



South Valley University



Faculty of Education

مقرر المادة: فيزياء نظرية

(Phys401)

جزء الفيزياء الإحصائية

د. عبدالسلام فؤاد

قسم الفيزياء- كلية العلوم -جامعة جنوب الوادي

لطلبة كلية التربية (عام)

الفرقة الرابعة طبيعه عربي

الفصل الدراسي الأول: ٢٠٢٣-٢٠٢٤

المحتوى

الموضوعات المستهدفة تغطيتها			
الأسابيع	عدد الساعات	Topics	الموضوع
١	٢	Introduction	مدخل
٢	٤	Entropy , probability , and second law of thermodynamics	الإنتروبي وعلاقته بدرجة الحرارة، والاحتمال، والقانون الثاني للديناميكا الحرارية
2	4	Ensembles theory, and framework of thermodynamics	نظرية التجمعات والإطار العام للفيزياء الإحصائية
2	4	Canonical ensemble- Boltzmann factor- classical ideal gas-Two state system	التجمع القانوني - دالة التجزئة-طاقة هولمبولتز الحرة- الغاز المثالي في التجمع القانوني - النظام ثنائي الحالة في التجمع القانوني
2	4	Grand canonical ensemble- Partition function of grand canonical ensemble- Ideal gas in grand canonical ensemble- two state system in grand canonical ensemble	التجمع الموسع- دالة التجزئة للتجمع الموسع-الغاز المثالي في التجمع الموسع- النظام ثنائي الحالة في التجمع الموسع
1.5	3	Real gas – Partition function of real gas- Van der Walls equation of real gas.	الغاز الحقيقي -حساب دالة التجزئة للغاز الحقيقي- معادلة فان دي روال للغاز الحقيقي
1.5	3	Quantum statistics- Identical particles- Grand partition function of identical particles	الإحصاء الكمية اساسيات الإحصاء الكمية-الأجسام المتطابقة- دالة التجزئة الموسعة للأجسام المتطابقة
1.5	3	Fermi-Dirac (Fermi gas and its applications)	إحصاء فيرمي - (الفيرميونات وتطبيقاته)
1.5	٣	Bose Einstein distribution, Bose gas and its application	إحصاء بوز-أينشتين (البوزونات وتطبيقاته)

الكتاب الأساسي:

Kerson Huang , Introduction to statistical Physics 2nd Edition, CRC Press , 2009

المراجع

Thermal Physics, Sears, Zemansky and young and Statistical physics by Reif

الرحيم

مخاضة
 فيزياء إحصائية
 أو الون

الفرق بين الفيزياء الإحصائية والديناميكا الحرارية

* الفيزياء الإحصائية تبنى بشكل أساسي من الديناميكا الحرارية والتي تهتم بالخواص الحرارية للنظام [الهدف واحد للفرعين] الديناميكا الحرارية أسسها من الدراساتها عن الإحصائية لكن الإحصائية هي القاعدة لدراسة النظام أو شئ الخواص.

(الفيزياء الإحصائية) تهتم بالخواص الميكروسكوبية [دون الذرية] مثل الطاقة الداخلية، طاقة الوضع والحركة الترموديناميكية تهتم بدراسة الخواص الماكروسكوبية [الظاهرة] مثل الحجم والضغط ودرجة الحرارة.

تهتم بدراسة الإقلاص الكبير وشتمل على المتوسط القيمة.

الطاقة الداخلية هي مجموع طاقت الوضع والحركة للجسيمات المكونة لهذا النظام

* متغيرات الديناميكا الحرارية / وسائل التي أحسن من خلالها النظام

1) متغيرات ممتدة

2) دالة أو تكافؤية

المتغيرات الممتدة هي المتغيرات التي تعتمد على كمية المادة بالنظام مثل [الحجم V - الطاقة الداخلية U - الإنتروبي S]

المتغيرات الذاتية أو التكافؤية التي لا تعتمد على كمية المادة بالنظام مثل [الكثافة - درجة الحرارة - الضغط - الجهد الكهربي]

Look! حامل قسمة كميتين ممتتين هي كمية تكافؤية

مثال 1) $\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)$ حيث S إنتروبي - E الطاقة

مثال 2) $P = -\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)$

* حدود الديناميكا الحرارية

لا بد لتك وقد عدد الجسيمات الصغيرة في نظام كبير جداً يؤهل

الى الملاحظة $N \rightarrow \infty$ الحجم $\rightarrow \infty$

لثابت قيمة $N' = \text{const}$
 V

تلك هي شروط الحدود لا بد من تغير للنظام فعندما كان النظام معتمداً على مكان جسيم الجوار ثابتاً.

* حالة النظام

لدراسة بواسطة مجموعة من متغيرات النظام [متغيرات الديناميكا الحرارية]

مثال

للكائنات الحية دراسة بواسطة (V, T, P)

نظام مغناطيسي دراسة بواسطة قابلية الانغصام (M) شدة المجال المغناطيسي (H)

* قوانين الديناميكا الحرارية 4 قوانين

يسعى علم البيولوجيا الأساسية حيث ليس للبيانات ولكن مسلمة وهو العلم الوحيد الذي لم يطرأ عليه أي تغير وهو علم ظاهري ولا يمكن أن تستقوهم قوانين أكثر أولية.

القانون الصفري /

إذا كان لدينا نظامين A و B في حالة اتزان حراري مع نظام ثالث C النظامان A و B متوازنان



هناك خاصية مشتركة بينهما وهي درجة الحرارة (T) لهما نفس T

درجة الحرارة / هي الخاصية التي تصد انتقال الطاقة الحرارية منه أو إلى الجسم الآخر عند التماس بينهما.

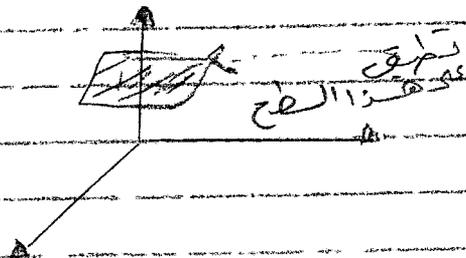
* ملحوظة / لكي أدرس نظاماً في الديناميكا الحرارية لابد ان يكون في حالة اتزان وليس في حالة انتقال وهو ينتقل من حالة إلى حالة أخرى لاستطيع دراسة النظام

* معادلة الحالة لنظام متزن P
 معادلة تربط متغيرات النظام عند الاتزان الحراري [الديناميكي]

مثال / الغاز المثالي هو غاز غير حقيقي غير موجود في الطبيعة
 يكون V كبير [الحجم] ودرجة حرارة عالية
 وعدد الجسيمات صغير

معادلة الحالة للغاز المثالي $P V = N k_B T$

عند الاتزان $f(P, V, T) = P V - N k_B T = 0$
 في حالة الغاز المثالي عند الاتزان الحراري P و V و T متغيراته
 المستقلة هو 2



* التمثيل الهندسي لمعادلة الحالة

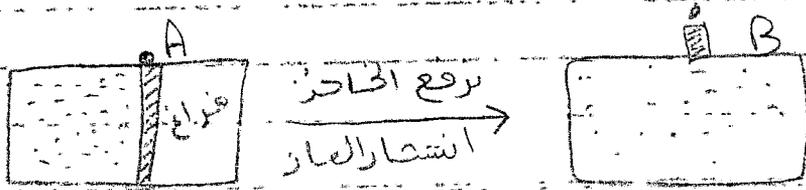
* العملية الإنعكاسية والعملية الغير إنعكاسية P
 [العملية الإنعكاسية] هي تلك العملية التي يمكن فيها اتجاهات تلقائياً
 وشروطها (1) تنعكس تلقائياً

