جامعة جنوب الوادى

كلية التجارة بقنـا

دراسات فى

الاقتصاد الإدارى

إعداد

دكتـــــور

موافى رمضان موافى

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

الْحَمْدُ لِلَّهِ الَّذِي أَنْزَلَ عَلَىٰ عَبْدِهِ الْكِتَابَ وَلَمْ يَجْعَلْ لَهُ عِوَجًا ۜ

صدق الله العظيم

(سورة الكهف : الآية ١)

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

مقدمة :

كل قرار إداري يتطلب إجراء مقارنة بين التكلفة المتوقعة ما جراء اتخاذ هذا القرار , والفوائد التى يتوقع أن يتم الحصول عليها نتيجة تنفيذ هذا القرار. فمثلاً قرار زيادة الإنتاج يتطلب أن تؤدي هذه الزيادة إلى زيادة الإيرادات بأكثر من زيادة التكاليف أي أن الزيادة في التكلفة أقل من الزيادة في الإيرادات. ايضاً قرار زيادة الأصول الرأسمالية يقتضي أن يقوم على نتيجة المقارنة بين الإيرادات المتوقعة من الاستثمار وتكلفة التمويل المطلوبة لذلك.

والهدف من مقرر الاقتصاد الاداري Managerial Economics هو توضيح استخدام التحليل الاقتصادي في المجال الاداري. اي بمعني ان الغرض من الاقتصاد الاداري هو استخدام وسائل التحليل الاقتصادي للمساعدة في حل المشاكل الادارية. فهذا المقرر يحاول القاء الضوء علي كيفية ترشيد عملية اتخاذ القرارات باستخدام وسائل التحليل الاقتصادي علي مستوي المنظمة.

ولذا , فسوف نحاول في هذه المادة التعرف على ماهية الاقتصاد الاداري والتوصل إلى أن دراسة هذه المادة هى محطة هامة , ونقطة تحول لفهم أعمق وأوسع لما درسه الطالب من مقاييس لآداء الاقتصاد الجزئى .

وبعد , فإننا نرجوا من الله أن نكون قد وفقنا فى إعداد هذه المذكرة آملين أن ينتفع بها أبناءنا الطلاب , وأن بستزيدوا بها علماً ومعرفةً .

مع أطيب التمنيات

د . موافى رمضان موافى

فهرس الموضوعات

	الموضوع	الصفحة
الفصل الأول	الاقتصاد الادارى وأهميته	٧
الفصل الثانى	مجالات تطبيق الاقتصاد الادارى	٢٧
الفصل الثالث	أساليب وطرق التنبؤ	٤٠
الفصل الرابع	نظرية المنشأة (تحليل الانتاج والتكاليف – الأمثلية الاقتصادية)	٦٦
الفصل الخامس	الامثلية الاقتصادية و سلوك المؤسسة	١٠٤
الفصل السادس	نموذج كورنو والتسعير للإنتاج المتعدد	١٢٨
الفصل السابع	البرمجة الخطية	١٤٧

الفصل الأول

الاقتصاد الادارى وأهميته

الفصل الأول
الاقتصاد الادارى وأهميته

الاقتصاد الادارى

تعريف الاقتصاد الاداري-:

يحاول العديد من الكتاب تعريف علم الاقتصاد الاداري والذي يطلق عليه البعض (اقتصاديات الادارة) بانه:

تطبيق النظرية الاقتصادية الجزئية والكلية على المشاكل الادارية في كل من القطاع العام والخاص.

أو أنه حلقة الوصل بين علم الاقتصاد وعلم اتخاذ القرارات الادارية.

أو دراسة وتطبيق النظريات والمبادئ الاقتصادية لتحقيق الاستخدام الامثل للموارد الندرة.

ومما سبق يتبين أن:

الاقتصاد الاداري هو العلم الذي يتم من خلاله استخدام النظرية الاقتصادية والتحليل الاقتصادي في اتخاذ القرارات الادارية التي تؤدى عن طريقها المشروعات نشاطاتها المختلفة مثل نشاط الانتاج والتسويق والانشطة المالية التي تواجه المدير اثناء ممارسة العملية الادارية.

كما يمكن القول بأن مصطلح الاقتصاد الادارى يتكون من كلمتين اولاهما الاقتصاد وهو تصرف الناس فى كيفية الانتاج والتوزيع والاستهلاك للخدمات والمواد والبضائع. والكلمة الثانية الادارة

وهـى علـم تنظـيم وتخصـيص مـوارد المؤسسـة لادراك اهـداف المؤسسـة المنشـودة. مـن التعـريفين السـابقين نـدرك العلاقـة بـين الاقتصـاد والإدارة. ولـذلك يمكـن دمـج الكلمتـين لنعـرف الاقتصـاد الادارى بانـه علـم استخدام التحليـل الاقتصـادى لصـناعة القـرارات العملية مع التوظيف الامثل لموارد المؤسسة النادرة.

يعتبـر الاقتصـاد الادارى مـن العلـوم الحديثـة الهامـة حيـث أنـه يمـد الـدارس بالاساسيات اللازمـة لدراسـة العلـوم الاخـرى مثـل التمويـل والتسويق وبحوث العمليات والمحاسبة الادارية وغيرها.

وهناك تعاريف اخرى للاقتصاد الادارى منها:

أ- هو استخدام التحليل الاقتصادى فى تشكيل سياسات المؤسسة

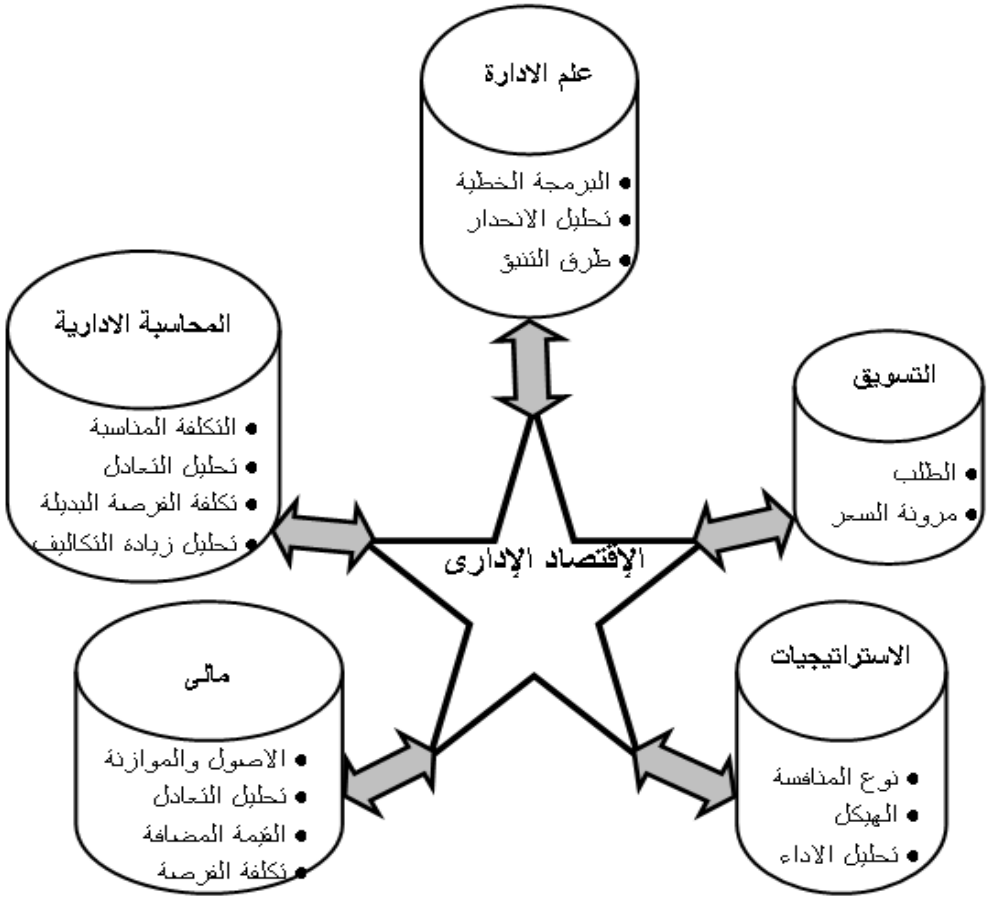
ب- تطبيق نظريات الاقتصاد الجزئى وتقنيات كمية اساسية لمجالات اخرى مثل:

- **البرمجة الخطية (علم الادارة)**
- **تحليل الانحدار (اقتصاد واحصاء وادارة)**
- **اصول الموازنـة (مالية)**
- **تحليل التكاليف (محاسبة اقتصادية وتكاليف)**

يبين شكل (١-١) علاقة الاقتصاد الادارى بالعلوم الاخرى

سنوضـح فـى هـذا الكتـاب أساسـيات الإقتصـاد الإدارى مـن خـلال العلاقـة بـين الاقتصـاد والعلـوم الاخـرى مـع التأكيـد علـى عصـب الاقتصـاد الادارى وهـى النظريـة الاقتصـادية الجزئيـة، هذه النظريـة

تمد متخذ القرار بمعلومات عن كيفية تخصيص الموارد النادرة للمؤسسة من أجل تعظيم الفائدة وتحقيق الاهداف.



شكل (١-١): علاقة علم الاقتصاد الادارى بالعلوم الاخرى

لاتخاذ مثل هذه القرارات لابد للمدير أن يسأل مجموعة من الاسئلة:

١- ما هو الوضع الاقتصادى فى سوقنا الحالى المحدد فى ظل المنافسة؟ وخصوصا:

- هيكل السوق - العـــــــرض والطلب

- التكنولوجيا الراهنة - القـــــــوانين الحكومية
- التشابكات العالمية -
التغيرات المستقبلية
- العوامل الكلية

٢- هل يجب أن نستمر فى هذا المجال؟

٣- مـا هـو خلـيط الإنتـاج الامثـل مـن مسـتويات المخرجـات والاسعار المختلفة لتعظيم الربحية او تقليل التكاليف على المدى القريب؟

٤- كيف نـنظم ونستثمر مواردنـا (الارض والعمالـة والاصـول والمهـارات الاداريـة....) بطريقـة تحقـق ميـزة تنافسـية عـن الشركات فى نفس المجال فى السوق؟

٥- ما هى المخاطر المحتملة؟

النظرية الاقتصادية والتحليل الاقتصادي .

النظرية الاقتصادية هي عبارة عن :

١. دراسة وتحليل كيفية عمل النشاطات الاقتصادية .
٢. دراسة العلاقة التي تربط هذه الظواهر والمتغيرات الاقتصادية.
٣. التنبؤ بالنشاطات والظواهر والمتغيرات الاقتصادية.

اما التحليل الاقتصادي فهو:

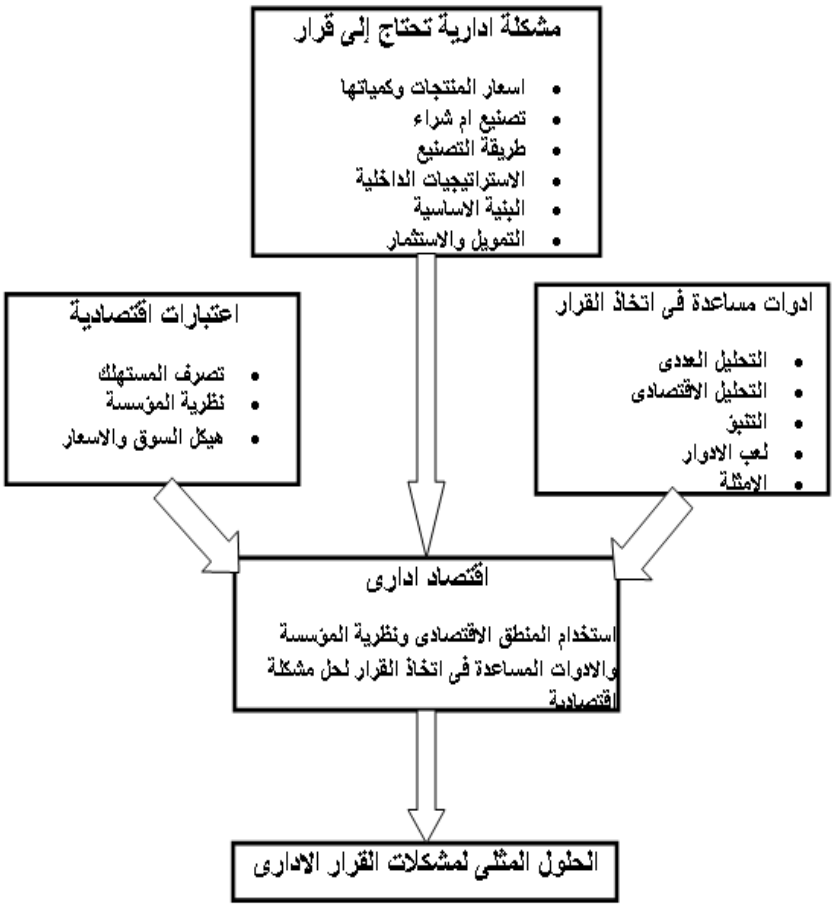
- **الادوات والاساليب التي تستخدم من اجل دراسة النظرية الاقتصادية.**
- **تحليل ودراسة القوانين الاقتصادية.**
- **التنبؤ بما ستكون عليه الظواهر والمتغيرات الاقتصادية لاحقا.**

ومن هذه الوسائل والادوات التي تستخدم في التحليل الاقتصادي علم الاحصاء والمحاسبة والرياضيات والاساليب القياسية.

نموذج صنع القرار الاقتصادى

مما سبق يمكن القول أن نموذج اتخاذ القرار والذى يطلق عليه نظرية المؤسسة هو أن المؤسسة فى أبسط صورها تضع تعظيم الربحية هدفها الاساسى. ولهذا الغرض يعمل ملاك المؤسسة والمديرين معا من أجل هذا الهدف.

ويبين شكل (١-٢) نموذج صنع القرار الاقتصادى.



شكل (١-٢): نموذج صنع القرار الاقتصادى

العوامل المؤثرة فى اتخاذ القرارات الإدارية

١ - الندرة النسبية للموارد

حيث تتسم الموارد الاقتصادية بالندرة النسبية , و بالتالى فإن زيادة الطلب عليها نتيجة اتساع النشاطات الاقتصادية و تنوع الاحتياجات يعمل على ارتفاع تكاليفها . الأمر الذى يتطلب التخطيط الادارى الجيد لرفع كفاءتها مع ضمان الاستخدام الكامل لهذه الموارد .

٢ – حالة النشاط الاقتصادى

زيادة النشاط الاقتصادى و ما يرافقه من ارتفاع الطلب على المنتجات و بالتالى زيادة أسعار تلك المنتجات و المواد الخام اللازمة لها , أو العكس فى حالة انخفاض النشاط الاقتصادى و بالتالى انخفاض أسعار تلك المنتجات و المواد الخام اللازمة لها . كل ذلك يؤثر على اتخاذ القرارات الإدارية ذات الصلة , و لذلك يمكن القول أن التقلبات الاقتصادية تلعب دوراً هاماً فى عملية اتخاذ القرار الادارى و التى تنقسم الى :

أ – تقلبات موسمية

تلك التقلبات التى تصيب بعض الصناعات ذات الطبيعة الموسمية مثل الصناعات الغذائية التى يزداد نشاطها فى موسم و يقل فى موسم آخر .

ب – تقلبات عرضية

تلك التقلبات التى تحدث بسبب الحروب أو الكوارث الطبيعية كالزلازل و البراكين

جـ - تقلبات اتجاهية

تلك التقلبات التى تحدث ببطئ و تنتشر لفترة طويلة بما يؤدى الى إحداث تغيرات فى الإنتاج و السكان لفترات طويلة الأجل

د - تقلبات دورية

تلك التقلبات التى تحدث بانتظام فى فترات متعاقبة مثل الرواج و الكساد

٣ – طبيعة السوق

تتفاوت درجة تأثير السوق على طبيعة القرارات الإدارية حسب درجة احتكار السوق و لا يكون هناك تأثير فى حالة المنافسة الكاملة حيث تزداد فى حالة الاحتكار التام و تقل فى حالة احتكار القلة و تكون أقل فى حالة المنافسة الاحتكارية و ينعدم تأثيرها فى حالة المنافسة الكاملة .

٤ – حالة عدم التأكد

تلك الحالة التى ترتبط بعدم الانتظام فى عمل النشاطات الاقتصادية التى تقوم بها المشرعات نتيجة لعدم توافر المعلومات الكافية و الدقيقة عن جوانب العمل سواء المتصلة بالمدخلات أو

المتصلة بالمخرجات , تلك الحالة تعمل على وصف القرار الادارى بالحيطة و الحظر أو بالمغامرة .

٥ – درجة التطور الاقتصادى

تؤثر هذه الدرجة من التطور الاقتصادى الذي تمر به الدول فى القرارات الإدارية حيث أن الدول التى حققت درجة أكبر من التطور الاقتصادى تتوافر فيها إمكانيات كبيرة من توافر عناصر الإنتاج و مستلزماته الأمر الذي يؤدى الى ظهور مشروعات تتسم بالحجم الكبير و الضخامة فى استخدام المستلزمات و رؤوس الأموال و الإنتاج الواسع و هو الأمر الذي لا يتحقق فى المشروعات الصغيرة و بالتالى فإن درجة التطور تؤثر فى القرارات الإدارية

تقسيم المشروعات

هناك صعوبة حقيقية فى تصنيف المشروعات الاستثمارية , وهذه الصعوبة تعود لتعدد و تشعب المعايير التى من الممكن الاستناد إليها عند القيام بهذا التقسيم حيث نجد أن نفس المشروع قد يدخل فى أكثر من تقسيم واحد , و بالتالى فإن التقسيم فى حد ذاته لا يخلع صفة لصيقة للمشروع . لأن المشروع الواحد يصلح لأن يدخل فى تصنيفات متعددة و معايير مختلفة لأن كل معيار يلزم جانب واحد من جوانب المقارنة , و يمكن الاكتفاء بمجموعة المعايير التالية لتقسيم المشروعات :

١ – معيار طبيعة المشروع ٢ – معيار ملكية المشروع

٣ – معيار طبيعة السوق الذي يتعامل معه المشروع

أولاً : معيار طبيعة المشروع

يمكن تقسيم المشروعات المختلفة طبقاً لهذا المعيار إلى :

- مشروعات صناعية
- مشروعات زراعية
- مشروعات تجارية
- مشروعات خدمية
- مشروعات التشييد و البناء

أ – مشروعات صناعية

تنقسم المشروعات الصناعية إلى مجموعة متنوعة من الصناعات والتى يمكن تصنيفها كما يلى :

- **صناعات رأسمالية**

تشمل المشروعات المتخصصة فى انتاج الآلات و المعدات الثقيلة أى تلك التى تنتج سلع الإنتاج أى أنها تنتج الأدوات التى تعتمد عليها مشروعات أخرى فى انتاج منتجاتها .

- **صناعات استهلاكية**

تشمل المشروعات المتخصصة فى انتاج سلع استهلاكية سواءً أكانت سلعاً معمرة مثل الثلاجات و السيارات و أدوات الاستخدام المنزلى أو سلعا غير معمرة مثل السلع الغذائية

- **صناعات هندسية**

تشمل المشروعات المتخصصة فى انتاج أنواع مختلفة من الأجهزة الدقيقة مثل الآلات الحاسبة و أجهزة الكمبيوتر أو التلفزيونات و الأجهزة الطبية و المعملية .

- **صناعات معدنية**

تشمل بطبيعة الحال جميع الصناعات التى تهتم بتشكيل المعادن مثل صناعة الحديد و الصلب و الصناعات المختلفة القائمة عليها مثل صناعة المواسير و حديد التسليح و السفن و صناعات أخرى و صناعات الألومنيوم و القصدير و الفوسفات و جميع المعادن الأخرى .

ب – مشروعات زراعية

تشمل المشروعات المتخصصة فى الإنتاج الزراعى بأشكاله المختلفة حيث توجد مشروعات استصلاح الأراضى الزراعية و كذلك مشروعات الرى و مشروعات تربية الماشية و تسمينها و تربية الدواجن لإنتاج البيض , كذلك صناعات الألبان و غيرها .

جـ – مشروعات تجارية

تلك المشروعات التى تقوم بعرض السلع فى الأسواق . أى تقوم بدور حلقة الوصل بين المنتجين و المستهلكين و قد تقوم هذه المشروعات بعرض سلع تم إنتاجها فى الداخل فى السوق المحلى أو بعرض سلع تم إنتاجها فى الداخل فى السوق الخارجى أو العكس نتيجة القيام باستيراد سلع منتجة خارجياً لعرضها فى السوق المحلى .

د – مشروعات خدمية

تلك المشروعات التى تقدم خدمات أى أن إنتاجها ليس سلعاً مادية ملموسة وإنما خدمة مثل خدمات النقل والتخزين . وتتعدد الخدمات التى من الممكن أن تؤديها مثل هذه المشروعات كخدمات الدفاع والأمن والقضاء والمطافى (وهذا النوع من الخدمات تقوم به الحكومات) وخدمات أخرى مثل الصحة والتعليم والترفيه والفندقة (هذه الخدمات التى يشترك فى القيام بها كل من الحكومة أو القطاع الخاص)

هـ – مشروعات التشييد و البناء

قد تكون طبيعة المشروع هو تنفيذ مقاولات البناء و التشييد مثل شركة المقاولون العرب وهذا النوع من المشروعات يتخصص فى جميع الأعمال الخاصة بالتشييد و البناء من إقامة كبارى أو مبانى حكومية أو تجمعات عمرانية كاملة كما هو الحال فى مصر بالنسبة للمدن الجديدة التى أقيمت فى السنوات الأخيرة.

ثانياً : معيار ملكية المشروع

يقسم هذا المعيار المشروعات طبقاً للجهة التى تملك المشروع , فإذا كان المشرع مملوكاً للأفراد أطلق عليه المشروع الخاص , أما إذا كان المشرع مملوكاً للدولة أطلق عليه المشروع العام

أ - المشروع الخاص

فى هذا النوع من المشروعات نجد أن الأفراد المالكين للمشروع تسيطر عليهم أهدافهم الخاصة و أهمها على الإطلاق هدف تحقيق أقصى ربح . فالمعيار الأساسى الذى يقيم به صاحب المشروع الخاص مدى صلاحية المشروع و الاستمرار فى بقاءه هو ما يدره عليه هذا المشروع من أرباح و إلا فإنه لن يستمر فى الإنتاج و يكون عليه تحويل موارده المادية للاستمرار فى مجال آخر يمكن ان يدر عليه أرباحاً أكبر و هكذا .

ب ـ المشروع العام

فى هذا النوع من المشروعات نجد أن هدف الربح ليس غائباً عنه و لكنه ليس هو الهدف الوحيد و إنما هناك أهداف أخرى من إقامة المشروع العام بل قد يتراجع هدف الربح فى المشروع العام و تتقدم عليه أهداف اقتصادية و اجتماعية أكثر أهمية , بل قد يلغى كلية ً هدف الربح و يعمل المشروع العام لأهداف أخرى سواء ً اجتماعية أو اقتصادية .

ثالثاً : معيار طبيعة السوق الذي يتعامل معه المشروع

يمكن تقسيم المشروعات من هذه الناحية الى مشروع تنافسى ومشروع احتكارى

أ ـ المشروع التنافسى

يعمل هذا النوع من المشروعات فى ظل سعر معطى على الرغم من انه لا يحدد السعر وإنما يعمل باعتبار أن السعر أمر واقع , ويكون هناك عدد كبير من المنتجين فى نفس المجال و بالتالى يتنافس مع المشروعات الأخرى فى تدنية التكاليف لتحقيق أقصى ربح , وعلى ذلك فإنه فى السوق الذي تتحقق فيه المنافسة الكاملة لا توجد نفقات للإعلان على الإطلاق الأمر الذي يعمل على تدني التكاليف بما يعود فى النهاية بالفائدة على المستهلك .

ب - المشروع المحتكر

فى هذا النوع من المشروعات ينفرد منتج وحيد بالعملية الإنتاجية فيسيطر على السوق بمفرده و يكون هو المحدد للأسعار بشكل تحكمى , و طالما أنه لا ينافسه أحد فهو لا يجتهد كثيراً فى تحقيق الكفاءة التخصصية للموارد وغالباً ما ينتج عند تكاليف أكثر ارتفاعاً من المشروع التنافسى الأمر الذي يؤدى الى انخفاض أو انعدام لفائض المستهلك .

أهمية الاقتصاد الاداري :

نظرا للحاجة الملحة لدراسة الاقتصاد الاداري انطلاقا من اهميته البالغة نتيجة للتوسع والتطور الذي يلازم عمل المشروعات في الوقت الحاضر والتي تمارس من خلاله نشاطات تتصل بانتاج السلع او تقديم الخدمات ،اذ ان المشروعات الخاصة تهدف اساسا الى تحقيق اكبر ربح ممكن عن طريق العمل على تحقيق اكبر عائد ممكن باقل تكلفة ممكنة ،وان المشروعات العامة تهدف اساسا الى تحقيق اكبر نفع اجتماعي ممكن عن طريق العمل على زيادة انتاج السلع والخدمات باقصى قدر ممكن وباقل تكلفة ممكنة مع وجود مشروعات عامة تهدف الى تحقيق الارباح.

- **ويمكن تحقيق هدف المشروعات العامة والخاصة من خلال:**
  العمل على التخصيص الكفئ او التوزيع السليم للموارد.
- **العمل على حسن استخدام الموارد.**

وتبرز اهمية وضرورة دراسة موضوع الاقتصاد الاداري نتيجة لعوامل عديدة اهمها:

١. **التوسع في حجم المشروعات وزيادة درجة تركزها والتنافس فيما بينها.**
٢. **زيادة درجة التدخل الحكومي في الاقتصاديات المعاصرة واتساع نشاط الدولة.**
٣. **التطورات التكنولوجية المتسارعة سواء المتصلة منها بتكنولوجيا الانتاج والنقل والتسويق والاتصالات والمعلومات.**
٤. **المشاكل المرتبطة بالتقلبا ت والتغيرات الاقتصادية الناجمة عن هذه التقلبات وما تتركه من تاثير على عمل المشروعات .**
٥. **الترابط الواضح بين الوظائف الادارية (الانتاج والتمويل والتسويق والافراد)من جهة وبين المهام الادارية من الجهة الاخرى.**

الفصل الثانى

مجالات تطبيق
الاقتصاد الادارى

الفصل الثانى

مجالات تطبيق الاقتصاد الادارى

التنبؤات والتحليلات التسويقية :

يعتبر التنبؤ بالنسبة للمؤسسات والشركات هو نافذة على المستقبل، ولا سيما بالنسبة للأنشطة الإقتصادية التى تعتمد على تخصيص المصادر المتاحة على الأنشطة المختلفة. والتنبؤ هو توقع ما قد يحدث فى المستقبل من أحداث. وعادة ما يهتم المديرون بنتائج هذه التنبؤات التى قد تؤثر على عملياتهم وقدراتهم، ولذلك فالهدف الرئيسى للتنبؤ هو الاستخدام الأفضل للمعلومات المتاحة حاليا، والمطلوب استثمارها فى الأنشطة المستقبلية التى تخدم الأهداف الخاصة للمؤسسة. وبصفة عامة فإن التنبؤ التام للمستقبل غير ممكن، ولكن الدراسات تعطينا اتجاهات عامة.

وفى كثير من المؤسسات يستخدم التنبؤ بالمبيعات فى تحديد مستويات الإنتاج، وفى التسعير هذا علاوة على مساعدته فى التخطيط المالى والتدفقات النقدية ورأس المال المطلوب.

وهناك الكثير من العوامل المحيطة بالمؤسسة، والتى تؤثر على احتياجات السوق والإنتاج والخدمات بالنسبة لها. ونذكر من هذه العوامل:

- الظروف العامة للعمل والحالة الاقتصادية.
- المنافسون وردود أفعالهم.

- **التشريعات الحكومية.**
- **الخطط التسويقية وتشمل:**

١. دورة حياة المنتج.

٢. موضة وشكل المنتج.

٣. تغير متطلبات المستهلك.

- **لتجديدات التكنولوجية.**

إن عملية التنبؤ ما هى إلا تقدير لمستوى المتطلبات المتوقعة فى المستقبل. فهى عبارة عن تقدير جزئى لما هو متوقع حدوثه، وتعتبر مقياسا للتنفيذ الذى بدوره يكون دليلا لما هو مرغوب فيه.

وتستخدم بعض المنظمات بعضا من قواعد التوقعات أو التنبؤات المختلفة، مثل إيرادات المبيعات، والوحدات المنتجة، وتكلفة البضائع، وساعات العمل المباشرة، وساعات التشغيل، وجميعها تعتبر قواعد عامة للتنبؤ، وتعتمد قواعد أو اساسيات التنبؤ على خطط إنشاء المتطلبات والاحتياجات الضرورية للمصنع.

إن عملية التنبؤ ما هى إلا حلقة اتصال بين البيئة الخارجية غير المتحكم فيها، وبين الشئون الداخلية المتحكم فيها للمنظمات، ويمكن أن تستخدم خطوات التنبؤ المتكافئة لحل بعض مشكلات هذه المنظمات.

وظيفة التنبؤ :

يمثل التنبؤ مجموعة من الإجراءات الهادفة للحصول على تقرير للنشاط المستقبلى، ولذلك فالتركيز الأساسى ينصب على نموذج التقنية المستخدمة فى التنبؤ. وعلى أى حال، فإنه من المفضل أن يكون التركيز على وظيفة التنبؤ ذاتها، وليس على أحد تقنيات هذا التنبؤ. ولتطوير وظيفة التنبؤ، يجب أن نحدد أولا المخرجات وأشكالها وإجراءاتها، والتى يمكن أن تحدد بوصف أو تحديد أهداف هذا التنبؤ.

ولذلك فالتحديد المبدئى للمخرجات يمكن أن يبسط اختيار نموذج التنبؤ، وإن كانت وظيفة التنبؤ لا تستكمل بدون اعتبارات المدخلات، وبغض النظر عن الوقت الذى استغرقته دراسة هذا النظام، فهناك بعض من المدخلات الكثيرة يمكن أن تختار من بين هذه المدخلات.

هذا ويعتمد اختيار نماذج التنبؤ بشكل أساسى على القيود المفروضة على المؤسسة بواسطة سياسة الإدارة، والمصادر المتاحة، وظروف التسويق، والتقنيات المستخدمة. ويمكن أن تصنف نماذج التنبؤ من حيث الناحية النوعية والناحية الكمية، فمن حيث النموذج النوعى فهو يعتمد على العنصر التقديرى والخبرة،

أما النموذج الكمى، فيعتمد على استخدام البيانات السابق تطويرها. وبعض هذه التقنيات تكون بسيطة، والبعض الآخر يكون معقداً.

وبوجه عام فإن التنبؤ لابد وأن يشمل درجة من عدم الدقة، وبمعرفة المخرجات المطلوبة، والمدخلات ذات القيمة التى تؤثر على الطلب، يمكن أن نحلل نماذج التنبؤ المختلفة. فنموذج التنبؤ يجب أن يتم اختياره بمراعاة احتياجات المستخدم، والمصادر والبيانات المتاحة. كما يجب أن يكون التنبؤ متوافقا مع المعلومات والبيانات السابقة والمتوفرة لدى مستخدم النموذج، فقد تتطلب بعض النماذج مستخدما لديه القدرة على التحليل والقياس الإحصائى. كما أن بعض المديرين لا يحبون استخدام نتائج أنظمة لا يفهمونها، ولذلك فإن استخدام أنظمة متعارف عليها ومشهورة يكون أكثر راحة لمن يستخدمها. وعلى هذا، فإن طريقة التنبؤ يجب أن تناسب الجو العام للمؤسسة وسياسة الإدارة، فالكثير من النماذج تتطلب بيانات مسبقة، وإذا لم يتوفر مثل هذه البيانات فإنه سيكون من الطبيعى استبعاد الكثير من التقنيات.

