل

بفرض أن عدم اليقين في موضع الإلكترون (Δx) هو نصف قطر ذرة

$$\Delta x = 5.3 \times 10^{-11} m \text{ الهيدروجين}$$

فإن عدم اليقين في اندفاعه سيكون

$$\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{5.3 \times 10^{-11} m} = 1.98 \times 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

طاقة حركة الإلكترون هي

$$\begin{aligned} T &= \frac{p^2}{2m} = \frac{(1.98 \times 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} \\ &= 2.15 \times 10^{-18} \text{ J} = \underline{\underline{13.5 \text{ eV}}} \end{aligned}$$

من المعلوم أن طاقة الإلكترون في المستوي الأرضي لذرة الهيدروجين تساوي

13.6 eV والمقدار الذى حصلنا عليه بإستخدام مبدأ عدم اليقين قريب جداً من هذه

القيمة.

١٤١] اسب عدم ليقينه فى موضع فوتونه ذو طول موجه (3000 \AA) ، اذا كان هذا الطول لموجبه
سروفاً بدرجه دقة تصه اى جزء فى المليونه .

الحل حيث انه معزم لفوتونه يُعطى بالعمرة

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} \times \frac{c}{c} = \frac{hc}{\lambda c}$$

$$\frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{3 \times 10^{10} \times 10^3 \times c} = 6.626 \times 10^{-19} \text{ Joule/c} \approx 4.14125 \text{ eV/c}$$

له سرعة لضوء

حيث نفضل حساب معزم لفوتونه بوحدات البتلتروندفولت بالنسبة لسرعة لضوء

$$\therefore p = \frac{h}{\lambda} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \Delta p = -h \lambda^{-2} \Delta \lambda = -\frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda$$

وبالتالى يحمله حساب عدم ليقينه فى العزم يُعطى Δp كالتالى

$$\Delta p = \left| -\frac{h}{\lambda^2} \right| \Delta \lambda = p \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \quad ; \quad \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 10^6$$

$$= 4.14125 \times 10^6 \text{ eV/c}$$

ومنه تم عليه عندئذ حساب عدم ليقينه فى الموضع Δx

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\Delta p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4\pi \times 6.626 \times 10^{-19}} = 2.38732 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\approx 238.7 \times 10^{-10} \text{ m} = 238.7 \text{ \AA}$$

٣] اكتب القيمة الصغرى لعدم اليقين في طاقة ذرة شاردة ، إذا ظل الإلكترون المتشار من الذرة لفترة 10^8 sec من مستوى طاقة الإثارة الخاص به .

الحل: حيث أنه لفترة لزمنية المتناهية لصياح لطاقة تساوى فترة لاثارة لذرة اذ فترة بناء لذرة من مستوى الإثارة وهو 10^8 ثانية . وهذا مما يقتل عدم اليقين من الزمن
 $\therefore \Delta t = 10^8 \text{ sec}$

بالتطبيق صيغة مبدأ عدم اليقين للطاقة والزمن

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\therefore \Delta E \geq \frac{\hbar}{2\Delta t} = \frac{h}{4\pi \Delta t} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4\pi \times 10^8 \times 1.6 \times 10^{19}} = 3.2955 \times 10^{-8} \text{ eV}$$

الحد الأدنى لعدم اليقين من حالة الطاقة (مستوى الطاقة) يرتبط بمتوسط فترة عمر حالة الإثارة هذه للذرة γ ولذلك يسمى "العرض الطبيعي" natural width γ تُقرأ "تاو"

$$\gamma = \frac{h}{4\pi \tau} \quad \tau = 10^{-8} \text{ sec}$$

تقرأ "تاو"

$$\gamma = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4\pi \times 10^{-8} \times 1.6 \times 10^{19}} = 3.2955 \times 10^{-8} \text{ eV.}$$

الذرة فولت

٥] بفرضه أنه عدم اليقين في العزم الخطي يساوى قيمة عزم الجسيم $(\Delta p \approx p)$ كم تبلغ القيمة الصغرى لعدم اليقين في موضع الجسيم بالنسبة للطول الموجي لموجة دي بروك للجسيم؟

الحل: حيث أنه $(\Delta p = p)$ فإنه بالتطبيق لمبدأ عدم اليقين

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\therefore \Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p} = \frac{h}{4\pi p} = \frac{h}{4\pi} \cdot \frac{\lambda}{h} = \frac{\lambda}{4\pi} \quad \text{و } p = \frac{h\lambda}{\lambda}$$

له الصلة بين العزم والطول الموجي .