(2) يتم ببطء شديد لمنع الفقد من الطاقة

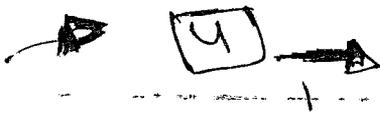
أمثلة على العملية الإنعكاسية [العملية الشبه الآتية] التقدير البدي
 عند رفع الكتلة يحدث تقيد للغاز يشبه لطف كتلة صغيرة
 في الحث الضيق وحركة الجزيئات في سبب من الحث
 فقط في الطاقة وتقل درجة الحرارة



[2] العملية الغير الإنعكاسية



يُقاس حرارة = الشغل الميكانيكي



لماذا لا
تكون

هي عملية لا يمكن عكس اتجاهها مثال التقيد الحراري الصالح

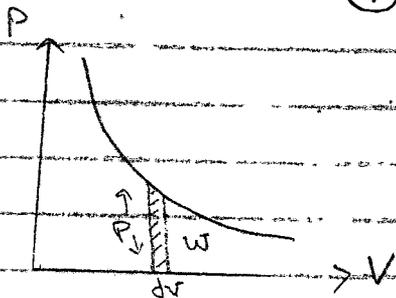
الشغل الميكانيكي / هو عبارة عن الطاقة الميكانيكية أو مقبولة بواسطة
خارج

الحرارة / هي حرارة في حالة انتقال لذلك لا يمكن دراسة الحرارة ولكن
درجة الحرارة هي التي نقتول بها

$$dw = P du$$

حيث P ضغط

السلك المبرود عن النظام [حرارة حرارة]
السلك المبرود بواسطة النظام
[أخذ حرارة داخلية من النظام]



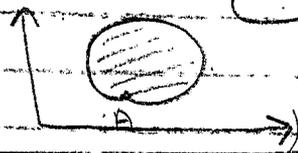
تقليل الضغط ← زيادة الحجم
زيادة الضغط ← نقصان الحجم

$$P \propto \frac{1}{V}$$

$$dw = -P dV$$

في حالة زيادة الضغط

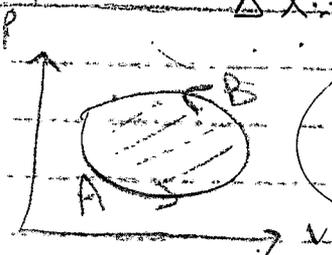
في حالة التقييد [الحجم يظل] dv سالبة
لا يوجد شغل لنظام في حالة التقييد
الحرارة والشغل لهما دالة حالة $w = \phi$



$$\Delta u = \int_A^A du = u \Big|_A^A = u_A - u_A = 0$$

دالة حالة
أكدالة

$$\Delta x := \oint dx = 0$$



$$dw = \int_A^B P dV \neq 0$$

* حرارة داخلية ودرجة الحرارة دالة حالة

5

الثانية

الحرارة / ه الطاقة المضافة للنظام .
ه الطاقة المفقودة (أو المفقودة) نتيجة الفرق في درجة الحرارة .

$\Delta Q = C \Delta T$ $\Delta Q = C (T_f - T_i)$

السعة الحرارية / ه كمية الطاقة الحرارية اللازمة لرفع درجة حرارة الجرم درجة واحد وهو كمية محددة

$C = \frac{Q}{m \Delta T}$
السعة الحرارية
الحرارة النوعية

الحرارة النوعية ه كمية تحاقيها

وحدة قياس الحرارة (الجول)

السعة الحرارية = جول / كلفن

الحرارة النوعية = كلفن . كيلوجرام أو جرام

وحدة الحرارة العملية ه الكالوري

$1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$

* العمليات الحرارية / ه طرق الانتقال من حالة إلى أخرى

1. إيزوثرمال [ثابتة درجة الحرارة] $\Delta T = 0$

2. إيزوبار [ثابتة الضغط] $\Delta P = 0$

3. إيزوكورك [ثابتة الحجم] $\Delta V = 0$

4. إديباتية $\Delta Q = 0$

والحمد لله رب العالمين

5

* عند الحجم الديناميكي الحراري ونه $N \rightarrow \infty$ و $V \rightarrow \infty$ و $\frac{N}{V} = \text{const}$

$\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = d^3 p$ (لأن كل واحد $d^3 p$)
 $\Delta x \Delta y \Delta z = d^3 r$ ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = dr$)

تتصل Δ إلى d معنا جيباً * ليجمع
 من المعادلة (1) و (2) نولها من Sumation \leftarrow Integration

$N = \int d^3 p d^3 r f(p, r, t) \rightarrow (3)$ $E_T = \int d^3 p d^3 r f(p, r, t) \frac{p^2}{2m} \rightarrow (4)$

إذ إن النظام متزن وأيون دالة التوزيع لا تعتمد على t وإذ إن النظام متوازن متجانس فأيون دالة التوزيع لا تعتمد على r من أيننا معنى انه الكفاءة ثابتة في جميع النقاط

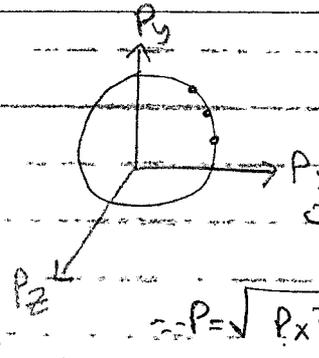
$\int d^3 r = V$ إذ إن النظام لا يعتمد على r

$\int d^3 p d^3 r f(p, r) = N \Rightarrow N = V \int d^3 p f(p)$

$\int d^3 p f(p) = \frac{N}{V}$

$E_T = V \int d^3 p f(p) \cdot \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \int d^3 p f(p) \cdot \frac{p^2}{2m} = \frac{E}{V}$

* الفرضية الجسائية في الفيزياء الإحصائية



يفرضه أن ألبسنا الكرة في ثلاث أبعاد بالقيمة p وبضرب قطرها $\sqrt{2mE}$ وإذ إن النظام له طاقة ثابتة في حالات النظام يوجد على السطح وله قطر ثابت وبالتالي نقطة وصف النظام توجد على السطح ثابتة يصف المقتر مختلفة الإحصائيات

$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}$

كل نقطة على السطح هي microstate

العدد الكلي للقواطع = عدد الحالات الميكروسكوبية
 * احتمال تواجد النظام في أي حالة ميكروسكوبية أو كل الحالات الميكروسكوبية لها نفس الاحتمال

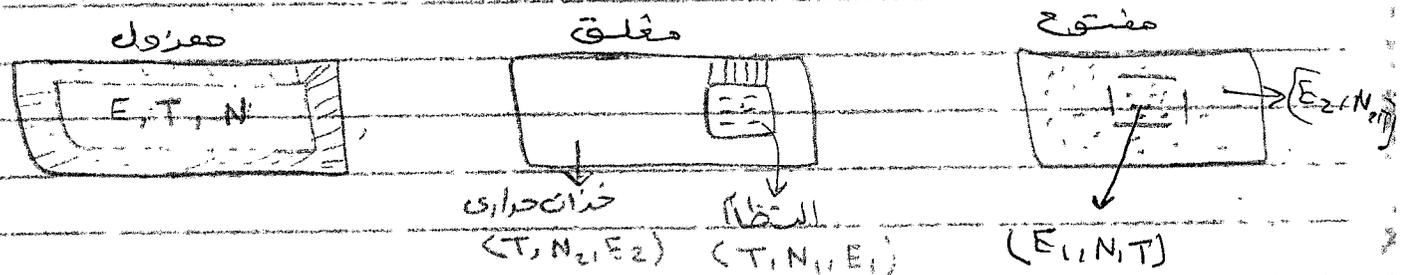
التحولات الاحصائية Ω

هناك ثلاث أنواع من الأنظمة والديناميكا الحرارية

- 1 النظام المعزول (نظام القنوي المصغر)
- 2 النظام المغلق (القانوني)
- 3 النظام المفتوح (الموسع)