وتعتمد التقنيات المختصة للتنبؤ بالعنصر الكمى على وجود بيانات مسبقة دقيقة، كما أن تقنيات التنبؤ التى تعتمد على بيانات غير كافية لا تعطى تنبؤات صحيحة، فاختيار التقنيات تتحدد أساسا

علـى مقـدار المعلومـات المتاحـة، وعـادة مـا يشـمل التنبـؤ علـى الاعتبارات التالية:

- **عناصر التنبؤ (المنتجات).**
- **الحد الأدنى والحد الأقصى للتنبؤ.**
- **تقنيات التنبؤ (العنصر الكمى والعنصر الكيفى).**
- **وحدة القياس (بالقيمة، والأوزان).**
- **الفاصل الزمنى (أسابيع، أو شهور، أو ربع سنوى).**
- **الأفق الزمنى (عدد مرات التنبؤ خلال الفترة).**
- **مكونـات التنبـؤ (المسـتويات، والميـول، والموسـمية، ودورة المنتج، والتنوع).**
- **دقة التنبؤ (أخطاء القياس).**
- **المواقف الخاصة والتقارير الاستثنائية.**
- **مراجعة شاملة لمقاييس ومعايير نموذج التنبؤ.**

٣-٥ معايير اختيار أسلوب التنبؤ المناسب

من المشكلات الأساسية فى التنبؤ اختيار الأسلوب المناسب، والذى تتوافق شروط استخدامه مع طبيعة الظاهرة التى تستخدم فى التنبؤ بنمط سلوكها. وسواء كـان أسلوب التنبـؤ كميـاً أو غيـر كميـاً فإنه لابد من توافر الشروط الأساسية لكل منهـا، ويتوقف الاختيـار على عاملين هما:

خصائص عملية صنع القرار

أ- الأفق الزمنى:

لا شك أن الأفق أو المدى الزمنى الذى سيتناوله القرار له تأثيره الكبير على اختيار أسلوب التنبؤ المناسب. ويمكن تقسيم هذا المدى إلى المدى الحالى (أقل من شهر)، أو المدى القصير (من شهر إلى ثلاثة شهور)، أو المدى المتوسط (من ثلاثة شهور إلى سنتين)، أو المدى الطويل (أكثر من سنتين). وبالرغم من عدم وجود اتفاق عام على مدة هذه الفترات الزمنية، إلا أنه من الضرورى تحديدها حتى يمكن اختيار أنسب أسلوب ممكن للتنبؤ.

ب- درجة التفاصيل:

أحيانا ما يتطلب صانع القرار بيانات عامة تجميعية عن سلوك الظاهرة محل البحث خلال المدى الزمنى المحدد، وأحيانا أخرى يحتاج إلى بيانات تفصيلية عن جوانب الظاهرة ومستوياتها المختلفة. لذا فإن تحديد درجة التفصيل فى البيانات يعتبر خاصية هامة من خصائص عملية صنع القرار التى لها تأثيرها فى اختيار أسلوب التنبؤ المناسب.

ج- عدد الظواهر:

يؤثر عدد الظواهر التى يتعامل معها صانع القرار فى اختيار أسلوب التنبؤ المناسب، فعلى سبيل المثال إذا كان هناك عدد كبير من المنتجات التى تحتاج المنشأة للتنبؤ بحجم مبيعات كل منها خلال الفترة المقبلة، فإنه غالبا ما يفضل صانع القرار أساليب

بسيطة فى التنبؤ. أما إذا كان عدد المنتجات محدودا، فإنه من الممكن عمليا أن تستخدم أساليب تنبؤ أكثر تطورا، وغالبا ما تكون أكثر تكلفة أيضا.

د- الهدف من التنبؤ:

قد يكون الهدف من التوقع أحد أمرين: إما التخطيط أو الرقابة. ففى حالة التخطيط يهتم صانع القرار باكتشاف نمط سلوك الظاهرة، حتى يمكن التنبؤ بسلوكها فى المستقبل. أما إذا كان الهدف هو الرقابة، والتى غالبا ما تأخذ بنظرية "الإدارة بالاستثناء" (أى أن الاهتمام ليس بنمط الظاهرة ولكن بالتنبؤ بالانحراف عن النمط العام ومحاولة التدخل فى وقت مبكر لتصحيح مسارها)، فإن أسلوب التنبؤ المناسب فى هذه الحالة، هو ذلك الأسلوب الذى يساعد فى التنبؤ باحتمال التغير فى النمط العام وتوقيت حدوثه. ومن هنا نجد أن الهدف من التنبؤ يؤثر فى اختيار الأسلوب المناسب.

هـ- مدى ثبات أو استقرار الظاهرة:

لا شك أن درجة ثبات أو استقرار الظاهرة له تأثير كبير فى اختيار أسلوب التوقع المناسب، فالظواهر ذات الثبات أو الاستقرار تختلف عملية التنبؤ بسلوكها عن الظواهر غير المستقرة والمتغيرة، وبالتالى تختلف أساليب التنبؤ المناسبة.

و- خصائص صانع القرار:

لا شك أن قدرات صانع القرار وخبراته السابقة لها تأثيرها على اختيار أسلوب التنبؤ المناسب، فهناك البعض الذى يستطيع ويفضل فى نفس الوقت استخدام الأساليب المتطورة والمعقدة فنياً لإدراكه لكيفية ومزايا وعيوب استخدامها، بينما هناك آخرون يفضلون الأساليب البسيطة لسبب أو لآخر. لذا فإنه لابد وأن تؤخذ فى الاعتبار خصائص صانع القرار فى اختيار أسلوب التنبؤ.

خصائص أسلوب التنبؤ

أ- الأفق الزمنى:

يتعلق الأفق الزمنى لأسلوب التنبؤ بعنصرين أساسيين، العنصر الأول: يختص بالمدى الزمنى المناسب للتنبؤ، فهناك أساليب أفضل فى التنبؤ لفترات قصيرة الأجل فى المستقبل، بينما هناك أساليب تتناسب مع الأجل المتوسط أو الأجل الطويل. وبوجه عام تستخدم الأساليب غير الكمية فى حالة ما يكون أفق التنبؤ الزمنى طويلا. أما العنصر الثانى: فيختص بعدد فترات التنبؤ فى المستقبل. فهناك أساليب تنبؤ بفترة واحدة أو فترتين فقط، بينما هناك أساليب تنبؤ بعدد أكبر من الفترات.

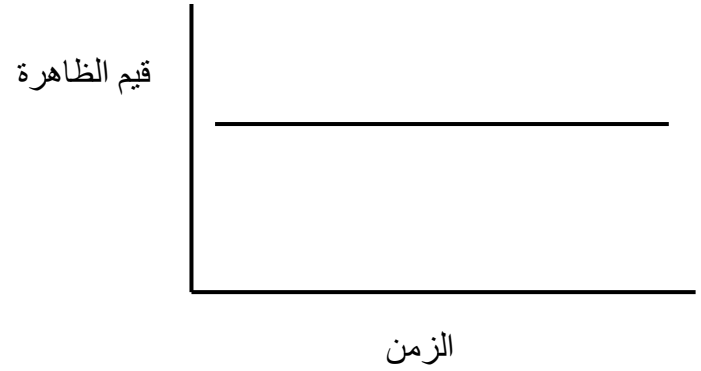
ب- نمط البيانات:

تفترض أساليب التنبؤ الكمية نمطاً معيناً للبيانات يستخدم فى التنبؤ بسلوك الظاهرة فى المستقبل، أما الأساليب غير الكمية

فإنها تتقبل أى نمط يمكن تحديده، وعادة ما تأخذ البيانات أحد الأنماط التالية:

ب/١ – النمط الأفقى:

يتواجد النمط الأفقى حينما لا يكون هناك اتجاه مؤثر فى البيانات، وفى هذه الحالة تعرف سلسلة البيانات بكونها "ثابتة"، بمعنى أنها لا ترتفع أو تنخفض بناء على نمط معين. وبالتالى فهناك احتمال أن تكون إحدى قيم السلسلة أكبر أو أقل من النمط العام متساوية، كما يتضح من شكل (٥-١).



شكل (٥-١): نمط البيانات الافقى

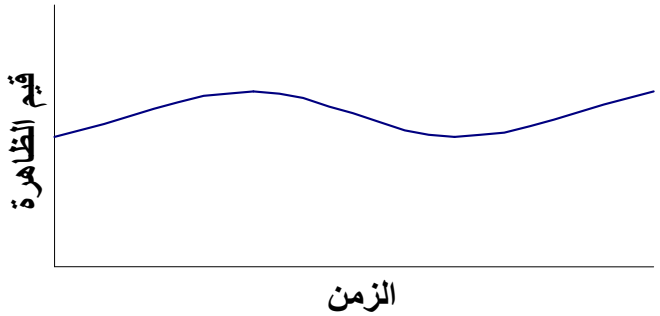
ب / ٢ – النمط الموسمى:

تأخذ البيانات صفة النمط الموسمى عندما تتذبذب قيم الظاهرة مع عامل موسمى معين. ولا يقصد بالضرورة المواسم المناخية وهى الصيف والخريف والشتاء والربيع، ولكن أيضا الأعياد والاحتفالات وبداية أول الشهر وأيام الأسبوع وساعات

اليوم وهكذا. ومن أمثلة المنتجات التى تتأثر بنمط موسمى، المشروبات الغازية، ووسائل التدفئة المنزلية، وغيرها.

ب / ٣ – نمط الدورة الاقتصادية:

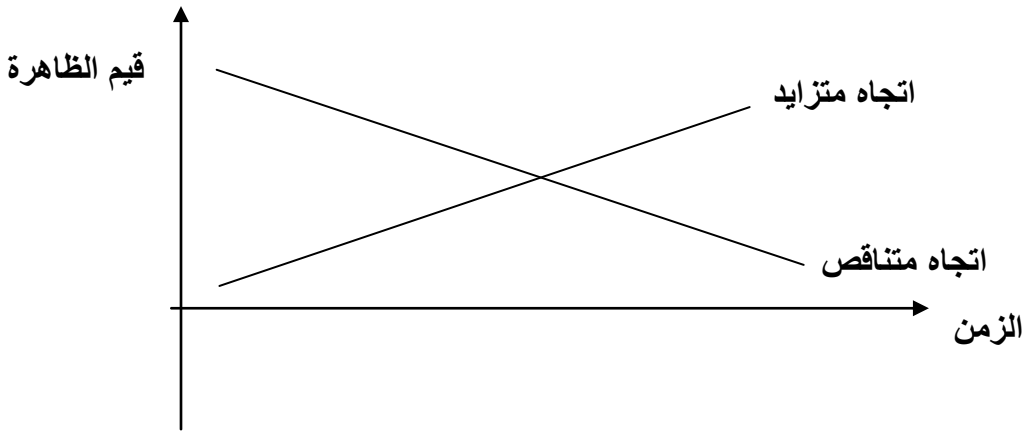
هناك تشابه كبير بين النمط الموسمى ونمط الدورة الاقتصادية مع اختلاف هام، وهو أن طول الفترة الزمنية للدورة الاقتصادية تكون أكثر من عام. ويبين الشكل (٥-٢) هذا النوع من نمط البيانات.



شكل (٥-٢): نمط الدورة الإقتصادية للبيانات

ب / ٤ – نمط الاتجاه:

تأخذ البيانات نمط الاتجاه عندما تتزايد أو تتناقص قيم الظاهرة خلال فترة زمنية معينة، مثل سلسلة الدخل القومى، وأسعار العديد من السلع، وحجم مبيعات الشركات وغيرها. ويوضح الشكل (٥-٣) نمط الاتجاه، حيث عادة ما يستنبط الاتجاه العام للبيانات مع تواجد بعض القيم التى تكون أكبر أو اصغر من قيم الاتجاه.



شكل (٥-٣): نمط الإتجاه للبيانات

ج- نوع نموذج التنبؤ:

يمكن تقسيم نماذج التنبؤ إلى أربعة أنواع أساسية، هى:

١- النماذج التى تربط سلوك الظاهرة بعامل الزمن، مثل السلاسل الزمنية.

٢- النماذج السببية والتى تربط الظاهرة وسلوكها بمسببات أو عوامل مؤثرة مستقلة، مثل أسلوب الانحدار.

٣- النماذج الإحصائية التى تتطلب إجراء اختبارات ثقة ومستوى رفيع من أساليب التحليل باستخدام الاحتمالات.

٤- الأساليب غير الإحصائية والتى لا تستخدم بالضرورة اختبارات الفروض وفترات التنبؤ ودرجات الثقة وغيرها.

د- التكاليف:

تتكون عناصر تكاليف أسلوب التنبؤ من تكاليف تطوير الأسلوب، وتكاليف تجهيز البيانات المطلوبة وتخزينها، وتكاليف

إجراء التنبؤ ذاته. وبالطبع تختلف تكاليف الأساليب عن بعضها البعض طبقا لطبيعة وشروط استخدام كل منها

هـ- الدقة:

يعتبر عنصر دقة التوقعات الممكن الحصول عليها نتيجة استخدام أسلوب تنبؤ معين، أحد العوامل الهامة فى اختيار الأسلوب المناسب. ولا شك أنه كلما زادت دقة التنبؤات كلما ارتفعت تكاليف التنبؤ بوجه عام. ومن أجل هذا يحتاج الأمر أن يحدد صانع القرار مستوى الدقة المناسب للتنبؤات الخاصة بالظاهرة موضع الدراسة، وبالتالى اختيار الأسلوب المناسب.

و- سهولة الاستخدام:

تشير الأدلة إلى أن استخدام الإدارة للأساليب العلمية، يتوقف على مدى فهمها للأسلوب وسهولة استخدامه. ولذلك فإنه بالإضافة إلى توافق خصائص أسلوب التنبؤ مع خصائص عملية اتخاذ أو صنع القرار، فإن سهولة الاستخدام تعتبر عاملا أساسيا فى اختيار الأسلوب المناسب.

الفصل الثالث

أساليب وطرق التنبؤ

الفصل الثالث

أساليب وطرق التنبؤ

إن اختيار طريقة للتنبؤ بالمبيعات تتوقف على الغرض المستهدف، وكمية ودقة البيانات المتاحة. هذا ويمكن تبويب أساليب التنبؤ فى ثلاث مجموعات أساسية، هى:

أولاً : التنبؤ بالطلب على المبيعات باستخدام الطرق الاحصائية

أ– الانحدار الخطى Linear Regression

تفترض هذه الطريقة أن الطلب يحدث بسبب واحد أو أكثر من المتغيرات، ويطلق علي الطلب تسمية المتغير التابع Dependent Variable أما العامل أو العوامل التي تسبب الطلب فتطلق عليها تسمية العوامل المستقلة Independent Variables، وتستخدم المعادلة التالية لوصف العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل والآخر تابع:

$$Y=a+b\,X$$

أما الثابتان a و b فيحسبان بطريقة المربعات الصغرى Least Squares Method، وذلك كما يلي:

$$b = \frac{\sum XY - n\,\bar{X}\,\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^{\,2}}$$

$$a = \bar{Y} - b\,\bar{X}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n}$$

- ويطلق علي a ثابت الانحدار، وقيمته تعني قيمة المتغير التابع عندما تكون قيمة المتغير المستقل صفرا. وهي تمثل نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور الرأسي (الذي يمثل المتغير التابع).

- ويطلق علي b ميل خط الانحدار، وقيمته تعني قيمة التغير في المتغير التابع عندما يتغير المتغير المستقل بواقع الوحدة.

ويتم حساب معامل الارتباط (r) من خلال المعادلة التالية:

$$r = \frac{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}}{\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

ويتم تحديد نوع العلاقة من خلال إشارة معامل الارتباط، فإذا كانت الاشارة موجبة دل ذلك علي أن العلاقة طردية، وإذا كانت الاشارة سالبة دل ذلك علي أن العلاقة عكسية.

وعند تفسير قيمة معامل الارتباط الخطي المحسوب من بيانات العينة، فلا توجد قواعد ثابتة وإنما تخضع لعملية التقريب والتي تعتمد في الأساس علي مجال الدراسة، وقد جرت العادة أن يتم الحكم علي معامل الارتباط بطريقة تقترب من ما ذكر في الجدول التالي:

العلاقة بين المتغيرين (المستقل والتابع)	قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين
لا توجد علاقة	$\|0.00\| \leq r < \|0.25\|$
ضعيفة	$\|0.25\| \leq r < \|0.50\|$
متوسطة	$\|0.50\| \leq r < \|0.75\|$
قوية	$\|0.75\| \leq r < \|0.90\|$
قوية جدا	$\|0.90\| \leq r < \|1.00\|$

مثال :

فيما يلي ٥ مشاهدات من الطلب الفعلي لمنتجين يعتمد أحدهما Y علي مبيعات الآخر X:

المشاهدة	الطلب الفعلي للمنتج X	الطلب الفعلي للمنتج Y
١	٥٥٠٠٠	١٤٩٠٠٠
٢	١٥٠٠٠	٤٦٠٠٠
٣	٣٠٠٠٠	٧٥٠٠٠
٤	٥٠٠٠٠	١٣٥٠٠٠
٥	٦٥٠٠٠	١٨٠٠٠

والمطلوب:

١- ايجاد معادلة الانحدار الخطي للعلاقة بين الطلب علي المنتجين؟

٢- ما هي قيمة الطلب المقدر من المنتج Y عندما يكون الطلب علي المنتج X بواقع ٧٠٠٠٠ وحدة؟

٣- ما هو مقدار ثابت الانحدار وميل خط الانحدار وبم تفسر كل منهما بالنسبة للطلب علي المنتجين سالفي الذكر؟

الحل

الصيغة العامة معادلة الانحدار الخطي كما يلي:

$$Y=a + b X$$

وتحدد قيمة الثابتين a و b بطريقة المربعات الصغرى Least Squares Method، وذلك كما يلي:

$$b = \frac{\sum XY - n\,\bar{X}\,\bar{Y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^{\ 2}}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n}$$

$$r = \frac{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^{\ 2}}}{\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^{\ 2}}}$$

ويبين الجدول التالي قيمة مفردات المعادلات حتي يتسنى احتساب قيمة a و b و r مع مراعاة أن القيم بالألف وحدة:

المشاهدة	X بالألف وحدة	Y بالألف وحدة	x^2	XY	Y^2
١	٥٥	١٤٩	٣٠٢٥	٨١٩٥	٢٢٢٠١
٢	١٥	٤٦	٢٢٥	٦٩٠	٢١١٦
٣	٣٠	٧٥	٩٠٠	٢٢٥٠	٥٦٢٥
٤	٥٠	١٣٥	٢٥٠٠	٦٧٥٠	١٨٢٢٥
٥	٦٥	١٨٠	٤٢٢٥	١١٧٠٠	٣٢٤٠٠
المجموع	٢١٥	٥٨٦	١٠٨٧٥	٢٩٥٨٥	٨٠٥٦٧

$\bar{X}$ = ٢١٥ ÷ ٥ = ٤٣ ألف وحدة

$\bar{Y}$ = ٥٨٦ ÷ ٥ = ١١٧ ألف وحدة

$$b = \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^{\ 2}}$$

$$B = \frac{٢٩٥٨٥ - ٥ \times ٤٣ \times ١١٧}{١٠٨٧٥ - ٥ \times (٤٣)^{٢}} = \frac{٢٩٥٨٥ - ٢٥١٥٥}{١٠٨٧٥ - ٩٢٤٥} = \frac{٤٤٣٠}{١٦٣٠} = ٢,٧٢$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$= ١١٧ - ٤٣ \times ٢,٧٢ = ١١٧ - ١١٦,٩٦ = ٠,٠٤$$

وبذلك تكون معادلة خط الانحدار كما يلي:

Y=0.04 + 2.72 X

ويطلق علي a ثابت الانحدار، وقيمته ٠,٠٤ تعني قيمة المتغير التابع (الطلب علي المنتج Y) عندما تكون قيمة المتغير المستقل (الطلب علي المتغير المستقل X) مساويا للصفر. وهي تمثل نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور الرأسي (الذي يمثل المتغير التابع).

- ويطلق علي b ميل خط الانحدار، وقيمته٢,٧٢ تعني قيمة التغير في المتغير التابع (الطلب علي المنتج Y) عندما يتغير المتغير المستقل(الطلب علي المتغير المستقل X) بواقع الوحدة.

وعلي ذلك فإن العلاقة بين الطلب علي المنتجين تتصف بما يلي:

- نوعها طردية لكون إشارة معامل الارتباط موجبة.

- درجتها قوية لكون قيمة معامل الارتباط ٠,٨ تقريبا وهي تقع بين ٠,٧٥ و ٠,٩٠

وللحصول على قيمة الطلب المقدر من المنتج Y عندما يكون الطلب على المنتج X بواقع ٧٠٠٠٠ وحدة يتم التعويض في معادلة خط الانحدار كما يلي:

$Y=0,.04 + 2.72 \times 70000 = 0,.04 + 190400 \approx 90400.04$

تمرين غير محلول

إذا كانت المجاميع التالية خاصة ببيانات عينة من ٢٠ مشاهدة من الطلب الفعلي لمنتجين يعتمد أحدهما Y علي مبيعات الآخر X:

$$\sum x = 145$$

$$\sum x^2 = 1250$$

$$\sum Y = 980$$

$$\sum xy = 2450$$

المطلوب:

١. **ايجاد معادلة الانحدار الخطي للعلاقة بين الطلب علي المنتجين؟**

٢. **ما هي قيمة الطلب المقدر من المنتج Y عندما يكون الطلب علي المنتج X بواقع ١٠ وحدة؟**

٣. **ما هو مقدار ثابت الانحدار وميل خط الانحدار وبم تفسر كل منهما بالنسبة للطلب علي المنتجين سالفي الذكر؟**

ب – معادلات الارتباط :

يعتمد تحليل الارتباط على قياس العلاقة بين متغيرين أو أكثر، ويقوم التحليل هنا على أساس وجود متغير تابع وآخر متبوع. وبما أن المتغير المتبوع يسبق فى اتجاهه المتغير التابع، فبمجرد تحديد العلاقة الكمية بين المتغيرين يسهل تحديد المتغير التابع بمعرفة بيانات المتغير المتبوع. كما أن تحديد علاقة المبيعات بمعامل أو أكثر، يسهل كثيراً من عملية التنبؤ برقم المبيعات، فإذا كانت المبيعات تتأثر مثلا بالدخل القومى، فتحديد هذه العلاقة كمياً يساعد على التنبؤ بالمبيعات بمجرد معرفة الدخل القومى المتوقع.

وتندرج معادلات الارتباط من معادلة واحدة تربط بين متغيرين اثنين (ارتباط بسيط)، إلى معادلة تربط بين متغير تابع وعدة متغيرات متبوعة، ثم إلى نموذج كمى يجمع بين عدة معادلات متكاملة، ويلاحظ أن هذه المعادلات قد تكون معادلات خطية أو غير خطية. وكثيراً ما نلجأ فى التنبؤ بالمبيعات إلى معادلة تعتمد على أكثر من متغير متبوع، وهذا يتمشى مع الواقع. إذ أنه يندر أن تتأثر المبيعات بعامل واحد فقط، بل يجب أن نأخذ فى الحسبان بعض العوامل الرئيسية الأخرى، ولذلك فإن الوضع الأمثل للتنبؤ، هو أن تكون المتغيرات المتنوعة كلها سابقة فى الزمن للمبيعات، أى أن تمثل أرقاما تخص العام أو الفترة الماضية. ويصعب هنا التوصل إلى العوامل الرئيسية التى تسبق تغير المبيعات، حيث أن هذه

البيانات بما أنها تخص الفترة السابقة، فإنها تكون متوفرة عند التنبؤ.

ومما سبق نخلص إلى أنه مهما كانت دقة الطرق المستخدمة فى عملية التنبؤ، فإن الحكم الشخصى لرجل الإدارة فى هذه العملية لا يمكن الاستغناء عنه، وهو ما يؤكد المقولة الإدارية التى ترى أن الإدارة علم وفن، بمعنى أنه مهما تقدمت العملية الإدارية فإنها ستظل تتضمن عنصراً هاماً وأساسياً من الجانب الفنى.

٧- أسلوب مرونات الطلب السعرية والداخلية:

يقصد بمرونة الطلب السعرية نسبة التغير فى الطلب بالمقارنة بنسبة التغير فى السعر، كما يقصد بمرونة الطلب الدخلية نسبة تغير الطلب بالمقارنة بنسبة التغير فى الدخل. وكلما زاد معامل المرونة عن الواحد الصحيح، كلما كان الطلب غير مرن أو قليل المرونة.

وعلى ذلك فإنه يمكن بمعرفة هذه المرونات وتقدير اتجاهات الأسعار والدخول فى المستقبل، التعرف على الطلب المناظر فى السلع.

فمثلا إذا كانت مرونة الطلب السعرية هى ٠.٦، وأن الطلب فى سنة الأساس هو ٢٠٠٠ وحدة والسعر ١٠ جنيهات، فإنه بمعرفة اتجاه السعر فى المستقبل وليكن الانخفاض إلى ٨ جنيهات، يمكن تقدير الطلب المناظر على النحو التالى:

و باستخدام معامل المرونة نجد أن

المرونة السعرية (م ط) =

$$\frac{\text{ك}2 - \text{ك}1}{\text{س}2 - \text{س}1} \times \frac{\text{س}1}{\text{ك}1}$$

$$\therefore \quad -٠.٦ = \frac{\text{ك}٢ - ٢٠٠٠}{٨ - ١٠} \times \frac{١٠}{٢٠٠٠}$$

$$\therefore \quad -٠.٦ = \frac{\text{ك}٢ - ٢٠٠٠}{-٢} \times \frac{١}{٢٠٠}$$

$$\therefore \quad \text{ك}٢ - ٢٠٠٠ = -٠.٦ (-٢ \times ٢٠٠)$$

$$\therefore \quad \text{ك}٢ = -٠.٦ (-٤٠٠) + ٢٠٠٠$$

$$\therefore \quad \text{ك}٢ = ٢٢٤٠$$

و منها نجد أن ك٢ = ٢٢٤٠ وحدة

وبذلك يكون الطلب المناظر فى سنة التقدير هو ٢٢٤٠ وحدة. ومن عيوب هذا الأسلوب تركيزه على أحد المتغيرات فقط (كالسعر أو الدخل)، مع إغفال محددات الطلب الأخرى. كما يفترض هذا الأسلوب وجود منافسة كاملة فى السوق، وثبات معامل المرونة، وتوافر معلومات دقيقة تمكن من حساب هذا المعامل.

ثانياً : التنبؤ بالطلب على المبيعات باستخدام المرونات

يتأثر الطلب على سلعة معينة بالتغير فى سعرها و أسعار السلع البديل أو المكملة لها و عدد السكان و دخل المستهلكين و توقعاتهم و كذلك حجم الدعاية و الإعلان عن السلعة .

هذا التأثر النسبى للطلب الناتج عن التغير فى أحد هذه العوامل التى ذكرناها يسمى بالمرونة و التى قد تكون سعريه أو تبادلية أو دخليه أو مرونة توقع أو مرونة للدعاية و الإعلان , و سوف نكتفى هنا بأخذ مرونتى الطلب السعرية و الدخلية لاستخدامهما فى التنبؤ بالطلب على المنتجات

لابد فى البداية من التنبه لمجموعة القوانين الرياضية التالية

الدخل الشخصى الذي يستخدم فى حساب المرونة ليس هو الدخل القومى و لكن يمكن حسابه من خلال المعادلة التالية

الدخل الشخصى = الدخل القومى × الميل الحدى للاستهلاك × النسبة المتبقية بعد الضريبة

$$\text{المرونة الدخلية (م خ)} = \frac{\text{ك2} - \text{ك1}}{\text{ل2} - \text{ل1}} \times \frac{\text{ل1}}{\text{ك1}}$$

$$\text{المرونة السعرية (م ط)} = \frac{\text{ك2} - \text{ك1}}{\text{س2} - \text{س1}} \times \frac{\text{س1}}{\text{ك1}}$$

الإيراد الحدى (أ ح) هو تفاضل الإيراد الكلى (أ ك)

التكلفة الحدية (ت ح) هى تفاضل التكلفة الكلية (ت ك)

الإيراد الكلى هو حاصل ضرب السعر × عدد الوحدات المنتجة أو المباعة

السعر هو الإيراد المتوسط (أ م)

السعر = الإيراد الكلى ÷ حجم الإنتاج

أ ح = الثمن (١ + $\frac{1}{م}$)

شرط تعظيم الربح فى أى سوق يتحقق عندما يكون

الإيراد الحـدى = التكـلفة الحدية

أ ح = ت ح

تمرين ١

إذا كانت دالة الإيرادات الكلية لشركة سمر لإنتاج الهارد ديسك خلال احد الأسابيع هى أ ك = ٣٠٠ س – ٨ س^{٢}

و كانت دالة التكاليف الكلية لها هى

ت ك = س^{٣} – ٢٠ س^{٢} + ٢٤٠ س – ١٠٠٠

حيث س هى حجم الإنتاج (المبيعات الأسبوعية) .

المطلوب

١ - اوجد حجم الإنتاج الذي يحقق أقصى ربح للشركة وكذلك سعر البيع

٢ – احسب حجم الأرباح الأسبوعية للشركة

٣ – احسب حجم الطلب الأسبوعى على منتجات الشركة إذا تغير سعر البيع إلى ١٨٠ جنيه للوحدة

الحـــــــل

١ - يتحقق أقصى ربح للشرك عندما يكون

الإيراد الحدى = التكلفة الحدية

أ ح = ت ح

٣٠٠ - ١٦ س = ٣ س٢ - ٤٠ س + ٢٤٠

صفر = ٣ س٢ - ٢٤ س - ٦٠

(٣ س + ٦) (س - ١٠) = صفر

إما ٣ س + ٦ = صفر و إما س - ١٠ = صفر

أى ٣ س = - ٦

ولكن س = - ٢ مرفوض أو س = ١٠

لأن س يجب أن تكون قيمة موجبة إذن س = ١٠

و يكون سعر البيع = الإيراد الكلى ÷ حجم الإنتاج

= ٣٠٠ س – ٨ س٢ ÷ س

= ٣٠٠ – ٨ س

= ٣٠٠ - (٨ × ١٠) = ٢٢٠ جنيه للوحدة

٢ - الأرباح الكلية = الإيراد الكلى - التكاليف الكية

= (٣٠٠ س – ٨ س^{٢}) - (س^{٣} – ٢٠ س^{٢} + ٢٤٠ س – ١٠٠٠)

= (٣٠٠٠ – ٨٠٠) – (١٠٠٠ – ٢٠٠٠ + ٢٤٠٠ – ١٠٠٠)

= (٢٢٠٠) – (٤٠٠)

= ١٨٠٠ جنيه أسبوعياً

٣ – لحساب حجم الطلب عند تغير السعر من ٢٢٠ الى ١٨٠

نوجد أولاً قيمة المرونة من خلال القانون التالى

أ ح = الثمن (١ + $\frac{1}{م}$)

علماً بأن أ ح = ٣٠٠ – ١٦ س

∴ أ ح = ٣٠٠ – ١٦٠ = ١٤٠

١٤٠ = ٢٢٠ (١ + $\frac{1}{م}$)

$$١٤ = ٢٢ \left(١ + \frac{1}{م} \right)$$

$$١٤ = ٢٢ + \frac{22}{م}$$

$$١٤ م = ٢٢ م + ٢٢$$

- ٢٢ = ٨ م ومنها نجد أن.

