محاضرات فى

الاحصاء الوصفي

إعداد

قسم علم النفس

بسم الله الرحمن الرحيم

قال تعالى :

”وَ مِنْ آيَاتِهِ خَلْقُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ وَاخْتِلَافُ أَلْسِنَتِكُمْ وَأَلْوَانِكُمْ إِنَّ فِي ذَلِكَ لَآيَاتٍ لِّلْعَالِمِينَ “(٢٢)

صدق الله العظيم

سورة الروم : الآية (٢٢)

رؤية الكلية :

تسعى الكلية إلى مساعدة الجامعة فى تحقيق أهدافها الاستراتيجية من خلال أن تكون واحدة من الكليات المتميزة والمنافسة داخلياً وخارجياً فى التعليم وخدمة المجتمع والبحث العلمي من خلال تحقيق مستوى رفيع من الأداء وتقديم خريج متميز يقابل الاحتياجات المتعددة لسوق العمل المحلى والخارجى .

رسالة الكلية :

تهدف كلية التربية بالغردقة إلى التميز من خلال :

- إعداد المربين والمعلمين المتخصصين والقادة فى مختلف التخصصات التربوية .
- تنمية القدرات المهنية والعلمية للعاملين فى ميدان التربية والتعليم بتعريفهم بالاتجاهات التربوية الحديثة .
- إجراء البحوث والدراسات فى التخصصات التربوية المختلفة بالكلية .
- نشر الفكر التربوى الحديث وإسهاماته لحل مشكلات البيئة والمجتمع .
- تبادل الخبرات والمعلومات مع الهيئات والمؤسسات التعليمية والثقافية .
- تنمية جوانب شخصية الطلاب ورعاية الموهوبين والمبدعين .

الفهرس

الفصل الأول

التعريف بعلم الإحصاء

الفصـــــل الأول
التعريف بعلم الإحصاء

1/1 مقدمـــــة

من المفاهيم الشائعة بين الناس عن الإحصاء، ما هي إلا أرقام وبيانات رقمية فقط، كأعـــداد السكان، وأعداد المواليد، وأعداد الوفيات، وأعداد المزارعين، وأعداد المزارع، وخلافه، ومن ثم ارتبط مفهوم الناس عن الإحصاء بأنه عد أو حصر الأشياء والتعبير عنها بأرقام، وهذا هو المفهوم المحدود لعلم الإحصاء، ولكن الإحصاء كعلم، هو الذي يهتم بطرق جمع البيانات، وتبويبها، وتلخيصها بشكل يمكن الاستفادة منها في وصف البيانات وتحليلها للوصول إلى قرارات سليمة في ظل ظروف عدم التأكد.

2/1 وظائف علم الإحصاء

من التعريف السابق يمكن تحديد أهم وظائف علم الإحصاء في الآتي:

1- وصف البيانات Data Description
2- الاستدلال الإحصائي Statistical Inference
3- التنبؤ Forecasting

أولا: وصف البيانات

تعتبر طريقة جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها من أهم وظائف علم الإحـــصاء، إذ لا يمكـــن الاستفادة من البيانات الخام، ووصف الظواهر المختلفة محل الاهتمام، إلا إذا تم جمع البيانات وعرضها في شكل جدلي، أو بياني من ناحية، وحساب بعض المؤشرات الإحصائية البسيطة التي تدلنا علـــى طبيعـــة البيانات من ناحية أخرى.

ثانيا: الاستدلال الإحصائي

وهو أيضا من أهم الوظائف المستخدمة في مجال البحث العلمي، ويستند الاستدلال الإحصائي على فكرة اختيار جزء من المجتمع يسمى عينة بطريقة علمية مناسبة، بغرض استخدام بيانات هذه العينة في التوصل إلى نتائج، يمكن تعميمها على مجتمع الدراسة، ومن ثم يهتم الاستدلال الإحصائي بموضوعين هما:

1- التقدير Estimate: وفيه يتم حساب مؤشرات من بيانات العينة تـــسمى إحـــصاء Statistics تستخدم كتقدير لمؤشرات المجتمع وتسمى معالم Parameters، ويطلق على المقاييس الإحـــصائية المحسوبة من بيانات العينة في هذه الحالة بالتقدير بنقطة Point Estimate، كما يمكـــن أيـــضا استخدام المقاييس الإحصائية المحسوبة من بيانات العينة في تقدير المدى الذي يمكن أن يقع داخلـــه معلمة المجتمع باحتمال معين، ويسمى ذلك التقدير بفترة Interval Estimate.

2- اختبارات الفروض Tests of Hypotheses: وفيه يتم استخدام بيانات العينة للوصول إلى قرار علمي سليم بخصوص الفروض المحددة حول معالم المجتمع.

ثالثا: التنبؤ

وفيه يتم استخدام نتائج الاستدلال الإحصائي، والتي تدلنا على سلوك الظاهرة في الماضي في معرفة ما يمكن أن يحدث لها في الحاضر والمستقبل. وهناك العديد من الأساليب الإحصائية المعروفة التي تستخدم في التنبؤ، ومن أبسطها أسلوب الاتجاه العام، وهي معادلة رياضية يتم تقدير معاملاتها باستخدام بيانات العينة، ثم بعد ذلك استخدام المعادلة المقدرة في التنبؤ بما يمكن أن يحدث للظاهرة في المستقبل.

3/1 أنواع البيانات وطرق قياسها

من التعريف السابق لعلم الإحصاء، يلاحظ أنه العلم الذي يهتم بجمع البيانات Data، ونوع البيانات، وطريقة قياسها من أهم الأشياء التي تحدد التحليل الإحصائي المستخدم، وللبيانات أنواع تختلف في طريقة قياسها، ومن الأمثلة على ذلك: بيانات النوع (ذكور Male – إناث Female)، وبيانات تقدير الطالب (D-D^+-C-C^+-B-B^+-A-A^+)، وبيانات عن درجة الحرارة اللازمة لحفظ الدجاج فترة زمنية معينة، وبيانات عن حجم الإنفاق العائلي بالألف ريال خلال الشهر. ومن هذه الأمثلة نجد أن بيانات النوع غير رقمية، بينما بيانات تقدير الطالب بيانات رقمية موضوعة في شكل مستويات أو فئات، أما بيانات كل من درجة الحرارة، وحجم الإنفاق العائلي فهي بيانات رقمية، ومن ثم يمكن تقسيم البيانات إلى مجموعتين هما:

1- البيانات الوصفية Qualitative Data

2- البيانات الكمية Quantitative Data

أولا: البيانات الوصفية

هي بيانات غير رقمية، أو بيانات رقمية مرتبة في شكل مستويات أو في شكل فئات رقمية، ومن ثم تقاس البيانات الوصفية بمعيارين هما:

أ- بيانات وصفية مقاسة بمعيار اسمي Nominal Scale: وهي بيانات غير رقمية تتكون من مجموعات متنافية، كل مجموعة لها خصائص تميزها عن المجموعة الأخرى، كما أن هذه المجموعات لا يمكن المفاضلة بينها، ومن الأمثلة على ذلك:

- النوع: متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار اسمي " ذكر – أنثى ".
- الحالة الاجتماعية: متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار اسمي " متزوج ـ أعزب ـ أرمل ـ مطلق ".
- أصناف التمور: متغير وصفي يقاس بياناته بمعيار اسمي " برحي ـ خلاص ـ سكري ـ ....".
- الجنسية: متغير وصفي يقاس بياناته بمعيار اسمي " سعودي ـ غير سعودي"

وهذا النوع من البيانات يمكن تكويد مجموعاته بأرقام، فمثلا الجنسية يمكن إعطاء الجنسية "سعودي" الكود **(1)**، والجنسية "غير سعودي" الكود **(2)**

ب- بيانات وصفية مقاسة بمعيار ترتيبي Ordinal Scales: وتتكون من مستويات، أو فئـــات يمكـــن ترتيبها تصاعديا أو تنازليا، ومن الأمثلة على ذلك:

- تقدير الطالب: متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار ترتيبي "$D-D^{+}-C-C^{+}-B-B^{+}-A-A^{+}$"
- المستوى التعليمي: متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار ترتيبي "أمي – يقرأ ويكتب ــ ابتدائية ــ متوسطة ــ ثانوية ــ جامعية ــ أعلى من جامعية "
- تركيز خلات الصوديوم المستخدم في حفظ لحوم الدجاج من البكتريا: متغير وصفي ترتيبي يقاس بياناته بمعيار ترتيبي "0% ــ 5% ــ 10% ــ 15%"
- فئات الدخل العائلي في الشهر بالريال " 5000> ، 5000-10000 ، 10000-15000 ، 15000-20000، 20000< ".

ثانيا: البيانات الكمية

هي بيانات يعبر عنها بأرقام عددية تمثل القيمة الفعلية للظاهرة، وتنقسم إلى قسمين هما:

أ- بيانات فترة Interval Data: وهي بيانات رقمية،تقاس بمقدار بعدها عن الصفر، أي أن للصفر دلالة على وجود الظاهرة، ومن أمثلة ذلك:

- درجة الحرارة: متغير كمي تقاس بياناته بمعيار بعدي، حيث أن درجة الحرارة "0°" ليس معناه انعدام الظاهرة، ولكنه يدل على وجود الظاهرة.
- درجة الطالب في الاختبار: متغير كمي يقاس بياناته بمعيار بعدي، حيث حصول الطالـــب على الدرجة "0" لا يعني انعدم مستوى الطالب.

ب- بيانات نسبية Ratio Data: هي متغيرات كمية، تدل القيمة "0" على عـــدم وجـــود الظاهرة ومن الأمثلة على ذلك:

- إنتاجية الفدان بالطن/هكتار.
- المساحة المتزرعة بالأعلاف بالدونم.
- كمية الألبان التي تنتجها البقرة في اليوم.
- عدد مرات استخدام المزرعة لنوع معين من الأسمدة.
- عدد الوحدات المعيبة من إنتاج المزرعة.

ويلاحظ أن بيانات الفترة لا يمكن إخضاعها للعمليات الحسابية مثل عمليات الـــضرب والقسمة، بينما يمكن فعل ذلك مع البيانات النسبية.

4/1 طرق جمع البيانات

تعتبر طريقة جمع البيانات من أهم المراحل التي يعتمد عليها البحث الإحصائي، كما أن جمع البيانات بأسلوب علمي صحيح، يترتب عليه الوصول إلى نتائج دقيقة في التحليـــل،

ولدراسة طرق جمع البيانات، يجب الإلمام بالنقاط التالية:

1- مصادر البيانات. 2- أسلوب جمع البيانات.

3- أنواع العينات 4- وسائل جمع البيانات.

1/4/1 مصادر جمع البيانات

هناك مصدرين للحصول منها على البيانات هما:

1- المصادر الأولية. 2- المصادر الثانوية.

أولا: المصادر الأولية: وهي المصادر التي نحصل منها على البيانات بشكل مباشر، حيث يقوم الباحث نفسه بجمع البيانات من المفردة محل البحث مباشرة، فعندما يهتم الباحث بجمع بيانات عن الأسرة، يقوم بإجراء مقابلة مع رب الأسرة، ويتم الحصول منه مباشرة على بيانات خاصة بأسرته، مثل بيانات المنطقة التابع لها، والحي الذي يسكن فيه، والجنسية، والمهنة، والدخل الشهري، وعدد أفراد الأسرة، والمستوى التعليمي، ... وهكذا.

ويتميز هذا النوع من المصادر بالدقة والثقة في البيانات، لأن الباحث هو الذي يقوم بنفسه بجمع البيانات من المفردة محل البحث مباشرة، ولكن أهم ما يعاب عليها أنها تحتاج إلى وقت ومجهود كبير، ومن ناحية أخرى أنها مكلفة من الناحية المادية.

ثانيا: المصادر الثانوية: وهي المصادر التي نحصل منها على البيانات بشكل غير مباشر، بمعنى آخر يتم الحصول عليها بواسطة أشخاص آخرين، أو أجهزة، وهيئات رسمية متخصصة، مثل نشرات وزارة الزراعة، ونشرات مصلحة الإحصاء، ونشرات منظمة الأغذية " الفاو"....وهكذا.

ومن مزايا هذا النوع من المصادر، توفير الوقت والجهد والمال، إلا أن درجة ثقة الباحث فيها ليست بنفس الدرجة في حالة المصادر الأولية.

2/4/1 أسلوب جمع البيانات

يتحدد الأسلوب المستخدم في جمع البيانات، حسب الهدف من البحث، وحجم المجتمع محل البحث، وهناك أسلوبين لجمع البيانات هما:

1- أسلوب الحصر الشامل. 2- أسلوب المعاينة.

أولا: أسلوب الحصر الشامل: يستخدم هذا الأسلوب إذا كان الغرض من البحث هو حصر جميع مفردات المجتمع، وفي هذه الحالة يتم جمع بيانات عن كل مفردة من مفردات المجتمع بلا استثناء، كحصر جميع المزارع التي تنتج التمور، أو حصر البنوك الزراعية في المملكة، ويتميز أسلوب الحصر الشامل بالشمول وعدم التحيز، ودقة النتائج، ولكن يعاب عليه أنه يحتاج إلى الوقت والمجهود، والتكلفة العالية.

ثانيا: أسلوب المعاينة: يعتم هذا الأسلوب على معاينة جزء من المجتمع محل الدراسة، يتم اختياره بطريقة علمية سليمة، ودراسته ثم تعميم نتائج العينة على المجتمع، ومن ثم يتميز هذا الأسلوب بالآتي:

1- تقليل الوقت والجهد.
2- تقليل التكلفة.
3- الحصول على بيانات أكثر تفصيلا، وخاصة إذا جمعت البيانات من خلال استمارة استبيان.
4- كما أن أسلوب المعاينة يفضل في بعض الحالات التي يصعب فيها إجراء حصر شامل، مثل معاينة دم المريض، أو إجراء تعداد لعدد الأسماك في البحر، أو معاينة اللمبات الكهربائية.

ولكن يعاب على أساوب المعاينة:أن النتائج التي تعتمد على هذا الأسلوب أقل دقة من نتائج أسلوب الحصر الشامل، وخاصة إذا كانت العينة المختارة لا تمثل المجتمع تمثيلا جيدا.

3/4/1 أنواع العينات

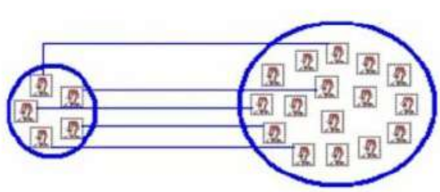
لكي نستعرض أنواع العينات، يتم أولا تحديد الفرق بين مجتمع الدراسة، والعينة المسحوبة من هذا المجتمع.

أ- **المجتمع:** هو مجموعة من المفردات التي تشترك في صفات، وخصائص محددة، ومجتمع الدراسة هو الذي يشمل جميع مفردات الدراسة، أي هو الكل الذي نرغب دراسته، مثل مجتمع مزارع إنتاج الدواجن، أو مجتمع طلاب الصف الثالث الثانوي.

ب- **العينة:** هو جزء من المجتمع يتم اختياره بطرق مختلفة بغرض دراسة هذا المجتمع.

شكل رقم (1)

الفرق بين المجتمع والعينة

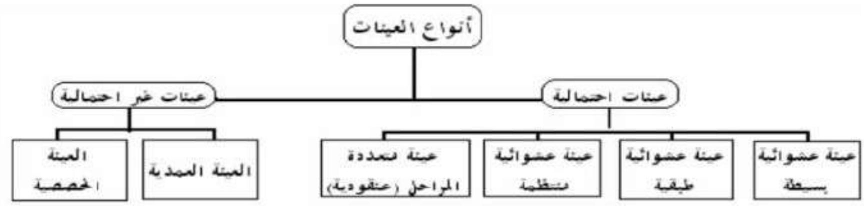


ويتوقف نجاح استخدام أسلوب المعاينة على عدة عوامل هي:

1- كيفية تحديد حجم العينة. 2- طريقة اختيار مفردات العينة 3- نوع العينة المختارة.

ويمكن تقسيم العينات وفقا لأسلوب اختيارها إلى نوعين هما:

أ- العينات الاحتمالية ب- العينات غير الاحتمالية



شكل رقم (2)

أولا: العينات الاحتمالية

هي العينات التي يتم اختيار مفرداتها وفقا لقواعد الاحتمالات، بمعنى آخر هي التي يتم اختيار مفرداتها من مجتمع الدراسة بطريقة عشوائية، بهدف تجنب التحيز الناتج عن اختيار المفردات، ومن أهم أنواع العينات الاحتمالية، ما يلي:

أ- العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample.

ب- العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample.

ت- العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample.

ث- العينة العنقودية أو المتعددة المراحل Cluster Sample.

ثانيا: العينات غير الاحتمالية

هي التي يتم اختيار مفرداتها بطريقة غير عشوائية، حيث يقوم الباحث باختيار مفردات العينة بالصورة التي تحقق الهدف من المعاينة، مثل اختيار عينة من المزارع التي تنتج التمور من النوع السكري، وأهم أنواع العينات غير الاحتمالية:

أ- العينة العمدية Judgmental Sample

ب- العينة الحصصية Quota Sample

الفصل الثاني

طرق عرض البيانات

الفصـــــــل الثاني
طرق عرض البيانات

1/2 مقدمـــــــــة

الخطوة التالية بعد جمع البيانات في مجال الإحصاء الوصفي، هو تبويب البيانـــات وعرضـــها بصورة يمكن الاستفادة منها في وصف الظاهرة محل الدراسة، من حيث تمركز البيانات، ودرجة تجانسها. وهناك طريقتين لعرض البيانات هما:

1- عرض البيانات جدوليا.
2- عرض البيانات بيانيا.

2/2 عرض البيانات جدوليا

يمكن عرض البيانات في صورة جدول تكراري، ويختلف شكل الجدول طبقا لنوع البيانـــات، وحسب عدد المتغيرات، وفيما يلي عرض بيانات متغير (وصفي أو كمي) في شكل جدول تكـــراري بسيط.

1/2/2 عرض بيانات المتغير الوصفي في شكل جدول تكراري بسيط

إذا كنا بصدد دراسة ظاهرة ما تحتوي على متغير وصفي واحد، فإنه يمكن عرض بياناتـــه في شكل جدول تكراري بسيط، وهو جدول يتكون من عمودين، أحدهما به مستويات (مجموعات) المتغير، والثاني به عدد المفردات (التكرارات) لكل مستوى (مجموعة).

والمثال التالي يبين لنا كيف يمكن تبويب البيانات الوصفية الخام في شكل جدول تكراري.

مثال **(2- 1)**

فيما يلي بيانات عينة من 40 مزرعة عن نوع التمر الذي تنتجه المزرعة.