النظام المعزول هو نظام ثابت درجة الحرارة والحجم وثابت الطاقة ولا يتبادل طاقة أو جسيمات مع الوسط المحيط

النظام المغلق / يتبادل الطاقة ولكنه ثابت الحجم والحرارة
 النظام المفتوح / يتبادل كل من الطاقة والحرارة مع الوسط المحيط



حسب دالة التوزيع لكل نظام وبعد ذلك يربط بين المتغيرات الميكروسكوبية والماكروسكوبية

حيث k الميكروي والشمولي لكل خواص النظام $S = k \ln \Omega$

k ثابت البولسمات

Ω مجموع العد الكلي للحالات الميكروسكوبية

$S = k \ln \Omega$ والحد للمعادلة

الهدف من هذا المحاضرة
 على فهم تركيبهم من 3 مستويات
 طاقة حيث يوزع الطاقة
 الكلية للنظام $3\epsilon_1$

محاضرة احصائية (3)

* هناك ثلاث أنظمة مختلفة لها

A النظام القانوني المصغر

B النظام القانوني

C النظام القانوني الموسع

* النظام القانوني المحصور [نظام معزول]

مثال / نفرض ان لدينا ثلاث جسيمات A, B, C وأماكن الطاقة

المباحة لديهم هي $E_0 = 0, E_1, E_2 = 2\epsilon_1, E_3 = 3\epsilon_1$

الطاقة الكلية للنظام هي $3\epsilon_1$

رقم الإشغال / هو عدد الجسيمات داخل كل خلية بالنظام والبالغ رقم

الإشغال للمستويات الاربعة هي N_0, N_1, N_2, N_3

مثال " المستوى الذي يتوزع طاقتة E_0 يكون مشغول بعدد جسيمات N_0 وهكذا

يوجد ثلاث حالات ماكروسكوبية

MACRO-STATE	N_0	N_1	N_2	N_3	$\sum_{i=0}^3 N_i$	$E = \sum_{i=0}^3 N_i \epsilon_i$
I	2	0	0	1	3	$3\epsilon_1$
II	1	1	1	0	3	$3\epsilon_1$
III	0	3	0	0	3	$3\epsilon_1$

MACRO-STAT : طاقة النظام - درجة الحرارة - ضغط [خواص الترموديناميكية P, V, T]

MICRO-STAT : طاقة الوضع - الحركة مكونات النظام [STATISTICAL]

* يمكن لقب micro-state و macro-state

* مثال / هناك 3 حالات ماكروسكوبية كم تقوى هي الحالات الميكروسكوبية P

Energy State	macro-state I			macro-state II						macro-state III	
E_3	A	B	C	-	-	-	-	-	-	-	-
E_2	-	-	-	A	A	B	B	C	C	-	-
E_1	-	-	-	B	C	A	C	A	B	ABC	-
E_0	BC	AC	AB	C	B	C	A	A	B	-	-
	3 حالات ميكروسكوبية			6 حالات ميكروسكوبية						حالة واحدة	

$$1 \text{ micro-state} = 3 \text{ macro-state}$$

نصفين من الجسم
 القياسية $\Delta S = 0$
 غير اسكالية
 0.50.5

المعنى أن الحالة التي تقطن Δ_{max} هي المعضلة
 التي تقطن أكبر عدد من الميكروسكوبات
 أكبر عددها الماكروسكوبات

* في حالة N جسيمات و r من مستويات طاقة

$$E_0, E_1, E_2, \dots, E_{r-1}$$

$$N_0, N_1, N_2, \dots, N_{r-1}$$

$$N = \sum_{i=0}^{r-1} N_i = \text{const} = N \rightarrow \text{العدد الكلي للجسيمات} *$$

$$E_T = \sum_{i=0}^{r-1} N_i E_i = \text{const} = E_T \rightarrow \text{الطاقة الكلية للنظام} *$$

لحساب العدد الكلي للحالات الميكروسكوبية Total number of micro

$$\Omega = \frac{N!}{N_0! N_1! N_2! \dots}$$

macro state I

$$\Omega_I = \frac{3!}{2! 1! 0! 1! 0! 1!} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\Omega_{II} = \frac{3!}{1! 1! 1! 1! 0!} = \frac{6}{1} = 6$$

macro-state II

macro-state III

$$\Omega_{III} = \frac{3!}{0! 3! 0! 0! 1! 0!} = \frac{6}{6} = 1$$

ملاحظة

الحالة الماكروسكوبية الأكثر احتمالاً هي الحالة ذات الحالات الميكروسكوبية الأكثر و macro-state II

هذا الزايجين الديناميكا الحرارية والفيزياء الإحصائية P
 هو الاستروبي

$$S = k_B \ln \Omega_{max}$$

هذا المعروف في الديناميكا الحرارية أن الاستروبي S كما

أفضل توزيع للجسيمات في هذا النظام هو macro-state II حيث التوزيع
 أقرب ما يكون للعدد

$$\therefore \Omega = \frac{N!}{\prod_{i=0}^{r-1} N_i!} \rightarrow \text{maximum} \rightarrow \text{I}$$

عندما يكون Ω قيمة عظمى

$\ln \Omega$ قيمة عظمى

Stirling's approximation ← الاستخدام

$$\ln N! = N \ln N - N \quad \text{for large } N$$

لقيم N الكبيرة

بالإضافة على المعادلة (1)

$$\ln \Omega = \ln \frac{N!}{\prod_{i=0}^{r-1} N_i!} = \ln N! - \ln \prod_{i=0}^{r-1} N_i! = \ln N! - \sum_{i=0}^{r-1} \ln N_i!$$

$$\Pi = (N_0, N_1, N_2, \dots, N_{r-1}) \quad \text{هنا نقطة = تحول الجزء إلى المجموع}$$

$\Pi \rightarrow \sum$

$$\therefore \ln \Omega = N \ln N - N - \sum_{i=0}^{r-1} (N_i \ln N_i - N_i)$$

$$\therefore \ln \Omega = N \ln N - N - \sum_{i=0}^{r-1} (N_i \ln N_i - N_i) = N \ln N - N - \sum_{i=0}^{r-1} N_i \ln N_i + \sum_{i=0}^{r-1} N_i$$

$$\sum_{i=0}^{r-1} N_i = N$$

$$\therefore \ln \Omega = N \ln N - N - \sum_{i=0}^{r-1} N_i \ln N_i + N$$

$$\therefore \ln \Omega = N \ln N - \sum_{i=0}^{r-1} N_i \ln N_i \Rightarrow (2) \quad \times$$

للحصول على $\ln \Omega$ max

$$\left[\frac{\partial \ln \Omega}{\partial N_i} \right]_{N_i \in E} = 0$$

$$\Rightarrow -\delta \ln \Omega = \delta \sum_{i=0}^{r-1} N_i \ln N_i = \sum_{i=0}^{r-1} N_i \underbrace{\delta \ln N_i}_{\frac{\delta N_i}{N_i}} + \sum_{i=0}^{r-1} \ln N_i \delta N_i = 0$$

$$\therefore -\delta \ln \Omega = \sum_{i=0}^{r-1} \delta N_i + \sum_{i=0}^{r-1} \ln N_i \delta N_i = 0 \quad \times \rightarrow (3)$$