م = - ٢.٧٥ كبير المرونة

و باستخدام معامل المرونة نجد أن

$$\text{المرونة السعرية (م ط)} = \frac{\text{ك}2 - \text{ك}1}{\text{س}2 - \text{س}1} \times \frac{\text{س}1}{\text{ك}1}$$

$$\therefore \quad - ٢.٧٥ = \frac{\text{ك}2 - 10}{220 - 180} \times \frac{220}{10}$$

$$\therefore \quad - ٢.٧٥ = \frac{\text{ك}2 - 10}{-40} \times ٢٢$$

$$\therefore \quad ١١٠ = ٢٢ \text{ ك}٢ - ٢٢٠ \quad \therefore \quad ٣٣٠ = ٢٢ \text{ ك}٢$$

و منها نجد أن ك٢ = ١٥ وحدة

أى ان تخفيض السعر من ٢٢٠ الى ١٨٠ عمل على زيادة المبيعات الأسبوعية من ١٠ وحدات الى ١٥ وحدة .

تمرين ٢

إذا أتيحت لك البيانات التالية عن الطلب على سلعة الملابس فى إحدى الدول

السنة	الكمية المطلوبة (ط)	الدخل القومى
٢٠٢١	٦٠ ألف وحدة	١٢٠٠ مليون دولار
٢٠٢٢	٨٠ ألف وحدة	٢٠٠٠ مليون دولار

المطلوب

تحديد حجم الطلب على هذه السلعة فى عام ٢٠٢٣ و ذلك وفقاً للمعلومات التالية :

١ – الدخل المتوقع فى سنة ٢٠٢٣ هو ٢٥٠٠ مليون دولار

٢ – الميل الحدى للاستهلاك هو ٠.٩ ــ ٠.٨ ــ ٠.٧ على الترتيب خلال الثلاث سنوات

٣ - ضرائب الدخل هى ١٠ % من الدخل على هذه الطبقة من المستهلكين فى كل عام

الحـــــــل

يمكن تقدير الطلب على هذه السلعة بعد حساب قيمة الإنفاق الاستهلاكى خلال الثلاث سنوات و هو الدخل الشخصى القابل للإنفاق

الدخل الشخصى فى ٢٠٢١ = ١٢٠٠ × $\frac{90}{100}$ × $\frac{90}{100}$ = ٩٧٢

الدخل الشخصى فى ٢٠٢٢ = ١٢٠٠ × $\frac{90}{100}$ × $\frac{80}{100}$ = ١٤٤٠

الدخل الشخصى فى ٢٠٢٣ = ١٢٠٠ × $\frac{90}{100}$ × $\frac{70}{100}$ = ١٥٧٥

و على ذلك يمكن كتابة جدول الطلب الجديد كما يلى

السنة	الكمية المطلوبة (ط)	الدخل الشخصى
٢٠٢١	٦٠ ألف وحدة	٩٧٢ مليون دولار
٢٠٢٢	٨٠ ألف وحدة	١٤٤٠ مليون دولار
٢٠٢٣	؟	١٥٧٥ مليون دولار

و من بيانات عامى ٢٠٢١ و ٢٠٢٢ يمكن حساب المرونة الدخلية

المرونة الدخلية (م خ) = $\frac{\text{ك}2 - \text{ك}1}{\text{ل}2 - \text{ل}1} \times \frac{\text{ل}1}{\text{ك}1}$

(م خ) = $\frac{60 - 80}{972 - 1440} \times \frac{972}{60}$

= $\frac{20}{468} \times \frac{972}{60}$ **= ٠.٦٩ قليل المرونة**

و بفرض ثبات قيمة معامل المرونة

و باستخدام بيانات عامى ٢٠٢٢ و ٢٠٢٣ فإنه يمكن حساب حجم الطلب فى عام ١٩٩٧ كما يلى :

$$(\text{م خ}) = \frac{\text{ك}_2 - \text{ك}_1}{\text{ل}_2 - \text{ل}_1} \times \frac{\text{ل}_1}{\text{ك}_1}$$

$$٠.٦٩ = \frac{80 - \text{ك}_2}{1440 - 1575} \times \frac{1440}{80}$$

$$٠.٦٩ = \frac{80 - \text{ك}_2}{135} \times ١٨$$

$$٩٣.١٥ = ١٨\ \text{ك}_2 - ١٤٤٠$$

$$١٥٣٣.١٥ = ١٨\ \text{ك}_2$$

$$\therefore\ \text{ك}_2 = ٨٥.١٧٥ \approx ٨٥.٢ \text{ ألف وحدة}$$

ثالثاً : التنبؤ بالطلب على المبيعات باستخدام سلاسل ماركوف

سلاسل ماركوف :

فى السنوات الأخيرة شاع استخدام سلاسل ماركوف في الإدارة خاصة في مجال التسويق للتنبؤ بسلوك المستهلكين تجاه صنف معين وتحولهم من صنف لأخر وكذلك في دراسة حركة السكان وتخطيط الإنتاج والمخزون ونماذج صفوف الانتظار وصيانة الآلات.. إلخ

أولاً : التعريف :

هو طريقة لتحليل السلوك الحالى لمتغير معين وذلك لأغراض التنبوء بالسلوك المستقبلى لهذا المتغير المعين ، وتنسب سلاسل ماركوف إلى اسم مكتشفها أندريا ماركوف " العالم الروسى الذى ولد عام ١٨٥٦م وتوفى عام ١٩٢٢م " ، وتعتبر سلاسل ماركوف أحد أدوات "البرمجة الديناميكية" التى تعد أحد أساليب بحوث العمليات.

ويهتم أسلوب ماركوف بدراسة عملية إتخاذ القرارات فى المنشآت التى تتوقف الحالة المستقبلية لها على الحالة الراهنة وذلك بغض النظر عن الأحوال السابقة للنظام ، كما يمكن إستخدام سلاسل ماركوف كاحد أساليب التنبوء.

وهناك بعض التعاريف الأخرى لهذه السلسلة:

١. هي إحدى أدوات بحوث العمليات تبحث في تحليل الاتجاهات الحالية لبعض المتغيرات للتنبؤ باتجاهاتها في المستقبل.

.2هي عملية عشوائية تحمل خاصية ماركوفية , أي التكهن بالمستقبل إنطلاقا من الحاضر دون الحاجة إلى معرفة الماضي.

ثانياً : فروض تحليل ماركوف:

يستند تحليل ماركوف إلى أربعة افتراضات أساسية:

١- أن هناك عدد محدود ونهائي من المواقف الممكنة.

٢- أن احتمالات تغير الموقف من وقت لآخر تظل كما هي ثابتة دون تغيير.

٣- أنه يمكننا التنبؤ بأي موقف في المستقبل من خلال مصفوفة التغير و معرفة الموقف الحالي .

٤- إن الحالة التالية للسوق تعتمد على الحالة السابقة لها مباشرة دون الاعتماد على ما قبل ذلك.

تمرين ١

إذا علمت أن مصفوفة التنقل بين المشرعين أ , ب هى

$$\begin{Bmatrix} \frac{7}{16} & \frac{9}{16} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{Bmatrix}$$

فإذا كان حجم الطلب على المشروعين معاً هو ٤٠٠٠ وحدة فى سنة ٢٠١٠

و كان الطلب على المشروع الأول ٢٤٠٠ وحدة

و على المشروع الثانى ١٦٠٠ وحدة

المطلوب :

حدد حجم الطلب على المشروعات أ , ب فى سنة ٢٠١١ , ثم حدد الطلب على المشروعين فى الأجل الطويل

الحل

١ - ايجاد حجم الطلب على المشروعين عام ٢٠١١

نوجد التوزيعات الاحتمالية للطلب على المشروعين فى عام ٢٠١٠ كما يلى :

التوزيع الاحتمالى للطلب على المشروع الأول هو ل ١

التوزيع الاحتمالى للطلب على المشروع الثانى هو ل ٢

$$\text{ل ١} = \frac{2400}{4000} = \frac{3}{5}$$

$$\text{ل ٢} = \frac{1600}{4000} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore (\text{ل ١} \quad \text{ل ٢}) = \left(\frac{3}{5} \quad \frac{2}{5}\right)$$

و بالتالى نوجد التوزيعات الاحتمالية للطلب على المشروعين فى عام ٢٠١١ من خلال ضرب التوزيعات الاحتمالية للطلب على المشروعين فى عام ٢٠١٠ فى مصفوفة التنقل كما يلى

$$\begin{Bmatrix} \frac{7}{16} & \frac{9}{16} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{Bmatrix} \quad \left(\frac{2}{5} \quad \frac{3}{5}\right)$$

$$\therefore (\text{ل}_1 \quad \text{ل}_2)$$

$$\left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{7}{16} \times \frac{3}{5} \quad \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{9}{16} \times \frac{3}{5}\right) =$$

$$\left(\frac{6}{20} + \frac{21}{80} \quad \frac{2}{20} + \frac{27}{80}\right) =$$

$$\left(\frac{24+21}{80} \quad \frac{8+27}{80}\right) =$$

$$\left(\frac{9}{16} \quad \frac{7}{16}\right) = \left(\frac{45}{80} \quad \frac{35}{80}\right) =$$

وبالتالى فإن حجم الطلب على المشروعين فى عام ٢٠١١ يصبح على النحو التالى :

المشروع الأول = ٤٠٠٠ × (٧ ÷ ١٦) = ١٧٥٠ وحدة

المشروع الثانى = ٤٠٠٠ × (٩ ÷ ١٦) = ٢٢٥٠ وحدة

معنى هذا أن الطلب على المشروعين سوف يتغير فى سنة ٢٠١١ حيث : يقل الطلب على المشروع الأول من ٢٤٠٠ وحدة فى عام ٢٠١٠ إلى ١٧٥٠ وحدة عام ٢٠١١

بينما يزداد الطلب على المشروع الثانى ليصل إلى ٢٢٥٠ وحدة عام ٢٠١١ بدلاً من ١٦٠٠ وحدة عام ٢٠١٠

٢ - ايجاد حجم الطلب على المشروعين فى الأجل الطويل

فى الأجل الطويل تكون التوزيعات الاحتمالية للمشروعين مستقرة , و معنى ذلك أن الطلب يثبت على المشروعين من عام لآخر , ويمكن الوصول لذلك كما يلى :

$$(ل_2 \quad ل_1) = \begin{Bmatrix} \frac{7}{16} & \frac{9}{16} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{Bmatrix} (ل_2 \quad ل_1)$$

$$\therefore \quad ل_1 = ل_2 \frac{1}{4} + ل_1 \frac{9}{16} \qquad (1)$$

$$ل_2 = ل_2 \frac{3}{4} + ل_1 \frac{7}{16} \qquad (2)$$

$$ل_1 + ل_2 = 1 \qquad (3)$$

و بضرب المعادلة الثانية فى 4 نجد أن

$$4 ل_2 = 3 ل_2 + ل_1 \frac{7}{4} \qquad (2)$$

و منها نجد أن $ل_2 = ل_1 \frac{7}{4}$

و بالتعويض عن قيمة ل 2 فى المعادلة رقم (3) نجد أن

$$1 = ل_1 \frac{7}{4} + ل_1 \qquad (3)$$

و بالضرب فى 4 يكون

$$4 = 7 ل_1 + 4 ل_1$$

$$\therefore \quad 4 = 11 ل_1$$

$$\therefore ل_1 = \frac{4}{11} \qquad \therefore ل_2 = \frac{7}{11}$$

معنى هذا أن التوزيعات الاحتمالية للمشروعين فى الأجل الطويل هى :

$$(ل_2 \quad ل_1) = (\frac{7}{11} \quad \frac{4}{11})$$

وبالتالى فإن حجم الطلب على المشروعين فى الأجل الطويل هو

المشروع الأول = ٤٠٠٠ × (٤ ÷ ١١) = ١٤٥٤.٥ وحدة

المشروع الثانى = ٤٠٠٠ × (٧ ÷ ١١) = ٢٥٤٥.٥ وحدة

تمرين ٢

إذا علمت أن هناك ثلاث مشروعات تقتسم الطلب على سلعة معينة , وكان نصيب كل مشروع منها ٢٠٠٠ وحدة فى عام ٢٠١٢ ، و كانت مصفوفة التنقل للطلب بين المشروعات الثلاثة فى ٢٠١٣ على النحو التالى :

$$\begin{Bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{5}{8} & \frac{3}{8} & \text{صفر} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & \frac{3}{8} \end{Bmatrix}$$

المطلوب : احسب نصيب كل مشروع من المشروعات الثلاثة فى عام ٢٠١٣ , و كذلك نصيب كل منها فى الأجل الطويل .

الحل

نظراً لتساوى حجم الطلب بين المشروعات الثلاث فى عام ٢٠١٢ فإن النسب الاحتمالية للطلب بينها هى :

$$(\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}) = (3ل \quad 2ل \quad 1ل)$$

و بالتالى فان نصيب المشروعات الثلاثة في عام 2013 يكون

$$(\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}) \begin{Bmatrix} \frac{2}{8} & \frac{4}{8} & \frac{2}{8} \\ \frac{5}{8} & \frac{3}{8} & \text{صفر} \\ \frac{1}{8} & \frac{4}{8} & \frac{3}{8} \end{Bmatrix}$$

$$= (\frac{2}{24} \quad \text{صفر} \quad \frac{3}{24}) (\frac{4}{24} \quad \frac{3}{24} \quad \frac{4}{24}) (\frac{1}{24} \quad \frac{5}{24} \quad \frac{2}{24})$$

$$= (\frac{5}{24} \quad \frac{11}{24} \quad \frac{8}{24})$$ **و هذه هى نسب المشروعات فى عام 2013**

و يكون نصيب المشروعات الثلاثة في عام ٢٠١٣ كما يلى

المشروع الأول = (٥ ÷ ٢٤) × ٦٠٠٠ = ١٢٥٠ وحدة

المشروع الثانى = (١١ ÷ ٢٤) × ٦٠٠٠ = ٢٧٥٠ وحدة

المشروع الثالث = (٨ ÷ ٢٤) × ٦٠٠٠ = ٢٠٠٠ وحدة

أما فى الأجل الطويل فيكون

$$(\text{ل}1 \quad \text{ل}2 \quad \text{ل}3) = \begin{Bmatrix} \frac{2}{8} & \frac{4}{8} & \frac{2}{8} \\ \frac{5}{8} & \frac{3}{8} & \text{صفر} \\ \frac{1}{8} & \frac{4}{8} & \frac{3}{8} \end{Bmatrix} (\text{ل}1 \quad \text{ل}2 \quad \text{ل}3)$$

و يكون

٨/٢ ل١ + صفر + ٨/٣ ل٣ = ل١ (١)

٨/٤ ل١ + ٨/٣ ل٢ + ٨/٤ ل٣ = ل٢ (٢)

٨/٢ ل ١ + ٨/٥ ل٢ + ٨/١ ل٣ = ل٣ (٣)

ل١ + ل٢ + ل٣ = ١ (٤)

بضرب المعادلة الاولى فى ٨ نجد أن

٢ ل١ + ٣ ل٣ = ٨ ل١ و منها يكون

ل١ = ٠.٥ ل٣ (٥)

و بضرب المعادلة الثانية فى ٨ و الثالثة فى ١٦ يكون

٤ ل١ + ٣ ل٢ + ٤ ل٣ = ٨ ل٢ (٧)

٤ ل١ + ١٠ ل ٢ + ٢ ل٣ = ١٦ ل٣ (٨)

بطرح المعادلة السابعة من المعادلة الثامنة يكون

٧ ل٢ ـ ٢ ل٣ = ١٦ ل ٣ ـ ٨ ل٢

و منها نجد أن

ل٢ = ٥/٦ ل٣ (٩)

بالتعويض من المعادلة الخامسة و التاسعة فى المعادلة الرابعة نجد أن

٢/١ ل٣ + ٥/٦ ل٣ + ل٣ = ١

و البضرب فى ١٠ يكون

٥ ل٣ + ١٢ ل٣ + ١٠ ل٣ = ١٠ ومنها نجد أن

ل٣ = $\frac{10}{27}$ و بالتعويض عن قيمة ل٣ نجد أن

ل١ = $\frac{5}{27}$ ل٢ = $\frac{12}{27}$

و بالتالى فان نسب المشروعات الثلاثة فى الأجل الطويل من الانتاج هى :

$\frac{5}{27}$, $\frac{12}{27}$, $\frac{10}{27}$

و يكون نصيب المشروعات الثلاثة في الأجل الطويل كما يلى

المشروع الأول = (٥ ÷ ٢٧) × ٦٠٠٠ = ١١١١.١ وحدة

المشروع الثانى = (١٢ ÷ ٢٧) × ٦٠٠٠ = ٢٦٦٦.٧وحدة

المشروع الثالث = (١٠ ÷ ٢٧) × ٦٠٠٠ = ٢٢٢٢.٢ وحدة

نظرية المنشأة

تحليل الانتاج والتكاليف – الأمثلية الاقتصادية

المبحث الأول

نظرية المنشأة

تعريف المنشأة:

المنشاة (The Firm) هي منظمة أعمال تقوم بحشد الموارد واستخدامها في إنتاج سلع معينة وتسويقها بأسعار تسمح بتغطية تكاليفها مع تحقيق هامش ربح يبرر الاستمرار في انتاجها. وقد تأخذ المنشاة شكل الملكية الخاصة, كما هو الحال في المنشآت الصغيرة التي يديرها ويعمل فيها مالكوها, أو ان تكون منشاة شراكة محدودة (Partnership), أو شركة عامة غير محدودة (Common stock Company), كما في المنشآت الكبيرة بصفة عامة حيث يكون هناك فاصل بين الملكية والادارة.

أهداف المنشاة:

في ظل النظرية التقليدية كان الهدف الرئيسي للمنشأة هو تعظيم الارباح في الاجل القصير وفي ظل النظرية الاقتصادية الحديثة اصبح هدف المنشأة هو تعظيم قيمة المنشأة والذي يعني تعظيم صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية التي تحققها المنشأة.

الاهداف ومجالات الاختيار في منظمات الاعمال:

رغم اختلاف وتعدد الاسباب التي تكمن وراء دراسة اهداف واختيارات منظمات الاعمال الا ان هناك عدداً من المبررات التي توضح الاهمية النسبية لمثل هذه الدراسة وفي هذا الشأن يمكن تلخيص مبررات دراسة وتحليل اهداف المنظمات في الآتي:

١- ان الهدف هو اساس وجود المنظمات فالمنظمة هي بمثابة تنظيم هادف ينشأ و يتحدد سلوكه من واقع مجموعة من الاهداف المراد تحقيقها .

٢- ان اهداف واختيارات المنظمة تعتبر اساس لانجاز الوظائف الادارية.

٣- ان الاهداف تحدد طبيعة المنظمة فمنظمات الاعمال التي تسعي لتحقيق الارباح تختلف في طبيعة نشاطها عن المنظمات غير الربحية.

٤-ان الاهداف تحدد اختيارات نشاط الاعمال .

٥- ارتباط اهداف الانشطة والوحدات التنظيمية باهداف المنظمة الرئيسية.

ويمكن تحديد انواع أهداف المنشآت من خلال تناول النظريات الآتية:

١- النظرية التقليدية: تقوم هذه النظرية علي افتراض مؤداه أن تحقيق أقصي ربح ممكن للملاك هو الهدف الطبيعي والوحيد لأي منظمة. وبناء علي هذا الافتراض, يمكن القول بأن مسؤلية إدارة المنظمة تتحدد في وضع الخطط وتصميم السياسات المختلفة (سياسات الإنتاج والتسعير ... الخ) التي تساهم بصورة مباشرة في تحقيق هذا الهدف.

وفي ظل النظرية التقليدية يمكن التنبؤ بسلوك أو اختيارات المنظمة. فافتراض السعي لتحقيق أقصي ربح ممكن كهدف رئيسي ووحيد للمنظمة يعني ان مدير المشروع سيقوم بالاختيار من بين البدائل المتاحة ذلك البديل الذي يحقق أقصي ربح ممكن بغض النظر عن أي اعتبارات اجتماعية أو إنسانية سواء علي مستوي المنظمة التي يعمل فيها أو

بالنسبة للمجتمع والبيئة المحيطة. كما أنه من المتوقع إهمال عنصر الزمن في علاقته بالارباح المحققة. بمعني أن مدير المنظمة سيهتم بتحقيق الأرباح في الأجل القصير دون الاهتمام أو النظرة إلي المستقبل.
أما بالنسبة لسياسات الاستثمارات طويلة الاجل, فمن المتوقع أيضاً أن يهتم مدير المنظمة بتلك المشروعات التي تحقق أرباحاً في الاجل القصير. وبالتالي فإن أساليبة في تقييمه للجدوي الاقتصادية للمشروع ستختلف عن تلك التي يستخدمها مدير آخر يهتم بالتدفقات النقدية للمشروع المقترح في الأجل الطويل آخذاً في اعتباره المنافع الاجتماعية والانسانية لهذا المشروع سواء علي مستوي المجتمع أو المشروع ذاته.

<u>الانتقادات التي وجهت للنظرية التقليدية:</u>

١.أن انفصال الملكية عن الادارة نتيجة لضخامة المشروعات وكثرة عدد الملاك يستلزم الاعتراف بوجود أهداف أخري تحرك سلوك المديرين.
٢.أن عنصر الربح لا يمثل المعيار الوحيد – من وجهه نظر الملاك- لقياس فعالية المنظمة, فهنالك اهداف ومعايير اخري عرفت من خلال الدراسات مثل: زيادة المبيعات, حماية وتأمين الاستثمارات, الانتشار الدولي للمنظمة, وفعالية الادراة في المنظمة.
٣.تعدد الصعوبات والمشاكل الخاصة بمحاولات تعظيم الارباح وطرق قياسها, مثل حالات عدم التأكد ونقص المعلومات خاصة في الاجل الطويل ازدياد حدة المنافسة بين منظمات الاعمال, التعارض بين السعي لتحقيق اقصي ارباح ممكنة والانتاج والتسعير.

٤.أن النظرية التقليدية أغفلت حقيقة مؤداها أن قدرة المنظمة علي تعظيم الارباح هي دالة في متغيرات عديدة مثل (مدي توفر المعلومات والبيانات الخاصة بسوق البيع وشراء عوامل الانتاج- أهداف وسلوك المستهلكين – اسعار عوامل الانتاج والعوامل المؤثرة في الطلب تتأثر بدرجة كبيرة بمتغيرات بيئية سياسية واقتصادية واجتماعية)

٥. ان سياسات الانتاج والتسويق والتمويل تتأثر الي حد كبير بسياسات المنافسين, ويالتالي فإن تحقيق اقصي ربح ممكن هو هدف لا يتحقق بدرجة كبيرة إلا في حالات الاحتكار.

٢- النظريات الحديثة:

ترتب علي انفصال الملكية عن الادارة, والانتقادات التي وجهت إلي النظرية التقليدية ظهور عدد من النظريات الحديثة التي قدمت تحليلاً أكثر واقعية لأهداف واختيارات المنشآت. وتقوم هذه النظريات ببساطة علي ان هدف المنشآت ليس فقط تحقيق أقصي ربح في المدي القصير ولكن تعظيم قيمة المنشأة في المدي الطويل. ويمكن تقسيم هذه النظريات الي مجموعتين رئسيتين. المجموعة الأولي: وتشمل نظريات المنافع Maximising Benefits/ Maximising a function of the firm. أما المجموعة الثانية: فتنطوي علي النظريات السلوكية. وفيما يلي عرضاً مختصراً لهذه النظريات:

أولاً: نظريات تعظيم المنافع:

وتتميز هذه المجموعة من النظريات بأنها تري أن مهمة المنظمة هي تعظيم هدف معين, وأن مدي تحقيق المنظمة لهذا الهدف يتم تحديده أو

قياسه عادة في ضوء احد المعايير المالية مثل الربح أو السيولة. والاهم من هذا هو النظرة طويلة الأجل للمنافع أو الأهداف التي تسعي المنظمة لتحقيقها. وتنقسم هذه النظريات إلي:

أ- نظرية تعظيم المبيعات:

وطبقاً لهذه النظرية فإن هدف المنظمة الرئيسي هو زيادة المبيعات.

ب- نظرية تعظيم النمو:

وتقوم هذه النظرية علي افتراض أساسي مؤداه أن النمو الحالي والمتوقع للمنظمة ككل أو لبعض أنشطتها وتعظيم معدل هذا النمو يعتبر هدفاً رئيسياً يحرك سلوك أي منظمة ليس فقط لزيادة الأرباح في الأجل الطويل بل أيضاً زيادة المبيعات ونموها في نفس الاجل.

ج- نظرية تعظيم ثروة الملاك: تعتبر هذه النظرية بديلاً للنظرية السابقة. وتقوم فلسفة هذه النظرية علي افتراض أن تعظيم القيمة الحالية لثروة الملاك تعتبر من الاهداف الهامة لأي منظمة. ويمكن تقدير أو قياس ثروة الملاك- وفقاً لهذه النظرية – من خلال التدفقات النقدية المتوقعة خلال حياة المنظمة وذلك باستخدام نموذج القيمة الحالية Present Value Model. فإذا تمكنت الادراة من تقدير التدفقات النقدية للمنظمة خلال فترة زمنية معينة فإنه من الممكن باستخدام نموذج القيمة الحالية أن نعرف الآن قيمة ما تساوية ثروة الملاك في المستقبل.

ثانياً: النظريات السلوكية:

يمكن تناول هذه النظرية من مدخلين أساسيين:

المدخل الأول: هو مدخل تعدد الأهداف, والمدخل الثاني: هو مدخل المنفعة الادارية. وإذا كان بعض الكتاب يري أن كل من مدخل يمثل نظرية مستقلة, فإننا ننظر إلي كل مدخل باعتبارة دعامة أساسية في بناء النظرية السلوكية, وطبقاً لهذه النظرة المتكاملة والشاملة للنظرية السلوكية يمكن تناول دعامات هذه النظرية علي النحو التالي:

أ- تعدد الأهداف: ترتكز هذه الدعامة علي العلاقات المتداخلة والدوافع الخاصة بمختلف المجموعات او الاطراف التي تشارك في إدارة وتنفيذ أنشطة المنظمة. وتتميز بذلك النظرية السلوكية عن غيرها من النظريات السابقة بالاعتراف بوجود أكثر من هدف تسعي المنظمة لتحقيقه. كما أن فكرة التعظيم لهدف معين (مثل تعظيم الربح أو تعظيم المبيعات ..الخ) قد تم استبداله بفكرة أخري هي الإرضاء أو المستوي المرضي من النتائج أو المنافع المعينة سواء لمتخذ القرار ذاته أو لاطراف التعامل مع المنظمة كالموردين, والمديرين, والعملاء, والملاك والعمال, والمجتمع....إلخ. فالمنظمة هي بمثابة تحالف للمصالح أو الاهداف الخاصة بكل طرف من الاطراف التي تتعامل معها. وأن نجاح المنظمة وفعاليتها تقاس في هذه الحالة بمدي قدرتها علي تحقيق رضا هذه الأطراف رغم ما قد يحدث من تعارض بين طرق وأساليب تحقيق أهداف كل طرف بالمقارنة بالآخر.

ب- المنفعة الإدارية: ترتكز هذه الدعامة علي ثلاث افتراضات رئيسية:

١. نتيجة لانفصال الملكية عن الادارة فإن أهداف الملاك تختلف عن أهداف المديرين. فبينما يعتبر تعظيم الأرباح الهدف الرئيسي للملاك, نجد أن المديرين يسعون إلي تحقيق أهداف وإشباع حاجات أخري (تختلف عن هذا الهدف) من أمثلتها: تأمين وضمان الوظيفة, زيادة المرتبات, تحسين الوضع الاجتماعي, اتساع نطاق السلطة, تحسين ظروف العمل وشروطه....إلخ.

٢. إن معدلات الأرباح في المنظمات التي يديرها الملاك أعلي منها في المنظمات المداره بواسطة مديرين محترفين.

٣. أن المديرين المحترفين لا يهتمون بهدف تعظيم الأرباح.

٢-٤ تعريف الفاعلية والكفاءة: Definition of Effectiveness and Efficiency

تحظي دراسات الفعالية في منظمات الأعمال بالكثير من الاهتمام من جانب الباحثين والكتاب في شتي الميادين وفي جميع الدول المتقدمة والنامية علي حد سواء. وإذا نظرنا إلي علاقة هذا النوع من الدراسات بوظائف المدير نجد أنه يحظي باهتمام خاص. فقياس الفعالية يمثل جوهر وظيفة الرقابة التي ترتبط هي الاخري بوظيفة التخطيط ارتباطاً وثيقاً. أي ان قياس الفعالية ينطوي في حد ذاته علي قياس الأداء الكلي للمنظمة أو لأحد أجزائها ومعرفة مدي التقدم أو النجاح المحقق وذلك طبقاً لمجموعة من المعايير التي تتلائم مع طبيعة النشاط أو الهدف محل القياس.

أما بخصوص علاقة الدراسات المشار إليها بعلم اقتصاديات الادارة, يمكن القول بصفة عامة أن دراسة اقتصاديات الإدارة تستهدف رفع فعالية

الأداء في المنظمات القائمة, وترشيد القرارات الخاصة بالانفاق الاستثماري, أو المشروعات الجديدة(داخلياً أو خارجياً), ومن هذا المنطق, فإن التعريف بالفاعلية, وطرق قياسها, والمشكلات المرتبطة بعملية القياس وغيرها من الجوانب الخاصة بدراسات الفعالية تمثل ضرورة يفرضها واقع الدراسة في اقتصاديات الادارة.

تعريف الفاعلية:

إن مفهوم الفاعلية Eflectiveness مفهوم معقد ومركب. وحتي الان لايوجد اتفاق عام بين الكتاب حول معني محدد للفاعلية أو العوامل المحددة والمؤثرة عليها. فالكثير من البحوث والدراسات الميدانية أشارت إلي وجود العديد من العلاقات المتداخلة والمتشابكة بين فعالية المنظمة من ناحية وبين العوامل المؤثرة أو المحددة لها من ناحية أخري. ورغم ما تخلقه هذه المشكلة من تحديات أمام الباحثين والكتاب إلا ان هناك محاولات جادة قدمت الكثير من المفاهيم الخاصة بالفعالية .

فالفاعلية هي محصلة تفاعل مكونات الاداء الكلي للمنظمة بما يحتويه من أنشطة فنية ووظيفية وإدارية, وما يوثر فيه من متغيرات داخلية وخارجية, كما انها ترتبط بالدرجة الاولي بمدي تحقيق المنشاة لاهدافها. فالمنشأة التي تستطيع تحقيق اهدافها يمكن وصفها بأنها منشأة فعالة والعكس صحيح. وبذلك يمكن القول ان الفاعلية تقيس مدي قدرة المنشآة علي تحقيق أهدافها سواء كانت عامة أو تشغيلية او هدف واحد او مجموعة من الأهداف.

أما بالنسبة لمفهوم الكفاءة فيمكن تعريفة ببساطة بأنه تحقيق أهداف المنشاة بأقل تكاليف ممكنة, وهو مفهوم يرتبط بعنصر التكلفة والعلاقة بين المدخلات والمخرجات, وتقاس الكفاءة في هذه الحالة كالآتي :

الكفاءة = قيمة المخرجات ÷ قيمة المدخلات

وللتعرف علي مدي دلالة النتيجة التي تم الحصول عليها من المعادلة السابقة يجب ان يتم مقارنتها بالاعوام السابقة أو بمتوسط الصناعة إذا امكن ذلك للتعرف علي مدي تقدم المنظمة.