سكري	خلاص	برحي	خلاص	برحي	خلاص	صقعي	خلاص
برحي	سكري	برحي	صقعي	خلاص	برحي	نبوت سيف	برحي
صقعي	برحي	سكري	خلاص	برحي	برحي	صقعي	خلاص
برحي	خلاص	برحي	سكري	نبوت سيف	صقعي	نبوت سيف	صقعي
خلاص	برحي	صفعي	نبوت سيف	سكري	برحي	صقعي	خلاص

والمطلوب:

1- ما هو نوع المتغير؟، وما هو المعيار المستخدم في قياس البيانات؟.
2- اعرض البيانات في شكل جدول تكراري.
3- كون التوزيع التكراري النسبي.
4- علق على النتائج.

الحـــل

1- نوع التمر **(**سكري **–** خلاص **–** برحي **–** صقعي **–** نبوت سيف **)** متغير وصفي، تقاس بياناته بمعيار اسمي.

2- لعرض البيانات في شكل جدول تكراري ، يتم إتباع الآتي:

- تكوين جدول تفريغ البيانات:

وهو جدول يحتوي على علامات إحصائية، كل علامة تعبر عن تكرار للمجموعة التي ينتمي إليها نوع التمر الذي تنتجه المزرعة، وكل خمس علامات تكون حزمة إحصائية، كما هو مبين بالجدول التالي:

جدول تفريغ البيانات

نوع التمر	العلامات الإحصائية	عدد المزارع (التكرارات)
سكري	~~////~~	5
خلاص	~~////~~ ~~////~~	10
برحي	~~////~~ ~~////~~ ///	13
صقعي	~~////~~ ///	8
نبوت سيف	////	4
Sum		**40**

- تكوين الجدول التكراري.

وهو نفس الجدول السابق، باستثناء العود الثاني، ويأخذ الصورة التالية:

جدول رقم **(2-1)**

التوزيع التكراري لعينة حجمها 40 مزرعة حسب نوع التمر الذي تنتجه

نوع التمر	عدد المزارع (التكرارات) (f)	التوزيع التكراري النسبي
سكري	5	$\frac{5}{40}=0.125$
خلاص	10	$\frac{10}{40}=0.25$
برحي	13	$\frac{13}{40}=0.325$
صقعي	8	$\frac{8}{40}=0.20$
نبوت سيف	4	$\frac{4}{40}=0.10$
Sum	**40**	**1.00**

المصدر: بيانات افتراضية.

3- التوزيع التكراري النسبي:

يحسب التكرار النسبي بقسمة تكرار المجموعة على مجموع التكرارات، أي أن:

$$\boxed{\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار المجموعة}}{\text{مجموع التكرارات } (n)} = \left(\frac{f}{\sum f}\right)} \qquad (١-٢)$$

والعمود الثالث في الجدول رقم **(2- 1)** يعرض التكرار النسبي للمزارعين حسب نوع التمر.

4- التعليق: من الجدول رقم **(2- 1)** يلاحظ أن نسبة المزارع التي تنتج النوع **"برحي"** في العينة هي 32.5% وهي أكبر نسبة مما يدل على أن النمط الشائع في إنتاج التمور هو ذلك النوع، بينما نجد أن نسبة المزارع التي تنتج النوع **"نبوت سيف"** حوالي 10.0% وهي أقل نسبة.

مثال **(2- 2)**

فيما يلي بيانات عن المستوى التعليمي لعينة من 50 فرد.

متوسط	يقرأ ويكتب	ثانوي	متوسط	ثانوي	أعلى من جامعي	متوسط	ابتدائي
يقرا ويكتب	متوسط	ثانوي	ثانوي	متوسط	ثانوي	ابتدائي	متوسط
ابتدائي	ثانوي	يقرا ويكتب	جامعي	ثانوي	ابتدائي	يقرا ويكتب	ثانوي
متوسط	ابتدائي	متوسط	ثانوي	ابتدائي	متوسط	جامعي	متوسط
ثانوي	متوسط	ابتدائي	ثانوي	يقرا ويكتب	ابتدائي	ثانوي	ابتدائي
جامعي	ثانوي	جامعي	ابتدائي	جامعي	أعلى من جامعي	ثانوي	ثانوي
متوسط	يقرا ويكتب						

والمطلوب: **1-** اعرض البيانات في شكل جدول تكراري.

2- كون التوزيع التكراري النسبي، ثم علق على النتائج.

الحـــل

1- عرض البيانات في شكل جدول تكراري:

المستوى التعليمي **(يقرأ ويكتب- ابتدائي_ متوسط- ثانوي- جامعي- أعلى من جامعي)** متغير وصفي ترتيبي، ويمكن عرض البيانات أعلاه في شكل جدول تكراري باتباع الآتي:

- تكوين جدول تفريغ البيانات:

جدول تفريغ البيانات

المستوى التعليمي	العلامات الإحصائية	عدد الأفراد (التكرارات)
يقرأ ويكتب	~~||||~~ |	6
ابتدائي	~~||||~~ ~~||||~~	10
متوسط	~~||||~~ ~~||||~~ ||	12
ثانوي	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~	15
جامعي	~~||||~~	5
أعلى من جامعي	||	2
Sum		**50**

- تكوين الجدول التكراري:

جدول رقم (2-2)

التوزيع التكراري لعينة حجمها 50 فرد حسب المستوى التعليمي

المستوى التعليمي	عدد الأفراد (التكرارات) (f)	التوزيع التكراري النسبي
يقرأ ويكتب	6	0.12
ابتدائي	10	0.20
متوسط	12	0.24
ثانوي	15	0.30
جامعي	5	0.10
أعلى من جامعي	2	0.04
Sum	**50**	**1.00**

المصدر: بيانات عينة

2- تكوين التوزيع التكراري النسبي.

بتطبيق المعادلة رقم **(2-1)** يمكن حساب التكرارات النسبية، والعمود الثالث في الجدول رقم **(2-2)** يبن هذا التوزيع،

ومن التوزيع النسبي يلاحظ أن حوالي 30% من أفراد العينة ممن لديهم مؤهل ثانوي، بينما يكون نسبة الأفراد ممن لديهم مؤهل اقل من الثانوي (متوسط، ابتدائي، يقرأ ويكتب) أكثر من 5%، أما نسبة الأفراد الحاصلين على مؤهل أعلى من جامعي حوالي 4% وهي أقل نسبة.

ملاحظات على الجدول

عند تكوين جدول ما لعرض البيانات، يجب مراعاة الآتي:

1- كتابة رقم للجدول.
2- كتابة عنوان للجدول.
3- لكل عمود من أعمدة الجدول عنوان يدل على محتواه.
4- يجب كتابة مصدر البيانات في الجدول.

2/2/2 عرض بيانات المتغير الكمي في شكل جدول تكراري بسيط

بنفس الأسلوب السابق المتبع في تكوين جدول تكراري، يمكن أيضا عرض بيانات المتغير الكمي في شكل جدول تكراري بسيط، ويتكون هذا الجدول من عمودين، الأول يحتوي على فئات تصاعدية للقراءات التي يأخذها المتغير، والثاني يشمل التكرارات أو عدد المفردات التي تنتمي قراءاتها للفئة المناسبة لها، والمثال التالي يبين كيف يمكن عرض البيانات الكمية بيانيا.

مثال **(2-3)**

فيما يلي بيانات درجات 70 طالب في الاختبار النهائي لمقرر مادة الإحصاء التطبيقي.

56	65	70	65	55	60	66	70	75	56
60	70	61	67	61	71	67	62	71	66
68	72	57	68	72	69	57	71	69	75
72	62	67	73	58	63	66	73	63	65
58	73	74	76	74	80	81	60	74	58
76	82	77	83	77	85	91	78	94	72
79	64	57	79	55	87	64	88	78	62

والمطلوب:

1- كون التوزيع التكراري لدرجات الطلاب.

2- كون التوزيع التكراري النسبي.

3- ما هو نسبة الطلاب الحاصلين على درجة ما بين 70إلى أقل من 80؟

4- ما هو نسبة الطلاب الحاصلين على درجة أقل من 70 درجة؟

5- ما هو نسبة الطلاب الحاصلين على درجة 80 أو أكثر ؟

الحـــل

1- تكوين التوزيع التكراري:

درجة الطالب في الاختبار متغير كمي مستمر، ولكي يتم تبويب البيانات في شـــكل جـــدول تكراري، يتم اتباع الآتي:

- حساب المدى Range(R)

$$\text{Range} = \text{Maximum} - \text{Minimum}$$
$$R = 94 - 55 = 39$$

- تحديد عدد الفئات Classes(C):

تتحدد عدد الفئات وفقا لاعتبارات منها: رأي الباحث، والهدف من البحث، وحجم البيانات، ويرى كثيرا من الباحثين أن أفضل عدد للفئات يجب أن يتراوح بين 5 إلى 15 ، بفـــرض أن عدد الفئات هو 8 فئات، أي أن: (C=8).

- حساب طول الفئة Length(L):

$$L = \frac{Range}{Classes} = \frac{R}{C} = \frac{39}{8} = 4.875 \approx 5$$

- تحديد الفئات:

الفئة تبدأ بقيمة تسمي الحد الأدنى، وتنتهي بقيمة تسمي الحد الأعلى، ومن ثم نجد أن :

– الحد الأدنى للفئة الأولى هو أقل قراءة (درجة) أي أن الحد الأدنى للفئة الأولى = 55

الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة = 55 + L = 55+5=60

إذا الفئة الأولى هي: "55 to les than 60 " وتقرأ " من 55 إلى أقل من 60 "

_ الحد الأدنى للفئة الثانية = الحد الأعلى للفئة الأولى = 60

الحد الأعلى للفئة الثانية = الحد الأدنى للفئة + طول الفئة = 5 + 60 = 65

إذا الفئة الثانية هي: "60 to les than 65" وتقرأ "من 60 إلى أقل من 65"

– وبنفس الطريقة يتم تكوين حدود الفئات الأخرى، وهي:

الفئة الثالثة : 65 to les than 70 الفئة الرابعة : 70 to les than 75

الفئة الخامسة: 75 to les than 80 الفئة السادسة: 80 to les than 85

الفئة السابعة: 85 to les than 90 الفئة الثامنة: 90 to les than 95

ويمكن كتابة الفئات بأشكال مختلفة كما هو مبين بجدول تفريغ البيانات:

- تكوين جدول تفريغ البيانات:

جدول تفريغ البيانات

الدرجة			العلامات	عدد الطلاب
فئات	فئات	فئات	الإحصائية	(التكرارات)
55 to les than 60	55 – 60	55-	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$	10
60 to les than 65	60 – 65	60-	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ //	12
65 to les than 70	65 – 70	65-	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ ///	13
70 to les than 75	70 – 75	70-	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$ /	16
75 to les than 80	75 – 80	75-	$\cancel{\|\|\|\|}$ $\cancel{\|\|\|\|}$	10
80 to les than 85	80 – 85	80-	////	4
85 to les than 90	85 – 90	85-	///	3
90 to les than 95	90 - 95	90-95	//	2
Sum				**70**

- تكوين الجدول التكراري:

جدول رقم **(2-3)**

التوزيع التكراري لعدد 70 طالب حسب درجاتهم في اختبار مقرر الإحصاء

فئات الدرجة	عدد الطلاب (التكرارات) (f)	التكرار النسبي
55 – 60	10	0.143
60 – 65	12	0.171
65 – 70	13	0.186
70 – 75	16	0.229
75 – 80	10	0.143
80 – 85	4	0.057
85 – 90	3	0.043
90 – 95	2	0.028
Sum	**70**	**1.00**

المصدر: بيانات نتيجة العام **1426هـ**

2- التوزيع التكراري النسبي:

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{f}{n}$$

والعمود الثالث في الجدول رقم **(2-3)** يبين التكرار النسبي.

3- نسبة الطلاب الحاصلين على درجات ما بين 70 إلى أقل من 80 هو مجموع التكرارين النسبيين للفئتين الرابعة والخامسة:

$0.229+0.143=0.372$ = نسبة الطلاب الحاصلين على درجات ما بين (70 , 80)

أي حوالي 37.2% من الطلاب حصلوا على درجات ما بين (70 , 80) .

4- نسبة الطلاب الحاصلين على درجات أقل من 70، هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الأولى والثانية، والثالثة:

$0.143+0.171+0.186=0.5$ = نسبة الطلاب الحاصلين على درجة أقل من 70

أي أن حوالي 50% من الطلاب حصلو على درجة أقل من 70 درجة

5- نسبة الطلاب الحاصلين على درجة 80 أو أكثر، هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الثلاث الأخيرة:

$0.057+0.043+0.028=0.128$ = نسبة الطلاب الحاصلين على درجات 80أو أكثر

أي أن حوالي 12.8% من الطلاب حصلوا على درجة 80 أو أكثر.

3/2 العرض البياني للبيانات الكمية

العرض البياني للبيانات، هو أحد طرق التي يمكن استخدامها في وصف البيانات، من حيث شكل التوزيع ومدى تمركز البيانات، وفي كثير من النواحي التطبيقية يكون العرض البياني أسهل وأسرع في وصف الظاهرة محل الدراسة، وتختلف طرق عرض البيانات بيانيا حسب نوع البيانات المبوبة في شكل جدول تكراري، وفيما يلي عرض للأشكال البيانية المختلفة.

1/3/2 المدرج التكراري Histogram

المدرج التكراري هو التمثيل البياني للجدول التكراري البسيط الخاص بالبيانات الكمية المتصلة، وهو عبارة عن أعمدة بيانية متلاصقة، حيث تمثل التكرارات على المحور الرأسي، بينما تمثل قيم المتغير (حدود الفئات) على المحور الأفقي، ويتم تمثيل كل فئة بعمود، ارتفاعه هو تكرار الفئة، وطول قاعدته هو طول الفئة.

مثال **(2- 4)**

فيما يلي التوزيع التكراري لأوزان عينة من الدواجن بالجرام، حجمها 100 اختيرت من أحد المزارع بعد 45 يوم.

الوزن	600-	620-	640-	660-	680-	700-720	Sum
عدد الدجاج	10	15	20	25	20	10	100

والمطلوب:

1- ما هو طول الفئة؟

2- ارسم المدرج التكراري.

3- ارسم المدرج التكراري النسبي، ثم علق على الرسم.

الحـــل

1- طول الفئة (L)

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{طول الفئة = الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة} \\ L = upper - Lower\end{array}} \qquad (٢-٣)$$

$$L = 620 - 600 = 640 - 620 = \ldots = 720 - 700 = 20$$

إذا طول الفئة = 20

2- رسم المدرج التكراري.

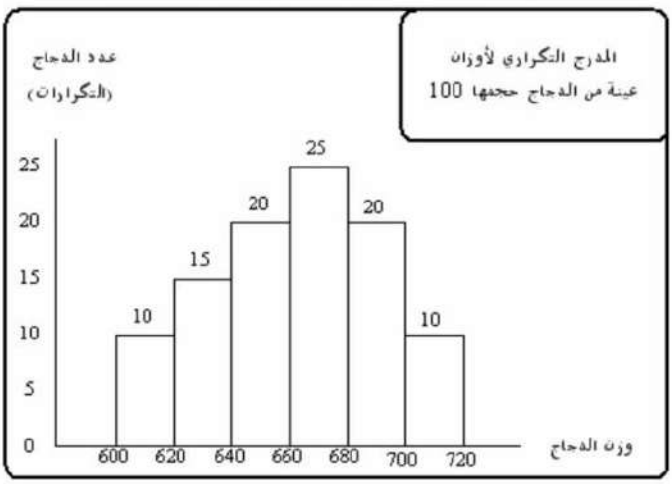
لرسم المدرج التكراري يتم إتباع الخطوات التالية:

- رسم محوران متعامدان، الرأسي ويمثل التكرارات، الأفقي ويمثل الأوزان.
- كل فئة تمثل بعمود ارتفاعه هو تكرار الفئة، وطول قاعدته هو طول الفئة.
- كل عمود يبدأ من حيث انتهى به عمود الفئة السابقة.

والشكل (**2- 1**) يبين المدرج التكراري لأوزان الدجاج.

شكل (2- 1)

المدرج التكراري لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة



3- رسم المدرج التكراري النسبي: لرسم المدرج التكراري النسبي يتم إجراء الآتي:

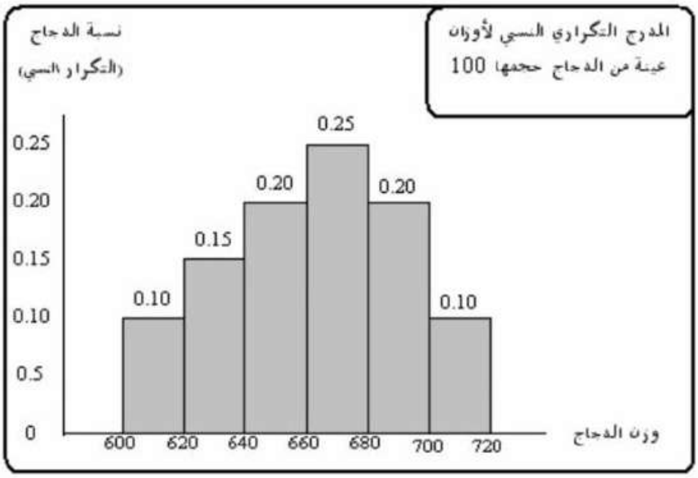
- حساب التكرارات النسبية.

الوزن	600-	620-	640-	660-	680-	700-720	Sum
عدد الدجاج	10	15	20	25	20	10	100
التكرار النسبي	0.10	0.15	0.20	0.25	0.20	0.10	1.00

- بإتباع نفس الخطوات السابقة عند رسم المدرج التكراري، يتم رسم المدرج التكراري النسبي، بإحلال التكرارات النسبية محل التكرارات المطلقة على المحور الرأسي، كما هو مبين في الشكل التالي:

شكل (2-2)

المدرج التكراري النسبي لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة



ومن الشكل أعلاه يلاحظ الآتي:

- أن 25% من الدجاج يتراوح وزنه بين 660 ، 680 جرام وهي أكبر نسبة.
- أن الشكل ملتوي جهة اليسار، مما يدل على أن توزيع أوزان الدجاج سالب الالتواء.

ملاحظات على شكل المدرج التكراري

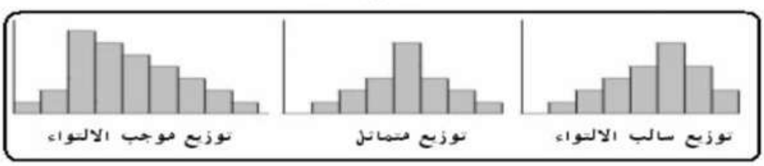
أ- أن المساحة أسفل المدرج التكراري تساوي مجموع التكرارات (n).

ب- أما المساحة أسفل المدرج التكراري النسبي، فهي تعبر عن مجموع التكرارات النسبية، وهي تساوي الواحد الصحيح.

ت- يمكن تقدير القيم الشائعة، وهي القيم التي يناظرها أكبر ارتفاع، ففي الشكلين السابقين، نجد أن الوزن الشائع يقع في الفئة (680-660) ويطلق عليه المنوال.