* ثابتا في الدنيا مرة واحدة
 كنتنكر فلتكن له فقط

لتحقق المعادلة (3) لا بد من وجود ثلاث شروط

$$i) - \delta \ln \Delta = \sum \delta N_i + \sum \ln N_i \delta N_i = 0 \quad \text{maximum}$$

$$ii) - \delta N = \sum \delta N_i = 0 \quad \text{const must not change}$$

$$iii) - \delta E = \sum \epsilon_i \delta N_i = 0 \quad \text{const must not change}$$

* Lagrange multipliers متغيرات لا يبراج

$$\therefore \sum \delta N_i + \sum \ln N_i \delta N_i + \lambda \sum \delta N_i + \beta \sum \epsilon_i \delta N_i = 0$$

$$\therefore \sum \delta N_i [1 + \ln N_i + \lambda + \beta \epsilon_i] = 0$$

$$\therefore 1 + \ln N_i + \lambda + \beta \epsilon_i = 0$$

$$\therefore \ln N_i = -(\lambda + 1) - \beta \epsilon_i = 0 \quad \text{* تأخذ من الطرفين}$$

$$\therefore N_i = \exp[-(\lambda + 1)] \exp[-\beta \epsilon_i]$$

بفرض أنه

$$\alpha = \exp[-(\lambda + 1)]$$

$$\therefore N_i = \alpha \exp[-\beta \epsilon_i] \Rightarrow \alpha = \frac{N_i}{\exp(-\beta \epsilon_i)} \quad *$$

⇒ Determination of α →

$$\sum_{i=0}^{n-1} N_i = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha \exp[-\beta \epsilon_i] = \alpha \sum_{i=0}^{n-1} \exp[-\beta \epsilon_i] = N$$

$$\therefore \alpha = \frac{N}{\sum_{i=0}^{n-1} e^{-\beta \epsilon_i}} \quad \text{* بالتعويض عن α مع$$

$$\frac{N_i}{\exp(-\beta \epsilon_i)} = \frac{N}{\sum_{i=0}^{n-1} e^{-\beta \epsilon_i}}$$

$$\Rightarrow N_i = \frac{N \exp(-\beta \epsilon_i)}{\sum_{i=0}^{n-1} e^{-\beta \epsilon_i}}$$

$$\therefore N_i = \alpha \frac{1}{\epsilon_i}$$

علاقة عكسية بين طاقة المستوى وعدد الجسيمات N

معاملة إحصائية (4)

* النظام القانوني المعزول (المعزول) micro canonical ensemble

$$n_i = \frac{N e^{-\beta E_i}}{\sum_j e^{-\beta E_j}}$$

if n_i : Numbers of Particles of one state

$$S = k \ln \Omega \quad \text{if } \Omega \Rightarrow \text{maximum}$$

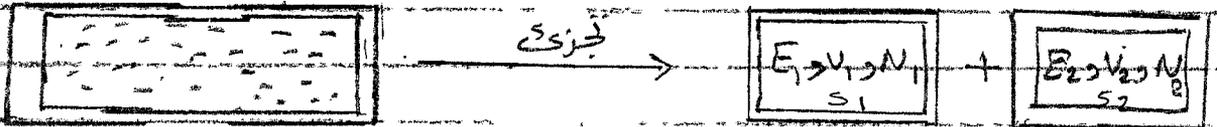
(Ω) numbers of micro-states

الإستروبي (k)

$$\beta = \frac{1}{k_B T} \quad \text{if } k \text{ or } k_B \text{ Boltzman const}$$

التجمع القانوني المعزول / ليمثل هذا التجمع النظام المعزول أي حالة ثابتة الطاقة وعدد الجسيمات.

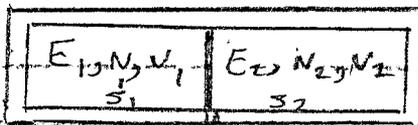
في كيفية إثبات فرضية بولتزمان $S = k_B \ln \Omega$ لفرضه ان لدينا نظامين معزولين $[T = \text{const}]$



$$\Omega_1 = \Omega_1(E_1, V_1, N_1)$$

$$\Omega_2 = \Omega_2(E_2, N_2, V_2)$$

لوضع النظامين معاً من خلال حاجز جداري متنقل يتقبل الحرارة بين النظامين إذ تحتل عدد الجسيمات.



↓ حاجز جداري متنقل

عدد الحالات الميكروسكوبية الكلية Ω_T هو حاصل ضرب $\Omega_1 \cdot \Omega_2$

$$\Omega_T = \Omega_1(E_1) \cdot \Omega_2(E_2)$$

عندتوت N و V

لحيت الإنتروبيا عندما تأخذ Ω أقصى قيمة لها بين النظامين يتوقف انتقال الطاقة الحرارية

فروض أن طاقة النظام الأول هي E و طاقة النظام الثاني E_0
 $(E_0) = \text{طاقة النظام الثاني} + \text{طاقة النظام الأول } (E)$

$$E_0 - E = \text{طاقة النظام الثاني}$$

$$S = k \ln \Omega$$

↓ ↓
max max

الإومجيا Ω دالة في (E) فقط

طريقة طردية بين S و Ω

$$\Omega(E) = \Omega_1(E_1) \Omega_2(E_2)$$

$$E_2 = E_0 - E$$

$$\Omega(E) = \Omega_1(E) \Omega_2(E_0 - E)$$

لنفاضل هذه المعادلة مع العلم أنك $E_0 = \text{const}$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial E} = 0$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial E} = \frac{\partial \Omega_1}{\partial E} \Omega_2 + \frac{\partial \Omega_2}{\partial E} \Omega_1 = 0$$

في الإيزرات تكون $\Omega(E)$ أكبر قيمة ممكنة والتفاضل عند أكبر قيمة وأصغر

قيمة يساوي الصفر

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial E} \Omega_2 = - \frac{\partial \Omega_2}{\partial E} \Omega_1$$

بالقسمة $\Omega_1 \Omega_2$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial E} \frac{1}{\Omega_1} = - \frac{\partial \Omega_2}{\partial E} \frac{1}{\Omega_2}$$

$$\ln \Omega_2 = S_2$$

$$\ln \Omega_1 = S_1$$

$$\frac{\partial \ln \Omega_1}{\partial E} = - \frac{\partial \ln \Omega_2}{\partial E}$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial E} = - \frac{\partial S_2}{\partial E} \Rightarrow$$

هذا هو شرط الإيزرات

$$\frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T}$$

على الديناميكا الحرارية لحيزان

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} \Rightarrow T_1 = T_2$$

شرط الاتزان

وتوافقا سرية الحرارة

سك / إثبات القانون الثاني للديناميكا الحرارية من خلال الفيزياء الإحصائية

وهو ينص على $\Delta S \geq 0$

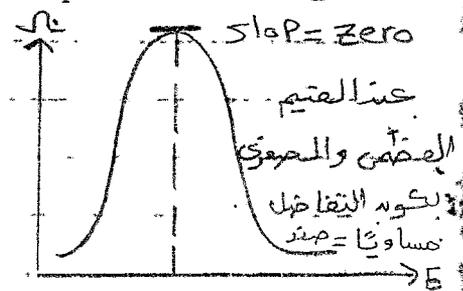
$$S = k \ln \Omega$$

ملحوظة // $\Delta \geq 0$ لأن Ω لا يمكنه تناقصا أصغر لأنها تغير عند الحالات الميكروسكوبية للنظام خافذا