وبصفة عامة يجب الأخذ في الاعتبار أنه ولكي تبقي المنظمة وتنمو يجب أن تحقق درجة معينة من الكفاءة والفعالية في وقت واحد. فمثلاً تتحقق الفعالية عندما تصل المنظمة الي أهدافها, أما إذا حققت هذه الأهداف بتكلفة عالية فإن كفاءتها تصبح منخفضة في هذه الحالة.

المبحث الثانى
تحليل الانتاج والتكاليف

الإنتاج والتكاليف

فى هذا الفصل سيتم التعرف على فكر المنتج (Producer) الذي يقوم بإنتاج وبيع السلع والخدمات. ويمكن تعريف المنشأة (Firm)، بأنها الوحدة الاقتصادية التي تقوم بعملية الإنتاج عن طريق استخدام المدخلات (Inputs)، وهي عناصر الإنتاج المختلفة كعنصر العمل والأرض ورأس المال والمنظمة، في العملية الإنتاجية (Production Process)، من أجل إنتاج المخرجات (Outputs)، من السلع والخدمات المتعددة.

ويعتبر تحقيق أقصى مستوى من الأرباح هو الهدف الأساسي لقيام المنشأة بعملية الإنتاج، ويسمى ذلك بتعظيم الأرباح (Profit Maximization). وجدير بالذكر أن قيام المنشأة بعملية الإنتاج (بهدف تحقيق الربح)، يقابله ارتفاع في التكاليف (Cost) الناتجة عن استخدام عناصر الإنتاج وبالتأكيد زيادة فى الإيرادات، وسنقوم في هذه الجزئية بالتعرف على منحنيات الإنتاج الخاصة بالمنشأة، وكذلك التكاليف المرتبطة بعمل المنشأة، وكيفية تحقيق المنشأة لهدفها وهو تعظيم الأرباح.

التكاليف الاقتصادية والأرباح الاقتصادية

يختلف مفهوم التكلفة الاقتصادية (Economic Costs) عن المفاهيم الأخرى للتكلفة، حيث تتضمن جميع التكاليف الحقيقية التي تم أو سيتم دفعها في المستقبل، وكذلك مقدار التضحية التي تم تقديمها في سبيل إتمام عملية الإنتاج، أي أن التكلفة الاقتصادية تختلف عن المفهوم العادي للتكلفة بأنها تشمل تكلفة الفرصة البديلة (Opportunity Cost). أما بالنسبة للأرباح الاقتصادية (Economic Profits)، فهي تختلف أيضاً عن الأرباح المحاسبية، حيث يتم احتساب الأرباح الاقتصادية عن طريق حساب الفرق بين إجمالى الإيرادات وبين التكاليف الاقتصادية، أو:

الأرباح الاقتصادية = إجمالى الإيرادات – إجمالى التكاليف الاقتصادية

ويمكن مقارنة ثلاث حالات مختلفة:

١- إذا كان إجمالى الإيرادات أعلى من إجمالى التكاليف الاقتصادية، فإن المنشأة تحقق أرباحاً اقتصادية (Economic Profit).

٢- إذا كان إجمالى الإيرادات أقل من إجمالى التكاليف الاقتصادية، فإن المنشأة تحقق خسائر اقتصادية (No Economic Profit = Loss).

٣- إذا كان إجمالى الإيرادات يساوي إجمالى التكاليف الاقتصادية، فإن الأرباح الاقتصادية تساوي صفراً، وبالتالى تحقق المنشأة أرباحاً اعتيادية فقط (Normal Profit).

مع ملاحظة أن التكاليف الاقتصادية تتضمن تكلفة الفرصة البديلة.

الإنتاج في المدى القصير

تمر المنشأة بمرحلتين إنتاجيتين مختلفتين؛ تعرف الأولى بالإنتاج في المدى القصير (Production in Short Run)، وهي المرحلة التي يكون فيها على الأقل عنصر إنتاجي واحد ثابتاً، أي أن الكمية المستخدمة من هذا العنصر غير قابلة للزيادة أو النقصان. فعلى سبيل المثال، إذا أصدرت الحكومة قانوناً يلزم المنشأة باستخدام عدد من العمال يساوي (٣٠) عامل فقط، فإن المنشأة لا تستطيع تخفيض عدد العمال المستخدم في عملية الإنتاج، وبالتالى يعتبر عنصر العمل عنصراً ثابتاً في المدى القصير. أما المدى الطويل (Long-Run) فهي المرحلة التي تكون جميع عناصر الإنتاج المستخدمة قابلة للتغيير.

يقوم الإنتاج في المدى القصير على الافتراضات التالية:

- **تستخدم المنشأة عنصرين فقط من عناصر الإنتاج، وهما: عنصر العمل (ل)، وعنصر رأس المال (ر).**
- **يعتبر عنصر العمل (ل)، العنصر الإنتاجي المتغير Variable، بينما يعتبر رأس المال (ر)، العنصر الإنتاجي الثابت Fixed**
- **ثبات المستوى التقني المستخدم في عملية الإنتاج.**
- **إذا أرادت المنشأة زيادة الكمية المنتجة، فإن ذلك يتطلب استخدام المزيد من العنصر الإنتاجي المتغير (ل)، مقابل استخدام حجم محدد من العنصر الإنتاجي الثابت (ر).**

ويوضح جدول (٦-١) حجم الناتج الكلي (Total Product)، والذي يتم الحصول عليه عن طريق استخدام كميات متزايدة من عنصر العمل (ل)، مع بقاء حجم رأس المال (ر) ثابتاً.

جدول (٦-١): الناتج الكلي

(١) عناصر الإنتاج		(٢) الناتج الكلي	(٣) الناتج الحدي	(٤) الناتج المتوسط
ثابت (ر)	متغير (ل)	ن ك	ن ح = Δ ن ك / Δ ل	ن م = ن ك / ل
٦	٠	٠	٠	٠
٦	١	٥٠	٥٠	٥٠
٦	٢	١٢٠	٧٠	٦٠
٦	٣	١٨٠	٦٠	٦٠
٦	٤	٢٢٠	٤٠	٥٥
٦	٥	٢٥٠	٣٠	٥٠
٦	٦	٢٧٠	٢٠	٤٥
٦	٧	٢٨٠	١٠	٤٠
٦	٨	٢٨٠	٠	٣٥
٦	٩	٢٧٠	١٠-	٣٠
٦	١٠	٢٥٠	٢٠-	٢٥

يوضح العمود رقم (١)، عناصر الإنتاج المستخدمة في عملية إنتاج السلعة مع ملاحظة أن كمية رأس المال المستخدمة ثابتة في جميع

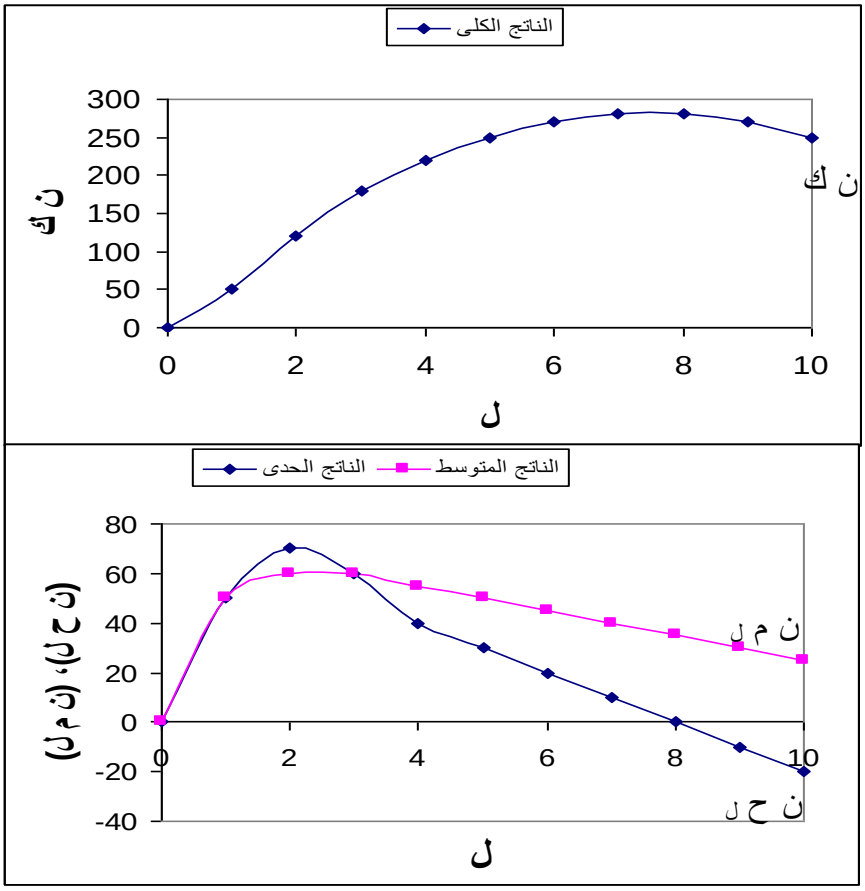
مستويات الإنتاج المختلفة (ر = ٦)، بينما تتزايد كمية عنصر العمل المستخدمة في الإنتاج تدريجياً.

ويوضح العمود رقم (٢)، حجم الناتج الكلي (أو إجمالى الكمية المنتجة). فعلى سبيل المثال، عندما يتم استخدام (٦) وحدات من رأس المال ولا شيء من عنصر العمل (ل=٠)، تكون الكمية المنتجة أو الناتج الكلي في هذه الحالة مساوية للصفر (ن ك = ٠). أما عند استخدام العامل الأول و(٦) وحدات من رأس المال، فإن حجم الناتج الكلي يرتفع إلى خمسون وحدة (ن ك = ٥٠)، وهكذا.

أما بالنسبة للعمود رقم (٣)، فيوضح الناتج الحدي لعنصر العمل (Marginal Product of Labor)، وهو عبارة عن مقدار التغير في الناتج الكلي وذلك عند تغير العنصر المتغير بمقدار وحدة واحدة. فعلى سبيل المثال، فإن استخدام العامل الأول أدي إلى زيادة الناتج الكلي بمقدار (٥٠) وحدة، بينما أدى استخدام العامل الثاني إلى ارتفاع الناتج الكلي بمقدار (٧٠) وحدة. إذاً، فإن الناتج الحدي لعنصر العمل (ن ح ل)، يساعدنا في التعرف على مقدار الإضافة التي يساهم بها العامل الإضافي إلى الناتج الكلي.

وأخيراً، يصف العمود رقم (٤)، حجم الناتج المتوسط للعنصر الإنتاجي المتغير (Average Product of Labor)، وهو عبارة عن معدل إنتاجية العامل الواحد.

ويوضح الشكل (٦-١) منحنيات الناتج الكلي، الناتج الحدي لعنصر العمل، والناتج المتوسط لعنصر العمل (ن م ل).



شكل

(٦-١): منحنيات الناتج الكلى والناتج الحدى والناتج المتوسط

يوضح الشكل الأعلى منحنى الناتج الكلي، بينما يوضح الشكل الأسفل كل من منحنى الناتج الحدي، ومنحنى الناتج المتوسط. نلاحظ أن منحنى الناتج الكلي يبدأ بالزيادة إلى أن يصل إلى أقصى مستوى له. وعندما يصل الناتج الكلي إلى أقصى مستوى، يكون الناتج الحدي مساوياً للصفر. ويبدأ الناتج الكلي بالانخفاض عندما يكون الناتج الحدي سالباً.

من الشكل السابق، نلاحظ وجود علاقة بين كل من الناتج الحدي لعنصر العمل والناتج المتوسط لعنصر العمل. فعندما يكون الناتج الحدي أكبر من الناتج المتوسط، فإن الناتج المتوسط يتزايد، أي أن هناك ارتفاعاً في معدل إنتاجية العامل الواحد. أما عندما يكون الناتج الحدي أقل من الناتج المتوسط، فإن الناتج المتوسط يتناقص، أي أن هناك انخفاضاً في معدل إنتاجية العامل الواحد. وأخيراً، فعندما يكون الناتج الحدي لعنصر العمل مساوياً للناتج المتوسط، فإن الناتج المتوسط يكون عند أعلى مستوى له، أي أن الإنتاج يتم عند ذلك المستوى الذي يكون فيه معدل إنتاجية العامل الواحد أقصى ما يمكن.

<u>قانون تناقص العوائد الحدية</u>

يلاحظ من الجدول والشكل السابقين أن الناتج الكلي يتزايد في البداية بمعدل متزايد، حيث يتضح لنا ذلك من الناتج الحدي لعنصر العمل. فالعامل الأول قد ساهم في رفع الناتج الكلي بمقدار (٥٠) وحدة، بينما ساهم العامل الثاني في رفع حجم الناتج الكلي بمقدار (٧٠) وحدة. أما عند إضافة العامل الثالث فقد أصبح الناتج الكلي (١٨٠) وحدة، أي أن العامل الثالث قد ساهم في رفع حجم الناتج الكلي بمقدار (٦٠) وحدة فقط. أن العامل الثاني هو العامل الوحيد الذي ساهم بأكبر إضافة إلى الناتج الكلي (٧٠)، في حين ساهم العمال الآخرون بإضافات أقل. نظراً لأن عنصر رأس المال يعتبر عنصراً ثابتاً، فإن مقدار الناتج الإضافي سيكون محدوداً، وهذا هو قانون "تناقص العوائد الحدية: Law of Diminishing Marginal Returns" الذي ينص على:

"عند استخدام وحدات متتالية من العنصر الإنتاجي المتغير، مع بقاء الكمية المستخدمة من العنصر الإنتاجي الآخر ثابتاً، فإن الناتج الحدي للعنصر المتغير سوف يبدأ بالتناقص بعد مستوى إنتاجي معين."

ويبدأ قانون تناقص العوائد الحدية بالسريان عند إضافة العامل الثالث في العملية الإنتاجية حيث انخفض الناتج الحدي لعنصر العمل من (٧٠) وحدة عند العامل الثاني، إلى (٦٠) وحدة عند العامل الثالث. ونلاحظ أنه وبعد استخدام العامل الثاني، فإن الناتج الإضافي يبدأ بالانخفاض تدريجياً إلى أن يصل الناتج الحدي إلى الصفر (عند العامل الثامن). أما استخدام المزيد من العمال بعد العامل الثامن سيؤدي إلى أن يكون الناتج الحدي سالباً، أي أن يبدأ الناتج الكلي بالانخفاض.

<u>طبيعة التكاليف</u>

تشتمل التكاليف الاقتصادية على التكاليف المباشرة (الصريحة) وغير المباشرة (الضمنية). والتكاليف المباشرة هى النفقات التى تتحملها الشركة لشراء أو استئجار عناصر الإنتاج. أما التكاليف غير المباشرة فهى تشير إلى قيمة عناصر الإنتاج التى تمتلكها وتستخدمها الشركة فى أنشطتها الإنتاجية. هذا ويتم حساب أو تقدير قيمة عناصر الإنتاج بمقدار الربح الذى يمكن أن تجلبه إلى الشركة إذا تم استغلالها بأفضل بديل ممكن ويتعين على الشركة أن تضع سعرا لكل عنصر من عناصر الإنتاج (سواء كانت تلك العناصر مملوكة للشركة أو قامت الشركة بشرائها) مساويا لمقدار الربح الذى كان يمكن أن يجلبه ذلك العنصر عند استغلاله بأفضل

بديل ممكن. وتعرف هذه النظرية بنظرية البديل أو تكلفة النفقة البديلة. وينبغى التمييز بين التكاليف الاقتصادية أو تكاليف النفقة البديلة من ناحية والتكاليف المحاسبية من ناحية أخرى، حيث تشير التكاليف المحاسبية إلى النفقات الفعلية للشركة (أو التكاليف الصريحة لشراء أو استئجار عناصر الإنتاج. وتعد التكاليف المحاسبية أو التاريخية على قدر كبير من الأهمية للأغراض الضرائبية ورفع التقارير المالية الخاصة بالشركة أما التكاليف الاقتصادية أو تكاليف النفقة البديلة فهى بمثابة المفاهيم الواجب اتباعها لأغراض اتخاذ القرارات الإدارية. كذلك ينبغى علينا التمييز بين التكاليف الحدية والتكاليف الزائدة.

فالتكاليف الحدية تشير إلى التغير فى إجمالى التكلفة لوحدة واحدة من التغير فى الإنتاج أما التكلفة الزائدة فإنها تتسع لأكثر من ذلك حيث تشير إلى التغير فى إجمالى التكاليف نتيجة للقيام بتنفيذ قرار إدارى معين، مثل افتتاح خط إنتاج جديد. والتكاليف التى لا تتأثر بمثل هذه القرارات ليس لها علاقة بالتكاليف الزائدة، وتعرف بالتكاليف غير المتكررة.

<u>مثال:</u>

افترض أن شخص يعمل كمحاسب لإحدى الشركات المحاسبة يحصل على دخل سنوى قدره ٥٠.٠٠٠ جنيه وأنه يفكر فى افتتاح مكتب محاسبى خاص به وللقيام بذلك سيتعين عليه التخلى عن وظيفته الحالية كما سيضطر إلى افتتاح مكتبه الجديد فى متجر كان يملكه ويؤجره مقابل

١٥.٠٠٠ جنيه سنويا. وطبقا لتقديراته فسوف يحصل على دخل قدره ١٠٠.٠٠٠ جنيه على أن يتحمل نفقات قدرها ٤٠.٠٠٠ جنيه (عليه الوفاء بها من جيبه الخاص) لتعيين سكرتيرة، واستئجار التجهيزات اللازمة للمكتب ودفع الضرائب وتكاليف المنفعة. فهل ينبغى على هذا المحاسب القيام بافتتاح هذا المكتب؟

<u>الإجابة لا،</u>

وذلك لأن إجمالى تكاليفه الاقتصادية ١٠٥.٠٠٠ جنيه عبارة عن تكاليف مباشرة قدرها ٤٠.٠٠٠ جنيه + تكاليف فرص بديلة قدرها ٦٥.٠٠٠ جنيه تفوق إجمالى أرباحه التى تبلغ ١٠٠.٠٠٠ جنيه فقط.

<u>تكاليف الإنتاج فى المدى القصير</u>

يتميز المدى القصير بثبات أحد أو بعض عناصر الإنتاج. وتنقسم تكاليف الإنتاج الخاصة في المدى القصير (Costs of Production in the Short-Run) لأى منشأة إلى ثلاثة أنواع:

<u>التكاليف الكلية</u>

<u>أ- التكلفة الكلية الثابتة (Total Fixed Cost):</u>

وهي التكاليف التي تدفع لعناصر الإنتاج الثابتة، وبالتالى لا تتغير بتغير حجم الإنتاج (ك). ويرمز للتكلفة الكلية الثابتة بـ (ت ك ث).

ب- التكلفة الكلية المتغيرة (Total Variable Cost):

وهي التكاليف التي تدفع لعناصر الإنتاج المتغيرة، وبالتالى تتغير هذه التكلفة بتغير حجم الإنتاج (ك). فإذا كانت الكمية المنتجة (ك) تساوي

صفراً، فإن التكلفة الكلية المتغيرة تساوي صفر أيضاً. ويرمز للتكلفة الكلية المتغيرة بـ (ت ك غ).

وتساوى التكلفة الكلية (Total Cost) مجموع التكلفة الكلية الثابتة والتكلفة الكلية المتغيرة.

ويرمز إلى التكلفة الكلية بـ(ت ك):

ت ك = ت ك ث + ت ك غ

وتجدر الإشارة إلى أن التكلفة الكلية تساوي التكلفة الكلية الثابتة عندما يكون حجم الإنتاج صفر، حيث تكون التكلفة الكلية المتغيرة صفر. وتتزايد التكلفة الكلية بتزايد حجم الإنتاج، وذلك بسبب ارتفاع حجم التكلفة المتغيرة.

٦-٦-٢ التكاليف الحدية

وتعرف التكاليف الحدية (Marginal Costs) بأنها مقدار التغير في التكلفة الكلية الناتجة عن تغير الكمية المنتجة (ك) بوحدة واحدة. ويرمز إلى التكلفة الحدية بـ (ت ح):

ت ح = Δ ت ك / Δ ك

٦-٦-٣ التكاليف المتوسطة (Average Costs)

ويمكن تصنيف التكاليف المتوسطة إلى ثلاثة أنواع:

أ- متوسط التكلفة الثابتة (Average Fixed Cost):

وهي عبارة عن التكلفة الكلية الثابتة مقسومة على حجم الإنتاج. ويمكن احتساب متوسط التكلفة الثابتة (م ت ث) كما يلي:

م ت ث = ت ك ث / ك

ب- متوسط التكلفة المتغيرة (Average Variable Cost):

وهي عبارة عن التكلفة الكلية المتغيرة مقسومة على حجم الإنتاج. ويمكن احتساب متوسط التكلفة المتغيرة (م ت غ) كما يلي:

$$م\ ت\ غ = ت\ ك\ غ / ك$$

ج- متوسط التكلفة الكلية (Average Total Cost):

وهي عبارة عن مجموع متوسط التكلفة الثابتة ومتوسط التكلفة المتغيرة. ويمكن احتساب متوسط التكلفة الكلية (م ت ك) كما يلي:

$$ت\ ك = ت\ ك\ ث + ت\ ك\ غ$$

$$م\ ت\ ك = ت\ ك / ك = (ت\ ك\ ث + ت\ ك\ غ) / ك = م\ ت\ ث + م\ ت\ غ$$

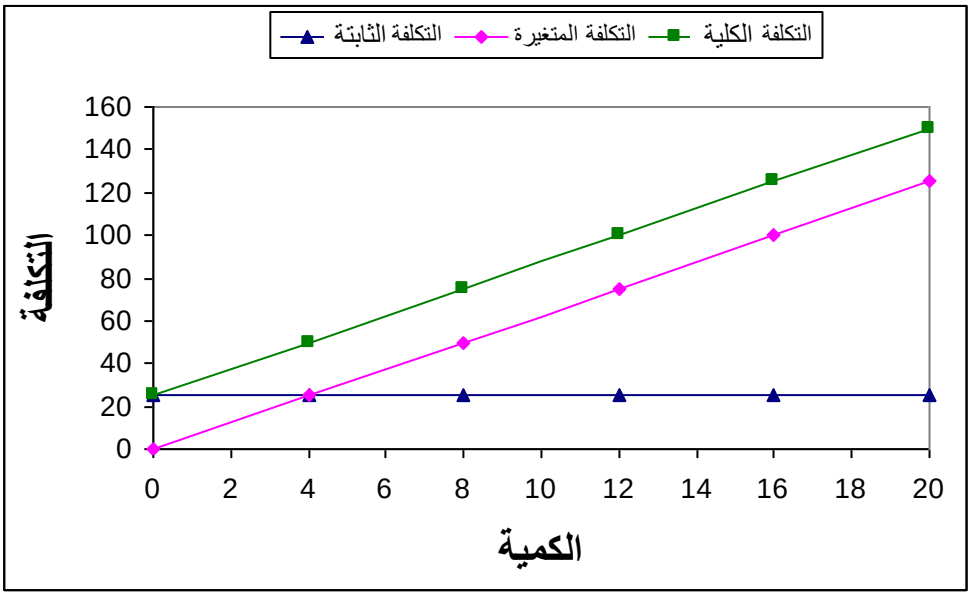
يوضح الجدول (٦-٢) مثالا لحجم الناتج الكلي والتكاليف المرتبطة بكل مستوى من مستويات الإنتاج.

جدول (٦-٢): التكاليف في المدى القصير

ل	ك	ت ك ث	ت ك غ	ت ك = ت ك ث + ت ك غ	ت ح = Δ ت ك / Δ ك	م ت غ = ت ك غ / ك	م ت ث = ت ك ث / ك	م ت ك = م ت ث + م ت غ
٠	٠	٢٥	٠	٢٥	٠	٠	٠	٠
١	٤	٢٥	٢٥	٥٠	٦.٢٥	٦.٢٥	٦.٢٥	١٢.٥
٢	١٠	٢٥	٥٠	٧٥	٤.١٧	٥	٢.٥	٧.٥
٣	١٣	٢٥	٧٥	١٠٠	٨.٣٣	٥.٧٧	١.٩٢	٧.٦٩
٤	١٥	٢٥	١٠٠	١٢٥	١٢.٥	٦.٦٧	١.٦٧	٨.٣٣
٥	١٦	٢٥	١٢٥	١٥٠	٢٥	٧.٨١	١.٥٦	٩.٣٨

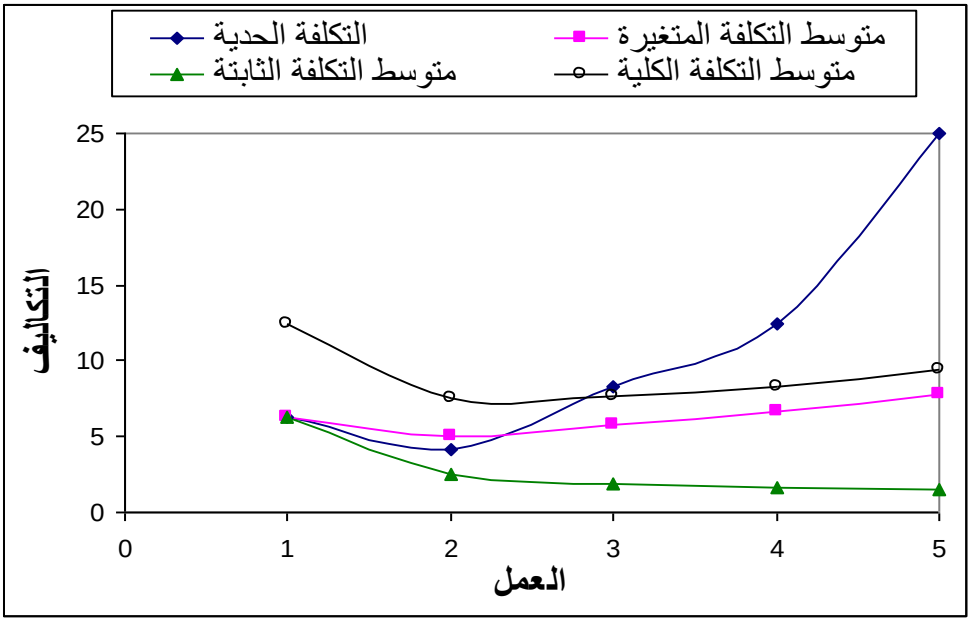
منحنيات التكاليف (Cost Curves)

يوضح الشكل رقم (٦-٢) منحنيات التكلفة الكلية، بينما يوضح الشكل رقم (٦-٣) منحنيات التكلفة المتوسطة والحدية.



شكل (٦-٢): التكاليف الكلية والمتغيرة والثابتة

المسافة الواقعة بين منحنى التكلفة الكلية ومنحنى التكلفة الكلية المتغيرة عبارة عن حجم التكلفة الكلية الثابتة، وذلك عند جميع مستويات الإنتاج المختلفة. ويكون منحنى التكلفة الكلية الثابتة خطاً مستقيماً ولا يبدأ من الصفر، حيث أن حجم التكلفة الكلية الثابتة لا يعتمد على حجم الإنتاج. أما منحنى التكلفة الكلية المتغيرة فيبدأ من الصفر، حيث أن حجم التكلفة الكلية المتغيرة يعتمد على مستوى الإنتاج.



شكل (٦-٣): التكاليف المتوسطة (الكلية، والثابتة، والمتغيرة) والتكلفة الحدية

يتناقص منحنى متوسط التكلفة الثابتة مع ارتفاع حجم الإنتاج، بينما يتناقص منحنى متوسط التكلفة الكلية ومتوسط التكلفة المتغيرة في البداية إلى أن يصل كل منهما إلى أدنى نقطة. ويبدأ كل من منحنى متوسط التكلفة الكلية ومنحنى متوسط التكلفة المتغيرة بالارتفاع بعد ذلك. نلاحظ أن المسافة بين كل من منحنى متوسط التكلفة المتغيرة ومنحنى متوسط التكلفة الكلية تتناقص مع ارتفاع حجم الناتج، حيث أن هذه المسافة هي متوسط التكلفة الثابتة. وأخيراً، يقطع منحنى التكلفة الحدية في جزئه الصاعد كلاً من منحنى متوسط التكلفة المتغيرة ومنحنى متوسط التكلفة الكلية في أدنى نقطة لهما.

مثال :

يمدنا الجدول (٦-٣) بجداول المدى القصير لكلا من إجمالى التكلفة والتكلفة بكل وحدة الخاصة بإحدى الشركات وتظهر موضحة فى الشكل (٦-٤)، ومن الشكل والجدول يمكن ملاحظة ما يلى:

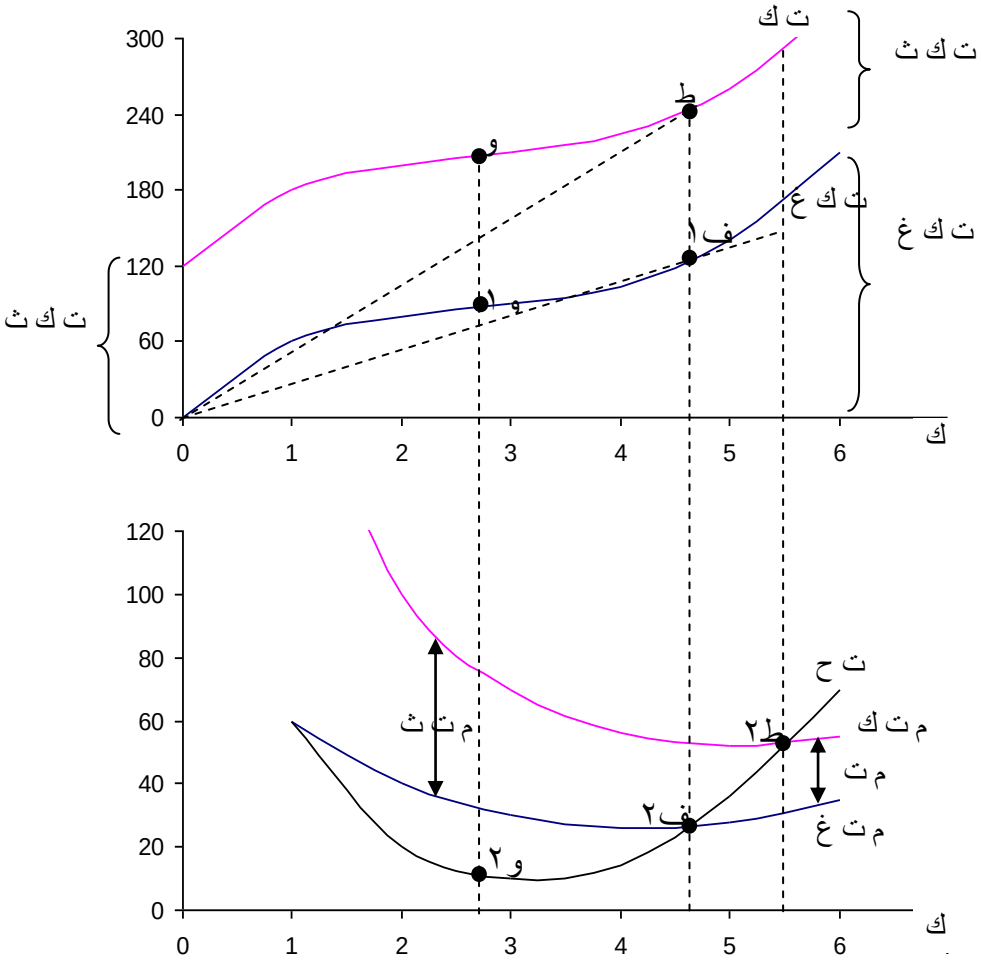
- التكاليف الثابتة ت ك ث دائما تساوى ١٢٠ جنيه بغض النظر عن حجم او مستوى الانتاج كما يظهر من العمود الثانى.