ث- يمكن معرفة شكل توزيع البيانات، كما هو مبين بالأشكال الثلاث التالية:

شكل (2-3)



2/3/2 المضلع التكراري

هو تمثيل بياني أيضا للجدول التكراري البسيط، حيث تمثل التكرارات على المحور الرأسي، ومراكز الفئات على المحور الأفقي، ثم التوصيل بين الإحداثيات بخطوط منكسرة، وبعد ذلك يتم توصيل طرفي المضلع بالمحور الأفقي.

ومركز الفئة هي القيمة التي تقع في منتصف الفئة، وتحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{٢}$$

$$Midpoint = \frac{Lower + Upper}{2} \qquad (٢-٣)$$

ونظرا لعدم معرفة القيم الفعلية لتكرار كل فئة، يعتبر مركز الفئة هو التقدير المناسب لقيمة كل مفردة من مفردات الفئة.

مثال **(2-5)**

استخدم بيانات الجدول التكراري في المثال **(2-4)** لرسم المضلع التكراري.

الحـــل

لرسم المضلع التكراري يتبع الآتي:

- حساب مراكز الفئات بتطبيق المعادلة رقم **(2-3)**

الوزن	عدد الدجاج (التكرار)	مركز الفئة (x)
600-	10	(600+620)/2= 610
620-	15	(620+640)/2=630
640-	20	650
660-	25	670
680-	20	690
700-720	10	(700+720)/710
Sum	100	

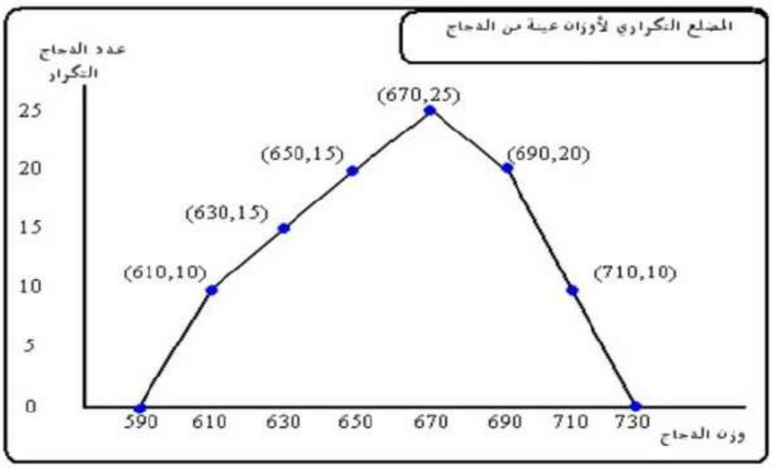
- نقط الإحداثيات هي :

مركز الفئة (x)	590	610	630	650	670	690	710	730
التكرار (y)	0	10	15	20	25	20	10	0

- التمثيل البياني لنقط الإحداثيات وتوصيلها بخطوط مستقيمة، كما هو مبين بالشكل **(2-4)**

شكل (2-4)

المضلع التكراري لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة

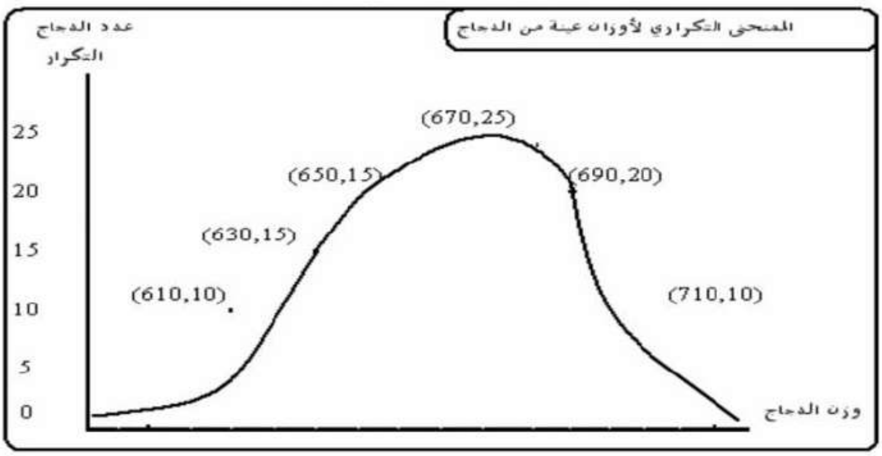


3/3/2 المنحنى التكراري

بإتباع نفس الخطوات السابقة في رسم المضلع يمكن رسم المنحنى التكراري، ولكن يتم تمهيد الخطوط المنكسرة في شكل منحنى بحيث يمر بأكثر عدد من النقاط، وفي المثال السابق يمكن رسم المنحنى التكراري، والشكل **(2-5)** يبين هذا الشكل.

شكل (2-5)

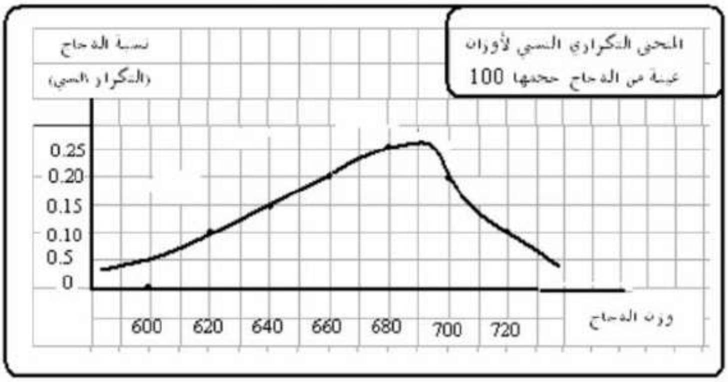
المنحنى التكراري لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة



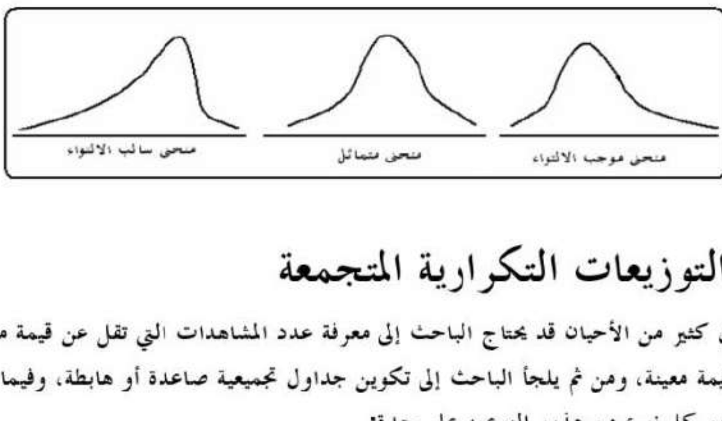
كما يمكن رسم المنحنى التكراري النسبي بتمثيل التكرارات النسبية على المحور الرأسي بدلا من التكرارات المطلقة، ومن ثم يأخذ هذا المنحنى الشكل رقم **(2-6)** التالي:

شكل (2-6)

المنحنى التكراري النسبي لأوزان عينة من الدجاج حجمها 100 دجاجة



والمنحنى التكراري أعلاه موجب الالتواء، كما أن المساحة أسفل هذا المنحنى تعبر عن مجموع التكرارات النسبية، أي أنها تساوي الواحد الصحيح، وهناك أشكال مختلفة للمنحنى التكراري النسبي، تدل على أشكال توزيع البيانات، ومن أهمها ما يلي:



3/3 التوزيعات التكرارية المتجمعة

في كثير من الأحيان قد يحتاج الباحث إلى معرفة عدد المشاهدات التي تقل عن قيمة معينة أو تزيد عن قيمة معينة، ومن ثم يلجأ الباحث إلى تكوين جداول تجميعية صاعدة أو هابطة، وفيما يلي بيان كيفية تكوين كل نوع من هذين النوعين على حدة:

1/3/3 التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

لتكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد، يتم حساب مجموع التكرارات **(عدد القيم)** التي تقل عن كل حد من حدود الفئات.

مثال **(2-6)**

الجدول التكراري التالي يبين توزيع 40 بقرة في مزرعة حسب كمية الألبان التي تنتجها البقرة في اليوم باللتر.

كمية الألبان	18-	22-	26-	30-	34-38	Sum
عدد الأبقار	4	9	15	8	4	40

والمطلوب:

1- كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد.

2- كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي.

3- ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد النسبي.

4- من المنحنى المتجمع أوجد الآتي:

- نسبة الأبقار التي يقل إنتاجها عن 28 لتر.
- كمية الإنتاج التي يقل عنها %25 من الأبقار.
- كمية الإنتاج التي يقل عنها %50 من الإنتاج.

الحل

1- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد.

توزيع تكراري متجمع صاعد

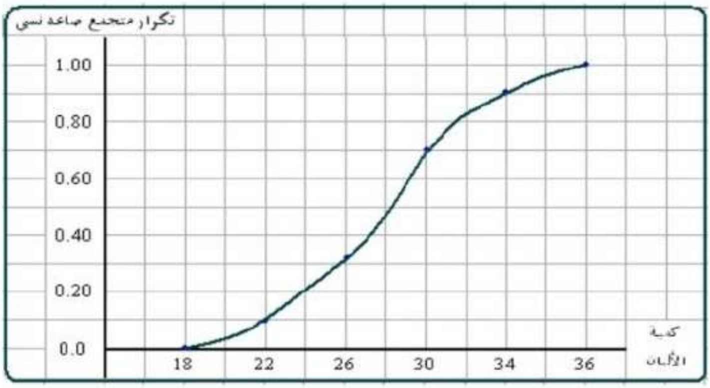
تكرار متجمع صاعد نسبي	تكرار متجمع صاعد	أقل من
0.00	0	أقل من 18
0.10	4	أقل من 22
0.325	13	أقل من 26
0.70	28	أقل من 30
0.90	36	أقل من 34
1.00	40	أقل من 38

التوزيع التكراري

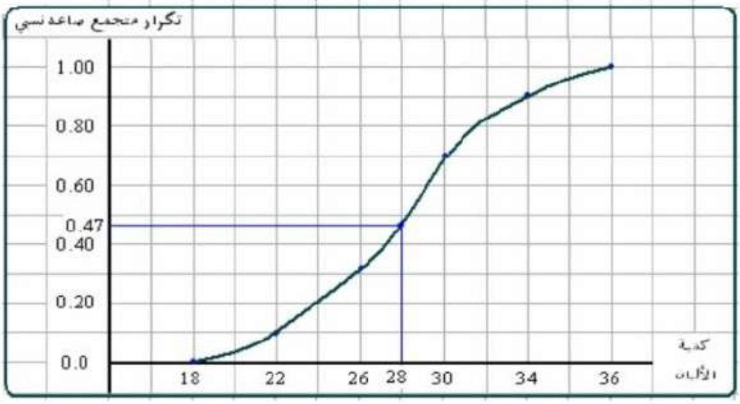
عدد الأبقار	كمية الإنتاج باللتر
4	18-
9	22-
15	26-
8	30-
4	34-38
40	Sum

2- التوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي: يحسب التكرار المتجمع الصاعد النسبي بقسمة التكرار المتجمع الصاعد على مجموع التكرارات، كما هو مبين بالعمود الأخير في جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد.

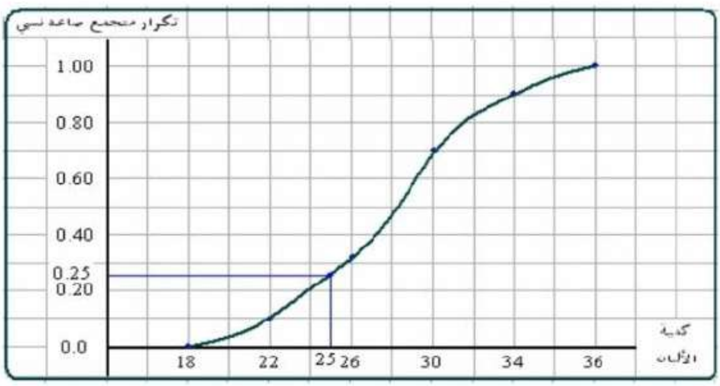
3- رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد: المنحنى التكراري المتجمع الصاعد النسبي هو التمثيل البياني للتوزيع التكراري المتجمع الصاعد النسبي، حيث تمثل حدود الفئات على المحور الأفقي، والتكرار المتجمع الصاعد النسبي على المحور الرأسي، ويتم تمهيد المنحنى ليمر بالإحداثيات، كما هو مبين في الشكل التالي:



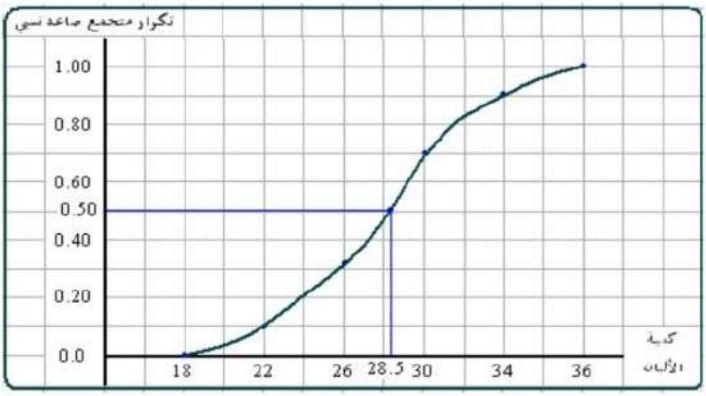
- نسبة الأبقار التي يقل إنتاجها عن 28 لتر هي 0.47 تقريبا.



- كمية الإنتاج التي يقل عنها 25% من قيم الإنتاج هي: 25 لتر تقريبا.



- كمية الإنتاج التي يقل عنها 50% من قيم الإنتاج هي: 28.5 لتر، ويطلق عليها الوسيط:



2/3/3 التوزيع التكراري المتجمع الهابط (النازل)

لتكوين الجدول التكراري المتجمع النازل، يتم حساب مجموع التكرارات **(عدد القيم)** التي تساوي أو تزيد عن كل حد من حدود الفئات.

مثال **(2- 7)**

استخدم بيانات الجدول التكراري في مثال **(2- 6)**، وأوجد الآتي:

1- كون التوزيع التكراري المتجمع النازل.

2- ارسم المنحنى التكراري المتجمع النازل النسبي.

الحل:

1- تكوين التوزيع التكراري المتجمع النازل.

توزيع تكراري متجمع نازل

تكرار متجمع نازل نسبي	تكرار متجمع نازل	أكثر من أو يساوي
1.00	40	أكثر من أو يساوي 18
0.90	36	أكثر من أو يساوي 22
0.675	27	أكثر من أو يساوي 26
0.30	12	أكثر من أو يساوي 30
0.10	4	أكثر من أو يساوي 34
0.00	0	أكثر من أو يساوي 38

التوزيع التكراري

عدد الأبقار	كمية الإنتاج باللتر
4	18-
9	22-
15	26-
8	30-
4	34-38
40	Sum

رسم المنحنى التكراري المتجمع النازل.

ملاحظات:

1- يمكن رسم المنحنيان في شكل بياني واحد، ويلاحظ أنهما يتقاطعان عند نقطة تسمى الوسيط.

2- يكون استخدامنا للمنحنى المتجمع الصاعد أكثر وأوقع من الناحية التطبيقية.

4/3 العرض البياني للبيانات الوصفية

يمكن عرض البيانات الخاصة بمتغير وصفي في شكل دائرة بيانية أو أعمدة بيانية، يمكن من خلاله وصف ومقارنة مجموعات أو مستويات هذا المتغير.

1/4/3 الدائرة البيانية

لعرض بيانات المتغير الوصفي في شكل دائرة، يتم توزيع الـ 360° درجة حسب التكرار النسبي لمجموعات المتغير، حيث تحدد مقدار الزاوية الخاصة بالمجموعة رقم i بتطبيق المعادلة التالية:

التكرار النسبي للمجموعة × 360° = مقدار الزاوية

مثال **(2-8)**

الجدول التكراري التالي يبين توزيع عينة حجمها 500 أسرة حسب المنطقة التي تنتمي إليها.

المنطقة	الرياض	الشرقية	القصيم	الغربية	sum
عدد الأسر	150	130	50	170	500

مثل البيانات أعلاه في شكل دائرة بيانية.

الحل:

1- تحديد مقدار الزاوية المخصصة لكل منطقة، بتطبيق المعادلة:

التكرار النسبي للمنطقة × 360° = مقدار الزاوية المخصص للمنطقة

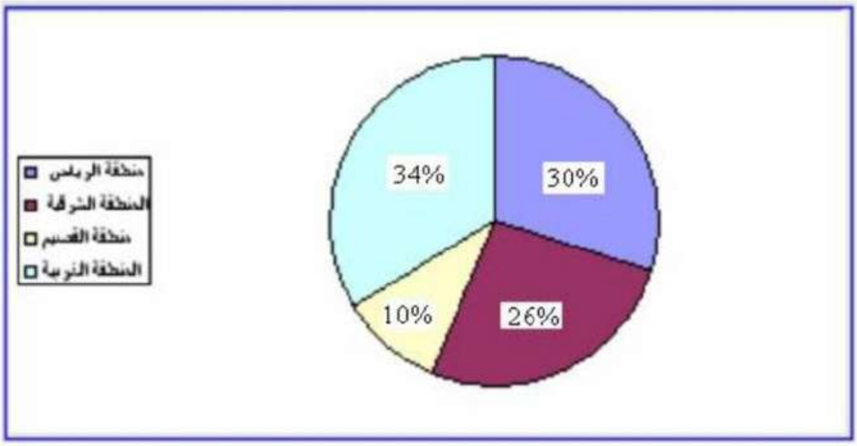
المنطقة	عدد الأسر	التكرار النسبي	مقدار الزاوية
الرياض	150	0.30	$360 \times 0.30 = 108^{o}$
الشرقية	130	0.26	$360 \times 0.26 = 93.6^{o}$
القصيم	50	0.10	$360 \times 0.10 = 36^{o}$
الغربية	170	0.34	$360 \times 0.30 = 122.4^{o}$
Sum	500	1.00	360^{o}

2- رسم الدائرة

يتم رسم دائرة وتقسيمها إلى أربع أجزاء لكل منطقة جزء يتناسب مع مقدار الزاوية المخصصة له، كما هو مبين في الشكل التالي:

شكل رقم **(2-7)**

الدائرة البيانية لعينة حجمها 500 أسرة موزعة حسب المنطقة



ومن الشكل أعلاه يلاحظ أن نسبة الأسر التي تنتمي للمنطقة الغربية حوالي 34% وهي أكبر نسبة في العينة، بينما يكون نسبة الأسر في منطقة القصيم حوالي 10% وهي أقل نسبة في العينة.