\therefore القيمة الصغرى لعدم اليقين في موضع الجسيم تساوى $\frac{\lambda}{4\pi}$

٦] وإذا كانت صيغة عدم اليقين من العزم الخطي والسافة $\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$. أو بعد المتقابل بالنسبة للعزم الزاوي $\Delta L \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$. $\omega = \frac{v}{R}$. $v =$ سرعة الجسيم $= R \omega$ نصف قطر المسار الدائري .

الحل: $\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$ ← من حالة الحركة الخطية (منفصل مستقيم)

فإننا إذا كان العزم الزاوي L فإنه عدم اليقين فيه ΔL وإذا كانت زاوية الدوران θ فإنه عدم اليقين فيها $\Delta \theta$

وهي أنه يجب يتحرك من مسار دائري ، فإنه مبدأ عدم اليقين يجعله من الاتجاه الجاهل للدائرة عند أي نقطة فيه (عكس المسار) ومن ثم يكون عدم اليقين من الموضع ممثلاً لعدم اليقين من طول محيط المسار

$$\Delta p_s \Delta s \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\because L = m v R = m \omega R^2 = p_s R \rightarrow \Delta p_s = \frac{\Delta L}{R}$$

$$\because \theta = \frac{s}{R} \rightarrow \Delta \theta = \frac{\Delta s}{R}$$

$$\therefore \frac{\Delta L}{R} \cdot \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2} \rightarrow \Delta L \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$$

ملاحظة:
محيط المسار الدائري $2\pi R$
وهو يساوي حاصل ضرب
الزاوية المركزية 2π مع
نصف القطر R
 $s = 2\pi R = \theta R$
 $\Delta s = \Delta \theta \cdot R$

٧] بفرض أنه جسماً ما يتحرك من خط مستقيم بسرعة v وأنه كتلته m . يظهر على أنه

صيغة عدم اليقين من الطاقة E والزمن t هي $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ بشرط أنه $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$.

الحل: طاقة الحركة $E = \frac{1}{2} m v^2$

$$= \frac{m^2 v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

$$\therefore \Delta E = \frac{2p \Delta p}{2m} = \frac{p}{m} \Delta p = \frac{m v}{m} \Delta p = v \Delta p$$

$$\therefore \Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\therefore \frac{\Delta E}{v} \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

٤- سرعة أمواج دي برولى :

كما ذكرنا من قبل بأن سرعة موجات دي برولى المصاحبة لحركة الجسم ليس من الضروري أن تكون مساوية لسرعة الجسم نفسه . ولإيجاد العلاقة بين سرعتين نتبع الخطوات التالية :

إذا فرضنا أن (λ) هو الـ (١) لموجات دي برولى ، (ν) هو ترددها فإن سرعة هذه الموجه (w)

$$\omega = \nu \lambda \quad \text{تعطى من العلاقة :}$$

وعزم الجسم (P) يرتبط بالطول الموجي بالعلاقة المعروفة

$$P = h / \lambda \rightarrow (٢)$$

والعلاقة بين الطاقة الكلية (E) للجسيم وبين تردد الموجه المصاحبة له طبقاً لنظرية الكم تعطى من العلاقة التالية :

$$E = h\nu \rightarrow (٣)$$

وهذه الطاقة طبقاً لفرض اينشتين للنسبية يمكن أن تكتب في الصورة :

$$E = \gamma mc^2 \rightarrow (٤)$$

وكذلك العزم (P) يمكن كتابته في الصورة :

$$P = \gamma m\nu \rightarrow (٥)$$

حيث γ هي سرعة الجسيم وتعطى من العلاقة التالية :

$$\gamma = \left(1 - \frac{\nu^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow (٦)$$