- عند حجم الانتاج يساوى صفر قيمة التكاليف المتغيرة ت ك غ = صفر، بينما ترتفع بارتفاع مستوى الإنتاج. وعند النقطة و١ وهى نقطة الانقلاب فى القسم العلوى من الشكل (٦-٤) يبدأ قانون تناقص الغلة فى العمل ويتجه منحنى ت ك غ إلى أعلى أو يأخذ فى الزيادة بمعدل مطرد.

ويكون منحنى ت ك ث على نفس شكل منحنى وان كان يعلوه بمقدار ١٢٠ جنيه عند كل مستويات الإنتاج المختلفة

جدول (٦-٣): المدى القصير لإجمالى التكلفة وتكلفة كل وحدة (بالجنيه)

ك (١)	ت ك ث (٢)	ت ك غ (٣)	ت ك (٤)	م ت ث (٥)	م ت غ (٦)	م ت ك (٧)	ت ح (٨)
٠	١٢٠	٠	١٢٠	—	—	—	—
١	١٢٠	٦٠	١٨٠	١٢٠	٦٠	١٨٠	٦٠
٢	١٢٠	٨٠	٢٠٠	٦٠	٤٠	١٠٠	٢٠
٣	١٢٠	٩٠	٢١٠	٤٠	٣٠	٧٠	١٠
٤	١٢٠	١٠٤	٢٢٤	٣٠	٢٦	٥٦	١٤
٥	١٢٠	١٤٠	٢٦٠	٢٤	٢٨	٥٢	٣٦
٦	١٢٠	٢١٠	٣٣٠	٢٠	٣٥	٥٥	٧٠



شكل (٦-٤): المدى القصير لإجمالى التكلفة وتكلفة كل وحدة

التكاليف في الأجل الطويل :

تكون جميع عناصر الإنتاج متغيرة (قابلة للتغيير) في المدى الطويل (Costs in the Long-Run)، حيث لا يوجد هناك أي عنصر إنتاجي ثابت. ومن ثم، فإن الطاقة الإنتاجية للمنشأة تكون متغيرة، بحيث تستطيع المنشأة التوسع في حجمها (كزيادة حجم المصنع، زيادة العمالة المستخدمة، شراء آلات جديدة وهكذا)، وتختار المنشأة الحجم الأمثل للإنتاج والذي يضمن تخفيض التكاليف التي تتحملها المنشأة ويوضح شكل (٦-٥) متوسط التكاليف طويلة الأجل .

أ- التكلفة الكلية طويلة الأجل (Long-Run Total Cost):

بما أن المنشأة تنتج في المدى الطويل، فلا يوجد عنصر إنتاجي ثابت في هذه الحالة، ومن ثم لا توجد هناك تكلفة ثابتة (سواء كانت تكلفة كلية ثابتة أو تكلفة كلية متوسطة). ويمكن تعريف التكلفة الكلية الخاصة بالمدى الطويل (ت ك ط)، بأنها إجمالى التكلفة الكلية لإنتاج كمية معينة من السلعة أو الخدمة، وذلك عندما تكون المنشأة قادرة على تغيير جميع عناصر الإنتاج.

ب- التكلفة المتوسطة طويلة الأجل (Long-Run Average Cost):

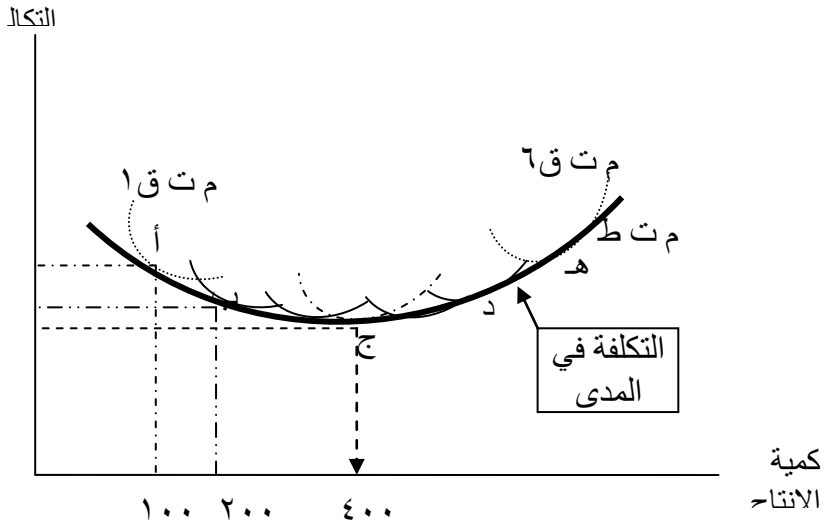
ويمكن تعريف التكلفة المتوسطة الخاصة بالمدى الطويل (ت م ط)، بأنها إجمالى التكلفة الكلية في المدى الطويل مقسومة على عدد الوحدات المنتجة، أو:

$$\text{ت م ط} = \text{ت ك ط} \setminus \text{ك}$$

ج- التكلفة الحدية طويلة الأجل (Long-Run Marginal Cost):

وهي عبارة عن حجم التغير في التكلفة الكلية الخاصة بالمدى الطويل الناجم عن تغير حجم الإنتاج بوحدة واحدة، أو:

$$\text{ت ح ط} = \Delta \text{ ت ح ط} \setminus \Delta \text{ ك}$$



شكل (٦-٥): متوسط التكاليف طويلة الأجل

حجم المصانع ووفورات الحجم

يعد منحنى متوسط التكلفة فى المدى الطويل (م ت ط) هو المماس المحيط بمنحنيات متوسط التكلفة فى المدى القصير (م ت ق) كما إنه يوضح أدنى متوسط تكلفة لتحقيق كلا من مستويات الإنتاج عندما تكون الشركة قادرة على إنشاء مصانعها على أى نطاق يروق لها.

فإذا كانت الشركة قادرة على بناء مجموعة صغيرة من المصانع فقط، فإن منحنى (م ت ط) الخاص بها لن يكون مستويا، كما هو الحال فى شكل (٦-٦)، بل ستكون هناك تموجات على هذا المنحنى، وذلك عند النقاط التى يتقاطع فيها المنحنيات (م ت ط)، (م ت ق)، أنظر مثال (٦-٣). هذا وتعمل الشركة فى المدى القصير وتخطط للمدى الطويل في ما يعرف بأفق التخطيط. ويشير انحدار منحنيات (م ت ط) إلى تزايد العوائد القياسية.

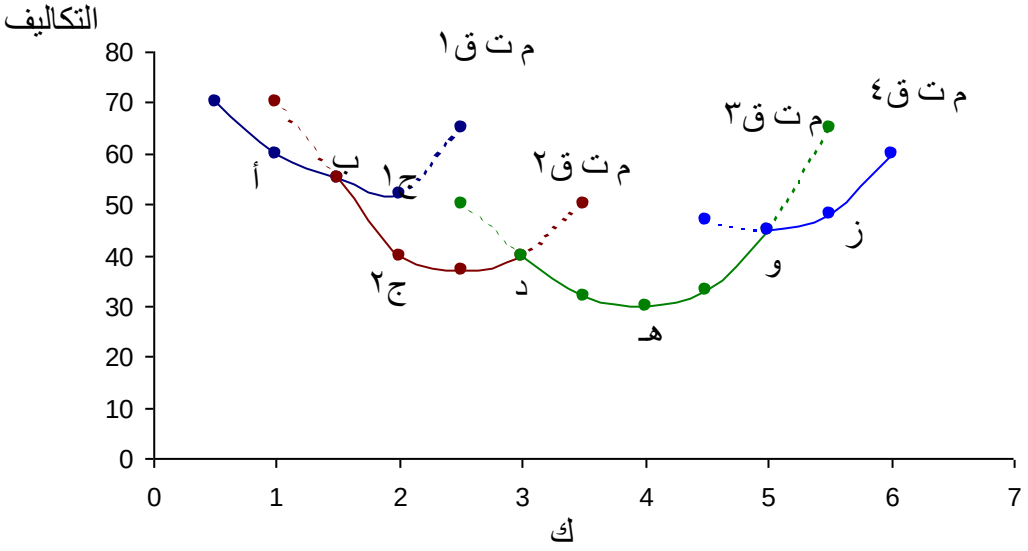
وتنشأ هذه العوائد القياسية نتيجة لاتساع نطاق العمليات الإنتاجية داخل الشركة، مما يؤدى إلى المزيد من تقسيم وتصنيف العمالة والتخصصات. والقدرة على استخدام معدات أكثر تطورا وإنتاجية (الأسباب والعوامل التكنولوجية) أما الشركات الضخمة، فهى تتمتع بميزات كثيرة كالحصول على خصومات على شراء المواد الخام بكميات ضخمة، والاقتراض بمعدلات فائدة أقل من تلك التي تحصل عليها الشركات الصغيرة، وتحقيق وفورات كبيرة نتيجة لمجهوداتها في مجالات التحديث والتطوير (الأسباب والعوامل المالية) ومع ذلك، فإن ارتفاع منحنى (م ت ط) يعكس تناقص العوائد القياسية، وهو الأمر الذي ينشأ من

اتساع نطاق العمليات الإنتاجية بالشركة، مما يجعل حسن الإدارة أمراً أكثر صعوبة والذي يحدث في الواقع هو ان منحنى (م ت ط) غالبا ما يظهر مستويا تقريبا من أسفل، ويأخذ شكل حرف L وليس حرف U.

مثال :

إذا كان بمقدور الشركة بناء ٤ أحجام فقط من المصانع يمكننا معرفتها من خلال م ت ق١، م ت ق٢، م ت ق٣ وم ت ق٤ في الشكل (٦-٦)، فعندئذ يكون منحنى م ت ط للشركة هو أ، ب، ج٢، د، هـ، و، ز ومن هذا يتضح أن أدنى م ت ط لإنتاج ك١ هو ٦٠ جنيه، وهو ما يتحقق عندما يبدأ العمل في المصنع ١ عند النقطة أ ويمكن أن تقوم الشركة بإنتاج ك١.٥ عند م ت ط = ٥٥ جنيه إذا قامت بتسيير العمل في المصنع ١ أو ٢ عند النقطة ب أو انتاج ضعف الكمية ك لتسيير العمل في المصنع ٢ عند النقطة ج٢ تساوى ٤٠ جنيه وليس المصنع ١ عند النقطة ج١ (وهي أدنى نقطة على م ت ق١، وهي النقطة التي تشير إلى متوسط تكلفة قدره ٥٣ جنيه)

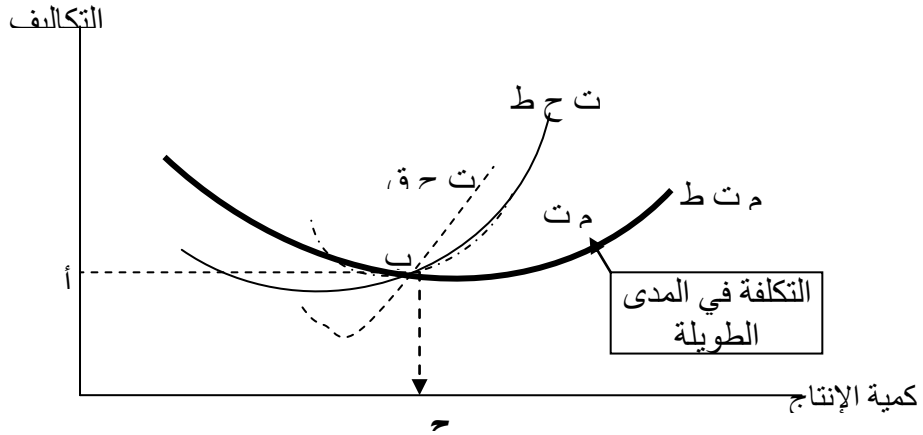
فإذا كان باستطاعة الشركة بناء مصانع بإحجام أخرى، فسوف يقل وضوح التموجات عند النقاط ب، د، و، وتختفي تماما عند الحد، بحيث يظهر منحنى م ت ط مستويا تماما، كما هو الحال في شكل (٦-٦).



شكل (٦-٦): تساوى منحنى م ت ط

الحجم الأمثل للمنشاة :

ومنه يمكن معرفة وإشتقاق منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل ت ح ط ويمكن ملاحظة الحجم الأمثل للمنشأة من خلال شكل (٦-٧)، حيث تصل المنشأة إلى الحجم الأمثل، عندما يكون منحنى متوسط التكاليف في الفترة الطويلة م ت ط في أدنى مستوى له وعندما تتساوى مع التكلفة الحدية في الفترة الطويلة ت ح ط في النقطة ب وعندها يكون منحنى متوسط التكلفة في الفترة القصيرة م ت ق وفي نفس الوقت يقطع منحنى ت ح ط ومحنى ت ح ق منحنيات متوسط التكاليف في الفترة الطويلة والقصيرة ويصبحان أعلى منهما. وهذه النقطة تشير إلى الحجم الأمثل للإنتاج ج وأقل تكلفة أ.



شكل (٦-٧): الحجم الأمثل للمنشأة

تمرين ١:

فى ظل سوق المنافسة الكاملة كانت دالة التكاليف لمشروع ما هى :

ت ك = ٢٥ + ك ٢ - ٤ ك . و كان الطلب على الصناعة معطى بالمعادلة

ك = ٤٠٠ - ٢٠ س . فإذا كان عدد المشروعات التى تخدم هذه الصناعة حاليا هو ٢٤ مشروع

المطلوب

١ – احسب السعر التوازنى السائد فى الأجل القصير , و كذلك الكمية المطلوبة من الصناعة و من كل مشروع على حدة ؟ ثم احسب ربح المشروع الواحد فى هذه الصناعة

٢ - احسب السعر التوازنى السائد فى الأجل الطويل , و كذلك الكمية المطلوبة من الصناعة و من كل مشروع على حدة ؟ و من ثم اوجد عدد المشروعات التى سوف تخدم هذه لصناعة فى الأجل الطويل , ثم احسب ربح المشروع الواحد فى هذه الصناعة

الحل

١ - فى الأجل القصير

فى ظل المنافسة الكاملة فى الأجل القصير نجد أن تعظيم الربح يحدث عندما يكون :

السعر = التكلفة الحدية

و طالما أن التكلفة الحدية (ت ح) هى تفاضل دالة التكاليف الكلية فإن :

س = ٢ ك - ٤

و بإيجاد الدالة العكسية لهذه المعادلة نجد ان :

٢ ك = س + ٤ و منها ك = ٠.٥ س + ٢

و هذه هى دالة العرض لهذا المشروع

و عندما يكون هناك ٢٤ مشروع فإن دالة عرض الصناعة ككل تكون هى :

ك = ٢٤ (٠.٥ س + ٢)

أى أن دالة عرض الصناعة ككل هى ك = ١٢ س + ٤٨

و عند التوازن يكون عرض الصناعة = اطلب على الصناعة

أى يكون ١٢ س + ٤٨ = ٤٠٠ - ٢٠ س

و منها ٣٢ س = ٣٥٢

إذن س = ١١

و بالتالى فإن عرض الصناعة ك = ١٢ س + ٤٨

= ١٣٢ + ٤٨ = ١٨٠

و تكون الكمية المنتجة من المشروع الواحد = (١٨٠ ÷ عدد المشروعات)

= ١٨٠ ÷ ٢٤ = ٧.٥

أما ربح المشروع الواحد فهو :

ر = (س - التكاليف المتوسطة) الكمية

$$= (١١ - \quad) = ٧.٥ \times \left(\frac{25 + ك^{2} - 4\,ك}{ك} \right) = (\quad ١١ -$$

$$٧.٥ \times \left(\frac{25 + 56.25 - 30}{7.5} \right)$$

= ٣١.٢٥

٢ – فى الأجل الطويل

فى ظل المنافسة الكاملة فى الأجل القصير نجد أن تعظيم الربح للمشروع يحدث عندما يكون :

السعر = التكلفة الحدية = التكاليف االمتوسطة

$$\text{أى أن} \quad ٢\,ك - ٤ = \frac{25 + ك^{2} - 4\,ك}{ك}$$

و منها ٢ ك^{٢} - ٤ ك = ٢٥ + ك^{٢} - ٤ ك

ك ^{٢} = ٢٥ و منها ك = ٥

و بالتعويض عن كمية المشروع نجد أن السعر هو :

س = ٢ ك - ٤ = ١٠ - ٤ = ٦

وهو السعر الذى يسود الصناعة ككل (لأننا فى سوق منافسة و السعر يكون ثابت)

وبالتعويض عن السعر فى دالة الطلب على الصناعة

ك = ٤٠٠ - ٢٠ س

نجد أن

ك = ٤٠٠ - ٢٠ (٦)

= ٤٠٠ - ١٢٠ = ٢٨٠

ويكون :

عدد المشروعات فى هذه الحالة =

(انتاج الصناعة ÷ انتاج المشروع الواحد)

= ٢٨٠ ÷ ٥ = ٥٦ مشروع

أما ربح المشروع الواحد فهو :

ر = (س - التكاليف المتوسطة) الكمية

= (٦ - $\frac{25 + ك^{2} - 4 ك}{ك}$) × ٥ = (٥ - $\frac{20 - 25 + 25}{5}$) × ٥

= صفر

لاحظ اختفاء الأرباح فى الأجل الطويل

تمرين ٢ : على الصناعة

فى ظل سوق المنافسة الكاملة كانت دالة التكاليف لمشروع ما هى :

ت ك = ١٠٠ + ك ^{٢} + ٤ ك . و كان دوال الطلب و العرض على الصناعة معطاة بالمعادلات

ك = ٥٦٠ - ٥ س , ك = ١٠ س - ٤٠

المطلوب

١ – احسب السعر التوازنى السائد فى الأجل القصير , و كذلك الكمية المطلوبة من الصناعة

٢ – اوجد دالة عرض المشروع الواحد

٣- احسب عدد الشركات التى تخدم السوق

٢ - احسب السعر التوازنى السائد فى الأجل الطويل , و كذلك الكمية المطلوبة من الصناعة ومن كل مشروع على حدة ؟ و من ثم اوجد عدد المشروعات التى سوف تخدم هذه لصناعة فى الأجل الطويل , ثم احسب ربح المشروع الواحد فى هذه الصناعة

الحل

١ - فى الأجل القصير

فى ظل المنافسة الكاملة فى الأجل القصير نجد أن التوازن يحدث عندما يكون :

الطلب = العرض

$$٥٦٠ - ٥ س = ١٠ س - ٤٠$$

أى أن : $٦٠٠ = ١٥ س$

إذن $س = ٤٠$

و بالتعويض فى دالة الطلب على الصناعة نجد أن :

$$ك = ٥٦٠ - ٥ (٤٠) = ٣٦٠$$

٢ - طالما أن التكلفة الحدية (ت ح) هى تفاضل دالة التكاليف الكلية فإن :

$$ت ح = ٢ ك + ٤$$

و فى حالة النافسة يكون : $س = ت ح$

إذن $س = ٢ ك + ٤$

أى أن : $٢ ك = س - ٤$

أى أن : $ك = ٠.٥ س - ٢$ **و هذه هى دالة عرض المشروع**

٣ – لإيجاد عدد الشركات نوجد كمية انتاج الشركة الواحدة بالتعويض عن سعر السوق فى دالة عرض المشروع الواحد . فيكون :

ك = ٠.٥ (٤٠) - ٢ = ٢٠ - ٢ = ١٨ وحدة

ويكون عدد المشروعات فى هذه الحالة = (انتاج الصناعة ÷ انتاج المشروع الواحد)

= ٣٦٠ ÷ ١٨ = ٢٠ مشروع

كما أن ربح المشروع الواحد فى الاجل القصير هو :

ر = (س - التكاليف المتوسطة) الكمية

$$= (٤٠ - \frac{100 + ك^2 4 + ك}{ك}) \times ١٨ = (٤٠ - \frac{72 + 324 + 100}{18}) \times ١٨$$

= ٢٢٣.٩٢

٢ – فى الأجل الطويل

فى ظل المنافسة الكاملة فى الأجل القصير نجد أن تعظيم الربح للمشروع يحدث عندما يكون :

السعر = التكلفة الحدية = التكاليف االمتوسطة

$$\text{أى أن} \quad ٢ ك + ٤ = \frac{100 + ك^2 4 + ك}{ك}$$

و منها ٢ ك ٢ + ٤ ك = ١٠٠ + ك ٢ + ٤ ك

ك ٢ = ١٠٠ و منها ك = ١٠

و بالتعويض عن كمية المشروع نجد أن السعر هو :

س = ٢ ك + ٤ = ٢٠ + ٤ = ٢٤

وهو السعر الذى يسود الصناعة ككل (لأننا فى سوق منافسة والسعر يكون ثابت)

و بالتعويض عن السعر فى دالة الطلب على الصناعة ك = ٥٦٠ - ٥ س نجد أن :

ك = ٥٦٠ - ٥ (٢٤) = ٥٦٠ - ١٢٠ = ٤٨٠

ويكون :

عدد المشروعات فى هذه الحالة =

(انتاج الصناعة ÷ انتاج المشروع الواحد)

= ٤٨٠ ÷ ١٠ = ٤٨ مشروع

أما ربح المشروع الواحد فهو :

ر = (س - التكاليف المتوسطة) الكمية

$$= (٢٤ - \frac{100 + ك^2 4 + ك}{ك}) \times ١٠ = (٢٤ - \frac{40 + 100 + 100}{10})$$

× ١٠ = صفر

لاحظ اختفاء الأرباح فى الأجل الطويل

==========

الفصل الخامس

الأمثلية الاقتصادية وسلوك المؤسسة

الفصل الخامس

الأمثلية الاقتصادية وسلوك المؤسسة

الامثلية المقيدة والامثلية الغير مقيدة:

الشكل البسيط للامثلية هي الامثلية غير المقيدة وفي هذه الحالة لا توجد قيود مفروضة في اختيار الحل الامثل او اتخاذ القرار الافضل, وحساب التفاضل يستخدم لتحليل مثل هذا النوع من المشاكل.

وهنالك شكل آخر بسيط نسبياً لمشكلة تحقيق الامثلية وهو شكل تكون فيه قيود المشكلة في شكل علاقات متساوية (=), وتستخدم طريقة مضاعف لأجرانج لحل مثل هذا النوع من الدوال وسوف نتطرق اليها بالتفصيل لاحقاً. ويمكن ان تكون القيود في شكل علاقات غير متساوية($\geq$, $\leq$) بدلاً عن العلاقات المتساوية.

طرق تمثيل العلاقات الإقتصادية:

أهم الطرق المستخدمة لتمثيل العلاقة بين المتغيرات الإقتصادية هى : المعادلات الرياضية، الجداول والرسومات البيانية، قد يكفى الجدول أو الرسم البياني لتمثيل العلاقات الإقتصادية البسيطة، أما العلاقات المعقدة فالأفضل تمثيلها بالمعادلات الرياضية، مثلا: لتمثيل العلاقة بين الإنتاج Q والإيراد الكلى (TR) بإستخدام المعادلات الرياضية فإننا نستخدم الآتى: $TR = F(Q)$

هذه العلاقة توضح أن قيمة الإيراد الكلي دالة في الإنتاج. هذا يعني أن قيمة الإيراد الكلي تحدد بالعامل المستقل (Q) وفي مثل هذه المعادلة تسمى العوامل في يسار علامة التساوي بالمتغير التابع والذي

تعتمد قيمته على حجم التغير في العوامل في يمين علامة التساوي وهي تعرف بالمتغيرات المستقلة، لان قيمته تتحدد خارج النموذج.

المعادلة اعلاه لا تحدد شكلاً معيناً للعلاقة بين المتغيرات، فهى تقتصر على تثبيت وجود علاقة التمثيل الدقيق لهذه العلاقة يمكن توضحه كالاتى:

$$TR = P.Q$$

حيث P تمثل السعر الذى تباع به الوحدة الواحدة من السلعة Q. فمثلاً اذا كان السعر ثابت عند ١٥ دينار فهه العلاقة يمكن تمثيلها كالاتى : TR= 15.Q

العلاقات الكلية، والمتوسطة والحدية

العلاقات الكلية، المتوسطة، الحدية مهمة فى تحليل الامثلية الاقتصادية. وتكمن اهميتها فى انها المحدد الرئيسي للامثلية، حيث ان القيمة الحدية السالبة تعنى ان القيمة الكلية متناقصة اما القيمة الحدية الموجبة فتعنى ان القيمة الكلية متزايدة. اما تعظيم اى معادلة يحدث عندما تساوى القيمة الحدية الصفر. القيم الكلية والمتوسطة معروفة لكن يمكن تعريف مصطلح حدى على انه التغيير فى المتغير التابع فى معادلة ما نتيجة للتغير في المتغير المستقل بوحدة واحدة.

الأمثلية في حالة تعدد المتغيرات:

Multivariate Optimization

في العلاقات الاقتصادية قد يكون لدينا أكثر من متغير واحد مستقل في الدالة في هذه الحالة فإننا نستخدم ما يعرف بالمشتقات الجزئية لإيجاد القيم الحدية والقيم العظمى والصغرى.

لتوضيح ذلك دعنا نفترض أن لدينا دالة طلب ممثلة كالآتي:

$$Q = 3.200 - 50P + 39A + 0.25\ PA - 0.1A^2$$

حيث Q هي الكمية المطلوبة، P هو سعر السلعة، A هو الإنفاق على الدعاية.

لإيجاد المشتقة الجزئية للمتغير الأول P نفترض أن المتغير الثاني A ثابت.

$$\frac{dQ}{dP} = -50 + 0.25A$$

أيضاً لإيجاد المشتقة الجزئية للمتغير الثاني A نفترض أن المتغير الأول P ثابت.

$$\frac{dQ}{dA} = 39 + 0.25P - 0.2A$$

كما هو الحال في المعادلة ذات المتغير الواحد فإن تعظيم الطلب يقتضى أن تساوي المشتقة الأولى صفر

هـ $\frac{dQ}{dP} = -50 + 0.25A = 0 \;\&\; \frac{dQ}{dA} = 39 + 0.25P - 0.2A = 0$

نا لدينا معادلتان في متغيرين يمكن حلهما أنياً:

$$0.25A - 50 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$0.25P - 0.2A = -39 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

عند حلهما آنياً نجد أن A = ٢٠٠ و P = 4

عند تعويض قيم P & A في المعادلة الأساسية

$$Q = 3.200 - 50P + 39A + 0.25PA - 0.1A^2$$

فإننا نحصل على قيمة Q = ٧٠٠٠ فهو قيمة الطلب العظمى.

الأمثلية المقيدة: Constrained Optimizations

كثيراً ما يواجه المديرون بقيود محددة، على سبيل المثال يواجه مدير الإنتاج بتخفيض تكاليف الإنتاج إلى أدنى حد ممكن Minimizing Total Costs مع الإلتزام بإنتاج كميات محددة من كل نوع من السلع المنتجة بواسطة المنشأة.

من ناحية أخرى قد يطلب من مدير الإنتاج Production Manager تعظيم الإنتاج في شعبة معينة مع وجود قيد على عوامل الإنتاج، مثل العمال أو المعدات المتوفرة لدى المنشأة.

توجد عدة طرق لحل مشكلة الأمثلية المقيدة.

أولاً: طريقة التعويض

بالنسبة للأمثلية البسيطة غير المعقدة أو المعادلات البسيطة، يمكن حلها بإيجاد قيمة المتغير الأول بدلالة المتغير الثاني ثم تعويض قيمة ذلك المتغير في المعادلة لإيجاد قيمة المتغير الثاني. بإستخدام هذه الطريقة يمكن تحويل الأمثلية المقيدة إلى أمثلية غير مقيدة وبالتالي يمكن حلها بنفس الطريقة السابقة.

مثال :

افترض أن المنشأة تنتج بخطين للإنتاج، وتعمل وفق معادلة التكلفة الكلية التالية:

$$TC = 3X^2 + 6Y^2 - XY$$

حيث X تمثل السلع المنتجة في واحد من خطوط الإنتاج و Y السلع المنتجة في الخط الآخر. والإدارة ترغب في تحديد الكميات التي يمكن إنتاجها من خطي الانتاج بأقل تكلفة ممكنة بشرط إلا يقل الإنتاج الكلي عن ٢٠ وحدة.

الأمثلية المقيدة يمكن كتابتها كالآتي:

$$TC = 3X^2 + 6Y^2 - XY \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$X + Y = 20 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

لحل هذه المسألة نتبع الخطوات التالية:

توجد قيمة واحد من المتغيرات بدلالة الآخر: X = 20 – Y

ثم تعوض قيمة المتغير في المعادلة الرئيسية:

$$TC = 3(20-Y)^2 + 6Y^2 - (20-Y)Y$$

$$= 3(400-40Y+Y^2)+6Y^2-(20Y-Y^2)$$

$$= 1200-120Y+3Y^2+6Y^2-20Y+Y^2$$

$$= 1200-140Y+10Y^2$$

بالتالي يمكن معالجة هذه المعادلة بطريقة الأمثليات غير المقيدة.

$$\frac{dTC}{dY} = -140+20Y = 0$$

$$20Y = 140 \qquad Y = 140/20 = 7$$

$$\frac{d^2TC}{dY^2} = 20$$

بما أن قيمة المشتقة الثانية موجبة، فإن Y = ٧ هي قيمة صغرى.

عند تعويض قيمة Y في المعادلة الأساسية نحصل على قيمة X فهى.

X + 7 = 20

X = 13

إذن يمكن إنتاج ٧ من Y و ١٣ من X لتكون التكلفة الكلية مساوية ٧١٠ وذلك بالتعويض في المعادلة:

$$TC = 3(13)^2 + 6(7)^2 - (13.7)$$

$$= 507 + 294 - 91 = \$710$$

طريقة مضاعف لأجرانج: Lagrangian Multipler

تستخدم طريقة لأجرانج لحل المسائل المعقدة, فهي تحتوى على خطوات تهدف لجمع كل المعادلات في معادلة واحدة تعرف بدالة لأقرانج "Lagrangian Functions" على أن تستوفي خطوات خلق هذه المعادلة الشروط التالية:

١- القيم العظمى والصغرى لهذه المعادلة هي نفسها القيم العظمى والصغرى لمعادلة الهدف الأساسية The Original Objective Functions.

٢- إن القيود كلها تكون قد استوفت في هذه المعادلة.

مثال :

في المثال السابق ترغب المنشأة في تصغير دالة التكلفة الكلية

$$TC = 3X^2 + 6Y^2 - XY$$

$$Subject\ to\ the\ constra\text{int}\ that\ \ X + Y = 20$$

لحل هذه المسألة نتبع الخطوات التالية:

أ/ نجمع كل الأطراف في معادلة الشرط Constraint في يمين علامة التساوي، لنجعل المعادلة صفرية. 0 = 20 – X – Y

ب/ نضرب معادلة الشرط في عامل مجهول λ ونضيف حاصل الضرب إلى معادلة الهدف الرئيسية:

$$L_{TC} = 3X^2 + 6Y^2 - X + \lambda(20 - X - Y)$$

L_{TC} تعرف بمعادلة لاقرانج للأمثلية المفيدة، بما أن معادلة لأقرانج تتضمن دالة الهدف والشرط، لذلك يمكن معاملتها كأمثلية غير مقيدة.

ج/ نوجد المشتقات الجزئية للدالة الرئيسية ثم نساويها بالصفر.

$$\frac{dL_{TC}}{dX} = 6X - Y - \lambda = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{dL_{TC}}{dY} = 12Y - X - \lambda = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\frac{dL_{TC}}{d\lambda} = 20 - X - Y = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

د/ نحل هذا النظام لتوجد قيمة المتغيرات الثلاثة: نطرح المعادلة (٢) من المعادلة (١) لنحصل على:

$$7X - 13Y = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

نضرب المعادلة (٣) في ٧ ونضيف لها المعادلة (٤) لنحصل على:

140 - 7X - 7Y = 0 7X - 13Y = 0 - 20Y =0

140 = 20Y Y = 7

نعوض قيمة Y في المعادلة (٣) لنحصل على Y = ١٣ إذن قيم X و Y التي تصغر الدالة هي ٧ ، ١٣.