الباب الأول

علم الأحصاء

الخطوات الأحصائية للطرائق الأحصائية

وصف البيانات الأحصائية (تصنيفها - خصائصها)

العينات والمجتمع الأحصائي

علم الأحصاء

كلمة أحصاء (Statistic) أصطلاح قديم له عدة معانٍ ، المعنى الأول يقصد به البيانات الإحصائية(Statistical Data) وهي البيانات التي تقوم الجهات بجمعها من المجتمعات والظواهر المختلفة للتعبير عنها بصورة رقمية كعدد المواليد أو الوفيات وغيرها والمعنى الثاني يقصد بها الطرائق الأحصائية (Statistical Methods) والتي تعد من أهم الطرائق الأحصائية التي يقوم عليه مفهوم علم الأحصاء ويقتصر معنى الأحصاء فيه على :-

1. الأحصاء الوصفي .
2. الأحصاء الأستدلالي .

أذ هي وصف ومقارنة الظواهر أوالمتغيرات ، أي أثبات الحقائق العلمية المتصلة بها ، أما المعنى الثالث فقد تستعمل للتعبير عن النظريات الرياضية الأحصائية (Statistical Theories) والمعادلات التي يضعها الرياضيون المتخصصون في الأحصاء الرياضي .

والأحصاء في اللغة العد الشامل ، ومن المجاز قول العرب لم أر أكثر منهم حصى أي لم أر أكثر منهم عدداً ، وقد نشأ علم الأحصاء في أطار النظام السياسي للدولة على يد البارون فون بيفيلد (Von Biefeld) سنة (1770) وترجع النشأة الرياضية الصحيحة لهذا العلم إلى أبحاث لابلاس (Laplace) الرياضي الفرنسي وجاوس (Gaus) الرياضي الألماني وجولتون (Galton) العالم الأنكليزي وكارل بيرسون (Karel Pearson) الرياضي الأنكليزي .

تعريفات :

علم الأحصاء : علم يبحث في جمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها وعرضها ثم تحليل البيانات من أجل الوصول إلى نتائج تفيد في أتخاذ القرارات عند ظهور حالات عدم التأكد .

- عملية حصر وحدات المجتمعات كلها أو بعضها بطرائق معينة لدراستها والألمام بخصائصها وصفاتها مادامت هذه الوحدات تمثل الكائنات الحية أو غير الحية .

- العلم الذي يبحث في جمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها وأستقراء النتائج وأتخاذ القرارات بناءاً عليها .

الاحصاء الوصفي :

هو العلم الذي يساعد في تصنيف وتلخيص وعرض البيانات . يتضمن الأحصاء الوصفي جمع وعرض ووصف البيانات العددية وتقتصر وظيفة الأحصاء الوصفي على وصف العينات فقط وذلك من خلال البيانات التي يتم جمعها من هذه العينات بواسطة مجموعة من الأساليب الأحصائية وهي :

- الجداول الأحصائية ومن أهمها الجداول التكرارية .
- التمثيل البياني – الرسوم البيانية ومن أهمها الأعمدة البيانية ، الدائرة البيانية.
- مقاييس النزعة المركزية وتتضمن الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال .
- مقاييس التشتت وتتضمن المدى ، التباين ، المدى الربيعي ، الأنحراف المتوسط والأنحراف المعياري .
- مقاييس الوضع النسبي وتتضمن الدرجة المعيارية ، الربيعيات والمئينات .
- مقاييس الأرتباط وتتضمن أرتباط بيرسون ، ارتباط كندال ، ارتباط سبيرمان

الاحصاء الاستدلالي :

هو العلم الذي يختص في تحليل بيانات المجموعة والملخصة بهدف الوصول إلى نتائج تفيد في أتخاذ القرارات عند ظهور حالة عدم التأكد .

المجتمع الأحصائي : تلك المجموعة الأصلية التي تؤخذ منها العينة وقد تكون هذه المجموعة مدارس ، كتب ، سكان أو أية معدات أخرى .

الخطوات الأحصائية للطرائق الأحصائية :

الطريقة الأحصائية هي الطريقة العلمية الخاصة بمعالجة النواحي الخاضعة للتحليل الكمي القياسي (الأرقام) ولهذا نجد أن تطبيق الطريقة الأحصائية مرهون بأمكانية التعبير عن الظواهر تعبيراً رقمياً .

وتلاقي هذه الطريقة الأهتمام والأنتشار في مختلف مجالات البحث فكل الباحثين يريدون الوصول إلى النتائج الدقيقة وحل المشاكل العلمية التي يواجهونها

بأقصر الطرق وأقل كلفة وهذا ما يهيئه لهم أتباع الطريقة الأحصائية. وعلى هذا يمكن كتابة المراحل الرئيسة لهذه الطريقة بما يأتي :

- جمع البيانات : عن طريق أدوات البحث أو وسائل جمع البيانات مثل المقابلة – الأستبيان – الأختبار .
- تصنيف البيانات وتبويبها : هو جعل البيانات كل حسب صفته ذكوراً وأناثاً أو التصنيف حسب المهنة أو الحالة الزوجية .
- تمثيل البيانات (عرض البيانات) : يتم عرضها بيانياً أما بأشكال بيانية او جداول مبوبة .
- تحليل البيانات : استخدام المعالجات الأحصائية كمقاييس النزعة المركزية أو التشتت أو العلاقات حسب ما يحتاجه الباحث .
- الحكم على البيانات : يقوم الباحث بمقارنة النتائج التي توصل إليها الباحث من معالجاته الأحصائية مع قيم جدولية ثابته مثل قيم (ت) (ف) (ر) الجدولية للتأكد من صحة الفروض التي وضعها لأستخلاص النتائج والتوصيات النهائية .

وصف البيانات الأحصائية (تصنيفها – خصائصها)

البيانات : هي الدرجات المتجمعة التي يتم الحصول عليها عندما يتم

- قياس سلوك المختبر .
- المعلومات التي يتم تلخيصها عن موضوع معين .
- اسم يشير إلى مجموعة من القياسات أو المعطيات أو الوقائع .

المادة الخام التي يتم الحصول عليها مباشرة من عملية القياس وفقاً للأجراءات البحثية .

البيانات الأحصائية : هي الدرجات المتجمعة والتي يتم الحصول عليها من خلال أجراء أختبارات أو قياسات تعنى بالسلوك أو التصرف للأفراد المختبرين أو المفحوصين .

تصنيف البيانات :

عندما نتعامل مع الطرائق الأحصائية المختلفة بغرض وصف البيانات فأننا نطلق على هذا الأسلوب مصطلح الوصف الأحصائي للبيانات حيث يتم التعبير عن هذا المصطلح بالأرقام أو وحدات القياس الخاصة حيث يطلق على الأرقام أو الوحدات أسم البيانات .

وتصنف البيانات الأحصائية من حيث المصدر إلى :

البيانات الخام : Raw Data وهي البيانات التي يتم الحصول عليها مباشرة من عملية القياس .

الدرجات الخام : Raw Scores وهي الدرجات التي يتم الحصول عليها من تطبيق الأحصاء الوصفي على البيانات الخام .

وتصنف البيانات وفقاً لطبيعة عملية القياس إلى فئتين رئيستين هما :

البيانات النوعية : وتكون منسوبة إلى شيء لا يمكن للباحث أن يعدل فيه مثل لون العينين ، لون البشرة .

البيانات الكمية : وتشير إلى النتائج التي يتم الحصول عليها في شكل كميات عددية أو في شكل قياسات كالطول والوزن وتتضمن نوعين من البيانات ، بيانات منفصلة وبيانات متصلة .

خصائص البيانات :

من أهم الخصائص المميزة للبيانات الأحصائية ما يأتي :

- أن البيانات عبارة عن مجموعة من القيم يتم الحصول عليها من المجتمع أو العينة.
- يتم الحصول عليها بطرائق مختلفة كالمقابلة والأستبيان والملاحظة ... الخ .
- أن البيانات تشير إلى قيم فعلية يتم الحصول عليها من التجارب المختلفة .
- ان البيانات في البحوث العلمية تمثل حقائق ، والحقيقة (حدث أو واقعة أو خبرة تتصف بقدر كبير من الثبات)

العينات والمجتمع الأحصائي :

من الطبيعي أن المجتمعات وخاصة الكبيرة منها يصعب دراستها أو التعرف عليها بصورة دقيقة بسبب ما يواجه الباحث من عقبات لتغطية دراسة المجتمع بأكمله لذلك فهو يلجأ إلى أخذ جزء صغير من المجتمع يقوم بدراسته وتحليله ويسمى هذا الجزء العينة . ويعرف المجتمع بأنه عبارة عن جميع المفردات التي يمكن أن يأخذها المتغير وتعرف العينة بأنها ذلك الجزء الخاص المأخوذ من المجتمع الأصلي والتي عن طريقها يمكن الحصول على البيانات الفعلية اللازمة للتجربة .

وهناك عدة أنواع من الأمثلة لأختيار العينات :

- يتوقف حجم العينة على درجة الدقة المطلوبة وحجم مجتمع البحث ومدى تجانسه ونوع العينة المستخدمة وخبرة القائمين بالبحث والمستوى الثقافي لأفراد العينة ومدى توافر الأمكانات لدى الباحث.

وتنقسم العينات من حيث الحجم إلى قسمين هما :

- العينات الصغيرة : تتكون عادة من (100) وحدة فأقل ولا يحتاج الباحث إلى تبويب قيم هذه الوحدات نظراً لقلة عددها ويجب الأهتمام بدرجات الحرية لأنها تؤثر في المقاييس المستخرجة تأثيراً ملموساً .
- العينات الكبيرة : تزيد عادة عدد وحداتها عن (100) وحدة ويضطر الباحث إلى تبويب قيم هذه الوحدات على شكل توزيع تكراري نظراً لكثرة عددها أما أستعمالها فيعد أهم من استعمال العينات الصغيرة .

أنواع العينات :

- العينة العشوائية : وهي العينة التي نختار وحداتها من الأطار الخاص بها على أساس يهيء فرص أنتقاء متكافئة لجميع وحدات المجتمع المسحوبة منه ومن أهم مزاياها :
- أبسط أنواع العينات وأهمها .
- خالية تماماً من خطأ التحيز .
- تطبق عليها القوانين الأحصائية في حساب حدود خطأ المصادفة .
- العينة المنظمة : يتم أختيار وحداتها بحيث تكون المسافة أو الفترة بين كل وحدة وأخرى ثابتة لجميع وحدات العينة ومن أهم مزاياها :
- أسهل في أختيارها من العينة العشوائية .
- تمثل المجتمع تمثيلاً أدق .

العيوب :

- تحليلها الأحصائي أصعب .
- لا يمكن أستخدامها إذا كان الأطار مكوناً من مجموعات متتالية ومتساوية ومتماثلة.
- العينة الطبقية : تحتاج إلى دراسة المجتمع لتقسيمه إلى طبقات أو مجموعات متجانسة لظاهرة لها علاقة بالمتغير المطلوب بحثه على أن يكون حجم كل طبقة في العينة متناسباً مع حجم الطبقة المناظرة في

المجتمع الأساس ويتم أختيار وحدات كل طبقة في العينة على حدة بطريقة عشوائية . ومن أهم مزاياها:

- تحتوي على وحدات من كل طبقة .
- أدق تمثيلاً للمجتمع من العشوائية والمنتظمة

تمرينات للمراجعة

ماذا تعني لكل المصطلحات الآتية :

(الأحصاء - الأحصاء الوصفي - الأحصاء الأستدلالي - المجتمع الأحصائي - البيانات - المجتمع البيانات الأحصائية - البيانات الخام - الدرجات الخام - العينة

عدد فقط

- ما الأساليب الأحصائية التي يتم بواسطتها جمع البيانات .
- ما المراحل الرئيسة للطريقة الأحصائية .
- ما تصنيفات البيانات الأحصائية من حيث المصدر و طبيعة عملية القياس .
- ما الخصائص المميزة للبيانات الأحصائية .
- على ماذا يتوقف حجم العينة .
- ما مزايا العينة العشوائية – العينة المنتظمة – العينة الطبقية .

الباب الثاني

التوزيع التكراري والأشكال البيانية
جدول التكرار المتجمع الصاعد والنازل
العرض البياني

التوزيع التكراري والأشكال البيانية

التوزيع التكراري : هو عبارة عن توزيع البيانات المأخوذة عن ظاهرة معينة على الفئات بحيث تقع كل مفردة في فئة واحدة فقط .

أن من أهم الخدمات التي يقدمها الأحصاء للبحوث المختلفة كيفية تنظيم وأختصار البيانات بشكل يسمح للعقل أن يتفهمها ومن أهم الوسائل التي يستخدمها الأحصائيون لهذا الغرض هو عمل توزيع تكراري لتلك البيانات فاذا فرضنا أن البيانات الأصلية كانت محدودة العدد حوالي (10) قيم فمن الجائز أن تضعها في شكل مرتب أما تصاعدياً أو تنازلياً ويطلق على القيم في وصفها الجديد أسم التوزيع المنتظم فاذا كانت القيم (15 – 10 – 40 – 19 - 18 – 30 – 16 – 25 – 20 - 20) فان ترتبها تصاعدياً سيكون على ما يأتي :

(10 – 15 – 16 – 18 – 19 – 20 – 20 – 25 – 30 - 40) لكي يتعرف القارئ على:

- مدى تغيير القيم المعطاة .
- تركزها عند قيمة أو قيم معينة أو أنعدام هذا التركيز .
- استمرار هذه القيم خلال المدى كله أو انعدام هذا الأستمرار في بعض أجزائه .

نرى أن مدى التغيير يتراوح بين (10 - 40) وأن عدداً لا بأس به يتركز عند (15 - 20) وأن ليس هناك قيم بين (30 - 40) وهي نهاية المدى . لذا لا يمكن الأكتفاء بهذه الفكرة كوسيلة لأختصار البيانات إذا كان عددها كبيراً فلا بد في هذه الحالة اللجوء إلى التوزيع التكراري .

أما جداول التوزيع التكراري فهو عبارة عن جداول مرتبة بشكل تصاعدي أو تنازلي تقسم إلى أصناف بحسب صفات مميزة ويسمى كل قسم أو صنف بالفئة ويسمى هذا التوزيع بالتوزيع التكراري والفئات أما متساوية أو غير متساوية وأن لكل فئة بداية تسمى بالحد الأدنى ونهاية تسمى بالحد الأعلى والقيمة الواقعة عند منتصف الفئة تسمى مركز الفئة .

مركز الفئة = $\dfrac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{2}$	طول الفئة = $\dfrac{\text{(الحد الأعلى - الحد الأدنى) + 1}}{\text{عدد الفئات}}$

أما تكرار الفئة فهو عدد المفردات أو القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ويرمز لها بـ(ك) ويجب أن يكون مجموع التكرارات دائماً مساوياً للعدد الكلي لقيم الظاهرة (ن) .

والفئات هي المجاميع التي قسمت اليها قيم المتغير وكل فئة تأخذ مدى معيناً من قيم المتغير .

مثال / فيما يأتي بيانات خام تمثل درجات طلبة كلية التربية الرياضية في مادة الأحصاء ، سيتم تحويل هذه البيانات إلى جدول تكراري في توزيعات تكرارية (فئات) على وفق خطوات سيتم ذكرها لاحقاً .

(24 – 27 – 28 – 29 – 30 – 31 – 32 – 33 – 34 – 35 – 36 – 37 – 38 - 39 – 40 – 41 – 42 - 42 – 42 – 43 – 43 – 43 – 43 – 44 – 44 – 44 – 44 - 45 – 45 – 45 – 46 – 46 – 46 - 46 – 47 – 47 – 47 – 47 – 48 – 48 – 48 - 49 – 49 – 49 – 49 – 50 – 50 – 50 – 50 – 51 - 52 – 52 – 52 – 53 – 53 - 53 – 53 – 53 – 54 – 54 – 54 – 54 – 55 – 55 – 55 – 56 – 56 - 57 – 58 - 58) .

الرقم	التكرار	الرقم	التكرار	الرقم	التكرار	الرقم	التكرار	الرقم	التكرار	الرقم	التكرار
24	1	32	1	38	1	44	4	50	4	56	2
27	1	33	1	39	1	45	3	51	1	57	1
28	1	34	1	40	1	46	4	52	3	58	2
29	1	35	1	41	1	47	4	53	5		
30	1	36	1	42	3	48	3	54	4		
31	1	37	1	43	4	49	4	55	3		

في مثل هذا الجدول تم تبويب التكرارات تبويباً تصاعدياً أعتباراً من أقل رقم (24) إلى أعلى رقم (58) وتم تثبيت التكرارات أزاء كل رقم لكن هذه الجداول لا

تعطينا فكرة سريعة عن حقيقة البيانات الموجودة في الجدول لذا لابد للباحث أن يلجأ إلى طريقة لأختصار هذا الحجم من الجدول وتنظيم البيانات تنظيماً يسهل الحكم على مستوى العينة وأفضل طريقة هي طريقة توزيع البيانات على فئات لذا سنتبع الخطوات الآتية :

1. أستخراج مدى المتغير:

ويستخرج عن طريق المعادلة الآتية : المدى = أعلى قيمة - أدنى قيمة

المدى $= 58 - 24 = 34$

2. أختيار وتحديد عدد الفئات :

هناك عدة طرائق لأيجاد عدد الفئات مثل طريقة (بول) ولكن يمكن للباحث أن يختار من (5 – 15) فئة وذلك تبعاً لطبيعة البيانات وعدد مفرداتها ومدى المتغير فيها وفي مثالنا هذا سنختار (5) فئات توزع عليها البيانات الخام .

3. أيجاد طول مدى الفئة :

طول الفئة هو مقدار المدى بين حدي الفئة . ويستخرج عن طريق الآتي :

$$\text{طول الفئة} = \frac{(\text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى}) + 1}{\text{عدد الفئات}}$$

وفي مثالنا نستخرج طول الفئة بعد أن حددنا عدد الفئات بـ (5) فئات .

$$\text{طول الفئة} = \frac{(58 - 24) + 1}{5} = \frac{34 + 1}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

4. كتابة حدود الفئات :

يجب كتابة حدود الفئات بحيث تقع جميع قيم المتغير بين الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة ويستحسن أن نبدأ بكتابة الحد الأدنى للفئة الأولى بقسمة أصغر مفردة أو أقل من ذلك بقليل وتنتهي بالحد الأعلى للفئة الأخيرة بقيمة أكبر مفردة أو أكثر من ذلك بقليل لذا تكتب توزيعات الفئات للبيانات السابقة على النحو الآتي :

تسلسل الفئة	الفئات
1	30 - 24

2	37 - 31
3	44 - 38
4	51 - 45
5	58 - 52

تكتب الفئات في هذه الطريقة عندما يكون لدينا بيانات منفصلة أي أعداد صحيحة لا تقبل الكسور مثال ذلك (عدد الطلاب في الصف) . وقد تكتب الفئات حسب الأسلوبين الآتيين ويأتي أستخدام هذين الأسلوبين عندما تكون الأعداد غالباً متغيراً متصلاً أي قيمة رقمية بكسر مثال ذلك (أطوال الطلبة أو أوزانهم)

- **الأسلوب الأول :**

تسلسل الفئة	الفئات
1	24 إلى 30 فأقل
2	31 إلى 37 فأقل
3	38 إلى 44 فأقل
4	45 إلى 51 فأقل
5	52 إلى 58 فأقل

- **الأسلوب الثاني :**

تسلسل الفئة	الفئات
1	- 24
2	- 31
3	- 38
4	- 45
5	58 - 52

5. أستخراج عدد التكرارات لكل فئة :

بعد تثبيت الفئات في الجدول نبدأ بوضع التكرارات (العلامات) للمفردات ثم نحسب في النهاية العلامات ونضع أمامها الرقم الذي يمثل التكرار الحقيقي لتلك الفئة .