وبأخذ مجموعة المعادلات السابقة في الاعتبار وضرب المعادلة التالية بسط ومقام فى التردد (ν) نحصل على :

$$\therefore \omega = \nu \lambda = \nu \cdot (h / P) \cdot (\nu / \nu) = E \frac{\lambda}{h} = E / P \rightarrow (٧)$$

من المعادلتين (١) ، (٣) بالتعويض عن قيمة γ نحصل على :

$$\omega = \frac{E}{P} = (\gamma mc^2 / \gamma m\nu) = (c^2 / \nu) \rightarrow (٨)$$

وحيث أن سرعة الجسيم (V) عادة ما تكون اصغر كثيراً من سرعة الضوء لذلك فإن (ω) تكون أكبر من (C) . ولا يعني أن سرعة موجات دي برولي المصاحبة للجسيمات نفسها ولا يعني أيضاً أن الموجات تتحرك الجسيمات وتذهب بعيداً بمفردها ولكن الذي يحدث هو أن الجسيمات تكون موجودة داخل مجموعة من الموجات أي أن تتحرك الموجات الداخلية منها سرعة الجسيم بينما تتحرك الموجات لوحدها بالسرعة (w) .

٦- العلاقة بين سرعة موجات دي برولي وسرعة الضوء :

تختلف سرعة موجات دي برولي عن سرعة الضوء في أن موجات دي برولي تعتبر دالة في الطول الموجي حتى في الفراغ لإيضاح ذلك سنأخذ في الاعتبار المعادلة النسبية للطاقة E لجسيم كتلته (m) وعزمه (P) .

$$E^2 = P^2 c^2 + m^2 c^4 \rightarrow (1)$$

Or

$$m^2 = E^2 / c^4 - P^2 / c^2 \rightarrow (2)$$

$$P = h / \lambda \rightarrow (3) \quad \& \quad E = h\nu \rightarrow (4) \quad \text{وحيث}$$

بالتعويض عن هذه القيم نحصل على :

$$m = \frac{h}{c} \sqrt{\frac{\nu^2}{c^2} - \frac{1}{\lambda^2}} \rightarrow (5)$$

$$\therefore w = \nu \lambda \quad \& \quad \nu = \omega / \lambda \rightarrow (6)$$

بالتعويض عن قيمة (ν) من المعادلة (6) في (5) نحصل على :

نحصل على :

$$m = \frac{h}{c} \sqrt{\frac{w^2}{c^2 \lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2}} \rightarrow (7)$$

ومن هذه المعادلة نحصل على :

$$w = c \sqrt{1 + \frac{m^2 c^2 \lambda^2}{h^2}} \rightarrow (8)$$

المعادلة (8) توضح انه للأجسام التي كتلتها ($m > 0$) فإن سرعة الموجة (w) عادة تكون أكبر من (C) . كما يتضح أيضاً أن سرعة أمواج دي برولي تكون دالة في الطول الموجي في الفراغ (مثال لأننتشار الموجات الكهرومغناطيسية بسرعة أمواج دي برولي $w = c$) .

□ أمثلة متنوعة □

س^١ : أوجد الطول الموجي المصاحب لجسيم كتلته واحد كجرام وسرعته 2×10^3 سم/ث .

الحل

$$\lambda = h/mv = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{1 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^3} = 3.3 \times 10^{-34} m$$

$$= 3.3 \times 10^{-24} \text{ \AA}$$

س^٢ : أوجد الطول الموجي المصاحب لإلكترون بعد خروجه من كاثود فرق الجهد بينه وبين الأنود مساوياً ١٥٠ فولت .