بتعويض قيم Y & X في المعادلة (١) لنحصل على

$$6.13 - 7 - \lambda = 0$$

$$\lambda = +\ 71$$

يمكن تفسير λ على أنها التكلفة الحدية للإنتاج ٢٠ وحدة. هذا يعني أنه إذا طلب من المنشأة إنتاج ١٩ وحدة بدل ٢٠ وحدة إنتاج فإن التكلفة الكلية ستنخفض بحوالي ٧١$. بنفس الصورة إذا طلب من المنشأة زيادة الإنتاج إلى ٢١ وحدة فإن التكلفة ستزداد بنفس القدر ٧١$.

تمثل أهمية مضاعف لأقرانج في أنها تعتبر معياراً يستند عليه في اتخاذ القرار. مثلاً إذا عرضت جهه ما على المنشأة شراء وحدات إنتاج زيادة بمبلغ ١٠٠$ فإن المنشأة ستوافق لأن ذلك سيحقق لها صافي أرباح قدره ٢٩$، لكن إذا كان قيمة العرض ٥٠$ فإن المنشأة سترفض هذا العرض لأنه سيحملها خسارة قدرها ٢١$. لهذا تعتبر λ معيار للتخطيط لهذا تقدم معلومة مهمة عن التأثير على المنشأة الذي يحدث نتيجة لتغير النشاط الاقتصادي.

مثال :

أفرض أن لدينا دالة الربح الكلي التالية:

$$\Pi = -\$10{,}000 + 400Q - 2Q^2$$

حيث Π تمثل الربح الكلي ، Q هي وحدات الإنتاج، Q = ١٠٠ هو مستوى الإنتاج الذي يعظم الربح، حيث أن الربح المحقق عند ذلك المستوى $II = 10{,}000$ إذا كان كل وحدة إنتاج تتطلب أربعة ساعات عمل، وإن عدد ساعات العمل المتوفرة هو ٣٠٠ ساعة.

١- وضح كيف يمكن أن يؤثر ذلك على مستوى الإنتاج الذي يعظم الربح.

٢- إذا أفترضنا أن ساعات العمل هي ٤٠٠ ساعة ما هي قيمة

$$\lambda \ , Q \ , II$$

الحل

- **ترغب المنشأة في تعظيم**

$$II = -\$10{,}000 + 400Q - 2Q^2$$

4Q = 300

0 = 300 – 4 Q …… (1)

$$L_{II} = -10{,}000 + 400Q - 2Q^2 + \lambda\,(300 - 4Q)$$

$$\frac{d\,L_{II}}{d\,Q} = 400 - 4Q - 4\lambda = 0$$

$$\frac{d\,L_{II}}{d\,\lambda} = 300 - 4Q \;= 0$$

بحل هذه المعادلات نحصل على قيمة $Q = 75, \lambda = +\,25$ **ومن معادلة الهدف الرئيسية الربح II = 8750 نلاحظ أن القيد قد قلل الإنتاج من ١٠٠ إلى ٧٥ وقلل الربح الكلي من 30,000 إلى 28,750.**

في حالة زيادة ساعات العمل إلى ٤٠٠ ساعة فإن القيد سيكون كالآتي:

$$4Q = 400 \qquad 4Q - 400 = 0$$

$$L = 10{,}000 + 400Q - 2Q^2 - \lambda\,(4Q - 400)$$

$$\frac{dL}{dQ} = 400 - 4Q - 4\lambda = 0$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 4Q - 400 = 0$$

نعوض قيمة Q، $\therefore Q = 100$

$$-4\lambda = 0$$

$$\therefore \lambda = 0$$

عند التعويض Q = ١٠٠، والربح الكلي II = 10,000 هذا يعني أن أقصى ربح يمكن تحقيقه هو 10,000 وذلك عند إنتاج ١٠٠ وحدة.

ينبغي الملاحظة أن ساعات العمل لم تصبح قيداً على المنشأة وأن إضافة أو تخفيض ساعة عمل واحدة ليس لها أي تأثير على مستوى الإنتاج أو الربح.

إذا أفترضنا أن ١٠٠ ساعة عمل أخرى اصبحت متوفرة ليرتفع عدد الساعات الكلية إلى ٥٠٠ فما هو أثر ذلك على مستوى الإنتاج أو الربح.

$$II = -10{,}000 + 4Q - 2Q^2$$

$$4Q - 500 = 0$$

$$L_{II} = -10{,}000 + 400Q - 2Q^2 - \lambda(4Q - 500)$$

$$\frac{dL_{II}}{dQ} = 400 - 4Q - 4\lambda = 0$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 4Q - 500 = 0$$

$$Q = 125$$

$$400 - 4(125) - 4\lambda = 0$$

$$400 - 500 - 4X = 0$$

$$\lambda = -25$$

هذا يعني أن المنشأة ستتكبد خسارة قدرها ٢٥ إذا زادت وحدات العمل وحدة واحدة، وإذا خفضت ساعات العمل بوحدة واحدة فسيؤدي ذلك إلى تخفيض الخسارة بـ ٢٥$.

من هذا المثال نستنتج أن قيمة λ تحدد الحالات التي يمكن للمنشأة أن تتوسع في الاستخدام أو تقلل من الاستخدام.

- **إذا كانت λ موجبة فأن أي توسع يؤدي إلى ربح.**
- **إذا كانت λ سالبة فأن أي توسع يؤدي إلى خسارة وتقليل الاستخدام يؤدي إلى خسارة.**
- **إذا كانت λ مساوية الصفر هذا يعني أنه لا توجد خسارة أو ربح في زيادة أو تقليل الاستخدام.**

مثال :

إذا أفترضنا أن الطلب على خدمات منشأة ما معطاة بالمعادلة الاتية:

$$P = 1{,}000 - 5Q$$

والتكلفة الكلية معطاة بالمعادلة $TC = 20{,}000 + 200Q$

المطلوب:

١- حساب الكميات، الأسعار والربح المقابل لمستوى الإنتاج الذي يعظم الإيراد.

٢- حساب هذه القيم لمستوى الإنتاج الذي يعظم الربح.

الحل

$$TR = PQ = (1{,}000 - 5Q)Q$$
$$= 1{,}000Q - 5Q^2$$

$$\frac{dTR}{dQ} = 1000 - 10Q = 0$$

$$1000 = 10Q$$
$$Q = 100$$

$$P = 1000 - 5(100) = 500$$

$$II = TR - TC = 50{,}000 - TC$$

$$TC = 20{,}000 + 200Q = 20{,}000 + 200(100)$$

$$20{,}000 + 20{,}000 = \underline{40{,}000}$$

$$II = 1000Q - 5Q^2 - 20{,}000 - 200Q$$

$$= 800Q - 5Q^2 - 20{,}000$$

$$\frac{d\,II}{dQ} = 800 - 10Q = 0$$

$$800 = 10Q$$
$$Q = 800/10 = \underline{80}$$

التمـييز السعـرى

يعتبر التمييز السعر أحد أهم السياسات السعرية التى يلجأ إليها المنتج المحتكر فى بعض الظروف , و التى من أشهرها تلك الحالة التى يقوم فيها المحتكر بإنتاج سلعة معينة ثم يقم ببيعها أو توزيعها فى سوقين مختلفين من حيث مرونة الطلب على السلعة , و لكى يستطيع المحتكر هنا أن يقوم بتطبيق سياسة التمييز السعرى فإنه يشترط أن يكون من المستحيل إعادة بيع السلعة من أحد الأسواق الى السوق الآخر , حتى لا يقوم بعض الأفراد الذين يحصلون على السلعة بسعر منخفض بإعادة بيعها فى السوق الآخر ذات السعر المرتفع اعتماداً على تحقيق مكاسب من فروق الأسعار .و فى هذه الحالة فإن المنتج المحتكر يستطيع أن يقوم بعمل التمييز السعرى بين السوقين حيث يرفع السعر فى السوق ذات مرونة الطلب المنخفضة بينما يخفض السعر فى السوق ذات المرونة المرتفعة . مع مراعاة تطبيق القاعدة الذهبي للأرباح و هى تحقيق أقصى ربح من خلال القاعدة :

الإيراد الحدى = التكلفة الحدية

حيث يفاضل المحتكر بين أرباحه فى حال تطبيق سياسة التمييز و أرباحه فى حالة عدم التمييز , فيختار تلك السياسة التى تحقق له أكبر ربح ممكن

أهم القوانين الرياضية :
فى حالة التمييز

يكون تطبيق القاعدة الذهبية هو

أ ح ١ = ت ح
و منها نوجد قيمة ك ١ ثم ث ١
و أ ح ٢ = ت ح
و منها نوجد قيمة ك ٢ ثم ث ٢
حيث أن :

أ ح ١ الإيراد الحدى فى السوق الأولى

أ ح ٢ الإيراد الحدى فى السوق الثانية

ك ١ الكمية المنتجة فى السوق الأولى

ك ٢ الكمية المنتجة فى السوق الثانية

ث ١ هو سعر البيع فى السوق الأولى

ث ٢ هو سعر البيع فى السوق الثانية

و يكون الربح فى هذه الحالة هو

الربح الكلى (ر ك) = (ث ١ – ت ح) ك ١ + (ث ٢– ت ح) ك ٢

تمرين

محتكر يقدم إنتاجه من سلعة معينة فى سوقين مختلفين ، فإذا كانت تكاليفه الحدية هى :

ت ح ١ = ٢٠ + ك١

ت ح ٢ = ٨٠ + ٠.٥ ك ٢

فإذا كان المنتج يسعى لتعظيم أرباحه ، و أراد المنتج تقديم ١٢٠ وحدة للسوقين معاً .

فكم وحدة يستطيع تقديمها لكل سوق على حدة ؟

الحـــــــل

هدف المنتج دائماً هو تعظيم الأرباح من كلا السوقين معاً ، و لذلك فإن المنتج يقوم بالإنتاج تبعاً لقاعدة تعظيم الربح و هى أ ح = ت ح ١ = ت ح ٢

أى عندما يكون ٢٠ + ك ١ = ٨٠ + ٠.٥ ك ٢ .....(١)

و ذلك بشرط أن ك ١ + ك ٢ = ١٢٠ .....(٢)

و من المعادلة (٢) نجد أن ك ١ = ١٢٠ - ك ٢

و بالتعويض عن قيمة ك ١ فى المعادلة الأولى نجد أن :

٢٠ + ١٢٠ - ك ٢ = ٨٠ + ٠.٥ ك ٢

إذن ٦٠ = ١.٥ ك ٢

إذن ك ٢ = ٤٠

و بالتالى فإن : ك ١ = ١٢٠ - ٤٠ = ٨٠

أى أن المنتج يقوم بتقديم ٨٠ وحدة للسوق الأولى ، و ٤٠ وحدة للسوق الثانية .

<u>تمرين</u>

محتكر يقدم إنتاجه من سلعة معينة فى سوقين مختلفين ، فإذا كانت دوال الطلب على السلعة فى السوقين هى : ث ١ = ١٢٠ - ك ١ ث ٢ = ٢٠٠ - ٢ ك ٢
فإذا كان المنتج يسعى لتعظيم أرباحه ، و أراد المنتج تقديم ١٤٠ وحدة للسوقين معاً

فكم وحدة يستطيع تقديمها لكل سوق على حدة ؟ وضح السبب بالاعتماد على مرونة الطلب ؟

الحل

هدف المنتج دائماً هو تعظيم الأرباح من كلا السوقين معاً ، و لذلك فإن المنتج يقوم بالإنتاج تبعاً لقاعدة تعظيم الربح و هى $أ ح_{١} = أ ح_{٢}$

علماً بأن $أ ح$ **= دالة الطلب بعد مضاعفة ميل الدالة أى أن**

$$أ ح_{١} = ١٢٠ - ٢ ك_{١} \quad ، \quad أ ح_{٢} = ٢٠٠ - ٤ ك_{٢}$$

أى أن شرط تعظيم الربح هو $١٢٠ - ٢ ك_{١} = ٢٠٠ - ٤ ك_{٢}$ **.....(١)**

و ذلك بشرط أن $ك_{١} + ك_{٢} = ١٤٠$

إذن $ك_{١} = ١٤٠ - ك_{٢}$ **.....(٢)**

و بالتعويض من المعادلة (٢) فى المعادلة (١) يكون

$$١٢٠ - ٢ (١٤٠ - ك_{٢}) = ٢٠٠ - ٤ ك_{٢}$$

$$١٢٠ - ٢٨٠ + ٢ ك_{٢} = ٢٠٠ - ٤ ك_{٢}$$

$$٦ ك_{٢} = ٣٦٠$$

$$ك_{٢} = ٦٠$$

$$ك_{١} = ١٤٠ - ٦٠ = ٨٠$$

أى أن المنتج يقوم بتقديم ٨٠ وحدة للسوق الأولى ، و ٦٠ وحدة للسوق الثانية .

و بالتعويض عن قيم كل من $ك_{١}$ **،** $ك_{٢}$ **فى دوال الطلب نجد أن :**

$$ث_{١} = ١٢٠ - ك_{١} = ١٢٠ - ٨٠ = ٤٠$$

$$ث_{٢} = ٢٠٠ - ٢ ك_{٢} = ٢٠٠ - (٢ \times ٦٠) = ٨٠$$

كما أن :

$$أ ح_{١} = ١٢٠ - ٢ ك_{١} = ١٢٠ - ١٦٠ = - ٤٠$$

$$أ ح_{٢} = ٢٠٠ - ٤ ك_{٢} = ٢٠٠ - (٤ \times ٦٠) = - ٤٠$$ **(لأن** $أ ح_{١} = أ ح_{٢}$**)**

و طالما أن : أ ح = الثمن (١ + $\frac{1}{م}$)

فبالنسبة للسوق الأولى يكون :

$$- ٤٠ = ٤٠ \left(١ + \frac{1}{م} \right)$$

إذن $- ١ = ١ + \frac{1}{م}$ **ومنها** $- ٢ = \frac{1}{م}$

إذن م = - ٠.٥

وبالنسبة للسوق الثانية يكون :

$$- ٤٠ = ٨٠ \left(١ + \frac{1}{م} \right)$$

إذن $- ١ = ٢ \left(١ + \frac{1}{م} \right)$ **ومنها** $- ١ = ٢ + \frac{2}{م}$

ومنها $- ٣ = \frac{2}{م}$ **إذن م = - ٠.٦٦**

و بالتالى فإن م فى السوق الأولى أقل من م فى السوق الثانية . و لذلك فإن المنتج يبيع كمية أكبر فى السوق ذات المرونة الأقل و هى السوق الأولى , و لذلك فإن :

$ك_{١}$ = ٨٠ و هى أكبر من $ك_{٢}$ = ٦٠

==========

<u>تمرين</u>

يمتلك محتكر محطتين للإنتاج (أ , ب) ، فإذا كانت تكاليفه الحدية لكل محطةهى :

$ت ح_{أ}$ = ٣٢ + ٠.٤ $ك_{أ}$

$ت ح_{ب}$ = ١٢ + ٠.٢ $ك_{ب}$

فإذا أراد المحتكر انتاج ٢٥٠ وحدة بأدنى تكلفة ممكنة , حدد الكمية التى ينتجها على كل محطة من المحطتين .

الحـــــــل

يقوم المنتج بانتاج ١٢٠ وحدة بأدنى تكلفة من المحطتين عندما يكون :

$$ت ح_{أ} = ت ح_{ب}$$

أى عندما يكون $٣٢ + ٠.٤ ك_{أ} = ١٢ + ٠.٢ ك_{ب}$ **.....(١)**

و ذلك بشرط أن $ك_{أ} + ك_{ب} = ٢٥٠$ **.....(٢)**

و من المعادلة (٢) نجد أن $ك_{أ} = ٢٥٠ - ك_{ب}$

و بالتعويض عن قيمة $ك_{أ}$ **فى المعادلة الأولى نجد أن :**

$$٣٢ + ٠.٤ (٢٥٠ - ك_{ب}) = ١٢ + ٠.٢ ك_{ب}$$

$$٣٢ + ١٠٠ - ٠.٤ ك_{ب} = ١٢ + ٠.٢ ك_{ب}$$

إذن $١٢٠ = ٠.٦ ك_{ب}$

إذن $ك_{ب} = ٢٠٠$

و بالتالى فإن : $ك_{أ} = ٢٥٠ - ٢٠٠ = ٥٠$

أى أن المنتج يقوم بتقديم ٥٠ وحدة على المحطة أ ، ٤٠ وحدة على المحطة ب .

==========

<u>تمرين</u>

بناءً على تقديرات قسم التمويل بأحد المؤسسات تم جمع البيانات التالية :

تكلفة ثابتة = ٨٥٠ جنيه تكلفة متغيرة = ٧ جنيه

دالة الطلب هى $ك = ١٠٠ - ٥ س$ **حيث ك = الكمية ، س = السعر**

اوجد الثمن الذى يحقق أقصى ربح للمؤسسة باستخدام كل من الطرق الآتية :

أ – باستخدام قاعدة مقلوب المرونة (IEPR)

ب – باستخدام قاعدة $MR = MC$ **أى** $أح = ت ح$

ج – باستخدام طريقة Robert Weinberg

الحـــــــل

يمكن إيجاد الثمن الأمثل بثلاث طرق هى :

١ – باستخدام قاعدة مقلوب المرونة (IEPR) :

بالنسبة لدالة الطلب الخطية فإن مرونة الطلب السعرية يمكن الحصول عليها من خلال العلاقة التالية :

$$E = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q}$$

و من دالة الطلب السابقة نجد أن :

$$E = -5\ \frac{P}{Q}$$

و لما كانت دالة الطلب هى : ك = ١٠٠ - ٥ س أى أن :

$$\mathbf{Q = 100 - 5\ P}$$

$$E = -\frac{5\ P}{-5\ P}$$

و لما كانت التكلفة المتغيرة = ٧ فإن هذا يعنى أن التكلفة الحدية أيضاً = ٧

و بتطبيق قاعدة مقلوب المرونة (IEPR) على المعادلة السابقة نجد أن :

$$-\frac{1}{E} = \frac{P - MC}{P}$$

$$-\frac{1}{-\frac{5\ P}{-5\ P}} = \frac{P - 7}{P}$$

أى أن :

$$\frac{100 - 5P}{5\ P} = \frac{P - 7}{P}$$

$$\frac{100 - 5P}{5} = \frac{P - 7}{1}$$

أى أن : $\mathbf{100 - 5\ P = 5\ P - 35}$

ومنها نجد أن : $\mathbf{100 + 35 = 5\ P + 5\ P}$

إذن $135 = 10\ P$

إذن $13.5 = P$

أى أن : س = ١٣.٥

٢ - طريقة تعظيم الربح بشرط التوازن و هو أ ح = ت ح

الإيراد الحدى هو تفاضل الإيراد الكلى السابق ، و التكلفة الحدية هى تفاضل التكلفة الكلية السابقة فيكون : ١٠٠ - ١٠ س = - ٣٥

إذن ١٣٥ = ١٠ س إذن س = ١٣.٥

٣ - طريقة Robert Weinberg

$$س = \frac{ت\ غ}{٢} - \frac{أ}{٢ \times ب}$$

حيث : س = السعر الأمثل ت غ = التكلفة المتغيرة

أ = الجزء الثابت فى دالة الطلب (أى الجزء الثابت فى دالة السعر)

ب = ميل دالة الطلب (أى ميل دالة السعر)

$$\text{إذن } س = \frac{٧}{٢} - \frac{١٠٠}{٢ \times -٥} = \frac{٧}{٢} - \frac{١٠٠}{-١٠}$$

$$س = ٣.٥ + ١٠ = ١٣.٥$$

تمارين

١- اكتب نبذة قصيرة عن كل الآتي:

- **الأمثلية الاقتصادية ودورها في عمليات اتخاذ القرار الاداري.**
- **مفهوم القيم الحدية والمتوسطة والعلاقة البيانية بينهما.**
- **طرق تمثيل العلاقات بين القيم الاقتصادية.**

٢- تحدث عن الأمثلية المقيدة وطرق حلها مع التطرق لبعض النماذج للدوال المقيدة.

٣- إذا علمت أن دالة التكاليف الكلية لمنشأة ما تنتج نوعين من السلع X_1 , X_2 ممثلة علي النحو التالي: $TC = X_1^2 - X_2^2$

ترغب إدارة المنشاة في تحديد الكميات التي يمكن إنتاجها من السلعتين X_1 , X_2 بأقل تكلفة ممكنة علي أن تستوفي الشروط التالية:

$$X_1 + 4X_2 = 2$$

إستخدم طرق التعامل مع الامثلية المقيدة المذكورة في (١) لتحديد مستوي الإنتاج المتحقق بأقل تكلفة ممكنة.

٤- إذا علمت أن دالة التكاليف الكلية بالنسبة لمنشأة ما ممثله علي النحو التالي: $TC = 150 - 60Q - 1.5Q^2 + Q^3$

<u>المطلوب</u>:

١- **إشتقاق دالة التكاليف الحدية.**

حساب مستوي الإنتاج الذي يحقق أقل تكاليف ممكنة.

الفصل السادس

نموذج كورنو والتسعير للإنتاج المتعدد

الفصل السادس

نموذج كورنو والتسعير للإنتاج المتعدد

أولاً : نموذج كورنو

نبدأ تحليلنا للاحتكار الثنائي مع نموذج بسيط ، الذي أدخل لأول مرة في سنة ١٨٣٨ من قبل الاقتصادي الفرنسي أوجستن كورنو Cornot Augustin، في هذا النموذج نفترض أن المؤسستين تنتج سلعة متجانسة وتعلمان منحنى الطلب الموجه للسوق بكامله ، وكل مؤسسة ينبغي أن تحدد الكمية التي ستنتجها وأن هتين المؤسستين تأخذان قراراتهما في نفس الوقت ، فعندما تحدد مؤسسة حجم الإنتاج فإنها تأخذ بنظر الاعتبار قرارات المؤسسة المنافسة لها .

وفي الواقع فإن المؤسسة تعلم بأن منافستها قررت أيضا حجم انتاجها ، وأن سعر السوق يرتبط بالكمية الكلية المنتجة من قبل المؤسستين

الفرضية الأساسية لنموذج كورنو هي أن كل مؤسسة عندما تأخذ قراراتها حول الإنتاج، تفترض أن الكمية المنتجة من قبل المؤسسة المنافسة تكون محددة، ومن أجل فهم جيد ، نبحث قرارات انتاج المؤسسة الأولى مفترضين أن المؤسسة الأولى تعتقد أن المؤسسة الثانية لا تنتج أي شيء ، في مثل هذه الحالة المؤسسة الأولى تعتبر أن منحنى الطلب الذي تواجهه هو منحنى طلب السوق بكامله . مفترضين أن المؤسسة الثانية لا تنتج أي شيء .

أولا : منحنيات رد الفعل

كل منحنى رد فعل يحدد الكمية المنتجة المثلى بالنسبة للمؤسسة بدلالة ما يتعلق بالمؤسسة المنافسة . وعند التوازن كل مؤسسة تقرر حجم انتاجها بدلالة منحنى رد فعلها . و الكميات المنتجة عند التوازن ستوجد بالنتيجة عند تقاطع منحنيي رد الفعل للمؤسستين معا .

ثانيا : توازن كورنو

نحدد الآن قرارات الإنتاج الخاص بكل مؤسسة عند وضع التوازن نلاحظ عند توازن كورنو هو مثال لتوازن ناش ، ويكون بالمقابل لماذا في بعض الأحيان يسمى بتوازن كورنو- ناش ، وقد لوحظ في توازن Nash ، أعمال كل مؤسسة تكون في وضعية مثلى في حال معرفة سلوك المنافسين ، بالنتيجة ليس لأى مؤسسة مصلحة في تغيير سلوكها بصورة منفردة ، عند التوازن لكورنو كل مؤسسة تنتج الكمية التي تعظم ربحها بأخذ الكمية المنتجة من قبل المؤسسة المنافسة في الاعتبار، إذن لا توجد أي مؤسسة لها مصلحة في تغيير سلوكها بصورة منفردة.

عند توازن كورنو ، كل مؤسسة تنتج الكمية التي تعظم ربحها بأخذ الكمية المنتجة من قبل المؤسسة المنافسة ، إذن أي منها لا ترغب في تغيير انتاجها

.نفترض الآن أن حجم الإنتاج الأولي للمؤسستين يختلف عن حجم الإنتاج المحقق لتوازن كورنو ، المؤسستين تعدلان كمياتهما إلى غاية بلوغ توازن كورنو ، للأسف ، فإن نموذج كورنو لا يقول شيئا حول ديناميكية التسوية ، بالفعل الفرضية الأساسية للنموذج هي معرفة أن كل

مؤسسة عندما تأخذ قراراتها الإنتاجية ، تفترض أن الكمية المنتجة من قبل المؤسسة المنافسة تكون محددة ، و لا يمكن التحقق منها خلال عملية التسوية

تمرين :

اثنين من المحتكرين يتنافسان عل بيع سلعة متماثلة فى السوق فاذا كانت دالة الطلب على السلعة هى : $P = 60 - (Q_1 + Q_2)$

و كانت دالة التكاليف المتوسطة لكل منهما هى :

$$AC = 12$$

المطلوب :

١ - حدد دالة رد الفعل عند كلا المنتجين

٢ - حدد السعر و الكمية و الارباح فى حالة اقتسام السوق

٣ - حدد السعر و الكمية و الارباح فى سيادة الاحتكار البحت

٤ - حدد السعر و الكمية و الارباح فى حالة سيادة المنافسة الكاملة

الحل

١ – دالة رد الفعل عند كلا المنتجين

ينظر هنا كل محتكر منهما على دالة الطلب الخاصة به من خلال الاعتماد على كمية انتاج الآخر حيث يكون الطلب على المحتكر الأول هو :

$$P_1 = (60 - Q_2) - Q_1$$

و بالتالى فإن الايراد الحدى له يكون :

$$MR_1 = (60 - Q_2) - 2 Q_1$$

ولتعظيم أرباح هذا المحتكر فإنه يساوى الايراد الحدى بالتكلفة الحدية اى يكون :

$$(60 - Q_2) - 2 Q_1 =$$

$$(60 - Q_2) - 12 = 2Q_1$$

$$48 - Q_2 = 2Q_1$$

و منها نجد أن : $\underline{24 - 0.5Q_2 = Q_1}$ **..... (١)**

و هذه هى دالة رد الفعل للمحتكر الأول

و بالمثل

يكون الطلب على المحتكر الثانى هو :

$$P_2 = (60 - Q_1) - Q_2$$

و بالتالى فإن الايراد الحدى له يكون :

$$MR_2 = (60 - Q_1) - 2Q_2$$

ولتعظيم أرباح هذا المحتكر فإنه يساوى الايراد الحدى بالتكلفة الحدية

اى يكون :

$$(60 - Q_1) - 2Q_2 = 12$$

$$(60 - Q_1) - 12 = 2Q_2$$

$$48 - Q_1 = 2Q_2$$

و منها نجد أن : $\underline{24 - 0.5Q_1 = Q_2}$ **..... (٢)**

و هذه هى دالة رد الفعل للمحتكر الثانى

<u>٢ – فى حالة اقتسام السوق</u>

بالتعويض من الدالة ٢ فى الدالة ١ يكون :

$$24 - 0.5(\underline{24 - 0.5Q_1}) = Q_1$$

ومنها

$$24 - 12 + 0.25Q_1 = Q_1$$

$$12 = 0.75Q_1$$

و منها $\underline{16 = Q_1}$

و بالتعويض فى المعادلة ٢ نجد أن :

$$24 - 0.5(16) = Q_2$$

$$24 - 8 = Q_2$$

إذن $Q_2 = 16$

و هذا يؤكد قاعدة كورنر التى تقول بأنه :

فى ظل الاحتكار الثنائى إذا ما كان المحتكران لهما نفس التكلفة الحدية ولهما نفس دالة رد الفعل فإنهما يقومان باقتسام السوق

و بالتالى فإن دالة السعر لأى منهما تكون هى :

$$P = 60 - (Q_1 + Q_2$$

$$P = 60 - (16 + 16)$$

$$= 60 - 32 = 28$$

فى حين تكون الأرباح هى :

$$\pi_1 = (P - AC)\, Q_1$$

$$= (28 - 12)\, 16 = 256$$

$$\pi_2 = (P - AC)\, Q_2$$

$$= (28 - 12)\, 16 = 256$$

و يكون ربح الصناعة هو :

$$\pi = (P - AC)\, Q$$

$$= (36 - 12)\, 32 = 512$$

أو أن ربح الصناعة هو :

$$\pi = \pi_1 + \pi_2$$

$$= 256 + 256 = \underline{512}$$

٣ – فى حالة الاحتكار البحت

أولاً نلاحظ أن ثبات التكلفة المتوسطة يعنى أنها تساوى التكلفة الحدية

ثانيا فى حالة الاحتكار البحت (الاندماج)

ننظر إلى الانتاج من كلا المحتكرين معا على أنه كمية ثابتة بحيث تصبح

$$Q = Q_1 + Q_2$$

أى يكون السعر هو

$$\underline{P = 60 - Q}$$

و بالتالى فإن الايراد الحدى يصبح

$$\underline{MR = 60 - 2Q}$$

ولتعظيم الربح فإننا نساوى الايراد الحدى بالتكلفة الحدية أى يكون :

$$MR = MC$$

فيكون : $12 = \underline{60 - 2Q}$

أى أن : $2Q = 60 - 12$

إذن :

$$2Q = 48$$

و منها $\underline{24 = Q}$

و يصبح السعر هو :

$$P = 60 - Q = 60 - 24 = \underline{36}$$

و تكون الأرباح المحققة للكارتل هى :

$$\pi = (P - AC) Q$$

$$= (36 - 12) 24 = \underline{576}$$

٣ – فى حالة المنافسة التامة

فى هذه الحالة تختفى الأرباح حيث يسعى كل منهما لمساواة السعر بالتكلفة االمتوسطة فيكون :

$$P_1 = AC = 12 \quad \text{و} \quad P_2 = AC = 12$$

و بالتالى نجد أن الأرباح هى :

$$\pi_1 = (P - AC) Q_1$$

$$= (12 - 12) 16 = \underline{0}$$

$$\pi_2 = (P - AC) Q_2$$

$$= (12 - 12) 16 = \underline{0}$$

و يكون ربح الصناعة هو :

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 = 0 + 0 = \underline{0}$$

ثانياً :التوازن في حالة السوق الذي يحتوي على سلعتين:

تتناول هذه الفقرة كيفية إيجاد التوازن في سوق تحتوي على سلعتين (أو أكثر) وفي هذه الحالة سيزداد عدد المعادلات المطلوبة حلها للحصول على الأسعار والكميات التوازنية بحيث تكون لدينا دالة طلب وعرض لكل سلعة.

ولتوضيح كيفية إيجاد التوازن في سوق ذو سلعتين نأخذ المثال التالي :

مثال ١ :

إذا كانت دوال الطلب والعرض الخطية لسلعتين متكاملتين على النحو التالي:

أولاً- سوق السلعة الأولى(الشاي):

١. دالة الطلب على الشاي وهي على النحو التالي:

$$ط_{١} = ٤١٠ - ٥ س_{١} - ٢ س_{٢}$$

حيث $س_{١}$ سعر الشاي , $س_{٢}$ سعر السكر.