الفئات	التكرار بالعلامة	التكرار رقماً
30 - 24	IIIII	5
37 - 31	IIIII II	7
44 - 38	IIIII IIIII IIIII	15

<table>
<tr><td>51 - 45</td><td>||| ||||| ||||| ||||| |||||</td><td>23</td></tr>
<tr><td>58 - 52</td><td>||||| ||||| ||||| |||||</td><td>20</td></tr>
<tr><td>المجموع</td><td>70 علامة</td><td>70</td></tr>
</table>

وهنا يجب التأكد من أن المجموع الكلي للتكرارات يجب أن يساوي العدد الكلي لقيم المتغير .

6. أستخراج مراكز الفئات :

وتستخرج مراكز الفئات باستخدام المعادلة الآتية :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

$$\text{مركز الفئة الأولى} = \frac{30 + 24}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

$$\text{مركز الفئة الثانية} = \frac{37 + 31}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

وهكذا يتم استخراج مراكز الفئات الأخرى والجدول الآتي يبين مراكز الفئات :

تسلسل الفئات	الفئات	مراكز الفئات	التكرار
1	30 - 24	27	5
2	37 - 31	34	7
3	44 - 38	41	15
4	51 - 45	48	23
5	58 - 52	55	20
المجموع			70

جدول التكرار المتجمع الصاعد والنازل :

يسمى الجدول الذي تتجمع فيه التكرارات على التوالي من أحد طرفيه إلى طرفه الآخر وصولاً إلى التكرار الكلي بـ (الجدول المتجمع) ويكون على شكلين

1. جدول التكرار المتجمع الصاعد وذلك إذا جمعنا التكرارات من الفئة الدنيا إلى ان نحصل على الفئة الكبيرة العليا .
2. جدول التكرار المتجمع النازل وذلك إذا وضعنا التكرارات المتجمعة مبتدئين من الفئة العليا إلى ان نصل إلى الفئة الدنيا .

جدول تكراري سيتم حل الأمثلة الآتية عليه

الفئات	التكرار بالأشارات	التكرار بالعدد
40 -	||||	4
50 -	|||	3
60 -	||||| ||	7
70 -	||||	4
80 – 89	||	2
المجموع	20 أشارة	20

مثال /

أعمل جدولاً تكرارياً متجمعاً صاعداً وجدولاً تكرارياً متجمعاً نازلاً من الجدول السابق ؟

الحل /

أ - جدول التكرار المتجمع الصاعد :

الحدود العليا للفئات	التكرارات	التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات	التكرارات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 50	4	4	أقل من 80	4	18
أقل من 60	3	7	أقل من 90	2	20
أقل من 70	7	14			

ب - جدول التكرار المتجمع النازل :

الحدود الدنيا للفئات	التكرارات	التكرار المتجمع النازل	الحدود الدنيا للفئات	التكرارات	التكرار المتجمع النازل
40 فأكثر	4	20	70 فأكثر	4	6
50 فأكثر	3	16	80 - 89	2	2
60 فأكثر	7	13			

مثال /

أجرى باحث أختباراً لـ (80) طالباً من طلبة كلية التربية الرياضية وقد حصلوا على درجات تتراوح بين (4 درجات إلى 18 درجة) . علمـاً أن طـول الفئة يسـاوي (3 وحدات) قياسية والدرجات كما مدرجة فيما يأتي .

(4 – 4 – 4 – 5 – 6 – 6 – 6 – 7 – 7 – 7 – 7 – 8 – 8 – 8 – 8 – 9 – 9
– 9 – 9 – 9 – 10 10 – 10 – 10 – 10 – 10 – 11 – 11 – 11 – 11 –
11 – 11 – 11 – 12 – 12 – 12 – 12 - 12 12 – 13 – 13 – 13 – 13 –
13 – 13 – 13 - 13 – 14 – 14 – 14 – 14 – 14 – 14 – 15 – 15 15 –
15 – 15 – 15 – 15 - 15 – 15 – 16 – 16 – 16 – 16 - 17 – 17 – 17
– 17 – 18 – 18 – 18 – 18 – 18 – 18 – 18 – 18 – 18 – 18) .

المطلوب :

- رتب القيم ترتيباً تصاعدياً .
- أوجد التكرار لكل فئة .
- أوجد مركز الفئة .
- أوجد التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل .

الحل /

- أنها منظمة ومرتبة تصاعدياً .
- نستعمل الوحدة القياسية (طول الفئة) وهي (3) درجات ونثبت التكرارات

الفئات	التكرار	الفئات	التكرار
4 - 6	7	13 - 15	23
7 - 9	13	16 - 18	18
10 - 12	19	المجموع	80

- أيجاد مركز الفئة .

الفئات	مركز الفئة
4 - 6	5
7 - 9	8
10 - 12	11
13 - 15	14
16 - 18	17

- **أيجاد التكرار المتجمع الصاعد .**

حدود الفئة	التكرارت	التكرار المتجمع الصاعد

أقل من 7	7	7
أقل من 10	13	20
أقل من 13	19	39
أقل من 16	23	62
أقل من 19	18	80

الحالة الأولى = صفر + 7 = 7

الحالة الثانية = 7 + 13 = 20

الحالة الثالثة = 20 + 19 = 39

الحالة الرابعة = 39 + 23 = 62

الحالة الخامسة = 62 + 18 = 80

- **أيجاد التكرار المتجمع النازل .**

حدود الفئة	التكرارات	التكرار المتجمع النازل
4 فأكثر	7	80
7 فأكثر	13	73
10 فأكثر	19	60
13 فأكثر	23	41
16 - 18	18	18

الحالة الأولى = 80

الحالة الثانية = 80 - 7 = 73

الحالة الثالثة = 80 - (7 + 13) = 60

الحالة الرابعة = 80 - (7 + 13 + 19) = 41

الحالة الخامسة = 80 - (7 + 13 + 19 + 23) = 18

عرض البيانات

عندما يقدم باحث ما نتائج بحثه إلى شخص عادي أو متخصص فأنهم يرغبون بالحصول على المعلومات بأقل جهد ووقت ، وهنا لا بد له أن يضع المعلومات في جداول أو أشكال توضيحية وهذه الطريقة تسمى بالعرض البياني . ويكتسب العرض الجدولي أهمية كبرى بعد أن يقوم الباحث بتفريغ البيانات الأحصائية ضمن جداول لها ميزات رئيسة منها :

- أن يكون للجدول عنوان كامل مختصر معبر عما يحويه الجدول من بيانات .
- أن يضع عنوانين بارزين لكل من الصفوف والأعمدة .
- أن يعطي لكل جدول رقماً معيناً .
- أن ترتب البيانات في الجدول حسب الأهمية والتسلسل الزمني .

وهناك نوعان من الجداول الأحصائية :

الجدول البسيط :

وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة الظاهرة إلى فئات أو مجموعات والثاني يبين عدد المفردات التابعة لكل فئة أو مجموعة مثل التالي الذي يبين توزيع عدد طلبة كلية التربية حسب أوزانهم بالـ (كغم)

مثال :

قام باحث بأخذ أوزان (40) طالباً من كلية التربية الرياضية . المطلوب تمثيل هذه البيانات في جدول بسيط ؟

67	67	67	67	66	66	65	65	65	64	64	64	63	63	63	62	61	61	60	60
74	74	74	73	73	73	73	72	71	71	70	70	70	70	70	70	69	69	69	68

الحل /

- أنها منظمة ومرتبة تصاعدياً .
- نستعمل الوحدة القياسية (طول الفئة) وهي (3) درجات ونختار عدد الفئات وهو (5) فئات .

فئات الوزن بالـ (كغم)	عدد الطلبة
62 - 60	5
65 - 63	9
68 - 66	7
71 - 69	11
74 - 72	8
المجموع	40

الجدول المركب :

وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين أو ظاهرتين أو أكثر في الوقت نفسه فمثلاً الجدول المزدوج لصفتين يتألف من :

الصفوف : وتمثل فئات أو مجاميع أحدى الصفتين .
الأعمدة : وتمثل فئات أو مجاميع الصفة الأخرى .
أما المربعات التي تقابل الصفوف والأعمدة فتحتوي على عدد المفردات أو التكرارات المشتركة في فئات ومجاميع كلا الصفتين .

مثال /
قام باحث بقياس أطوال (س) وأوزان (ص) لـ(20) طالباً من طلبة كلية العلوم وقد حصل على البيانات الآتية . **المطلوب** تمثيل البيانات في جدول تكراري مزدوج ؟

س	159	160	175	170	175	165	180	175	173	160	159	170	157	165	170	165	170	154	170	154
ص	60	55	65	70	75	60	90	83	65	56	46	65	49	48	69	60	72	45	56	74

الحل /
أولاً : نحدد أعلى قيمة وأقل قيمة للأطوال (180 - 154) والأوزان (90 – 45) .
ثانياً : نستخرج المدى لكل صفة فالطول مداه (26) والوزن مداه (45) .
ثالثاً : أستخراج طول مدى الفئة وعدد الفئات لكل صفة .
رابعاً : نختار عدد الفئات ولمثالنا هذا كانت (5) فئات .
خامساً : طول الفئة لصفة للطول : (180 - 154) + 1 = 26 + 1 ÷ 5 = 5.4 ويكون (6)
سادساً : طول الفئة لصفة الوزن : (90 - 45) + 1 = 45 + 1 ÷ 5 = 9.2 ويكون (10)
سابعاً : يكون حساب التكرارات لكل فئة على ما يأتي :

- الفئة الأولى (154 - 159) نجد بأن هناك خمس قيم للأطوال هي (159 – 159 - 157 – 154 - 154) وأوزانهم هي على التوالي (60 – 46 - 49 – 45 - 74) فنرى بأن هناك ثلاثة أطوال أوزانهم في الفئة المحصورة بين (45 - 54) فنضعها في خانة الفئة (45 - 54) وواحدة نضعها في خانة الفئة (55 - 64) وواحدة في خانة الفئة (75 - 84) أي أن التوزيع يكون في حقول الأوزان أمام كل فئة من فئات الطول .
- الفئة الثانية (160 - 165) نجد بأن هناك خمس قيم للأطوال هي (160 – 165 - 160 – 165 - 165) وأوزانهم هي على التوالي (55 – 60 - 56 – 48 - 60) فنرى بأن هناك وزناً واحداً في الفئة المحصورة بين (45 - 54) فنضعها

في خانة الفئة (45 - 54) وأربعة أوزان نضعها في خانة الفئة (55 - 64) وهكذا بالنسبة لبقية الفئات كما موضحة في الجدول الآتي .

الوزن (كغم) / الطول (سم)	54 - 45	64 - 55	74 - 65	84 - 75	94 - 85	المجموع
159 – 154	3	1	1			5
165 – 160	1	4				5
171 – 166		1	4			5
177 – 172			2	1	1	4
183 - 178					1	1
المجموع	4	6	7	1	2	20

التمثيل البياني :

يعد التمثيل البياني (Graphs) من أهم وسائل عرض البيانات وعموماً فأنه يفضل تمثيل البيانات بالرسم لأن ذلك يعين على زيادة الوضوح والمقارنة السريعة .

ماهية الأشكال البيانية :

هي عبارة عن رسوم خاصة تستهدف عرض البيانات الأحصائية في هيئة صور بصرية (Visual Forms) تستخدم كوسائل معينة لفهم البيانات .

وتمتاز الأشكال البيانية في أنها تنقل للمشاهد بعض الأفكار والمعلومات بصورة أوضح وأسرع من العرض المبوب بالجداول الأحصائية ، فعن طريق الرسوم البيانية يمكن توضيح بعض النقاط والأتجاهات والعلاقات التي لا يستطيع القارئ فهمها بسهولة من البيانات المدرجة بالجداول الأحصائية ، فالأشكال البيانية تغني عن الشرح اللفظي المكتوب الذي قد يستغرق صفحات مطولة . وعموماً فأنه يجب أن يتوافر في الأشكال البيانية الشروط الآتية :

- أن تكون واضحة ودقيقة بحيث يتم وضع العنوان أسفل الشكل البياني .
- أن يعد بمقياس رسم مناسب ليمكن المشاهد من فهم العلاقة بين المتغيرات بصورة صحيحة .
- تحديد محورين أحدهما أفقي (س) والآخر عمودي (ص) .

وتتضمن الأشكال البيانية الأنواع الآتية :

- الأعمدة البيانية (Bar Graphs) .
- المدرج التكراري (Frequency Histogram) .
- المضلع التكراري (Fraquency Poygon) .

- المنحنى التكراري (Frequency Curve) .
- الأشكال الدائرية (Pie Graphs) .

وفيما يلي شرح مبسط لهذه الأنواع :

الأعمدة البيانية (Bar Graphs) :

وتعني مجموعة من المستطيلات (رأسية أو أفقية) التي ترسم على محورين أحدهما يمثل الصفة أو الظاهرة والآخر يمثل قيم البيانات الأخرى بحيث تكون قواعدها متساوية وأرتفاعاتها متناسبة مع الأعداد التي تمثل البيانات .

مثال /

في أستفتاء تبين أن عدد الممارسين للألعاب الرياضية في أحدى الكليات ما يأتي:

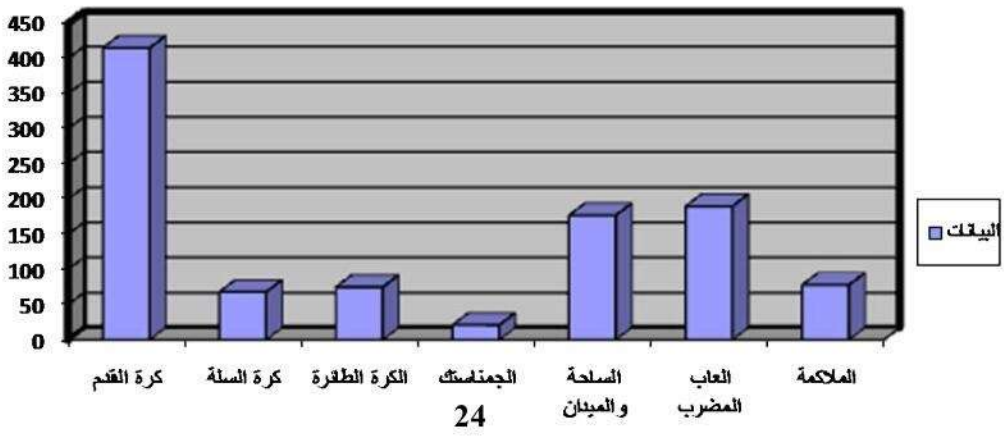
(كرة القدم 415 - كرة السلة 68 - الكرة الطائرة 75 - الجمناستك 21 - الساحة والميدان 177 - العاب المضرب 190 - الملاكمة 78) المطلوب رسم أشرطة بيانية لأعداد الممارسين للألعاب الرياضية .

الحل /

1- نرسم مستقيمين متعامدين الأفقي يسمى المحور الأفقي ويمثل الفئات والرأسي يسمى المحور العمودي ويمثل غالباً التكرارات .

2- نختار للمحور الأفقي مقياس رسم بحيث يكفي لجميع الفئات ولمحور العمودي مقياس رسم آخر يكفي لوضع أكبر تكرار بالجدول .

3- نمثل كل فئة بمستطيل قاعدته طول الفئة وأرتفاعه تكرارها فنحصل على العمود البياني المرسوم فيما يأتي.



المدرج التكراري (Frequency Histogram) .

هو عبارة عن مستطيلات تمتد قواعدها على المحور الأفقي لتمثل أطوال الفئات بينما أرتفاعاتها تمثل تكرارات الفئات . ولرسم المدرج التكراري نتبع الخطوات الآتيه:

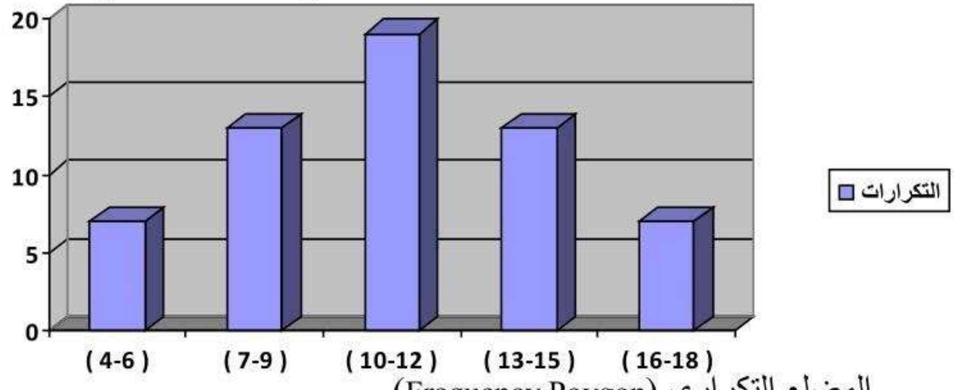
- رسم المحور الأفقي والعمودي .
- نقسم المحور الأفقي إلى أقسام متساوية بحيث يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات .
- يفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة الصفر والحد الأدنى للفئة الأولى .
- يقسم المحور العمودي إلى أقسام متساوية بحيث تشمل أكبر التكرارات .
- يرسم على كل فئة مستطيل رأسي تمثل قاعدته طول تلك الفئة وأرتفاعه يمثل تكرار تلك الفئة .

مثال /

لدينا الجدول التكراري التالي المطلوب رسم مضلع تكراري له .

الفئات	(6 – 4)	(9 – 7)	(12 – 10)	(15 – 13)	(18 – 16)
التكرارات	7	13	19	13	7

بأتباع نفس الخطوات الخمس السابقة يصبح لدينا الشكل الآتي .



المضلع التكراري (Fraquency Poygon) .

هو عبارة عن شكل مغلق نحصل عليه من توصيل التكرارات المقابلة لمراكز الفئات على المحور السيني بخطوط مستقيمة تعطينا في النهاية خطاً منكسراً مغلقاً من طرفيه الأيمن والأيسر .

وفي المضلع التكراري يمثل المحور السيني الدرجات أو الفئات ويمثل المحور الصادي التكرارات ويبنى وفقاً للخطوات الآتية :

- تحديد مقياس رسم مناسب لتمثيل وحدات البيانات على المحور السيني والصادي .
- وضع نقطة فوق النقطة المنصفة للفئة تكون مقابلة لتكرار الفئة .
- توصيل النقاط المتتالية بخطوط مستقيمة تعطينا في النهاية المضلع التكراري .