ساوت الصفر لا يكون هناك جيات وبالتالي لا توجد

نظاما - فنتج: أنه ذلك إن أقل قيمة لا $S = 0$

$$S = k \ln(\Omega) = 0$$



$$\Delta S \geq 0$$

* القانون الثالث والديناميكا الحرارية P

* إذا وصلت T [درجة الحرارة بالكلفن] إلى الصفر $K \rightarrow 0$

تعد الإنتروبي للصفر أيضًا $S \rightarrow 0$

* لا يمكن إثبات هذا القانون من خلال الفيزياء الإحصائية الكلاسيكية

لأنه طبيعة كمية. لذلك تمكث إثباته بالفيزياء الإحصائية الكمية

* خطوات الحصول على دوال الديناميكا الحرارية للنظام القانوني المصغر P

1 حساب عدد الحالات الميكروسكوبية (Ω) (# micro-states)

2 من خلال Ω نحسب الإنتروبي (S) وبالتالي نحسب حساب أي خاصية أخرى

مثال 1 حساب درجة الحرارة (T)

$$\frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T} \rightarrow T = \left(\frac{\partial E}{\partial S} \right)_V$$

مثال 2 حساب الضغط (P)

$$P = - \left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_{S, N}$$

مثال 3 حساب الطاقة الحرة (A)

$$A = E - T \cdot S$$

مثال 4 حساب السعة الحرارية عند حجم ثابت (C_V)

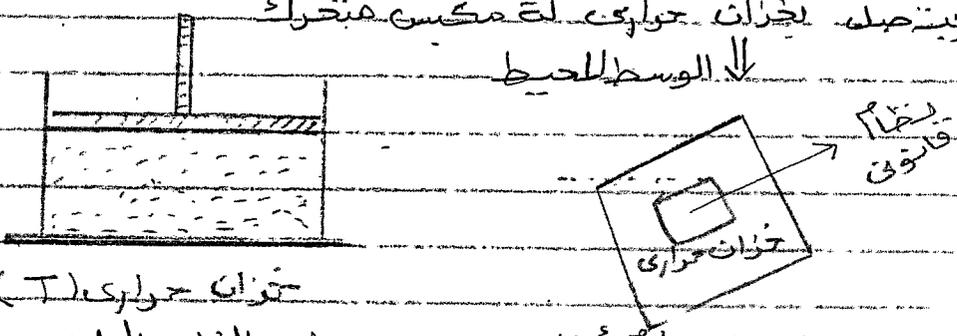
$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V$$

السعة الحرارية: الطاقة اللازمة لرفع وحدة الكتلة درجة واحدة لدرجة عند شروط الحجم

* اللهم علمنا ما ينفعنا والعنا بما علمتنا وزدنا علما
 * اللهم أحزبنا من طمأنة الوهم والجهل إلى أيقان المعرفة واللمم ومدد حور السهوا
 إلى حبات القلوبيات يا ربي

ثانياً التجميع القانوني [النظام القانوني] يصف نظاماً مغلقاً .

النظام المغلق / تبادل فيه الطاقة فقط وليس المادة وتظل به الحرارة ثابتة لذلك يتصله بخزان حراري له مكبس متحرك
 لا الوسط المحيط



خزان حراري (T)

* نفرض ان درجة حرارة النظام أقل من درجة حرارة الخزان الحراري فيتم
 (يمتص) النظام طاقة فيرتفع المكبس لإعلى حتى تستوي درجة الحرارة مع الخزان T

* عند حفظ المكبس درجة الحرارة ^{تزداد} فيالتالي الحجم يظل يقل وبالتالي
 درجة حرارة النظام أكبر من الخزان فيالتالي الخزان يمتص حرارة حتى
 تتعادل درجة حرارة مع النظام ولتسه هذة العملية (عملية شبه ساكنة)
 لو ان التغيرات فيها تكون حافية فنعتبر درجة الحرارة ثابتة وعند الحسمات
 أيضاً ثابتة ومتغير الطاقة E

نفرض ان P_i هي احتمالية ان يكون طاقة النظام (E_{mi})
 شروط عند الاتزان P_i

$$1) \sum P_i E_{mi} = \langle E \rangle \equiv E$$

الطاقة المتوسطة

$$P_1 E_1 + P_2 E_2 + \dots + P_i E_i = \langle E \rangle \equiv E$$

$$2) \sum P_i = 1$$

مجموع الاحتمالات = 1

$$3) S = k \ln \Omega = -k \sum P_i \ln P_i$$

* من مضاعفات لاجرانج للحصول على الاتزان

$$-k \sum P_i \ln P_i + \alpha \sum (P_i - 1) + \beta \sum (P_i E_i - E) = 0 \rightarrow (1)$$

ملاحظة: كل دوال الديناميكا الحرارية ^{علم} تظهر من دالة الترتيب (ح)

* العنصر هو الحصول على P_i التي تحول المعادلة (1) متدقة
 المشتق هذه المعادلة بالنسبة لـ P_i $(\frac{\partial}{\partial P_i}) P_i$

$$-k \ln P_i - k + \lambda - \beta E_i = 0$$

$$\therefore k \ln P_i = \lambda - k - \beta E_i \quad \text{بأخذ } n \text{ طرفين}$$

$$(\lambda - k - \beta E_i)$$

$$\therefore P_i = e$$

$$P_i = e^{(\lambda - k) - \beta E_i}$$

$$\text{بمصرح أن } c = e^{(\lambda - k)} \text{ وذلك لأن } (\lambda, k) \text{ ثوابت}$$

$$\therefore P_i = c e^{-\beta E_i} \Rightarrow (2)$$

$$\therefore \sum P_i = \sum c e^{-\beta E_i} \quad \text{مساوية المشتق لكي أن } \sum P_i = 1$$

$$\therefore 1 = \sum c e^{-\beta E_i} \Rightarrow c = \frac{1}{\sum e^{-\beta E_i}} \Rightarrow (3)$$

بالتعويض من (3) في (2) نحصل على

$$\therefore P_i = \frac{e^{-\beta E_i}}{\sum e^{-\beta E_i}} \quad \times$$

هناك علاقة عكسية بين P_i و E_i
 $(P_i \propto \frac{1}{E_i})$

$$Z = \sum e^{-\beta E_i} = \frac{1}{c} \quad \text{دالة الترتيب (ح)}$$

$$\therefore P_i = \frac{e^{-\beta E_i}}{Z}$$

أحتمالية أن يكون النظام لماقتة E_i

الصيغة العامة لتجميع القانون

$$\frac{N_i}{N} = \frac{e^{-\beta E_i}}{\sum e^{-\beta E_i}} = \frac{e^{-\beta E_i}}{Z} \quad \text{تكوننا سابقاً في النظام القانوني المصغرة}$$

نسبة العلاقة في التجميع القانوني

* لكن $(\frac{N_i}{N})$ هي عند الجسيمات في الحالة i ← الجسيمات لتميل أن تكون في أقل طاقة ممكنة.

* بينما P_i احتمال أن يكون النظام في طاقة E_i ← النظام يعيل أن يكون في أقل طاقة ممكنة.