٢. دالة العرض على الشاي وهي على النحو التالي:

$$ع_{١} = - ٦٠ + ٣ س_{١}$$

ثانياً- سوق السلعة الثانية (السكر):

١. دالة الطلب على السكر وهي كالتالي:

$$ط_{٢} = ٢٩٥ - س_{١} - ٣س_{٢}$$

٢. دالة العرض على السكر:

$$ع_{٢} = - ١٢٠ + ٢ س_{٢}$$

والمطلوب في هذا المثال إيجاد سعر وكمية التوازن للسلعتين؟

الحل

١. شرط التوازن في سوق الشاي هو $ط_{١} = ع_{١}$

$٤١٠ - ٥ س_{١} - ٢ س_{٢} = - ٦٠ + ٣ س_{١}$

$٤١٠ + ٦٠ - ٣ س_{١} - ٥ س_{١} - ٢ س_{٢} = ٠$

$٤٧٠ - ٨ س_{١} - ٢ س_{٢} = ٠$

٢. شرط التوازن في سوق السكر هو $ط_{٢} = ع_{٢}$

$٢٩٥ - س_{١} - ٣ س_{٢} = - ١٢٠ + ٢ س_{٢}$

$٢٩٥ + ١٢٠ - س_{١} - ٣ س_{٢} - ٢ س_{٢} = ٠$

$٤١٥ - س_{١} - ٥ س_{٢} = ٠$

وهكذا نحصل على المعادلتين (٧ , ٨) كالتالي:

$٤٧٠ - ٨ س_{١} - ٢ س_{٢} = ٠$ (٧)

$٤١٥ - س_{١} - ٥ س_{٢} = ٠$ (٨)

ولحل هاتين المعادلتين نضرب المعادلة رقم ٨ في ٨ , ثم نطرح المعادلة رقم ٧

$٣٣٢٠ - ٨ س_{١} - ٤٠ س_{٢} = ٠$

$٤٧٠ - ٨ س_{١} - ٢ س_{٢} = ٠$

$٢٨٥٠ - ٣٨ س_{٢} = ٠$

$٣٨ س_{٢} = ٢٨٥٠$

$س_{٢} = ٢٨٥٠ \div ٣٨ = ٧٥$

وبالتعويض في المعادلة رقم ٧ عن قيمة $س_{٢}$ نحصل على قيمة $س_{١}$

$٤٧٠ - ٨ س_{١} - ٢ (٧٥) = ٠$

$٤٧٠ - ٨س_{١} - ١٥٠ = ٠$

$٣٢٠ = ٨س_{١}$

$س_{١} = ٣٢٠ \div ٨ = ٤٠$

وهكذا فإن السعر التوازني لسلعة الشاي هو (٤٠)

السعر التوازني لسلعة السكر هو (٧٠)

ولإيجاد الكمية التوازنية لسلعة الشاي نعوض قيمة $س_{١}$, $س_{٢}$ في دالة الطلب أو العرض كالتالي:

$ط_{١} = ٤١٠ - ٥ س_{١} - ٢س_{٢}$

$= ٤١٠ - ٥ (٤٠) - ٢(٧٥)$

$= ٤١٠ - ٢٠٠ - ١٥٠$

$= ٤١٠ - ٣٥٠ = \underline{٦٠}$

$ع_{١} = - ٦٠ + ٣ س_{١}$

$= - ٦٠ + ٣ (٤٠) = - ٦٠ + ١٢٠ = \underline{٦٠}$

وللحصول على الكمية التوازنية لسلعة السكر نعوض عن قيمة $س_{١}$, $س_{٢}$ في دالة الطلب أو العرض كالتالي:

$ط_{٢} = ٢٩٥ - س_{١} - ٣س_{٢}$

$= ٢٩٥ - ٤٠ - ٣(٧٥)$

$$= ٢٩٥ - ٤٠ - ٢٢٥ = ٢٩٥ - ٢٦٥ = ٣٠$$

$$ع_٢ = -١٢٠ + ٢س_٢$$

$$= -١٢٠ + ٢(٧٥) = -١٢٠ + ١٥٠ = ٣٠$$

مثال (٢)

إذا كانت دوال الطلب والعرض الخطية لسلعتين متكاملتين على النحو التالي:

$$ط_١ = ١٠ - ٢ س_١ - س_٢$$

$$ع_١ = -٢ + ٣ س_١$$

$$ط_٢ = ١٥ - س_١ - س_٢$$

$$ع_٢ = -٥ + ٢ س_٢$$

المطلوب إيجاد الأسعار والكميات التوازنية.

الحل

١. شرط التوازن في سوق السلعة الأولى وهو $ط_١ = ع_١$

$$١٠ - ٢س_١ - س_٢ = -٢ + ٣ س_١$$

$$١٠ - ٢ س_١ - س_٢ + ٢ - ٣ س_١ = ٠$$

$$١٢ - ٥ س_١ - س_٢ = ٠ \quad \longleftarrow \quad ١$$

٢. شرط التوازن في سوق السلعة الثانية هو $ط_٢ = ع_٢$

$$١٥ - س_١ - س_٢ = -٥ + ٢ س_٢$$

$$١٥ - س_١ - س_٢ + ٥ - ٢س_٢ = ٠$$

٢٠ – س١ – ٣ س٢ = ٠ ←———— ٢

وبالتالي نحصل على المعادلتين (١ , ٢) كالتالي:

١٢ – ٥ س١ – س٢ = ٠

٢٠ – س١ – ٣ س٢ = ٠

وبضرب المعادلة الأولى في -٣,وجمع المعادلتين نحصل على التالي:

– ٣٦ + ١٥ س١ + ٣ س٢ = ٠

٢٠ – س١ – ٣ س٢ = ٠

———————————

– ١٦ + ١٤ س١ = ٠

١٤ س١ = ١٦

س١ = ١٦ ÷ ١٤ = ١.١٤

وبالتعويض عن قيمة س١ في المعادلة رقم (٢) نحصل على قيمة س٢

٢٠ – ١.١٤ - ٣ س٢ = ٠

١٨.٨٦ - ٣ س٢ = ٠

٣ س٢ = ١٨.٨٦

$$س٢ = \frac{١٨}{٣;٨٦} = ٦.٣$$

وللحصول على الكمية التوازنية لسلعة الأولى نعوض عن س١ , س٢ في دالة الطلب والعرض للسلعة الأولى :

ط١ = ١٠– ٢(١.١٤) – ٦.٣

= ١٠ -٢.٢٨- ٦.٣ =١٠ – ٨.٥٨ = ١.٤٢

ع$_{١}$= -٢ + ٣(١.١٤) = -٢ + ٣.٤٢= ١.٤٢

وللحصول على الكمية التوازنية للسلعة الثانية نعوض عن قيمة س$_{١}$, س$_{٢}$ في دالة الطلب والعرض للسلعة الثانية

ط$_{٢}$= ١٥ - س$_{١}$- س$_{٢}$

= ١٥ - ١.١٤ - ٦.٣

= ١٥ - ٧.٤٤ =٧.٥٦ = ٧.٦

ع$_{٢}$ = -٥ +٢س$_{٢}$ = -٥ +٢(٦.٣)

= -٥ +١٢.٦ =٧.٦

(الجبر الخطي وتطبيقاته الاقتصادية)

ـ استخدام المصفوفات والمحددات في حل المعادلات الآتية:

يمكن حل المعادلات الآتية باستخدام المصفوفات والمحددات بعدة طرق من أهمها :

طريقة كرامر:

وهي إحدى الطرق لحل المعادلات الآتية باستخدام المصفوفات والمحددات للحصول على قيم المجاهيل.

خطوات الحل:

١. نحول المعادلات الى صيغة مصفوفة أ س = جـ

العوامل × المجاهيل = المقدار الثابت

[أ] × [س] = [جـ]

٢. نوجد قيمة المحدد [أ] (ونتأكد أنه لايساوي صفراً)

٣. نوجد قيمة المحدد [أ١] (عن طريق استبدال العمود الأول من [أ] بعمود المصفوفة [جـ])

٤. نوجد قيمة المحدد [أ٢] (عن طريق استبدال العمود الأول من [أ] بعمود المصفوفة [جـ])

٥. نوجد قيم س١ كالتالي : $س_1 = \frac{|1^i|}{|i|}$

٦. نوجد قيم س٢ كالتالي: $س_2 = \frac{|2^i|}{|i|}$

مثال:حل المعادلات باستخدام طريقة كرامر:

$$٦\ س_{١} + ٥\ س_{٢} = ٤٩$$

$$٣\ س_{١} + ٤\ س_{٢} = ٣٢$$

الحل

١) أ س= جـ

$$\begin{bmatrix}49\\32\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}س1\\س2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 6\\4 & 3\end{bmatrix}$$

٢) $|i| = \begin{vmatrix}5 & 6\\4 & 3\end{vmatrix}$ = ٦×٤ -٣×٥ = ٢٤ -١٥= ٩

٣) $|1^{i}| = \begin{vmatrix}5 & 49\\4 & 32\end{vmatrix}$ = ٤٩×٤ - ٣٢×٥

= ١٩٦-١٦٠= ٣٦

٤) $|2^{i}| = \begin{vmatrix}49 & 6\\32 & 3\end{vmatrix}$ = ٦×٣٢ - ٣×٤٩

= ١٩٢-١٤٧= ٤٥

٥) $س_{١} = \frac{|1^{i}|}{|i|} = \frac{36}{9} = ٤$

٦) $س_{٢} = \frac{|2^{i}|}{|i|} = \frac{45}{9} = ٥$

نتحقق من صحة الحل بالتعويض في قيم س١, س٢

$$٦س_{١} + ٥س_{٢} = ٤٩$$

$$٦(٤) + ٥(٥) = ٤٩$$
$$٢٤ + ٢٥ = ٤٩$$
$$٤٩ = ٤٩ \therefore$$

$$٣س_{١} + ٤س_{٢} = ٣٢$$
$$٣(٤) + ٤(٥) = ٣٢$$
$$١٢ + ٢٠ = ٣٢$$
$$٣٢ = ٣٢ \therefore$$

مثال: استخدم طريقة كرامر لحل المعادلات التالية : (أوجد قيم س,ع,ص)

$$٤ س + ص - ٥ ع = ٨$$
$$-٢ س + ٣ ص + ع = ١٢$$
$$٣ س - ص + ٤ ع = ٥$$

الحل:

١. **نضع المعادلات على صيغة مصفوفة:**

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 12 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ع \\ ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5- & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2- \\ 4 & 1- & 3 \end{bmatrix}$$

٢. **نوجد محدد المصفوفة [أ]**

$$\begin{vmatrix} 5- & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2- \\ 4 & 1- & 3 \end{vmatrix} = |أ|$$

$$|أ| = ٤ (٣ \times ٤ - (-١ \times ١))$$

$$-١ (-٢ \times ٤ - ٣ \times ١)$$

$$+ (-٥) (-٢ \times -١ - (٣ \times ٣))$$

$$|أ| = ٤(١٢+١) -١(-١١) -٥(-٧) = ٥٢ + ١١ + ٣٥ = ٩٨$$

٣. نوجد قيمة المحدد أ١ استبدال العمود الاول في المصفوفة [أ] بقيم عمود المصفوفة [جـ]

$$|أ_1| = \begin{vmatrix} 5- & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 12 \\ 4 & 1- & 5 \end{vmatrix}$$

(+ - +)

$$|أ_1| = ٨ (٣ \times ٤ - (-١ \times ١))$$

$$-١ (١٢ \times ٤ - ٥ \times ١)$$

$$+ (-٥) (١٢ \times -١ - (٣ \times ٥))$$

$$|أ_1| = ١٠٤ - ٤٣ + ١٣٥ = \underline{١٩٦}$$

٤. نوجد قيمة المحدد أ٢ كالتالي:

$$|أ_2| = \begin{vmatrix} 5- & 8 & 4 \\ 1 & 12 & 2- \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$|أ_2| = ٤ (١٢ \times ٤ - ٥ \times ١)$$

$$-٨ (-٢ \times ٤ - ٣ \times ١)$$

$$+ (-٥) (-٢ \times ٥ - ٣ \times ١٢)$$

$$|أ^{2}| = ٤(٤٣) - ٨(-١١) - ٥(٤٦)$$

$$= ١٧٢ + ٨٨ + ٢٣٠ = \underline{٤٩٠}$$

٥. نوجد قيمة المحدد أ^{3} كالتالي:

$$|أ^{3}| = \begin{vmatrix} 8 & 1 & 4 \\ 12 & 3 & 2 \\ 5 & 1- & 3 \end{vmatrix}$$

$$|أ^{3}| = ٤(٣ \times ٥ - ١٢ \times ١-)$$

$$-١(٢- \times ٥ - ٣ \times ١٢)$$

$$+٨(٢- \times ١- - ٣ \times ٣)$$

$$|أ^{3}| = ٤(٢٧) - ١(-٤٦) + ٨(-٧)$$

$$= ١٠٨ + ٤٦ - ٥٦ = \underline{٩٨}$$

٦. نوجد قيم س , ع , ص كالتالي:

$$س = \frac{|أ^{1}|}{|أ|} = \frac{196}{98} = ٢$$

$$ص = \frac{490}{98} = ٥$$

$$ع = \frac{98}{98} = ١$$

نتأكد من الحل كالتالي:

$$٤س + ص - ٥ع = ٨$$

$$٤(٢) + ٥ - ٥(١) = ٨$$

$$٨ + ٥ - ٥ = ٨$$

الفصل السابع
البرمجة الخطية

الفصل التاسع
البرمجة الخطية

تقدمت وسائل التحليل الرياضي للمشاكل الإدارية والاقتصادية تقدما كبيرا وتعتبر البرمجة الخطية Linear Programming إحدى هذه الوسائل. وتعرف البرمجة الخطية على أنها فرع من الفروع الرئيسية للبرمجة الرياضية وأسلوب من أساليب بحوث العمليات؛ تتكون من مجموعة من المفاهيم والنظريات والطرق الرياضية التى تستخدم لإيجاد الحل الأمثل لمجموعة من المشكلات، بموجب معيار معين للمثالية وضمن شروط محددة. وسمي هذا الأسلوب بالبرمجة لأنه يهدف إلى إيجاد البرنامج الأمثل لتشغيل النظام قيد البحث. وأطلقت عليه صفة الخطية لأن جميع العلاقات التي تربط بين متغيرات النموذج الرياضي للمسألة علاقات خطية. إنتشر إستخدام البرمجة الخطية في العديد من مجالات الحياة العملية: العلمية والتقنية والعسكرية والإدارية والإقتصادية. ومن أهم مسائل البرمجة الخطية في المجالات الإدارية والإقتصادية:

- **مسائل تخصيص الموارد وتحديد المزيج الإنتاجي.**
- **مسائل إعداد الوجبات والخلائط.**
- **مسائل تقطيع المواد.**
- **مسائل تحميل الآلات وإستخدام الطاقات الإنتاجية المتاحة.**
- **مسائل النقل.**

- **مسائل توطين المنشآت وحساب الحجم الأمثل للطاقات الإنتاجية.**
- **مسائل تنظيم وتوزيع مراكز العمل والآلات والخطوط الإنتاجية والخدمية وغيرها.**

وفي المجالات العسكرية تستخدم البرمجة الخطية لحل مسائل النقل وتوضيح شبكات الرادار والدفاعات الجوية ومخازن الإمداد والتموين وغيرها.

وتهدف البرمجة الخطية إلى الإجابة بأسلوب التحليل الرياضي على بعض الأسئلة وحل المشاكل بما يحقق اكبر ربح ممكن أو أقل تكلفة ممكنة في ظل القيود والمحددات القائمة.

وعموماً فإن أداء أي عمل بأفضل الوسائل يعني في حد ذاته البحث عن الحدود الدنيا أو القصوى. فعندما تتعلق المشكلة بالتكاليف فإن الهدف عادة يكون الوصول إلى الحد الأدنى وإذا تعلق الأمر بالأرباح فإن الهدف يكون هو الوصول إلى الحد الأقصى.

<u>صياغة المشكلة</u>

المشكلات التى نبحث لها عن حل أمثل غالبا ما تاتي في صورة كلامية. وتحدد طريقة الحل في تصوير المشكلة في شكل نموذج رياضي يعبر عن المشكلة، ومن ثم يحل هذا النموذج بالاساليب المختلفة. ويمكن اتباع الخطوات التالية في بناء النموذج الرياضي:

- **حدد الكميات التي تحتاج إلى قيم مثلى. وعرفها كمتغيرات لتاخذ الرموز س١، س٢،...، سن.**

- عرف هدف المشكلة وعبر عنه رياضياً باستخدام المتغيرات.
- حدد ومثل القيود في صورة متباينات وذلك باستخدام المتغيرات.
- اضف إلى النموذج الرياضي شرط عدم السالبية (إن جميع المتغيرات يجب أن تكون أكبر من أو تساوي الصفر).

مشاكل الأمثلية

مشاكل الأمثلية (Optimization Problems) هي تلك المشاكل التي نبحث فيها عن أكبر أو أصغر قيمة لدالة تعتمد على متغير أو متغيرات وتسمى هذه الدالة بدالة الهدف (Objective Function) وتخضع هذه الدالة إلى قيود متمثلة في معادلات أو متباينات تربط وتحكم المتغيرات بعضها بالبعض، كما في المثال التالي:

مثال :

أوجد أكبر قيمة لدالة الهدف هـ = ٥ س١ + ٣ س٢ طبقا للآتي:

س١ - س٢ = ٣

س٢ = ٢

ونطلق على المتغيرات س١، س٢ بمتغيرات القرار (Decision Variables)، وهي التي نبحث عن قيمها لتعظيم دالة الهدف.

مشاكل البرمجة الخطية

مشـاكل البرمجـة (Programming Problems) هـي التـي تتطلـب إيجـاد التوزيـع الأمثـل (Optimal Allocation) للمـوارد المحدودة (عمالة، مواد، آلات، أموال،...الخ) لتحقيق أهداف معينة.

مشاكل البرمجة الخطية Linear Programming Problems هي التي تتطلب إيجاد اكبر أو اصغر قيمة لدالة هدف خطية طبقا لقيود خطية. بمعنى أن العلاقة التي تربط بين المتغيرات بعضها بالبعض هي علاقة خطية (متباينات أو معادلات من الدرجة الأولى، الأس = ١).

مثال :

تقوم شركة تعدين بتشغيل ثلاثة مناجم (ص، ط، ك)، ويفصل الخام على درجتين من حيث الجودة النوعية قبل الشحن ويبين الجدول الآتي الطاقة الإنتاجية اليومية للمناجم وكذلك التكلفة اليومية.

المنجم	طاقة الإنتاج من خام عالى الجودة	طاقة الإنتاج من خام قليل الجودة	تكلفة التشغيل (١٠٠٠جنيه/يوم)
ص	٤	٤	٢٠
ط	٦	٤	٢٢
ك	١	٦	١٨

وقد التزمت الشركة بتسليم ٥٤ طن من الخام عالى الجودة و٦٥ طن من الخام قليل الجودة في نهاية كل أسبوع، والمطلوب تحديد عدد الأيام المطلوب تشغيل العمال فيها من كل منجم للوفاء بإلتزام الشركة علما بأن العمال لا يعملون طوال أيام الأسبوع؟

أفترض متغيرات القرار كالتالي:

س١ = عدد الأيام التي يعملها العمال في منجم س أسبوعيا

س٢ = عدد الأيام التي يعملها العمال في منجم ط أسبوعيا

س٣ = عدد الأيام التي يعملها العمال في منجم ك أسبوعيا

ومن المسألة نري أننا نبحث عن اقل تكلفة تشغيل للمناجم وذلك لتلبية التزامات الشركة، أي أن المسألة يمكن تمثيلها كالآتي:

أوجد أقل هـ = ٢٠ س$_{١}$ + ٢٢ س$_{٢}$ + ١٨ س$_{٣}$

طبقا للقيود الآتية

إجمالى إنتاج عالى الجودة ٤ س$_{١}$ + ٦ س$_{٢}$ + س$_{٣}$ > ٥٤

إجمالى إنتاج قليل الجودة ٤ س$_{١}$ + ٤ س$_{٢}$ + ٦ س$_{٣}$ > ٦٥

•• العمال لا يعملون طوال أيام الإسبوع

∴ قيد العمل في منجم ص هو س$_{١}$ ≤ ٦

قيد العمل في منجم ط هو س$_{٢}$ ≤ ٦

قيد العمل في منجم ك هو س$_{٣}$ ≤ ٦

قيد عدم السالبية س$_{١}$ ، س$_{٢}$ ، س$_{٣}$ > ٠

مثال :

ينتج أحد مصانع البلاستيك صنفين من الأدوات البلاستيكية يتطلب إنتاج وحدة من الصنف الأول ٣ ساعات عمل و٤ كجم من المواد الخام ويتطلب إنتاج وحدة من الصنف الثاني ٥ ساعات عمل و٢ كجم من المواد الخام فإذا علمنا أن الأرباح العائدة من الصنف الأول هي ١٠ جنيه لكل وحدة إنتاج وللصنف الثاني ٨ جنيه لكل وحدة إنتاج وأن إمكانيات المصنع الأسبوعية هي ١٠٩ ساعات و٨٠ كجم من المواد الخام، فأوجد الصياغة لهذه المسألة على شكل نموذج برمجة خطية من أجل تعظيم الربحية.

الحل

لصياغة هذه المسألة نلاحظ أن الهدف هو الحصول على أكبر كمية ممكنة من الأرباح أي تكبير (تعظيم) دالة الهدف ولتكن ص = د(س) ويكون ذلك بتحديد قيم مثلى لمتغيرات القرار أو الكميات المنتجة من الصنفين الأول والثاني بفرض أن الكمية المنتجة من الصنف الأول تسمى س١ وبفرض أن الكمية المنتجة من الصنف الثاني تسمى س٢ وبالتالي فإن دالة الهدف هي

$$\text{تعظيم } (ص) = ١٠س١ + ٨س٢$$

وذلك تحت القيود التي تحدد بأن لاتزيد ساعات العمل لإنتاج س١، س٢ عن ١٠٩ ساعة وأن لا تزيد المواد الخام اللازمة لإنتاج س١، س٢ عن ٨٠ كجم أي أن:

$$٣س١ + ٥س٢ \leq ١٠٩$$

٤ س١+٢س٢≥٨٠

ومن البديهي أن قيم كل من س١، س٢ لابد وأن تكون قيم غير سالبة أي أن:

س١≥٠ س٢≥٠

وبالتالي فإن المشكلة أصبحت مسألة برمجة خطية المطلوب فيها تعظيم دالة الهدف المعطاة تحت القيود المعطاة وقيد الإشارة الغير سالبة للمتغيرات.

البرمجة الخطية باستخدام الرسم البياني :

يمكن حل مسألة البرمجة الخطية بيانيا إذا كانت المسألة لها متغيرا قرار (س، ص) وذلك لتعذر رسم المتباينات لأكثر من ذلك، وكما تم شرحه في رسم المتباينات فيمكن حل المسألة كالتالي:

١- رسم المتباينات وإيجاد منطقة الحلول الممكنة.

٢- تحديد نقاط الأركان لمنطقة الحلول الممكنة (إيجاد إحداثيات هذه النقاط).

٣- التعويض بنقاط الأركان في دالة الهدف واختيار النقطة التي تعطي الحل الأمثل.

مثال :

هـ = ٦ س١ + ٤ س٢ طبقا للآتي

٥ س١ + ٥ س٢ ≥ ٣٠ (١)

س١ - س٢ ≥ -٤ (٢)

س٢ ≤ ٢ (٣)

س١ ، س٢ ≥ ٠ (٤)

١- إيجاد منطقة الحلول الممكنة

رسم المتباينات (١) إلى (٣)، أما المتباينة (٤) فتمثل شرط عدم السالبية، أي أخذ النقاط في الربع الأول الموجب فقط لكل متباينة.

وبالنسبة للمتباينة (١) فتؤخذ في حالة التساوي

٥ س١ + ٥ س٢ = ٣٠ ، وبالتعويض س١ = ٠ نجد أن س٢ = ٦، أي أن النقطة (٠، ٦) تقع على المستقيم، وبوضع س٢ = ٠ نجد أن س١ = ٦، أي أن النقطة (٦،٠) تقع على المستقيم.

وبالمثل المتباينة (٢) فتحد بالمستقيم المار بالنقطتين (٠، ٤) والنقطة (-٤، ٠)،

والمتباينة (٣) تحد بالمستقيم س٢ = ٢ الموازي لمحور س١

وبرسم جميع المتباينات معا نحصل على المنطقة المظللة كما هو موضح في شكل (٧-١).

٢- لمعرفة نقاط الأركان أ، ب، جـ، ء

نلاحظ أن النقطة أ هي نقطة تقاطع المستقيم (١) مع (٢)

لمعرفة نقطة تقاطع المستقيم (١) مع (٢) نقوم بحل المعادلتين معا، أي

٥ س١+ ٥ س٢ = ٣٠ مع س١ - س٢ = -٤

نضرب المعادلة الثانية في ٥ ونجمعها مع المعادلة الأولى (للتخلص من س٢)، فنحصل على

٥ س١+ ٥ س٢= ٣٠

٥ س١- ٥ س٢= - ٢٠

١٠ س١ = ١٠، أي س١ = ١

وبالتعويض في أي معادلة نجد أن س٢ = ٥ أي أن نقطة التقاطع أ = (١، ٥)

وبالمثل فإن النقطة ب هي تقاطع المستقيم (١) مع (٣) أي حل

٥ س١ + ٥ س٢ = ٣٠ مع س٢ = ٢

وبالتعويض المباشر بقيمة س٢ في المعادلة الأولى نجد أن

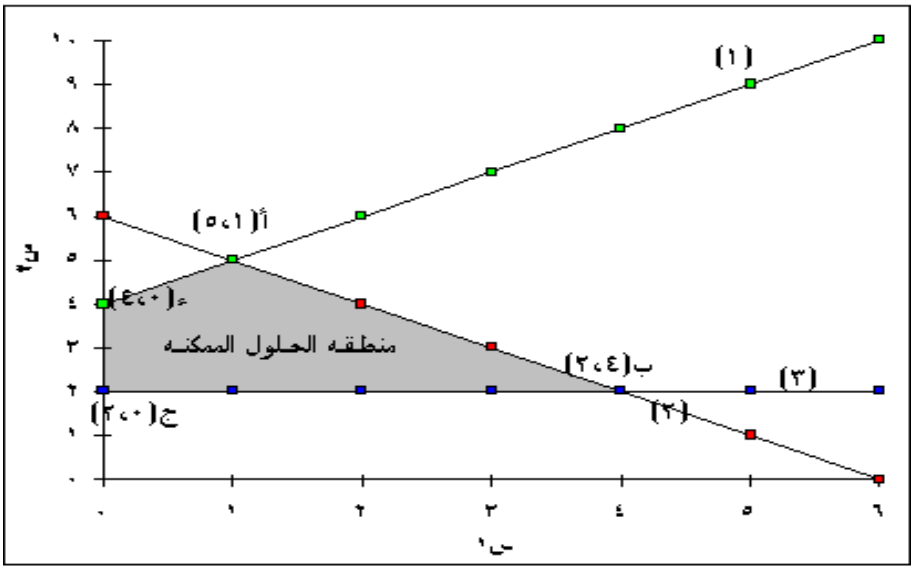
٥ س١ + ٥ (٢) = ٣٠

٥ س١ = ٢٠ أي أن س١ = ٤

أي أن نقطة التقاطع ب = (٤، ٢).

أما النقطتين جـ، ء فتقعا على المحور س٢

أي أن النقطة جـ = (٠، ٢) والنقطة ء = (٠، ٤)



شكل (٧-١): البرمجة الخطية باستخدام الرسم البيانى

٣- التعويض بنقاط الأركان في دالة الهدف

نقاط الأركان	هـــــــ = ٦ س١ + ٤ س٢
أ (١،٥)	٦(١) + ٤(٥) = ٢٦
ب (٤،٢)	٦(٤) + ٤(٢) = ٣٢
جـ (٠،٢)	٦(٠) + ٤(٢) = ٨
ء (٠،٤)	٦(٠) + ٤(٤) = ١٦

يلاحظ أن قيمة دالة الهدف عند النقطة ب (٤،٢) هي أكبر قيمة وهي تمثل الحل الأمثل (أفضل الحلول الممكنة). يمكن إيجاد النقطة ب بطريقة أخرى كالتالي:

طريقة رسم دالة الهدف:

١- خذ على سبيل المثال النقطة (١، ٣) التي تقع في منطقة الحلول الممكنة، وقيمة دالة الهدف ر عند هذه النقطة هي:

هـ = ٦ (١) + ٤(٣) = ٦ + ١٢ = ١٨

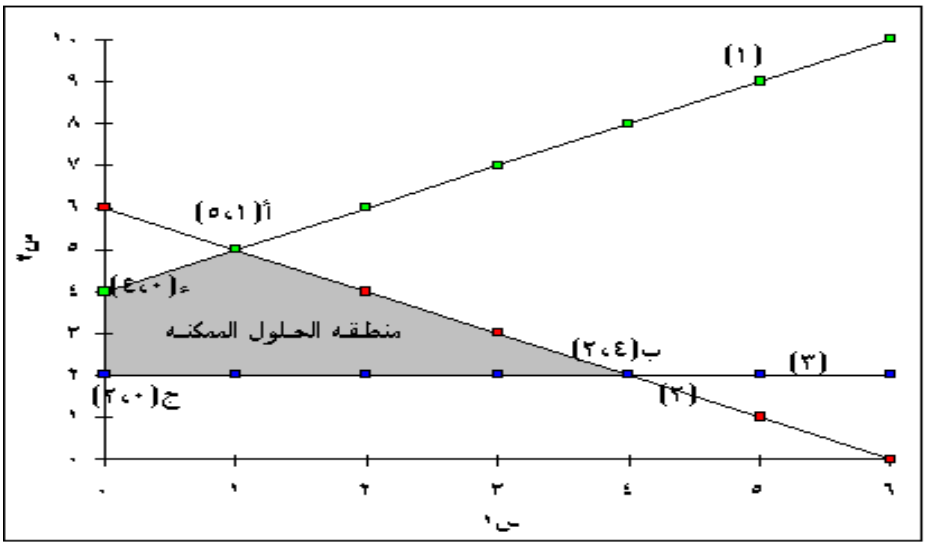
٢- ولنرسم الآن المستقيم ٦ س١ + ٤ س٢ = ١٨

بوضع س١= ٠ أولا نجد النقطة (٠، ٤.٥)

وبوضع س٢= ٠ نجد النقطة (٣، ٠)

وبالتالى سنحصل علي المستقيم المار بالنقطتين السابقتين كما في شكل

٣- بأخذ مستقيمات متوازية مع المستقيم السابق، نحصل على المستقيم الذي يمس أقصى نقطة في منطقة الحلول الممكنة، وهى النقطة ب (٤،٢). وبالتالى فإن النقطة ب هي نقطة الحل الأمثل.



شكل (٧-٢): رسم دالة الهدف

مثال:

حل المشكلة الآتية بيانيا؟

أوجد أكبر هـ = ٨ س١ + ٣ س٢

طبقا للقيود الآتية

٥ س١ + ٥ س٢ ≥ ٣٥ (١)

س١ - س٢ ≥ ٤ (٢)

س٢ ≥ ٤ (٣)

س١، س٢ ≥ ٠

الحل

١- رسم المتباينات السابقة لمعرفة منطقة الحلول الممكنة يمكن كتابة المتباينة الأولى كالتالي

٥ س١ + ٥ س٢ = ٣٥ (١)

س١- س٢ = ٤ (٢)

ويلاحظ أن المعادلة (٢) عبارة عن معادلة خط مستقيم ولرسم أي مستقيم نحتاج إلى نقطتين تقعا عليه

بوضع س١= ٠ في المعادلة ٥ س٢= ٣٥ أي س٢= ٧ ، أي نحصل على النقطة (٠،٧)

وبالمثل نضع س٢= ٠ في المعادلة الثانية ٥ س١ = ٣٥

أي س١= ٧، أي نحصل على النقطة (٧، ٠)

وبالتالى يمكن رسم المستقيم المار بالنقطتين (٠، ٧) و(٧، ٠)

ولرسم المتباينة ٥ س١ + ٥ س٢ < ٣٥، نفترض نقطة عشوائية ولتكن (١، ١) والتعويض في المتباينة السابقة: ٥ (١) + ٥ (١) = ١٠ < ٣٥

أي نأخذ المستوى إلى يسار المستقيم ٥ س١+ ٥ س٢= ٣٥، كما في شكل (٧-٣).