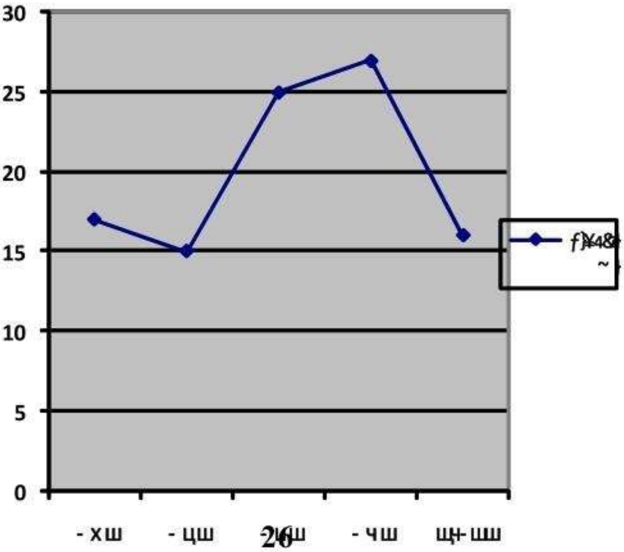
مثال /

ارسم المضلع التكراري للتوزيع الآتي :

الفئات	مركز الفئات	التكرار
15 -	20	17
25 -	30	27
35 -	40	25
45 -	50	15
55 - 64	60	16
المجموع		100

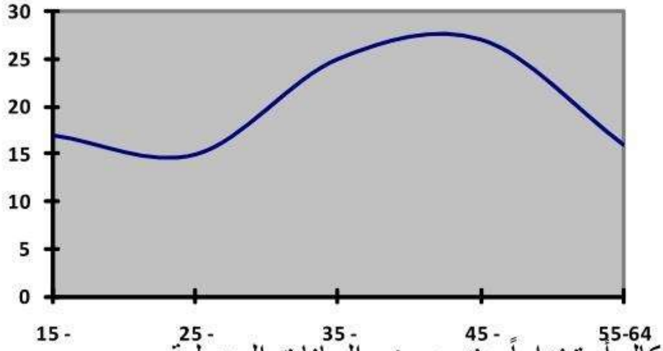
الحل /

- نجد مراكز الفئات وتناظرها بالتكرارات المعنية بها .
- نرسم المضلع التكراري .



المنحنى التكراري (Frequency Curve) .

هو عبارة عن رسم منحنى يمر بالنقط التي توجد بينها أضلاع المضلع التكراري. ويتم الحصول عليه عن طريق الرسم بنفس طريقة رسم المضلع التكراري مع أستعمال الخطط المنحنية بدلاً من الخطوط المستقيمة المنكسرة ، أي أن المنحنى التكراري ينتج من المضلع التكراري عن طريق جعله منحنياً بدلاً من خطوط منكسرة. نطبق الرسم على البيانات السابقة نفسها .



الأشكال الدائرية (Pie Graphs) .

تعد الأشكال الدائرية من أكثر الأشكال أستخداماً عند عرض البيانات الجدولية حيث يتم تقسيم الدائرة إلى أجزاء يدل كل جزء على نسبة معينة من البيانات الكلية . ولأستخراجها نستخدم قانون النسبة المئوية مضروباً في 360 .

$$\text{المساحة داخل الدائرة} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 360 \quad \text{أو} \quad = \frac{\text{الجزء} \times 360}{100}$$

مثال /

تم أحصاء عدد طلبة كلية التربية فتبين أنهم (125) طالباً موزعين على الأختصاصات الآتية :

الأختصاص	العدد
علم النفس	35
علم الأجتماع	22
الفلسفة	19
الرياضيات	32
علوم القرآن	17

المطلوب رسم الشكل البياني بواسطة الدائرة البيانية ؟

الحل /

1 - نجد النسب المئوية لعدد الطلبة من خلال تطبيق القانون الآتي :

النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100$

علم النفس = $\frac{35}{125} \times 100 = 28\ \%$

علم الأجتماع = $\frac{22}{125} \times 100 = 17.6\ \%$

الفلسفة = $\frac{19}{125} \times 100 = 15.2\ \%$

الرياضيات = $\frac{32}{125} \times 100 = 25.6\ \%$

علوم القرآن = $\frac{17}{125} \times 100 = 13.6\ \%$

2 – أن العدد 100 يساوي نظيره 360 وعليه نطبق القانون الآتي :

علم النفس = $\frac{28 \times 360}{100} = 100.8$

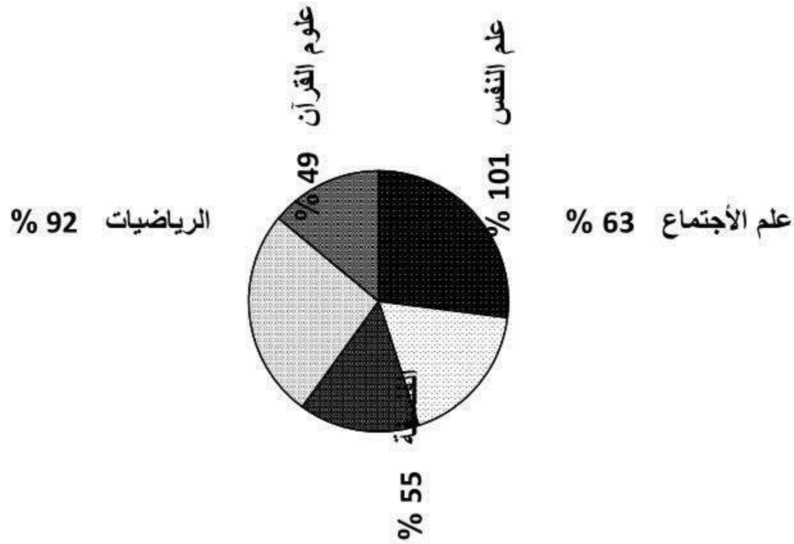
علم الأجتماع = $\frac{17.6 \times 360}{100} = 63.36$

15.2×360

$$\text{الفلسفة} = \frac{\quad}{100} = 54.72$$

$$\text{الرياضيات} = \frac{25.6 \times 360}{100} = 92.10$$

$$\text{علوم القرآن} = \frac{13.6 \times 360}{100} = 48.96$$



تمرينات للمراجعة

ماذا تعني كل من المصطلحات الآتية :

(التوزيع التكراري - جدول التوزيع التكراري - تكرار الفئة - مركز الفئة - الجدول البسيط - الجدول المركب - الأشكال البيانية - الأعمدة البيانية - المضلع التكراري - المنحنى التكراري) .

عدد فقط

- ما مميزات الجداول الأحصائية .
- ما شروط الأشكال البيانية وما هي أنواعها .
- ما خطوات بناء المضلع التكراري .

تمرين (1)

قام باحث بأجراء أختبار في مادة الأحصاء لـ (100) طالب وقد حصلوا على الدرجات الآتية :

19	21	18	22	20	20	21	21	17	15	19	20	17	14	23	21	18	16	12	10
17	22	23	16	13	23	20	20	22	21	19	23	28	20	21	20	23	21	17	23
13	26	24	26	19	25	22	24	22	18	22	22	12	15	21	25	21	20	23	21
10	27	19	22	18	28	24	27	16	14	24	27	22	25	19	24	25	17	25	16
11	12	11	11	29	29	29	29	10	12	13	29	29	13	29	24	26	24	15	26

المطلوب :

1 - حساب مدى التغيير
2 - كتابة حدود الفئات
3 - أستخراج عدد التكرارات لكل فئة
4 - أستخراج مركز كل فئة
5 - أوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل

تمرين (2)

قام باحث بأختبار (60) طالباً من كلية التربية الرياضية في مادة الأحصاء وقد حصلوا على الدرجات الآتية والمحصورة بين (5 - 19) .

16	7	10	14	6	10	11	16	13	12	11	9	13	16	8	15	7	12	5	14
12	13	14	12	6	9	14	8	7	12	10	15	10	15	10	15	16	13	9	8
13	9	9	7	7	18	18	19	17	19	18	18	19	17	17	17	17	18	17	8

المطلوب :

1- تنظيمها وأدخالها في جدول والترتيب أما أن يكون تصاعدياً أو تنازلياً حسب رغبتك .

2- أوجد التكرار للفئات .

تمرين (3) :

البيانات الآتية تمثل عينة من الأعمار لـ (40) طالباً . رتب هذه المعلومات في جدول تكراري من فئة خمسة مع رسم مضلع تكراري ثم منحنٍ تكراري والبيانات هي :

30	35	32	29	22	28	29	21	34	28	25	33	25	26	31	36	37	20	29	24
15	14	13	13	21	32	26	37	29	34	16	18	16	28	25	18	25	13	26	35

تمرين (4) :

قام باحث بأختبار (100) طالب في مادة الأحصاء وكانت الدرجات موزعة على فئات طول كل فئة (10) درجات كما موجود فيما يأتي :

30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	20	20	20	20	20	20	20	10	10	0
50	50	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	30	30	30
60	60	60	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
90	80	80	80	80	70	70	70	70	70	70	70	70	60	60	60	60	60	60	60
99	99	98	97	97	96	96	95	95	95	94	94	94	93	93	93	92	92	92	92

المطلوب :

1 - تبويبها حسب الترتيب
2 - أوجد التكرار لكل فئة
3 - أرسم المدرج التكراري
4 - أرسم المنحنى التكراري
5 - جدول يبين التكرار المتجمع الصاعد والنازل

تمرين (5) :

في أستفتاء لمجموعة من طلبة كلية التربية وجد أن رغباتهم في المشاركة في النشاط الرياضي يتوزع على الألعاب الآتية :
(كرة القدم = 52) : (الكرة الطائرة = 22) : (كرة السلة = 12) : (كرة اليد = 4) (الساحة والميدان = 7) .
المطلوب رسم : أ- مدرج تكراري . ب – دائرة تكرارية .

تمرين (6) :

أذا كان المجموع الكلي لمزاولي النشاط الرياضي في كلية ما يساوي (250) طالباً فأن هذا العدد يتوزع على الفعاليات الموجودة في البرنامج مثل كرة القدم والكرة الطائرة وكرة السلة وكرة اليد بالأرقام على التوالي (100 - 50 - 30 - 70) . المطلوب رسم :
أ - أعمدة بيانية .

ب - دائرة بيانية .

تمرين (7) :

عدد الطلبة المشاركين من طلبة أحدى المدارس في المهرجان الرياضي الذي نظمته المدرسة لثماني شعب للصفوف الأولى وكما مبين فيما يأتي :

المرحلة	المشاركون	غير المشاركين	عدد طلبة المرحلة	النسبة المئوية %	
				مشاركين	غير مشاركين
1	34	30	64		
2	38	35	73		
3	32	44	76		
4	31	33	64		
5	28	16	44		
6	36	22	58		
7	26	28	54		
8	24	30	54		

المطلوب :

أ - أيجاد النسبة المئوية لكل مرحلة من المراحل الثماني .

ب - رسم دائرة تكرارية .

تمرين (8) :

كون جدول توزيع تكراري للبيانات الآتية التي تمثل عدد الطلبة في كل فصل دراسي من فصول مدرسة أبتدائية تضم (16) فصلاً :

26	22	30	27	28	25	30	28	23	21	27	26	29	21	29	24

تمرين (9) :

في أحدى الكليات يمارس (20 %) من أعضائه رياضة الجمباز (30 %) كرة القدم (25 %) الساحة والميدان (15 %) السباحة والباقي (10 %) العاباً أخرى .

المطلوب تمثيل هذه البيانات بدائرة بيانية .

تمرين (10) :

توضح المعطيات التالية عدد الطلبة الذين يمارسون الألعاب الرياضية في كليات العلوم بالعراق المطلوب توضيح هذه البيانات عن طريق الرسم المناسب .

اللعبة	عدد الطلبة
القدم	250
الطائرة	180
السلة	160
اليد	170
الساحة والميدان	340
الجمناستك	150
الجودو	120
المصارعة	125
الملاكمة	100

تمرين (11) :

في أستفتاء لمجموعة من الأشخاص وجد أنهم يميلون إلى مشاهدة خمس العاب وعلى ما يأتي :

كرة القدم = 52

الكرة الطائرة = 22

كرة السلة = 12

كرة اليد = 4

السباحة = 7

المطلوب رسم :

أ - مدرج تكراري

ب - دائرة بيانية

تمرين (12) :

أحسب التوزيع التكراري للدرجات الآتية :

17	22	18	27	19	23	20	17	24	26
18	20	27	18	29	25	17	23	18	21
16	25	28	30	20	17	26	30	29	18

23	30	20	18	18	18	19	22	21	28
27	25	18	25	19	24	20	28	19	20

1 - حساب مدى التغيير

2 - كتابة حدود الفئات

3 - أستخراج عدد التكرارات لكل فئة

4 - أستخراج مركز كل فئة

5 - أوجد التكرار المتجمع الصاعد والنازل

الباب الثالث

مقاييس النزعة المركزية
مقاييس التشتت
معامل الأختلاف

مقاييس النزعة المركزية

(Measures of Central Tendency)

يطلق على مقاييس النزعة المركزية اسم مقاييس الوضع أو القيم المركزية أو المتوسطات (Averages) . والمتوسطات عبارة عن قيم تمثل المجتمع الأحصائي الذي ندرسه وتقع بين أقل قيمة وأكبر قيمة في هذا المجتمع

يعرف مقياس النزعة المركزية بأنه قيمة مركزية قريبة من النقطة التي عندها يتجمع أكبر عدد من الدرجات . ومقاييس النزعة المركزية تشتمل على :

المتوسط الحسابي **(Arithmetic Mean)**

الوسيط **(Medium)**

المنوال **(Mode)**

أولاً : المتوسط الحسابي (Arithmetic Mean):

هو خارج قسمة مجموع المفردات أو القيم في المجموعة التي تجري عليها على عدد هذه القيم . ويرمز للمتوسط الحسابي (سَ) والقانون يكتب على ما يأتي :

$$\text{س}^{-} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

سَ = المتوسط الحسابي

مجـ س = مجموع البيانات

ن = عدد العينة

مثال /

فيما يأتي بيان بدرجات تسعة من طلاب كلية التربية الرياضية في مادة الأحصاء المطلوب حساب المتوسط الحسابي لهذه الدرجات ؟.

(21 - 24 – 22 – 23 – 21 – 21 – 25 – 20 – 21 – 22)

$$\text{س}^{-} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{220}{10} = 22$$

المتوسط الحسابي من التوزيع التكراري لدرجات المفردة :

يتم حساب المتوسط الحسابي من التوزيع التكراري للدرجات باستخدام المعادلة الآتية :

$$\text{س}^{-} = \frac{\text{مجـ (س × ك)}}{\text{مجـ ك}}$$

حيث أن (ك) تمثل التكرار

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب مفردات كل قيمة × تكرارها}}{\text{المجموع الكلي للتكرارات}}$$

مثال /

البيانات الآتية مستويات (22) طالباً من طلبة كلية العلوم في امتحان الأحصاء.

(21 – 10 – 13 – 16 – 13 – 22 – 12 – 16 – 21 – 20 – 18 – 10 –
17 – 12 - 16 – 10 – 20 – 12 – 16 – 16 – 22 – 20)

نقوم أولاً بوضع البيانات السابقة في جدول توزيع تكراري حيث يمكن عن طريق هذا الجدول ايجاد المتوسط الحسابي على النحو الآتي :

مفردات القيم (س)	التكرار (ك)	حاصل ضرب كل مفردة في تكرارها (س × ك)
10	3	30
12	3	26
13	2	26
6	5	30
17	1	17
18	1	18
20	3	60
21	2	42
22	2	44
——	مجـ ك = 22	مجـ (س × ك) = 353

$$\text{وبتطبيق المعادلة السابقة} \quad \text{س}^{-} = \frac{\text{مجـ (س × ك)}}{\text{مجـ ك}} = \frac{353}{22} = 16.045$$

مزايا المتوسط الحسابي :

- خضوعه للعمليات الجبرية وسهولة ووضوح فكرته .
- أكثر المتوسطات دقة لأن الفروق بين قيمه ليست كبيرة
- يستخدم في حساب كثير من المقاييس مثل (مقاييس التشتت والأرتباط والدلالة) .
- يستخدم لمقارنة مجموعة بأخرى أو فصل مدرسي بآخر .

عيوبه :

- يتأثر بالقيم الشاذة ويتحيز لها .
- لا يمكن أيجاده في حالة الجداول المفتوحة لصعوبة تحديد مركز الفئة المفتوحة .

ثانياً : الوسيط (Medium) :

هو القيمة أو المفردة الوسطى بين مجموعة من القيم أو المفردات عند ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً . وهذه القيمة أو المفردة الوسطى تتوسط المجموعة بحيث يزيد نصف المجموعة عليها ويقل النصف الآخر عنها . وفي ضوء ذلك يمكن أعتبار أن الوسيط ما هو إلا متوسط يمثل المجموعة تمثيلاً عادلاً .

- **حساب الوسيط من الدرجات الخام :**
- **إذا كان عدد القيم فردياً**

(3 – 5 – 4 – 6 – 8 – 7 – 9) نقوم بما يأتي :

نقوم بترتيب هذه القيم تصاعدياً على النحو الآتي :

القيم	3	4	5	6	7	8	9
الترتيب التصاعدي	1	2	3	4	5	6	7

أي أن عدد القيم = 7 نقوم باستخراج ترتيب الوسيط باستخدام القانون الآتي :

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد القيم} + 1}{2} = \frac{ن + 1}{2}$$

$$= \frac{7 + 1}{2} = 4$$ أي أن الوسيط هو القيمة الرابعة في الترتيب = 6

ن ن

- **إذا كان عدد القيم زوجياً فيكون الوسيط هو معدل قيمتي (—— ، —— + 1):**

أذا كانت لدينا البيانات (15 – 5 – 1 – 6 – 7 – 12)   2   2

فأننا نقوم بترتيب القيم تنازلياً أو تصاعدياً على النحو الآتي :

القيم	5	6	7	10	12	15
الترتيب التصاعدي	1	2	3	4	5	6

أي عدد القيم = 6

ثم نحسب قيمة الوسيط الذي يساوي $\frac{6}{2} = 3$ و $\frac{6}{2} + 1 = 4$

وهذا يعني أن هناك قيمتين تتوسطان المجموعة هما 7 و 10

$$\text{قيمة الوسيط} = \frac{10 + 7}{2} = 8.5$$

مزايا الوسيط :

- لا تتأثر قيمته بوجود بعض القيم الشاذة .
- يمكن ايجاد الوسيط في حالة الجداول التكرارية المفتوحة .
- لا يخضع للعمليات الجبرية على العكس من الوسط الحسابي .

المنوال (Mode) :

هو القيمة الأكثر تكراراً أو بمعنى آخر هو القيمة الأكثر شيوعاً وتكون الفئة المنوالية هي الفئة التي تضم أكبر التكرارات وتكون هناك فئة سابقة لها وفئة لاحقة .

- **حساب المنوال في حالة البيانات المفردة الصغيرة :**

نقوم أولاً بترتيب البيانات تنازلياً أو تصاعدياً ثم نحدد بعد ذلك القيم الأكثر شيوعاً .