* العلاقة بين النظام القانوني بالديناميكا الحرارية P ΔE معروف أن النظام القانوني مدار جزيئات حراري طاقتة تزيد وتقل حسب درجة حرارة الوسط التوزيع في الطاقة

① $E + \Delta E$ * أكثر ② $E - \Delta E$ * أقل

$$(\Delta E)^2 = \frac{\sigma^2}{\sigma \beta^2} \ln Z$$

التوزيع عند التدرج القوي الحالة

② متوسط الطاقة $\langle E \rangle$

$$\sum P_i E_i = \langle E \rangle = E$$

يمكن التعبير أحياناً بـ (U) عن (E) وهى الطاقة الداخلية

$$\sum \frac{e^{-\beta E_i}}{Z} E_i = \langle E \rangle$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{Z} \sum e^{-\beta E_i} E_i = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$$

مترجم

$$\beta = \frac{1}{kT} \leftarrow \text{أشبهان}$$

$$\therefore S = -k \sum P_i \ln P_i$$

$$S = -k \sum \frac{1}{Z} e^{-\beta E_i} \ln \frac{1}{Z} e^{-\beta E_i}$$

$$\therefore S = -k \sum \frac{1}{Z} e^{-\beta E_i} (\ln e^{-\beta E_i} - \ln Z)$$

ملحوظة: ملاحظ مع بعض

$$\therefore S = -k \sum \frac{e^{-\beta E_i}}{Z} (-\beta E_i - \ln Z)$$

$$\therefore S = k \sum \frac{\beta E_i}{Z} e^{-\beta E_i} + k \ln Z$$

$$= E = \frac{E_i e^{-\beta E_i}}{Z}$$

محاضرة إحصائية (5)

الغاز المثالي في التمثيل أو التجميع أو التوزيع
 كونه وثنائية الجسميات كثيرة في الغاز المثالي

$$Z = \sum e^{-\beta E_i} \quad \text{دالة التوزيع}$$

$$Z = \int \frac{d^{3N} r \cdot d^{3N} p}{N! \cdot h^{3N}} e^{-\beta E_i}$$

لذلك تحول التجميع إلى تكامل

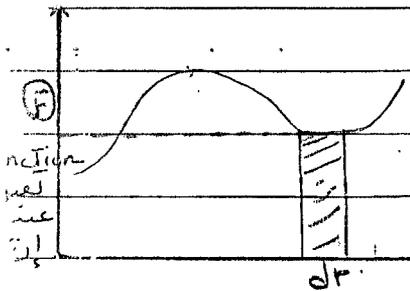
حيث أن $(d^{3N} p \cdot d^{3N} r)$ يعبر عن عنصر الحجم في فراغ (dx) (dv)
 وقيمة Functions [الارتفاع]

* دالة التوزيع

إذا كانت لدينا دالة التوزيع

وهي دالة التوزيع فإردينا إلى جولة على المساحة

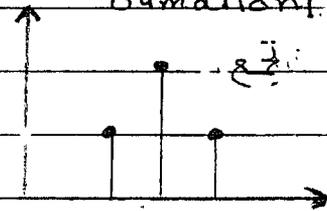
أسفل المنحنى فإردينا لأخذ مساحة صغيرة جدا



(dr) ثم نستخدم التكامل

(F) هي دالة function بتفسير الارتفاع

* أما إذا كانت الدالة غير مستمرة فإردينا استخدام Sumation



الغاز المثالي

تكون الجسميات في حيزية جدا (Points) وهي جسميات حرة لها طاقة حركية

وليس لها طاقة الوضع (V)

حيزية الطاقة

$$H = K + V \quad \rightarrow \quad H = K = \frac{p^2}{2m}$$

$$E_i = H = \sum \frac{p_i^2}{2m}$$

تفسير حركة العلاقة علاقة عامة

عند دراسته لدى تقسيمنا إلى الطاقة الخاصة به وأجزاء بقية التجميع

Sumations

$$Z = \int \frac{d^{3N} p \cdot d^{3N} r}{N! \cdot h^{3N}} e^{-\beta \sum_{i=0}^N \frac{p_i^2}{2m}}$$

$$p_i^2 = p_{i1}^2 + p_{i2}^2 + \dots$$

حيث أن h / تكامل التكامل في البصير
 وهو ثابت بلانك

look

محاضرة إحصائية (5)

الغاز المثالي في التمثيل أو التجميع أو التوزيع
 كونه وثناعدي الجسميات كثيرة في الغاز المثالي

$$Z = \sum e^{-\beta E_i} \quad \text{دالة التوزيع}$$

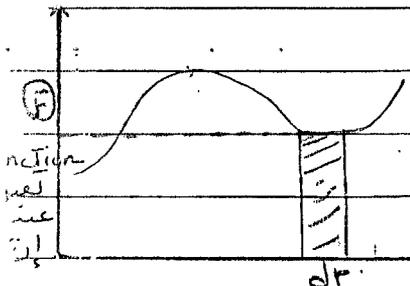
$$Z = \int \frac{d^{3N} r \cdot d^{3N} p}{N! \cdot h^{3N}} e^{-\beta E_i}$$

لذلك تحول التجميع إلى تكامل

حيث أن $(d^{3N} p \cdot d^{3N} r)$ يعبر عن عنصر الحجم في فراغ (dx) (dv)
 وقيمة Functions [الارتفاع]

* دالة التوزيع

إذا كانت لدينا دالة التوزيع



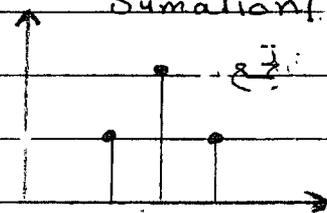
وهي دالة التوزيع فإذن تحولها إلى مساحة

أسفل المنحنى فإذن نأخذ مساحة صغيرة جدا

(dv) ثم نستخدم التكامل

(F) هي دالة Function بتفسير الارتفاع

* أما إذا كانت الدالة غير مستمرة فإذن نستخدم Sumation



الغاز المثالي

تكون الجسميات في حيزية جدا (Points) وهي جسميات حرة لها طاقة حركية

وليس لها طاقة الوضع (V)

حيزية الجسميات

$$H = K + V \quad \rightarrow \quad H = K = \frac{p^2}{2m}$$

$$E_i = H = \sum \frac{p_i^2}{2m}$$

تفسير حركة العلاقة علاقة عامة

عند دراسته لدى تقسيمنا إلى الطاقة الخاصة به وأجزاء بقية التجميع

Sumations

$$Z = \int \frac{d^{3N} p \cdot d^{3N} r}{N! \cdot h^{3N}} e^{-\beta \sum_{i=0}^N \frac{p_i^2}{2m}}$$

$P_i = p_1 \cdot p_2$

حيث أن h / تكامل التكامل في البصير
 وهو ثابت بلانك

Look

2

إن الله على كل شيء قدير

أحمد

Subject.....

Date.....

الدخول الفراغ $= d^3r = V$

$$Z = \frac{V^N}{N!} \int \left(\frac{dP}{h} e^{-\frac{\beta P^2}{2m}} \right)^{3N} = \frac{d^{3N}r \cdot d^{3N}P}{N! h^{3N}} e^{-\beta \sum_{i=1}^N \frac{P_i^2}{2m}} \rightarrow (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-x^2} = \sqrt{\pi}$$

$$x^2 = \frac{P^2}{2m} \quad \frac{1}{K_B T}$$

$$x^2 = \frac{\beta P^2}{2m}$$

$$\frac{P}{\sqrt{2m K_B T}} \rightarrow * \quad P^2 = x^2 (2m K_B T)$$

$$2P dP = 2x (2m K_B T) dx$$

$$2P dP = 2 \cdot \frac{P}{\sqrt{2m K_B T}} (2m K_B T) dx$$

الجزء في $\sqrt{2m K_B T}$ وطول π

$$2P dP = 2P \frac{(2m K_B T)}{\sqrt{2m K_B T}} \cdot \sqrt{2m K_B T}$$

$$2P dP = 2P (2m K_B T) \sqrt{2m K_B T}$$

$$2P dP = 2P \sqrt{2m K_B T} \Rightarrow dP = \sqrt{2m K_B T}$$

$$\int \left(\frac{dP}{h} e^{-\frac{\beta P^2}{2m}} \right)^{3N} = \left(\sqrt{2m K_B T} dx e^{-x^2} \right)^{3N}$$

$$= \int \left(\frac{dP}{h} e^{-\frac{\beta P^2}{2m}} \right)^{3N} = \left(\sqrt{2m K_B T} \cdot \sqrt{\pi} \right)^{3N}$$

$$Z = \frac{V^N}{N! h^{3N}} \left(\sqrt{2\pi m K_B T} \right)^{3N} \quad \text{أو} \quad Z = \frac{V^N}{N! h^{3N}} (2\pi m K_B T)^{\frac{3N}{2}}$$