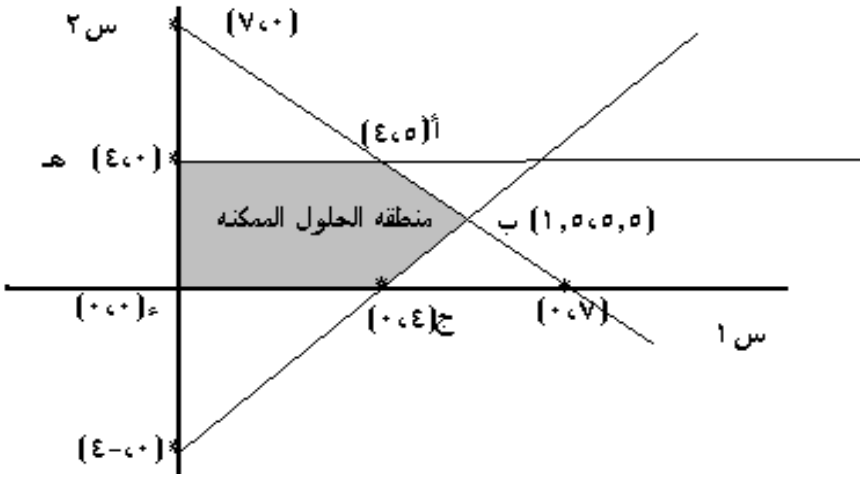
وبالمثل بالنسبة للمتباينة (٢) ، س١- س٢ ≥ ٤

س١- س٢ < ٤

س١- س٢ = ٤

ولرسم المستقيم س١- س٢ = ٤ نحصل على النقطتين (٠، -٤)، (٤، ٠) وبأخذ النقطة العشوائية السابقة والتعويض في المتباينة نجد أنها تتحقق فنأخذ المستوى على يسار المستقيم س١ - س٢=٤، كما في شكل (٧-٣). وبالمثل بالنسبة للمتباينة (٣)، س٢ = ٤

حيث يمثل المستقيم س$_{٢}$ = ٤ مستقيما يوازي محور س$_{١}$ ويقطع محور س$_{٢}$ في النقطة (٠، ٤)، وتكون المتراجحة س$_{٢}$ < ٤ هي المستوى الواقع تحت المستقيم س٢= ٤



شكل (٧-٣): رسم المتباينات لمعرفة منطقة الحلول الممكنة

من شكل (٧-٣) نجد أن المنطقة المظللة تمثل منطقة الحلول الممكنة.

٢- تعيين نقاط الأركان

لاحظ أن النقطة أ هي تقاطع المستقيمين ٥ س١+ ٥ س٢= ٣٥ وس٢= ٤

وبالتعويض بقيمة س٢= ٤ في المعادلة الأولى نجد أن

$$٥ \text{ س}١ + ٥(٢) = ٣٥$$

وعليه فإن س١= ٢٥ ÷ ٥ = ٥

أي أن النقطة أ هي (٥، ٤)

والنقطة ب هي تقاطع ٥ س١+ ٥ س٢= ٣٥ مع س١ - س٢= ٤

وبضرب المعادلة الثانية في ٥ وجمعها مع المعادلة الأولى نحصل على التالي:

$$٥ \text{ س}١ - ٥ \text{ س}٢ = ٢٠$$

٥ س١+ ٥ س١= ٣٥

١٠ س١ = ٥٥ أى أن س١ = ٥.٥

وبالتعويض بقيمة س١ في المعادلة الأولى نجد أن ٥ (٥.٥) + ٥ س٢= ٣٥

أي أن ٥ س٢= ٣٥ ـ ٢٧.٥ = ٧.٥

أى أن س٢ = ٧.٥ ÷ ٥ = ١.٥

أي أن النقطة ب هي (٥.٥، ١.٥)

أما النقطة جـ فهي (٤، ٠)، والنقطة د هي (٠، ٠)، والنقطة هـ هي (٠، ٤)

٣- التعويض بالنقاط في دالة الهدف

النقاط	دالة الهدف هـ = ٨ س١+ ٣ س٢
أ (٥، ٤)	٨ (٥) + ٣ (٤) = ٥٢
ب (٥.٥، ١.٥)	٨ (٥.٥) + ٣ (١.٥) = ٤٨.٥
جـ (٤، ٠)	٨ (٤) + ٣ (٠) = ٣٢
د (٠، ٠)	٠
هـ (٠، ٤)	٨ (٠) + ٣ (٤) = ١٢

ويكون الحل الأمثل عند النقطة أ (٥، ٤)، حيث هـ = ٥٢

مثال:

يقوم جزار بعمل شطائر اللحم بتكوين من لحم بقري ولحم ماعز. يحتوي لحم البقر على ٨٠% لحم و٢٠% دهون ويكلف ٢٤ جنيه لكل كيلو في حين أن لحم الماعز على ٦٨% لحم و٣٢% دهون ويكلف ١٨ جنيه لكل كيلو. ماهي كمية اللحم من كل نوع يجب أن يستخدمها المحل في كل كيلو من شطائر اللحم إذا علمت أنه يجب تخفيض التكاليف والمحافظة علي نسبة الدهون. بحيث لايزيد عن ٢٥%؟

الحل

المتغيرات:

نفرض أن وزن لحم البقر المستخدم في الكيلو= س

نفرض أن وزن لحم الماعز المستخدم في الكيلو= ص

دالة الهدف:

تصغير(هـ)= ٢٤ س+١٨ص

القيود:

القيد الاول: يحتوي كل كيلو علي ٠.٢ س من الدهون من لحم البقر و٠.٣٢ ص من الدهون من لحم الماعز ويجب الا تزيد الدهون في الشطيرة عن ٠.٢٥

$$٠.٢ \text{ س} + ٠.٣٢ \text{ ص} \leq ٠.٢٥ \qquad (١)$$

القيد الثاني: ويجب أن يكون وزن لحم البقر ولحم الماعز في كل كيلو من الشطائر هو كيلو واحد.

$$\text{س} + \text{ص} = ١ \qquad (٢)$$

القيد الثالث: قيد عدم السالبية

س، ص ≥ ٠ (٣)

النموذج الرياضي:

تصغير(هـ)= ٢٤ س+١٨ص

علماَ بأن: ٠.٢ س + ٠.٣٢ ص ≥ ٠.٢٥

س+ص=١

س ≥ ٠

ص ≥ ٠

الحل البياني للمثال (٧-٦)

للحصول علي الرسم البياني الممثل للمشكلة يتم اتباع الخطوات التالية:

رسم محوري الأفقى (س) والرأسي (ص) كما هو موضح بالرسم التالى

رسم القيود كما يلي:

- القيد الاول:

بفرض أن س = ٠

نجد أن ص= ٠.٧٨ نحصل على النقطة (٠، ٠.٧٨)

بفرض أن ص=٠

نجد ان س=١.٢٥ نحصل على النقطة (١.٢٥، ٠)

نوقع النقطتين (٠، ٠.٧٨) و(١.٢٥، ٠) علي الرسم.

- القيد الثاني:

بفرض أن س=٠ نجد ان ص=١ نحصل على النقطة (٠، ١)

بفرض أن ص= ٠ نجد ان س=١ نحصل على النقطة (١، ٠)

نوقع النقطتين (٠، ١) و(١، ٠) علي الرسم.

بحل المعادلتين:

٠.٢ س + ٠.٣٢ ص = ٠.٢٥

س+ص=١

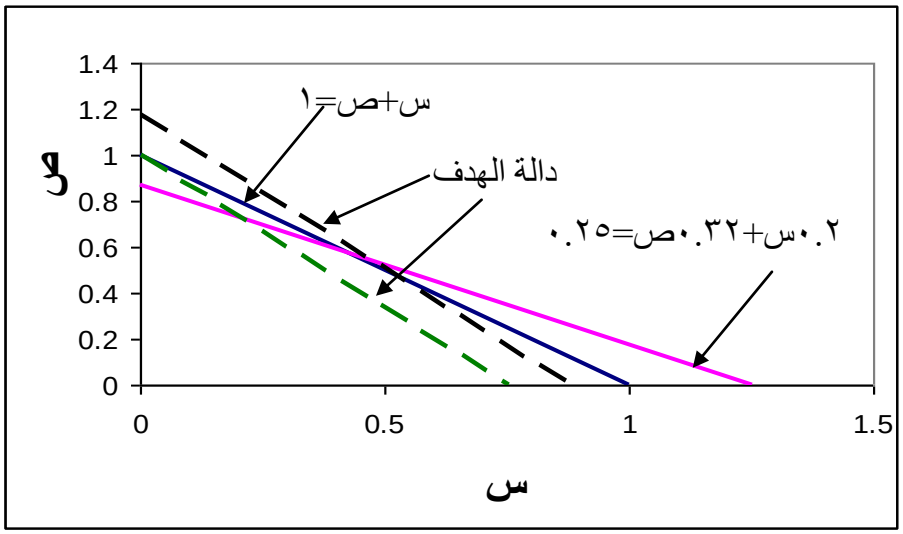
نحصل على:

س=٠.٥٨ ص=٠.٤٢

بالتعويض في (هـ)= ٢٤ س+١٨ص نجد ان

(هـ)= ٢٤(٠.٥٨)+١٨(٠.٤٢)=٢١

مما يعني أن المحل يجب أن يستخدم ٠.٥٨ من لحم البقر والباقي ٠.٤٢ من لحم الماعز وذلك يحقق أقل تكلفة والتي تساوي ٢١ جنيه للكيلو.



مثال :

استخدام طريقة الرسم البياني فى ايجاد الحل لقيم س، ص للدالة الآتية:

تصغير (هـ)= ٥س+٢ص

تحت الشروط التالية:

٢س+٥ص ≤ ١٠

٤س-ص≤ ١٢

س+ص≤ ٤

س،ص> ٠

رسم القيود:

القيد الأول: ٢س+٥ص>١٠

بفـرض أن ص=٠، نجـد أن س=٥ وعنـدما نفـرض أن س=٠ نجـد أن ص=٢

اذا وصلت النقطتين (٥، ٠) و(٠، ٢)

القيد الثاني: ٤س-ص>١٢

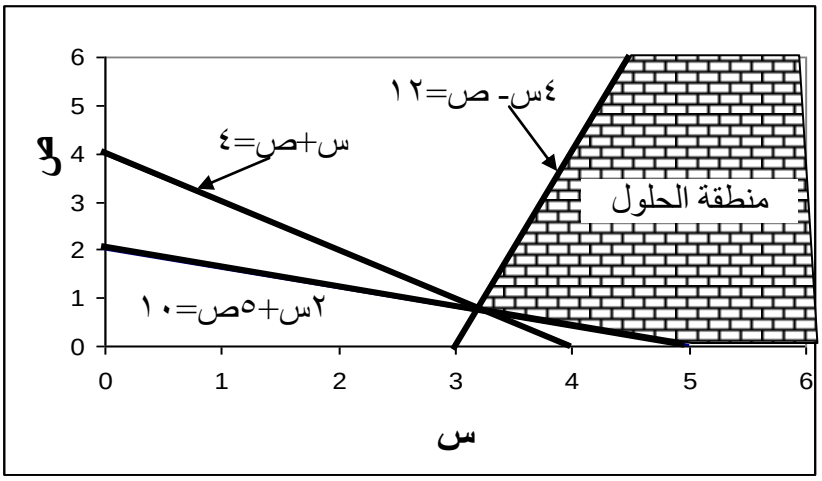
بفـرض أن ص=٠، نجـد أن س=٣ وعنـدما نفـرض أن س=٠ نجـد أن ص=-١٢ والتي ليست على الرسم لذلك نفرض أن س=٥ نجد أن ص=٨

اذا وصلت النقطتين (٣، ٠) و(٥، ٨)

القيد الثالث: س+ص>٤

بفـرض ان ص=٠، نجـد ان س=٤ وعنـدما نفـرض ان س=٠ نجـد ان ص=٤

إذا وصلت النقطتين (٤، ٠) و(٠، ٤)



رسم دالة الهدف:

افرض أن دالة الهدف تساوي أي رقم اختياري وليكن ٢٠

∴ ٥س+٢ص=٢٠ عندما س=٠ ∴ ص= ١٠ وعندما ص=٠

∴ س= ٤ وصل النقطتين (٠، ١٠)، (٤، ٠) حرك دالة الهدف في اتجاة تصغير القيمة حتى تصل إلى أخر نقطة في منطقة الحلول المحددة بأخر قيدين.

حل نقط التقاطع للقيود الحاكمة التي يقع عليها الحل

س+ص=٤

٤س-ص=١٢

بحل المعادلتين السابقتين نجد ان:

٥ س = ١٦ أى أن س = ٣.٢

بالتعويض في س+ص=٤ نجد أن ص= ٠.٨

بالتعويض في دالة الهدف كما يلي:

هـ= ٥س+٢ص= ٥(٥/١٦) + ٢(٥/٤) = ١٧.٦

نجد ان الحل الامثل هو:

س= ٣.٢، ص= ٠.٨، هـ= ١٧.٦

البرمجة الخطية و أسعار الظل

تقوم شركة جنى للغسالات بانتاج نوعين من الغسالات , الأولى X من النوع الأوتوماتيك , وتحقق الواحدة عائد قدره ٥٠٠ جنيه , و الثانية Y عادية وتحقق الواحدة عائد قدره ٢٠٠ جنيه . " فإذا ما اعتبرنا أن العائد كله ربح "

النوع الأول X يحتاج إلى عدد واحد مبرج إليكترونى T , بينما لا يحتاج الثانى لذلك . و يتطلب انتاج الوحدة من النوع الأول إلى ١٢ ساعة عمل L و كذلك إلى ٦ وحدات من المواد الخام M , فى حين يحتاج انتاج الواحدة من النوع الثانى إلى ٨ ساعات عمل L , و ١٤ وحدة من المواد الخام M .

فإذا كانت الكميات المتاحة للشركة من عوامل الانتاج السابقة على النحو التالى : وحدات برمجة إليكترونية T = 400

وحدات مواد خام M = 8400 ساعات عمل L = 7200

فإذا كانت الشركة تهدف إلى تعظيم أرباحها .

١- حدد الكميات الواجب انتاجها من النوعين مع حساب كمية الطاقة غير المستغلة

٢ – احسب أسعار الظل فى الحالات التالية :

أ - زيادة T من ٤٠٠ إلى ٤١٠ ب - زيادة L من ٧٢٠٠ إلى ٨٠٠٠

جـ - زيادة M من ٨٤٠٠ إلى ٨٤٣٠

٣ – إذا شرعت الشركة فى انتاج نوع جديد من الغسالات (G) أكثر سعة وتطوراً و كان انتاج الواحدة منها يحتاج إلى عدد واحد مبرمج T وإلى ١٦ وحدة من المواد الخام M , و إلى ١٨ ساعة عمل L , و تم تحديد العائد من هذا النوع بمقدار ٦٢٥ جنيه للوحدة , فهل يمكن القبول بهذا المنتج أم لا تبعاً لأسعار الظل؟

الحل

١ – دالة الهدف هى تعظيم الربح π و بالتالى فإن :

$$\pi = 500\,X + 200\,Y$$

و تكون القيود هى :

قيد البرمجة (T)	$X \leq 400$
قيد المواد الخام (M)	$14\,Y + 6\,X \leq 8400$
قيد العمالة (L)	$8\,Y + 12\,X \leq 7200$

نحول المتباينات السابقة إلى معادلات كالتالى

$X = 400$	**(T)**
$14\,Y + 6\,X = 8400$	**(M)**
$8\,Y + 12\,X = 7200$	**(L)**

نرسم القيود الثلاثة بيانيا بتحديد البدايات و النهايات على المحورين عن طريق جعل Y = صفر مرة , X = صفر مرة , و ذلك فى كل معادلة , و بالتالى فإذا وضعنا X على المحور الأفقى , Y على المحور الرأسى فيكون :

القيد الأول كما هو لأنه من طرف واحد فيكون خط مستقيم عمودى عند ٤٠٠

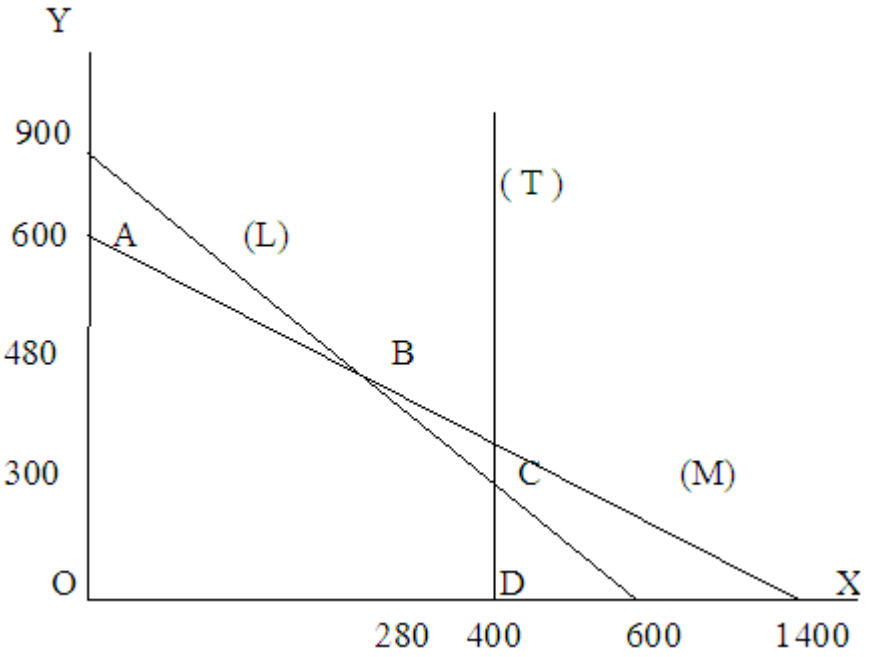
القيد الثانى : عند Y = صفر يكون : $12\,X = 7200$ و منها X = ٦٠٠

و عند X = صفر يكون : $8\,Y = 7200$ و منها Y = ٩٠٠

القيد الثالث :عند Y = صفر يكون : $6\,X = 8400$ و منها X = ١٤٠٠

و عند X = صفر يكون : 14 Y = 8400 و منها Y = ٦٠٠

و بالتالى نرسم القيود كما يلى :



و تتحدد منطقة الحلول المثلى فى الشكل السابقة بالمنطقة ABCDO , علماً بأن النقطة B تنتج من تقاطع القيد M مع القيد L , و بحل هاتين المعادلتين آنياً نجد أن : (M) 14 Y + 6 X = 8400

(L) 8 Y + 12 X = 7200

و بقسمة القيد L على ٢ و طرح الناتج من القيد M يكون

(M) 14 Y + 6 X = 8400

(L) − 4 Y + 6 X = 3600

10 Y = 4800

و منها Y = ٤٨٠

و بالتعويض عن Y فى أى من القيدين نجد أن X = ٢٨٠

كما أن النقطة C تنتج من تقاطع القيد T مع القيد L

و عند التعويض عن قيمة Y = ٣٠٠ فى القيد L نجد أن X = ٣٠٠

نقوم بعد ذلك باختبار أركان الحل فى ظل دالة الهدف كالتالى :

النقاط	دالة الهدف $\pi = 500X + 200Y$
0	= 500 (0) + 200 (0) = 0
A	= 500 (0) + 200 (600) = 120000
B	= 500 (280) + 200 (480) = 236000
C	= 500 (400) + 200 (300) = 260000
D	= 500 (400) + 200 (0) = 200000

من خلال الجدول السابق يتضح أن النقطة C هى التى تعظم الأرباح و ذلك بانتاج ٤٠٠ غسالة من النوع الأول مع ٣٠٠ غسالة من النوع الثانى .

- يلاحظ أن النقطة C هى تقاطع القيد T مع القيد L و عندها نجد أن الموارد مستغلة بالكامل عند هذين القيدين حيث يكون :

$$400 = 400 \qquad (T)$$

$$8(300) + 12(400) = 2400 + 4800 = 7200 \qquad (L)$$

أما فى القيد الثالث وهو قيد المواد الخام فنجد أنه غير مستغل بالكامل حيث يكون :

$$14(300) + 6(400) = 4200 + 2400 = 6600 < 8400 \qquad (M)$$

وبالتالى فهناك فائض فى المواد الخام قدره :

١٨٠٠ = ٦٦٠٠ – ٨٤٠٠

٢ – أسعار الظل Shadow Price

أ – عند زيادة T من ٤٠٠ إلى ٤١٠

نجد أن القيد T يتقاطع مع القيد L فى نقطة الحل الأمثل , و بالتعويض عن قيمة T فى القيد L يكون :

$$8\,Y + 12\,(410) = 7200$$

و منها نجد أن $8\,Y = 2280$ **إذن** $Y = 285$

و بالتعويض عن هذه القيم فى دالة الهدف يكون

$$\pi = 500\,(410) + 200\,(285) = 262000$$

و باتالى فإن مقدار الزيادة فى الربح هى $\Delta\pi = 200$

و منها نجد أن

$$shadow\ price = \frac{\Delta\pi}{\Delta T} = \frac{2000}{10} = 200$$

ب – عند زيادة L من ٧٢٠٠ إلى ٨٠٠٠

نجد أن القيد T يتقاطع مع القيد L فى نقطة الحل الأمثل , و بالتعويض عن قيمة T فى القيد L يكون :

$$8\,Y + 12\,(400) = 8000$$

و منها نجد أن $8\,Y = 3200$ **إذن** $Y = 400$

و بالتعويض عن هذه القيم فى دالة الهدف يكون

$$\pi = 500\,(400) + 200\,(400) = 280000$$

و باتالى فإن مقدار الزيادة فى الربح هى $\Delta\pi = 20000$

و منها نجد أن $shadow\ price = \frac{\Delta \pi}{\Delta L} = \frac{20000}{800} = 25$

جـ – عند زيادة M من ٨٤٠٠ إلى ٨٤٣٠

نجد أن القيد M يتقاطع مع القيد L فى منطقة الحل الأمثل , و بحل القيدين معاً يكون : : (M) 14 Y + 6 X = 8430

(L) 8 Y + 12 X = 7200

و بقسمة القيد L على ٢ و طرح الناتج من القيد M يكون

(M) 14 Y + 6 X = 8430

(L) 4 Y + 6 X = 3600 –

10 Y = 4830

ومنها Y = ٤٨٣

وبالتعويض عن Y فى أى من القيدين نجد أن : X = ٢٧٨

وبالتعويض عن هذه القيم فى دالة الهدف يكون

π = 500 (278) + 200 (483) = 235600

وباتالى فإن مقدار الزيادة فى الربح هى :

$\pi\Delta$ = - 24400

و منها نجد أن $shadow\ price = ZERO$

٣ – من المفترض أن تبعاً للأسعار الظلية أن يكون :

16 (M) + 1 (T) + 18 (L) = 625

و عند حساب تكاليف المنتج الجديد مقومة بالأسعار الظلية نجد أن :

$$16 (0) + 1 (200) + 18 (25) = 650$$

وبما أن تكلفة المنتج تكون أكبر من العائد المرجو منه فإن القرار هو الرفض .

و يكتفى فقط بالمنتجين القديميين حيث يكون :

عند حساب تكاليف المنتج X مقومة بالأسعار الظلية نجد أن :

$$6 (M) + 1 (T) + 12 (L) = 500$$

$$6 (0) + 1 (200) + 12 (25) = 500$$

و عند حساب تكاليف المنتج Y مقومة بالأسعار الظلية نجد أن :

$$14 (M) + 0 (T) + 8 (L) = 200$$

$$14 (0) + 0 (200) + 8 (25) = 200$$

<u>تمرين غير محلول</u>

تقوم شركة جينا لطلمبات المياه بانتاج نوعين من اجهزة الطلمبات , الأول اقتصادى E ويحقق الواحد ربح قدره ٢٠٠ جنيه , والثانى قياسى S ويحقق الواحد ربح قدره ٤٠٠ جنيه.

النوع الأول E يحتاج إلى عدد ٢ مشغل D (Drive) , بينما يحتاج النوع الثانى S إلى عدد واحد مشغل D . كذلك يحتاج النوع الثانى S إلى عدد واحد قرص صلب H (Hard Disk) . بينما النوع الأول E لا يحتاج إلى ذلك . ويتطلب انتاج الوحدة من كل نوع إلى ٥ ساعات عمل L .

فإذا كانت الكميات المتاحة للشركة من عوامل الانتاج السابقة على النحو التالى :

قرص صلب H = 300

مشغل D = 650

ساعات عمل L = 2000

فإذا كانت الشركة تهدف إلى تعظيم أرباحها .

١- حدد الكميات الواجب انتاجها من النوعين

٢- حساب كمية الطاقة غير المستغلة

٣- احسب أسعار الظل عند

أ - زيادة L من ٢٠٠٠ إلى ٢٤٠٠ ساعة

ب - زيادة D من ٦٥٠ إلى ٧٠٠

جـ - زيادة H من ٣٠٠ إلى ٣٢٠

٤ - حساب تكاليف المنتج E والمنتج S مقومة بالأسعار الظلية

٥ - إذا شرعت الشركة فى انتاج نوع جديد من الطلمبات (G) أكثر سعة وتطوراً و كان انتاج الواحدة منها يحتاج إلى عدد ٢ مشغل D وإلى عدد ٢ قرص صلب H و إلى ٨ ساعات عمل L , و تم تحديد العائد من هذا النوع بمقدار ٧٢٠ جنيه للوحدة , فهل يمكن القبول بهذا المنتج أم لا تبعاً لأسعار الظل؟

البرمجة الخطية باستخدام طريقة السمبلكس

نظرا لأن طريقة الحل بالرسم البياني لا تصلح لأكثر من اثنين أو ثلاث متغيرات وكذلك لو نظرنا إلى المشكلات الواقعية نجد أن معظم المشكلات في الواقع العملي تحتوي على العديد من المتغيرات مما يصعب استخدام الطرق البيانية في الحل. ومن ثم استلزم وجود طرق اخري للتعامل مع مثل هذه المشكلات. ومن بين هذه الطرق والتي تصلح للتعامل مع مشكلات البرمجة الخطية طريقة السمبلكس (Simplex Method).

بالاضافة لصلاحية طريقة البرمجة الخطية باستخدام طريقة السمبلكس (Linear Programming Using Simplex Method) للتعامل مع المشكلات ذات المتغيرات كثيرة العدد فإنه يوجد الكثير من برامج الحاسب الالى التي تعمل وفق هذه الطريقة والتي يمكن أن تستخدم لحل مشاكل البرمجة الخطية ذات الابعاد الكبيرة (عدد كبير من المتغيرات وعدد كبير من القيود) والتى تعطي حلول في اوقات صغيرة جدا وتجيب علي كثير من التسائلات ومن اشهر تلك التسائلات ما يعرف بـ "ماذا لو؟".

وفيما يلي سوف نعرض الخطوات الرئيسية لطريقة السمبلكس.

طريقة السمبلكس

يمكن اتباع الخطوات التالية للوصول إلى الحل الامثل من خلال استخدام طريقة السمبلكس:

١- حدد أعلى قيمة سالبة في الصف السفلي من جدول السمبلكس باستثناء العمود الاخير، ويطلق على العمود الذي تظهر فيه هذه القيمة عمود العمل. في حالة تساوي اكثر من قيمة اختار احداهما.

٢- كون نسبا من خلال قسمة القيم الموجبة في عمود العمل علي القيم المناظرة لها في اخر عمود وذلك باستثناء اخر صف. وان لم يوجد قيم موجبة في عمود العمل فإن المشكلة ليس لها حل.

٣- اختار العنصر الذي ينتمي إلى عمود العمل والذي له اقل نسبة (يسمى العنصر المحوري)

٤- استخدم العمليات الاولية لتحويل العنصر المحوري إلى واحد صحيح وباقي العمود اصفار.

٥- استبدل المتغير س في صف المحور والعمود الاول بالمتغير س في الصف الاول وعمود المحور (عمود المتغيرات الاساسية).

كرر الخطوات من ١-٥ حتى تحصل على جدول ليس به اعداد سالبة في الصف الاخير باستثناء العمود الاخير. نحصل على الحل الامثل من خلال تخصيص كل من العمود الاخير والمتغير المناظر له في العمود الاول. وباقي المتغيرات تأخذ قيمة صفر. والقيمة المثلي للهدف هـ هي العدد الموجود في الصف الاخير والعمود الاخير وذلك في حالة التعظيم. والقيمة السالبة لهذا العدد في حالة التصغير.

مثال :

تعظيم (هـ) = س١+٩س٢+س٣

علماً بان: س١+٢س٢+٣س٣ ≥ ٩

٣س١+٢س٢+٢س٣ ≥ ١٥

س١، س٢، س٣ ≥ صفر

الحل

تحويل المتباينات إلى الصيغة القياسية كما يلي:

تعظيم هـ = س١+٩س٢+س٣+س٤

س١+٢س٢+٣س٣+س٤ = ٩

٣س١+٢س٢+٢س٣ +س٥ = ١٥

س١، س٢، س٣، س٤، س٥ ≥ صفر

تكوين جدول السمبلكس من الصيغة القياسية كما يلي:

		س١	س٢	س٣	س٤	س٥	
		١	٩	١	٠	٠	
س٤	٠	١	٢	٣	١	٠	٩
س٥	٠	٣	٢	٢	٠	١	١٥
ص$_j$ -ك$_j$		-١	-٩	-١	٠	٠	٠

لحساب الصف الاخير من الجدول السابق يمكن تطبيق ما يلي:

ص$_j$ = حاصل ضرب قيم العمود الثاني في القيم المناظرة لها في باقي الاعمدة ثم جمع حاصل الضرب لجميع قيم العمود.

ص$_j$ -ك$_j$ = القيم المحسوبة سابقاً – القيمة المناظرة للعمود في الصف الاول.

اختيار العمود المحوري يكون العمود س٢ نظرا لانه صاحب اكبر قيمة

اختيار الصف المحوري بقسمة جميع قيم العمود الاخير على قيم العمود المحوري الموجبة وذلك لتكوين النسب كمايلي: ٢/٩، ٢/١٥

اختيار اقل نسبة لتكون ٢/٩ والتي تنتمي إلى العنصر ٢ الموضح في الجدول السابق

انشاء الجدول التالى باستخدام العمليات الاولية بتطبيق الخطوة ٤ و٥ لنحصل على الجدول التالي:

		س١ ١	س٢ ٩	س٣ ١	س٤ ٠	س٥ ٠	
س٢	٩	٢/١	١	٢/٣	٢/١	٠	٢/٩
س٥	٠	٢	٠	ـ١	ـ١	١	٦
صj ـكj		٢/٧	٠	٢/٢٥	٢/٩	٠	٢/٨١

نظرا لأن الصف الاخير في الجدول السابق كله قيم موجبة فإنه يدل على اننا قد وصلنا إلى الحل الامثل وهو كما يلي:

س١′ = س٣′ = س٤′ = س٥′ = صفر

س٢′ = ٤.٥

وذلك يعطي ربح إجمالى ٤٠.٥ جنيه.