فمثلاً لتحديد المنوال للقيم الآتية :

(3 – 4 – 7 – 8 – 2 – 1 – 4) .

نقوم بترتيب القيم تنازلياً أو تصاعدياً على النحو الآتي :

(1 – 2 – 3 – 4 – 4 – 7 – 8) .

القيمة الأكثر تكراراً هي 4 = المنوال .

وبالنسبة للقيم (1 – 2 – 2 – 7 – 7 – 7)

يكون المنوال هو 7

- **حساب المنوال من جدول التوزيع التكراري :**

في هذه الطريقة ترتب الدرجات في فئات ويتم حساب منتصفات الفئات لكي تقوم مقام الدرجة الفردية في حساب المنوال وبذلك يصبح منتصف الفئة لأكبر تكرار هو المنوال .

مثال /

الدرجة	منتصف الفئة	التكرار
صفر - 4	2	6
5 - 9	7	8
10 - 14	12	16
15 - 19	17	24
20 - 24	22	14
25 - 29	27	5

يلاحظ في التوزيع السابق أن أكبر تكرار أمام الفئة (15 - 19) ونظراً لأن منتصف هذه الفئة هو 17 فالمنوال يكون 17

ويمكن حساب المنوال إذا عرفنا كلاً من المتوسط والوسيط على النحو الآتي :

المنوال = (3 × الوسيط) - (2 × المتوسط)

المنوال لقيمتين متجاورتين

مثال /

أحسب المنوال للقيم الآتية (5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 8 ، 9 ، 9 ، 10 ، 11)

بما أن القيمة الأكثر تكراراً هي (8 و 9) وأن هاتين القيمتين متجاورتان عليه تكون المنوال :

(8 + 9) ÷ 2 = 17 ÷ 2 = 8.5 أي أن المنوال عبارة عن متوسط الدرجتين .

المنوال لقيمتين غير متجاورتين

في حال كون أعلى التكرارات لقيمتين غير متجاورتين فيمكن أعتبار كل من القيمتين منوالاً قائماً بذاته وتسمى هذه المجموعة ثنائية المنوال .

مثال /

أوجد المنوال من القيم الآتية (5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 8 ، 9 ، 10 ، 11 ، 12 ، 12)

بما أن القيمة التي لها أكثر تكرار هي (8 و 12) وهما غير متجاورتين عليه يكون كل منهما منوالاً قائماً بذاته أي أن المنوال هو = 8 ، والمنوال هو = 12 .

ملاحظات /

- لا يوجد منوال إذا تكررت القيم عدداً من المرات مساوياً للأخرى .
- إذا تكررت أحدى القيم أكثر من غيرها فأنها ستكون هي المنوال .
- إذا كانت أعلى التكرارات متساوية لدرجتين متجاورتين يكون المنوال عبارة عن متوسط الدرجتين .
- في حالة أعلى التكرارات لدرجتين غير متجاورتين فيمكن أعتبار كل من الدرجتين منوالاً قائماً بذاته وتسمى هذه المجموعة بثنائية المنوال .
- لأيجاد المنوال نقوم أولاً بترتيب القيم تنازلياً أو تصاعدياً ثم نحدد بعد ذلك القيمة الأكثر تكراراً .

خصائص المنوال :

- سهل الحساب وعملية أيجاده قصيرة .
- يمكن أيجاده في حالتي الجداول المفتوحة والمغلقة على السواء .
- لا تتأثر قيمه بالقيم الشاذة (المتطرفة) .

عيوب المنوال :

- قد لا توجد قيمة منوالية أو قد توجد أكثر من قيمة منوالية واحدة .
- أن قيمته في حالة البيانات المبوبة تعتمد على طريقة أختيار الفئات .
- عدم خضوعه للعمليات الجبرية .
- لا يمثل القيمة الوسطى في التوزيع .
- لا يمكن الأعتماد على قيمه إلا إذا كان عدد مفردات المجموعة كبيراً .

مقاييس التشتت (Measures Dispersion) :

هي تلك المقاييس التي تقيس لنا مقدار تناثر مفردات المجموعة الواحدة حول متوسطها الحسابي أي أنها تقيس لنا مقدار التباعد بين مفردات المجموعة . ومن أهم مقاييس التشتت :

- المدى **(Range)** .
- الإنحراف الربيعي **(Average Deviation)** .
- الإنحراف المعياري **(Standard Deviation)** .

المدى (Range) :

يعرف بأنه الفرق بين أكبر مفردة وأصغر مفردة في المجموعة حيث تتوزع بين هاتين القيمتين بقية البيانات الأحصائية.

ويعد المدى من أبسط مقاييس التشتت وأقلها دقة من حيث أتخاذه :

- قيمة معبرة عن وصف المجموعة .
- لأجل المقارنة بين مجموعتين أو أكثر .

ويرجع ذلك إلى القيم المتطرفة التي تؤثر فيه تأثيراً كبيراً . فمثلاً لو كان لدينا مجموعتان :

الأولى (9 – 10 – 11 – 16 – 24) .

الثانية (11 – 12 – 13 – 15 – 19)

فأن مجموع كل منهما (70) وأن متوسط كل منهما (14) . أن أنتشار المجموعة الأولى أوسع من المجموعة الثانية مما يؤشر أن المجموعة الثانية ذات تشتت أقل أي أن تجانسها أكثر من المجموعة الأولى . ولمعرفة هذا الأمر نستخرج المدى المطلق لكل مجموعة حيث أن :

- المدى المطلق للمجموعة الأولى = 24 - 9 = 15
- المدى المطلق للمجموعة الثانية = 19 - 11 = 8

ومن هذا يمكن حساب المدى المطلق عن طريق :

البيانات غير المبوبة :

والتي فيها يكون المدى المطلق عبارة عن الفرق بين أكبر القيم وأصغرها أي أن:

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

مثال /

أوجد المدى المطلق لمجاميع درجات عينة من طلبة كلية التربية الرياضية والتي أحتوت بياناتهم الآتي :

(159 – 160 – 164 – 161 – 167 – 155 – 181 – 160 – 157 – 167 – 170 – 184 – 185 – 160 – 155 – 180 – 169 – 186 – 174 – 180)

الحل /

المدى = 186 - 155 = 31

البيانات المبوبة :

ويكون فيها المدى المطلق عبارة عن الفرق بين الحد الأدنى للفئة الدنيا والحد الأعلى للفئة العليا ... وبعضهم يجد أنه من الممكن حسابه عن طريق الفرق بين مركز الفئة الأخيرة من التوزيع التكراري ومركز الفئة الأولى .

مثال /

الجدول الآتي يمثل أرقاماً مبوبة، ما مقدار المدى المطلوب لها ؟

الفئات	5 -	10 -	15 -	20 -	25 – 29	المجموع
التكرار	22	29	18	7	5	81

الحل /

المدى المطلق = الحد الأعلى للفئة العليا - الحد الأدنى للفئة الدنيا

= 29 - 5 = 24

مزايا وعيوب المدى :

- يعد مقياساً بسيطاً وسهل الحساب للتشتت .
- لا يمكن أستخدامه في التوزيعات التكرارية المفتوحة .
- يستخدم في حساب التشتت للعينات الصغيرة .
- يتأثر بالقيم الصغيرة والكبيرة (القيم الشاذة) مثال :

أوزان عشرة طلبة هي (108 – 81 – 79 – 78 – 77 – 75 – 74 – 73 – 72 – 70) .

المدى = 108 - 70 = 38

في حين لو حذفنا الوزن الأول فأن المدى سيكون 81 - 70 = 11

وهذا يعني أن النتيجة الثانية ستكون لمجموعة أكثر تجانساً من المجموعة الأولى في حين أن النتيجتين كانت لمجموعة واحدة وهذا يفسر عدم الأعتماد على المدى في حالة وجود قيم شاذة في المجموعة

الأنحراف الربيعي أو نصف المدى الأرباعي (Average Deviation) :

للتغلب على عيوب المدى المطلق يمكننا ترتيب قيم المجموعة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ثم نحذف ربع القيمة من كلا الطرفين ونكتفي بالنصف الأوسط لمجموعة القيم وبذلك نتخلص من القيم المتطرفة ثم نأخذ المدى للقيم الوسطى لقياس التشتت .

حساب نصف المدى الربيعي للبيانات غير المبوبة :

عندما تكون القيم غير مبوبة نقوم بالخطوات الآتية :

- نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً .
- نجد الربيعين الأدنى والأعلى بمعرفة ترتيبهما .

$$\text{ترتيب الربيع الأدنى} = \frac{\text{عدد القيم} + 1}{4}$$

3 (عدد القيم + 1)

ترتيب الربيع الأعلى = $\dfrac{\quad}{\mathbf{4}}$

الأنحراف الربيعي (نصف المدى الأرباعي) = $\dfrac{\textbf{عدد القيم} + \mathbf{1}}{\mathbf{4}}$

مثال /

أحسب نصف المدى الربيعي للبيانات الآتية :

(167 – 164 – 165 – 172 – 171 – 169 – 170 – 168 – 166)

الحل /

نرتب القيم تصاعدياً مثلاً

(172 – 171 – 170 – 169 – 168 – 167 – 166 – 165 – 164)

ترتيب الربيع الأدنى = $\dfrac{\text{عدد القيم} + 1}{4} = \dfrac{9+1}{4} = 2\dfrac{1}{2}$

قيمة الربيع الأدنى = القيمة الثانية من القيم المرتبة + $\dfrac{1}{2}$ الفرق بين القيمة الثانية والثالثة

$= 165 + \dfrac{1}{2} \times 1 = 165\dfrac{1}{2}$

ترتيب الربيع الأعلى = $\dfrac{3\,(\text{عدد القيم} + 1)}{4}$

$= \dfrac{3\,(9+1)}{4} = \dfrac{3 \times 10}{4} = 7\dfrac{1}{2}$

قيمة الربيع الأعلى = القيمة السابعة من القيم المرتبة + $\dfrac{1}{2}$ الفرق بين القيمة السابعة والثامنة

$$= 170 + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}\ 170$$

فعليه يكون الأنحراف الربيعي $=$ $\frac{\text{الربيع الأعلى - الربيع الأدنى}}{2}$

الأنحراف الربيعي $= \frac{165.5 - 170.5}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$

الأنحراف المعياري (Standard Deviation) :

هو أهم مقاييس التشتت لأنه أدقها ويرمز له بالرمز (ع) بالنسبة للعينة ويمكن الحصول عليه باتباع الخطوات الآتية :

- ايجاد المتوسط الحسابي للمجموعة .
- ايجاد انحرافات كل مفردة عن المتوسط الحسابي مع ذكر الأشارة .
- ايجاد مربعات هذه الأنحرافات للتخلص من الأشارة السالبة .
- ايجاد مجموع مربعات هذه الأنحرافات .
- ايجاد خارج قسمة مجموع المربعات على عدد المفردات .
- ايجاد الجذر التربيعي لخارج القسمة .

ويمكن وضع الخطوات السابقة جبرياً على النحو الآتي فنفرض أن :

س = مفردات العينة .

س¯ = المتوسط الحسابي لقيم هذه المفردات .

(س - س¯) = انحراف كل مفردة عن المتوسط الحسابي .

$(\text{س - س}^{-})^2$ = مربع هذه الأنحرافات .

مجـ $(\text{س - س}^{-})^2$ = مجموع مربعات هذه الأنحرافات .

حساب الأنحراف المعياري لبيانات قاطعة ليس لها تكرارات

ويحسب عن طريق المعادلة الآتية :

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ}\ (\text{س - س}^{-})^2}{\quad}}$$

ن

ويستخدم بالنسبة لهذه المعادلة الجدول الآتي :

مفردات القيم (س)	الأنحراف عن المتوسط (س - س̄)	مربع الأنحرافات ^{2}(س - س̄)
3	(3 - 5) = - 2	4
5	(5 - 5) = صفر	صفر
7	(7 - 5) = 2	4
مجـ (س) = 15	صفر	^{2}(س - س̄) = 8

ن = 3 الوسط الحسابي (س̄) = 5

نطبق القانون السابق = $\sqrt{\frac{8}{3}}$ = $\sqrt{2.666}$ = 1.63

حساب الأنحراف المعياري لبيانات قاطعة لها تكرارات :

ويحسب بالمعادلة الآتية :

ع = $\sqrt{\frac{\text{مجـ [ك (س - س̄)}^2\text{]}}{\text{مجـ ك}}}$

ويستخدم بالنسبة لهذه المعادلة الجدول الآتي : ن= 3 **الوسط الحسابي (س̄) = 5**

القيم (س)	التكرارات (ك)	الأنحراف عن المتوسط (س - س̄)	مربع الأنحرافات ^{2}(س - س̄)	التكرار × مربع الأنحرافات ك × ^{2}(س - س̄)
3	2	- 2	4	8
5	1	صفر	صفر	صفر
7	3	+ 2	4	12
مجـ س = 15	مجـ ك = 6	صفر		مجـ [ك × ^{2}(س - س̄)] = 20

ع = $\sqrt{\frac{20}{6}}$ = $\sqrt{3.333}$ = 1.83

معامل الأختلاف (ف) (Coefficient of Variance)

يعرف معامل الأختلاف بأنه نسبة مقياس التشتت إلى المتوسط المرتبط به مضروباً في (100) . وقد يضطر الباحث إلى مقارنة التشتت بين مجموعتين وفي هذه الحالة لا يكفي مقارنة القيم المطلقة للأنحرافات المعيارية مع بعضها لأن نتائج هذه المقارنة ستعطي أحكاماً خاطئة .

أن انحرافات البيانات بالنسبة لكل مجموعة تتأثر بحجم المجموعة لذا فأن الأنحراف المعياري في هذه الحالة لا يعطي حكماً صحيحاً عن مقدار التشتت في كل مجموعة ومن ثم فأن المقارنة الصحيحة بين الأنحرافين المعياريين للمجموعتين يجب أن يتم بأرجاع الأنحرافين كلّ إلى متوسطه الحسابي حيث يستخدم في هذه الحالة معامل الأختلاف .

ومعامل الأختلاف لأي مجموعة من المفردات يساوي النسبة المئوية بين الأنحراف المعياري للمجموعة والمتوسط الحسابي لها كما في المعادلة الآتية :

$$(\text{ف}) = \frac{\text{ع}}{\bar{\text{س}}} \times 100$$

حيث أن :

(ف) = معامل الأختلاف .

(ع) = الأنحراف المعياري للعينة .

($\bar{\text{س}}$) = المتوسط الحسابي لنفس العينة .

أما العدد (100) فهو لغرض تحويل الناتج إلى نسبة مئوية .

وهذا المعامل يصور تشتت المجموعة في صورة نسبة مئوية مجردة من التمييز بحيث لا تتأثر بالوحدات المقيسة بها الظاهرة فعلى سبيل المثال عندما نريد بحث العلاقة بين أطوال مجموعة من الطلبة وأوزانهم فأن المتوسط الحسابي والأنحراف المعياري للأطوال يكون محسوباً بالسنتمترات بينما المتوسط الحسابي والأنحراف المعياري للأوزان يكون مقدراً بالكيلوغرامات ولا نستطع المقارنة بينهم لأختلاف الوحدات المستخدمة في القياس ولكن هذه المقارنة تصبح ممكنة بأستخدام معامل الأختلاف .

مثال /

في أحد البحوث أخذت عينتان عشوائيتان الأولى تتكون من (50) طالبة تتراوح أعمارهن من (17 - 18) والثانية تتكون من (80) تلميذة من سن (7 - 8) وقد حسبت أطوال المجموعتين والمتوسط الحسابي والأنحراف المعياري ومعامل الأختلاف لكل منهما وكانت النتائج على ما يأتي .

المجموعة	العمر بالسنوات	العدد	المتوسط الحسابي ($\bar{س}$)	الأنحراف المعياري (ع)	معامل الأختلاف (ف)
طالبات	17 - 18	50	162.6 سم	5.12 سم	3.15
تلميذات	7 - 8	80	112.6 سم	4.64 سم	4.12

نلاحظ هنا أننا أذا أخذنا الأنحراف المعياري لمقياس التشتت لظهر أن مجوعة التلميذات أكثر تجانساً في الطول من مجموعة الطالبات إلا أننا حينما نحسب معامل الأختلاف الذي يساوي :

$$(ف) الطالبات = \frac{(5.12)}{162.6} \times 100 = 3.15 \%$$

$$(ف) التلميذات = \frac{(4.64)}{112.6} \times 100 = 4.12 \%$$

ويظهر لنا العكس فهو بالنسبة لمجوعة الطالبات أقل منه بالنسبة لمجموعة التلميذات بمعنى أن مجموعة الطالبات أكثر تجانساً في الطول من مجموعة التلميذات كما تعني هذه النتيجة أيضاً أنه ليس من بالضرورة أن الأنحراف المعياري الأكبر يوجد له معامل أختلاف أكبر.

مثال/ إذا كان المتوسط الحسابي والأنحراف المعياري لدرجات مجموعة من الطلبة في أمتحانين لمادة الأحصاء على الوجه الآتي علماً أن الدرجة النهائية هي (100) .

المعاليم الأحصائية	الأمتحان الأول	الأمتحان الثاني
الوسط الحسابي	60	96
الأنحراف المعياري	6	7

فيكون معامل الأختلاف بالنسبة للأمتحانين هو :

$$معامل الأختلاف للأمتحان الأول = \frac{6}{60} \times 100 = 10 \%$$

7

معامل الأختلاف للأمتحان الثاني = $\frac{\quad}{96} \times 100 = 7.29$ %

إذن تشتت درجات الأمتحان الأول أكثر من تشتت درجات الأمتحان الثاني

تمرينات للمراجعة

ماذا تعني كل من المصطلحات الآتية :

(مقاييس النزعة المركزية - المتوسطات - المتوسط الحسابي - الوسيط - المنوال - مقاييس التشتت المدى - معامل الأختلاف) .

عدد فقط

- ما هي مزايا وعيوب المتوسط الحسابي – الوسيط – المنوال – المدى .

تمرين (1) :

فيما يأتي درجات (15) طالباً في أختبار لمادة الأحصاء.

59	53	56	58	57	57	57	54	51	55	58	52	52	55

المطلوب أيجاد الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال .

تمرين (2) :

من الجدول التكراري الآتي أحسب الوسط الحسابي :

س	ك
6	17
5	14
4	20
3	15
2	15
1	19
ن = 100	

تمرين (3) :

أحسب الوسيط من القيم الآتية :

أ - (1 ، 2 ، 5 ، 7 ، 9) .

ب - (2 ، 7 ، 15 ، 26 ، 51) .

جـ - (6 ، 25 ، 30 ، 35 ، 45 ، 64) .

د - (1 ، 5 ، 6 ، 6 ، 6 ، 7 ، 10) .

تمرين (4) :

أحسب المنوال من القيم الآتية :

أ - (2 ، 3 ، 6 ، 6 ، 6 ، 7 ، 7 ، 8) .