الحل

$$\therefore ev = \frac{1}{2}mv^2 \quad \therefore v = \left(\frac{2eV}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{mV} = \frac{h}{m\left(\frac{2eV}{m}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{h}{(2meV)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\left[(2 \times 9.1 \times 10^{-31}) \times (1.6 \times 10^{-19} \times 150)\right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 1.004 \times 10^{-10} \text{ metra} = 1.004 \text{ \AA}$$

١- احسب طول موجة إلكترون طاقة حركته تساوي (20Gev)

٢- احسب أطوال موجات

أ- فوتون طاقته (1Mev)

ب- إلكترون طاقة حركته (1Mev)

أحسب طول موجة دى برولى

1. لكرة كتلتها 50 g تتحرك بسرعة 30 m.s^{-1} .
2. لإلكترون يتحرك بسرعة 10^7 m.s^{-1} .

الحل

1. بما أن $v \ll c$ حيث c هي سرعة الضوء في الفراغ ،

فإن موجة دى برولى تعطى بالعلاقة التالية

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(50 \times 10^{-3} \text{ kg})(30 \text{ m.s}^{-1})}$$

$$= 4.4 \times 10^{-24} \text{ m}$$

طول الموجة المصاحبة صغيراً جداً مقارنة مع إبعاد الكرة .

2. كتلة الإلكترون عند السكون $m_o = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

طول موجة دى برولى

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(10^7 \text{ m.j}^{-1})}$$

$$= 7.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

بمقارنة هذا المقدار مع إبعاد الذرة نجد انه في نفس حدود الذرة . فمثلاً نصف

قطر ذرة الهيدروجين يساوي $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$. عليه يمكن توقع الطبيعة الموجية للإلكترون المتحرك .

◀ مثال

نصف قطرة ذرة الهيدروجين هو $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$ باستخدام علاقة عدم اليقين لهايزنبرج أحسب أقل طاقة يمكن أن يحملها الإلكترون في هذه الذرة .

الحل

بفرض أن عدم اليقين في موضع الإلكترون (Δx) هو نصف قطر ذرة

$$\Delta x = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$$

فإن عدم اليقين في اندفاعه سيكون

$$\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = \frac{1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s}}{5.3 \times 10^{-11} \text{ m}} = 1.98 \times 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

طاقة حركة الإلكترون هي

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{(1.98 \times 10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1})^2}{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}$$

$$= 2.15 \times 10^{-18} \text{ J} = \underline{\underline{13.5 \text{ eV}}}$$

من المعلوم أن طاقة الإلكترون في المستوي الأرضي لذرة الهيدروجين تساوي 13.6 eV والمقدار الذى حصلنا عليه بإستخدام مبدأ عدم اليقين قريب جداً من هذه القيمة.

المراجع

- ١- الميكانيكا الكوانتية : تأليف أسكولوف ، أ تيرنوف ، ف جوكوفسكى ، تزدمة د حسن سليمان ، دار النشر "دار مير موسكو"
- ٢- الميكانيك الكمومي (٢٠١٥): تأليف باديس يدري ، معهد الفيزياء، جامعة باجي مختار، عنابة، الجزائر ،
- ٣- المبادئ الفيزيائية لنظرية الكم (٢٠١١) : تأليف هايزنبرج فيرنر (حاصل على نوبل) ، ترجمة أ.ز. د./انتصارات محمد حسن الشبكي ، أ.د./محمد صبري عبد المطلب، هيئة أبو ظبي للثقافة والتراث- الإمارات العربية المتحدة.
- ٤- المدخل الى ميكانيكا الكم (١٩٩٤) : تأليف ر . ديكة ، ج . وتيكة ، ترجمة د آحو يوسف مراجعة د مهندس محمد حسن يوسف. دار النشر : المركز العربى للترجمة والنشر دمشق.
- ٥- مبادئ ميكانيكا الكم (٢٠١٠) : تأليف بول ديراك ، ترجمة ومراجعة أ.د./محمد أحمد العقر ، أ.د./عبد الشافي فهمي عبادة ، دار النشر: أبو ظبي ، الإمارات العربية المتحدة
- ٦- مقدمة في ميكانيكا الكم : تأليف بى . تى ماثيور، ترجمة الدكتور اسامة زيد ابراهيم ناجى، ال دار الدولية للنشر والتوزيع.