سأنا من خلال $P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$ أشير بأن

$P \cdot V = nKT$ العلاقة للغازات

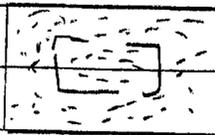
$\langle E \rangle \equiv E = U = - \frac{\partial}{\partial \beta} (\ln Z)$ كما في المبرهنات

$U = E = \frac{3}{2} nKT$ أشير بأن

$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V$ من العلاقة السابقة

$C_V = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{3}{2} nKT \right) = \frac{3}{2} nK = C_V$ #

* التوزيع القانوني الموسع [نظام مفتوح]: يتبدل لكل من الطاقة والحالة



المعادلة تتبدل مع إضافة $[du = Tds - PdV]$ الجسيمات الجديدة

نظام مفتوح

$[du = Tds - PdV + \mu dN]$ إذا لم يتبدل عدد الجسيمات ثابتة

μ (الجهد الكيميائي) هو الطاقة المطلوبة لإضافة جسيم واحد للنظام في حالة اتزان مع الخزان الحراري

$F = - \int s dT + \int P dV + \int \mu dN$
 $\mu = - \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T, V}$

* حساب التوزيع القانوني الموسع P

1] $\sum P_j E_j = E$

2] $\sum P_j N_j = N$ (N_j) عدد الجسيمات $\leftarrow P_j = \frac{e^{-\beta E_j}}{Z}$

3] $\sum P_j = 1$

$\therefore P_j = \frac{e^{-\beta E_j + \beta \mu N}}{\sum e^{-\beta E_j + \beta \mu N}} \rightarrow Z_{gr} = \sum Z^N \mu^N$

$Z = \sum e^{-\beta E_j}$
 $Z^N = e^{-\beta \mu N}$

Subject

Date

$$\therefore \langle E \rangle \equiv F \equiv U = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z_{gr}$$

لأن $\langle N \rangle$ متوسط عدد الجزيئات في الحالة i

$$\langle N \rangle = \frac{\sum N_i e^{-\beta(E_i + \mu N_i)}}{\sum e^{-\beta \mu N_i} Z}$$

$$\langle N \rangle = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln Z_{gr} \quad \#$$

الضغط $P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T$

$$P V = N K T \quad \text{أولاً} \quad \therefore P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T$$

$$\therefore F = -N K T \left(1 + \ln \frac{V}{Z_{gr}^3 N} \right)$$

$$F = -N K T - N K T \ln \frac{V}{Z_{gr}^3 N}$$

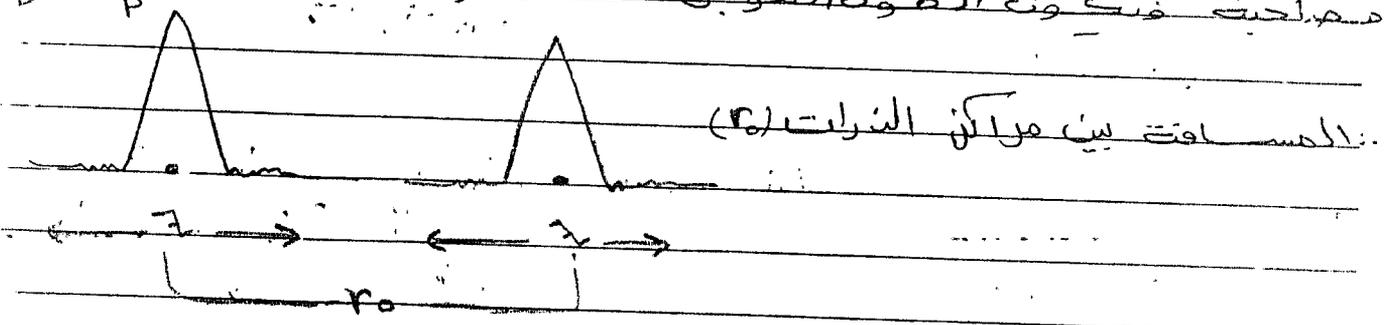
$$\therefore \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -\frac{N K T}{V}$$

$$\therefore P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \frac{N K T}{V}$$

$$\therefore \boxed{P V = N K T} \quad \#$$

مراجعة (7) الخصائص الموجية

الفيزياء الكمية من خلال فرض دي برواليك ون لكل جسيم هو وحدة
مما حدثت فيه وت الطول الموجي لهذة الجسيمات $\lambda = \frac{h}{p}$



لحيث التراكب في انما تكون r_0 أقل كثيرا من λ
من نظرية الحركة للفرات $E = \frac{3}{2} K T$ و $E = \frac{P^2}{2m}$

$$\frac{P^2}{2m} = \frac{3}{2} K T \Rightarrow \frac{P^2}{3m} = K T$$

$$P^2 = 3 m K T \Rightarrow P = \sqrt{3 m K T}$$

$$\lambda = \frac{h}{P} \Rightarrow P = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{3 m K T}}$$

$$\lambda_{Th} = \frac{h}{\sqrt{2 \pi m K T}}$$

وهذا هو الموجي الحراري

$$\lambda_{Th} \approx \lambda$$

$$\lambda_{Th} \ll r_0$$

$$r_0 \propto \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3}$$

Total number of particles = N

look $\frac{V}{N}$ هو الكثافة يعني عدد الجسيمات في وحدة الحجم و

$$\left(\frac{V}{N}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{n}\right)^{1/3}$$

$$\lambda_{Th} \ll \left(\frac{1}{n}\right)^{1/3} \Rightarrow \lambda_{Th} n^{1/3} \ll 1$$

$$\boxed{h^3 n^{1/3} = 1}$$

على الحدود بين الجسيمات
التي هي السببية

$$h \cdot n^{1/3} = 1 \Rightarrow \left(\frac{h^3 n}{(2\pi m k T)^{3/2}} \right) = 1$$

الحدود بين الجسيمات $h = 2\pi h \leftarrow \therefore h = \frac{h}{2\pi}$

$$\frac{(2\pi h)^3 \cdot n}{(2\pi m k T)^{3/2}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2\pi h^2}{2\pi m k T} \right) \cdot n = 1$$

درجة الحرارة التي تتحقق فيها المعادلة السابقة تسمى درجة حرارة الغاز

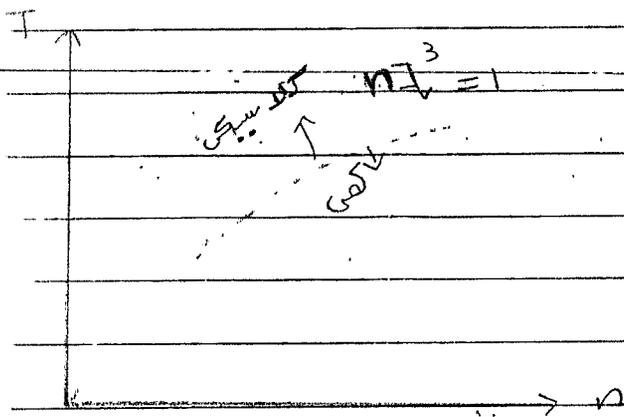
$$k T_0 = \frac{2\pi h^2}{m} n^{2/3} \quad \therefore k T_0 \propto n^{2/3}$$

CONST

H₂ Gas \rightarrow الكثافة (2×10^{19}) * $T_0 = 5 \times 10^{-2} \text{ K}$

He (g) \rightarrow 2×10^{22} * $T_0 = 2 \text{ K}$

e⁻ الإلكترونات \rightarrow 10^{22} * $T_0 = 10^4 \text{ K}$



هذه الأنواع من Particals (الجسيمات) في الفيزياء الكمية

1- الفيرميونات Fermions

2- البوزونات bosons

الفيرميونات تخضع لقاعدة باولي الاستبعاد ومثالها [الإلكترونات والبروتونات والنيوترونات]

بينما البوزونات لا تخضع لقاعدة باولي الاستبعاد مثال عليها (الفوتونات والنيوترونات)

* قاعدة باولي الاستبعاد تنص على

لا يمكن أن يكون لـ State واحدة \leq one Particals

← بمعنى أن كل جلية تكافئ جسيم واحد أو لا تكافئ إطلاقاً

فلا يمكن أن يكون لـ State واحدة \leq one Particals

في حالة البوزونات: الحالة الواحدة يمكن أن تستقبل عدد من

الجسيمات

عدد الجسيمات في الحالة (1, 2, 3, ...)

البوزونات

عدد الكم المقبول

(0, 1, 2, 3, ...)

← الفيرميونات

عدد الكم المقبول

لحرف عدد صحيح

(1/2, 3/2, 5/2, ...)

لأننا لا يمكننا أن يكون عدد الكم

المقبول يساوي 1/2

نقود أن نظاماً (system) ويوجد في الحالة State الواحدة

1	2	3	...	i
n_1	n_2	n_3		n_i
E_1	E_2	E_3		E_i

عدد الجسيمات (n_i)

المطابقة للحالة للجسيمات

$$\sum n_i = N$$

$$\sum n_i E_i = E$$

* احتمالات وجود هذا النظام (الذرة) في حالة معينة حسب n_i و E_i

$$P_{n_i}(V, T, \mu) = \frac{e^{(n_i \mu - n_i E_i) / kT}}{\sum e^{(n_i \mu - n_i E_i) / kT}}$$

$$\sum e^{(n_i \mu - n_i E_i) / kT} = Z_i \quad \text{دالة التقسيم للذرة}$$

$$Z_i = \sum [e^{(\mu - E_i) / kT}]^{n_i}$$

في حالة الفرميونات $n_i = 0, 1$

بالتالي Z_i هي قيمة n_i مرة (0 و 1) فقط

when $n_i = 1 \Rightarrow Z_i = 1 + e^{(\mu - E_i) / kT}$
when $n_i = 0 \Rightarrow Z_i = 1$

احتمالات Z_{gr} في حالة الذرة لسد النظام (الذرة)

$$Z_{gr} = \prod Z_i \Rightarrow Z_{gr} = \prod (1 + e^{(\mu - E_i) / kT})$$

متوسط عدد الجسيمات في الحالة (i)

$$n_i = \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln Z_i$$

علاقة المفروضاتنا حافظتها
د n احنا فالتاليه n مرة

$$n_i = \frac{1}{e^{-\frac{(\mu - E_i)}{kT}} + 1}$$

متوسط عدد الفرميونات
ليس هي توزيع (فرضه ديراك)

$$Z_i = \sum_{n_i} [e^{(\mu - E_i) / kT}]^{n_i} \quad \text{bosons}$$

* في حالة البوزونات

$$n_i = 0, 1, 2, \dots$$

when $n_i = 0 \Rightarrow Z_i = 1$

when $n_i = 1, 2, 3, 4 \dots \Rightarrow Z_i = 1 + e^{(\mu - E_i) / kT} + e^{2(\mu - E_i) / kT} + \dots$

سلسلة لاجانج e^x

Money

فيديو ديراك للفيرميونات
 بوز آينشتاين للبوزونات
 ماكسويل بولتزمان

هناك 3 توزيعات

Date

Subject

(11)

$$Z_i = \frac{1}{1 - e^{-(\mu - E_i)/kT}}$$

في حالة البوزونات

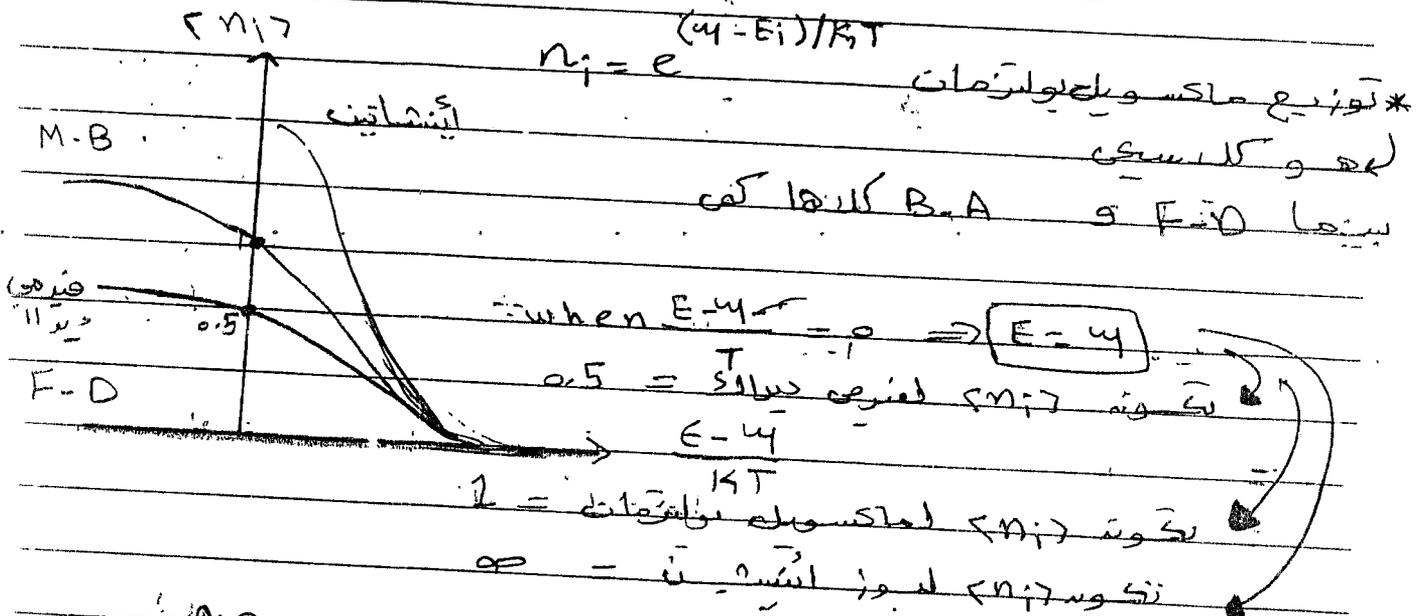
$$Z_{gr} = \prod_i Z_i$$

$$n_i = \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln Z_i$$

لحساب متوسط عدد الجسيمات في حالة البوزونات

$$n_i = \frac{1}{e^{-(\mu - E_i)/kT} - 1}$$

(فيديو توزيع [بوز - آينشتاين])



PPP

والفكر
 مامعنا أنه $n_i = 0.5$ في حالة توزيع فيزيو ديراك
 معناها أن لكل $E = \mu$ (خلية) نصف فارغ ونصف ممتلئ للمستويات
 وفي حالة ماكسويل بولتزمان فيزيو ديراك
 وفي حالة بوز آينشتاين فيزيو ديراك