ب - (2 ، 3 ، 5 ، 5 ، 5 ، 6 ، 6 ، 6 ، 7 ، 8 ، 12) .

جـ - (3 ، 4 ، 6 ، 6 ، 6 ، 7 ، 7 ، 9 ، 9 ، 9) .

تمرين (5) :

أحسب المنوال للتوزيع الآتي :

الفئات	10 -	15 -	20 -	25 -	30 -	35 -	40 -
التكرار	3	7	16	12	9	5	2

تمرين (6) :

الدرجات الآتية لطالب واحد في ستة أختبارات (84 ، 91 ، 72 ، 68 ، 87 ، 78) أوجد الوسط الحسابي والوسيط لهذه الدرجات .

تمرين (7) :

سجل أحد الباحثين عشرة قياسات لسمك ثنايا الجلد بالمليمتر (38.8 ، 40.9 ، 39.2 ، 39.7 ، 40.2 ، 39.5 ، 40.3 ، 39.2 ، 39.8 ، 40.6) .

أوجد الوسط الحسابي والوسيط لهذه المجموعات من القياسات .

تمرين (8) :

طبق أحد الباحثين أختباراً على مجموعة عشوائية من الطلاب وقد حصل على البيانات والتكرارات الآتية

الدرجات	40	36	32	28	24	20	16	12	8
التكرارات	2	3	5	6	15	10	7	5	3

المطلوب :

أيجاد الوسط الحسابي والمنوال لهذه المجموعة من البيانات .

التمرين (9) :

الدرجات الآتية تمثل نتائج أختبار مادة الأحصاء لمجوعتين من الطلاب :

المجموعة الأولى	8.5	10	11	13	15.5
المجموعة الثانية	10	11	12	12.5	12.5

المطلوب : حساب مدى الدرجات لكل مجموعة وأي الدرجتين أكثر تجانساً ؟

التمرين (10) :

الباب الخامس

الأرتباط
معامل أرتباط بيرسون
معامل أرتباط الرتب سبيرمان
معامل أرتباط كندال
معامل أتفاق كندال
معامل فاي
معامل الأقتران
معامل التوافق
بوينت بايسيريال

الأرتباط (Correlation)

تدور مقاييس النزعة المركزية والتشتت حول أستخدام العمليات الأحصائية التي يمكن عن طريقها وصف مجموعات الأفراد المختلفة وصفاً موضوعياً دقيقاً وذلك عن طريق تحويل الدرجات الخام إلى بيانات وصفية تمكن الباحث من التوصل إلى معانٍ لها دلالة وذلك عندما يقوم بعمليات التقويم .

الأرتباط يشير بمعناه الحرفي إلى المتشابهات في ظاهرة من الظواهر أو إلى درجة التلازم في التغيير بين متغيرين أو أكثر ويستخدم لقياس العلاقة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات .

- ماهية الأرتباط :

الأرتباط عبارة عن علاقة متبادلة بين متغيرين كميين أو أكثر بحيث تؤدي زيادة أو قلة أحدهم إلى تغيير موازٍ بالضرورة في المتغير الآخر لذا فأنه حينما يرتبط متغيران أرتباطاً عالياً فأنه يكون من الممكن التنبؤ بقيم متغير معين من خلال معرفة قيم المتغير الآخر .

- **الأرتباط البسيط (Simple Correletion) :**

هو ذلك الأرتباط الذي يدرس العلاقة بين متغيرين أثنين فقط مثل الطول كمتغير والوزن كمتغير ويطلق على الأرتباط البسيط في بعض الأحيان أسم الأرتباط ذي المتغيرين حيث يعد أحد المتغيرين تابعاً والآخر مستقلاً

- الأرتباط المتعدد (Multiple Correlation) :

هو ذلك الأرتباط الذي يدرس العلاقة بين أكثر من متغيرين أحدهما متغير تابع والمتغيرات الأخرى مستقلة كأن ندرس مثلاً العلاقة بين التحصيل الدراسي كمتغير تابع وكل من الذكاء وعدد ساعات الدراسة كمتغيرين مستقلين .

- الأتباط الجزئي (Partial Correlation) :

هو ذلك الأرتباط الذي يدرس العلاقة بين المتغير التابع ومتغير مستقل معين مع عزل تأثير جميع المتغيرات المستقلة الأخرى كأن ندرس مثلاً العلاقة بين التحصيل الدراسي كمتغير تابع والمستوى الأجتماعي والأقتصادي كمتغير مستقل مع عزل تأثير الذكاء كمتغير مستقل أيضاً .

- معامل الأرتباط (Correlation Cofficient) :

عبارة عن مؤشر عددي يستخدم للتعبير الكمي عن العلاقة الممتدة بين متغيرين أو أكثر حيث يرمز لهذا المعامل بالرمز (ر) ، وتتراوح قيم معاملات

الأرتباط البسيط بين (0.00 - 1.00) أما بالموجب أو السالب كمحددات لأتجاه العلاقة بين المتغيرين (أ ، ب) .

معامل الأرتباط بيرسون

ويعرف بأسم معامل الأرتباط بطريقة العزوم أو معامل الأرتباط التتابعي بطريقة بيرسون ويستخدم هذا المعامل لحساب الأرتباط البسيط بين مجموعتين من أزواج الدرجات لمتغيرين (س ، ص) . ومن خواص هذا المعامل :

- إذا كانت العلاقة الخطية بين المتغيرين منعدمة فأن معامل الأرتباط يساوي (صفر) .
- إذا كانت العلاقة الخطية بين المتغيرين علاقة طردية تامة فأن معامل الأرتباط يساوي (+ 1) وإذا كانت عكسية تامة فأن معامل الأرتباط يساوي (- 1)
- معامل الأرتباط الخطي البسيط يتراوح بين (± 1) .
- كلما أقترب معامل الأرتباط من (الصفر) دل ذلك على ضعف العلاقة بينهما .

طرائق حساب معامل الأرتباط بيرسون :

الطريقة الأولى : طريقة الأنحرافات

ويستخدم لحساب هذا المعامل المعادلة الآتية :

$$ر = \frac{\text{مجـ}(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\text{مجـ}(س - \bar{س})^2 \times \text{مجـ}(ص - \bar{ص})^2}}$$

حيث أن :

$\bar{س}$ = المتوسط الحسابي للمتغير (س) .

$\bar{ص}$ = المتوسط الحسابي للمتغير (ص) .

مجـ $(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$ =مجموع حاصل ضرب الأنحرافات .

مجـ $(س - \bar{س})^2$ = مجموع مربعات أنحرافات قيم (س) عن متوسطها الحسابي .

مجـ $(ص - \bar{ص})^2$ = مجموع مربعات أنحرافات قيم (ص) عن متوسطها الحسابي .

ن = عدد أزواج القيم الأحصائية .

وتستخدم هذه المعادلة في حالة ما إذا كان المتوسط الحسابي للمتغيرين (س ، ص) عدداً صحيحاً ولا يحتوي على كسور . ويستخدم لهذه المعادلة الجدول الأحصائي الآتي :

قيم المتغير (س)	قيم المتغير (ص)	(س - س̄)	(س - س̄)^{2}	(ص - ص̄)	(ص - ص̄)^{2}	(س - س̄) (ص - ص̄)
ن =			مجـ (س - س̄)^{2}		مجـ (ص - ص̄)^{2}	مجـ (س - س̄) (ص - ص̄)

مثال /

طبق أختبار لقياس تحصيل مادة الأحصاء وأختبار آخر لقياس الأتجاهات نحو مادة الأحصاء على عينة تكونت من (18) طالباً وكانت درجاتهم على ما يأتي :

أختبار الأحصاء	97	94	91	90	86	85	83	83	83	82	81	77	75	74	68	61	57	55
أختبار الأتجاهات	53	46	43	47	39	36	38	40	36	32	34	30	25	23	28	24	51	17

والمطلوب حساب معامل الأرتباط بين درجة التحصيل لمادة الأحصاء وبين الأتجاهات نحوها باستخدام معامل ارتباط بيرسون (الصورة الأولى) .

– **الخطوة (1)** نقوم بعمل جدول يتكون من (8) أعمدة و (20) صفاً ثم نقوم بتسجيل أرقام الطلبة والدرجات في الأختبارين وذلك على النحو الآتي:

الأفراد	درجات (س)	درجات (ص)	(س – سَ)	^{2}(س – سَ)	(ص – صَ)	^{2}(ص – صَ)	(س – سَ) (ص – صَ)
1	97	53	18 +	324	19 +	361	342 +
2	94	46	15 +	225	12 +	144	180 +
3	91	43	12 +	144	9 +	81	108 +
4	90	47	11 +	121	13 +	169	143 +
5	86	39	7 +	49	5 +	25	35 +
6	85	36	6 +	36	2 +	4	12 +
7	83	38	4 +	16	4 +	16	16 +
8	83	40	4 +	16	6 +	36	24 +
9	83	36	4 +	16	2 +	4	8 +
10	82	32	3 +	9	2 -	4	6 -
11	81	34	2 +	4	صفر	صفر	صفر
12	77	30	2 -	4	4 -	16	8 +
13	75	25	4 -	16	9 -	81	36 +
14	74	23	5 -	25	11 -	121	55 +
15	68	28	11 -	121	6 -	36	66 +
16	61	24	18 -	324	10 -	100	180 +
17	57	51	22 -	484	13 -	169	286 +
18	55	17	24 -	576	17 -	289	408 +
ن = 18				مجـ ^{2}(س – سَ) = 2510		مجـ ^{2}(ص – صَ) = 1656	مجـ (س – سَ) (ص – صَ) = 1901

ويلاحظ أن درجات العمود (س) تدل على نتائج أختبار التحصيل في مادة الأحصاء ودرجات العمود (ص) تدل على نتائج أختبار الأتجاهات وقد سجلت أزواج درجات الأختبارين لكل فرد معاً .

- **الخطوة (2)** نقوم بجمع درجات العمود (س) ثم (ص) وذلك لحساب المتوسط الحسابي لدرجات الأفراد في الأختبار الأول والأختبار الثاني فيكون متوسطا الأختبارين على ما يأتي :

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{1422}{18} = 79$$ المتوسط الحسابي للأختبار الأول .

$$\bar{ص} = \frac{مجـ ص}{ن} = \frac{612}{18} = 34$$ المتوسط الحسابي للأختبار الثاني .

- **الخطوة (3)** نقوم بحساب أنحرافات قيم المتغير (س) عن متوسطها الحسابي وكذلك فيم المتغير (ص) ونسجل الأنحرافات في العمودين (4 ، 6) مع تحديد الأشارة .
- **الخطوة (4)** حساب مربع هذه الأنحرافات بضرب كل قيمة في نفسها للتخلص من الأشارة ثم نسجل مربعات الأنحرافات في العمودين (5 ، 7) .
- **الخطوة(5)** حساب مجموع مربعات أنحرافات المتغير (س) والمتغير (ص) كل على حدة .
- الخطوة (6) نضرب أنحراف كل قيمة من قيم (س) × انحراف القيمة المناظرة لها من المتغير (ص)
- الخطوة (7) جمع حاصل ضرب أنحرافات قيم المتغير (س) × أنحرافات قيم المتغير (ص) .

وقد وجد أن نتائج المثال السابق كانت على ما يأتي :

ن = 18 .

$مجـ (س - \bar{س})^2 = 2510$.

$مجـ (ص - \bar{ص})^2 = 1656$.

$مجـ (س - \bar{س}) (ص - \bar{ص}) = 1901$.

$$ر = \frac{مجـ (س - \bar{س}) (ص - \bar{ص})}{}$$

$$\sqrt{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})^2 \times \text{مجـ}(\text{ص} - \bar{\text{ص}})^2}$$

$$\text{ر} = \frac{+1901}{\sqrt{1656 \times 2510}} \qquad \text{ر} = \frac{1901}{2013.64} \qquad \text{ر} = 0.93$$

الطريقة الثانية لحساب معامل أرتباط بيرسون هي (الطريقة المباشرة)

وهي أسهل من الطريقة الأولى لأنها لا تحتاج إلى أستخدام المتوسط الحسابي أو الأنحراف المعياري ويتم حسابها من القيم الخام مباشرة وتستخدم فيها المعادلة الآتية :

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ}(\text{س ص}) - \dfrac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^2 - \dfrac{(\text{مجـ س})^2}{\text{ن}}\right)\left(\text{مجـ ص}^2 - \dfrac{(\text{مجـ ص})^2}{\text{ن}}\right)}}$$

حيث أن :

مجـ س = مجموع قيم المتغير (س) .

مجـ ص = مجموع قيم المتغير (ص) .

مجـ س^2 = مجموع مربعات أنحرافات قيم المتغير (س) .

مجـ ص^2 = مجموع مربعات أنحرافات قيم المتغير (ص) .

ن = عدد أزواج القيم الأحصائية .

ويستخدم لحساب هذه المعادلة الجدول الأحصائي الآتي :

قيم المتغير (س)	قيم المتغير (ص)	س^2	ص^2	س × ص
مجـ س	مجـ ص	مجـ س^2	مجـ ص^2	مجـ س × ص

مثال /

أجرى باحث أختبارين في مادة الأحصاء على (8) من الطلبة وكانت درجاتهم على ما يأتي :

الأختبار الأول (س)	10	2	5	6	7	1	9	5
الأختبار الثاني (ص)	15	5	11	1	14	3	16	8

ولحساب معامل الأرتباط بين درجات الأختبارين باستخدام الطريقة المباشرة لبيرسون نتبع الخطوات الآتية :

- **الخطوة (1)** نقوم بعمل جدول يتكون من (6) أعمدة و (10) صفوف ثم نقوم بوضع الدرجات في العمودين (2 ، 3) وذلك على النحو الآتي :

الطلبة	الأختبار الأول (س)	الأختبار الثاني(ص)	$س^2$	$ص^2$	س × ص
1	10	15	100	225	150
2	2	5	4	25	10
3	5	11	25	121	55
4	6	1	36	1	6
5	7	14	49	196	98
6	1	3	1	9	3
7	9	16	81	256	144
8	5	8	25	64	40
ن = 8	مجـ = 45	مجـ = 82	مجـ = 321	مجـ = 996	مجـ = 560

- **الخطوة (2)** نقوم بتربيع مفردات قيم (س ، ص) ووضعهما في الأعمدة (4 ، 5) .
- **الخطوة (3)** نقوم بضرب مفردات قيم (س) × مفردات قيم (ص) ووضع الناتج في العمود (6) .
- **الخطوة (4)** نقوم بجمع قيم كل عمود من الأعمدة السابقة كل على حدة ونسجل النتائج أسفل كل عمود
- **الخطوة (5)** نطبق المعادلة السابقة فيكون معامل الأرتباط المحسوب هو :

$$ر = \frac{560 - \frac{82 \times 45}{8}}{\sqrt{\left(996 - \frac{(82)^2}{8}\right)\left(321 - \frac{(45)^2}{8}\right)}}$$

$$ر = \frac{560 - 461.25}{\sqrt{155.5 \times 67.875}} \qquad ر = \frac{98.75}{102.73} \qquad ر = 0.96$$

الطريقة الثالثة لحساب معامل ارتباط بيرسون هي (طريقة أيرس)

وتعد من أسهل وأسرع أنواع الطرائق المتبعة لحساب معامل الأرتباط في حالة البيانات البسيط ولا تحتاج إلى الوسط الحسابي أو الأنحراف المعياري وتعتمد على أختزال قيم المتغيرين (س ، ص) إلى أبسط صورة وذلك بطرح أصغر قيمة في المتغير (س) من كل قيمة من قيمه فنحصل على القيم المختزلة للمتغير (س) ونرمز لها بالرمز (س̄) وكذلك الحال بالنسبة للمتغير (ص̄) بعد أختزال القيم نقوم بتربيع كل قيمة مختزلة من قيم المتغيرين كل على حدة كما نقوم بضرب كل قيمتين مختزلتين بعضهما في بعض بعد ذلك نحسب مجموع القيم المختزلة للمتغيرين (س) والمتغير (ص) ومجموع حاصل ضرب القيم المختزلة للمتغير (س) في المتغير (ص) ومجموع مربعات القيم المختزلة للمتغير (س) على حدة والمتغير (ص) على حدة .

وبذلك يصبح الجدول الأحصائي على الوجه الآتي :

قيم (س)	قيم (ص)	القيم المختزلة (س̄)	القيم المختزلة (ص̄)	س̄²	ص̄²	س̄ ص̄
		مجـ (س̄)	مجـ (ص̄)	مجـ س̄²	مجـ ص̄²	مجـ س̄ ص̄

ويستخدم لحساب هذا المعامل المعادلة الآتية :

$$ر = \frac{\text{مجـ (س̄ ص̄)} - \dfrac{\text{مجـ س̄} \times \text{مجـ ص̄}}{\text{ن}}}{\sqrt{\text{(مجـ س̄)}^2 \quad \text{(مجـ ص̄)}^2}}$$

(مجـ س‾^{2}) - ـــــــــــ (مجـ ص‾^{2}) - ـــــــــــ)

ن ن

حيث أن : ر = معامل الأرتباط المحسوب .

مجـ س‾ = مجموع القيم المختزلة للمتغير (س) .

مجـ ص‾ = مجموع القيم المختزلة للمتغير (ص) .

مجـ س‾^{2} = مجموع مربعات القيم المختزلة للمتغير (س) .

مجـ ص‾^{2} = مجموع مربعات القيم المختزلة للمتغير (ص) .

مجـ س‾ ص‾ = مجموع حاصل ضرب القيم المختزلة للمتغيرين س‾ ص‾ .

مثال /

تم تطبيق أختبارين في مادة الأحصاء على عينة من الطلبة وكانت الدرجات على ما يأتي :

الأختبار الأول	28	23	13	16	17	24	25	26	10	33	25	20	18	16	36
الأختبار الثاني	84	74	57	63	80	72	70	65	59	91	73	60	73	83	91

المطلوب هو حساب العلاقة بين أداء الأختبارين ؟

ولحساب معامل الأرتباط بين درجات الأختبارين نتبع الخطوات الآتية :

– **الخطوة (1)** نقوم بعمل جدول يتكون من (8) أعمدة و (17) صفاً ثم نقوم بتسجيل أرقام الأفراد وأزواج درجاتهم في الأختبارين معاً بحيث يتضمن العمود الثاني قيم المتغير (س) الأختبار الأول والعمود الثالث قيم المتغير (ص) الأختبار الثاني وذلك على النحو الآتي :

الأفراد	الأختبار الأول (س)	الأختبار الثاني (ص)	القيمة المختزلة (س)	القيمة المختزلة (ص)	س^{2}	ص^{2}	س‾ ص‾
1	28	84	18	27	324	729	486
2	23	74	13	17	169	289	221
3	13	57	3	صفر	9	صفر	صفر
4	16	63	6	6	39	36	36
5	17	80	7	23	49	529	161
6	24	72	14	15	196	225	210
7	25	70	15	13	225	169	195
8	26	65	16	8	256	64	128
9	10	59	صفر	2	صفر	4	صفر
10	33	91	23	34	529	1156	782
11	25	73	15	16	225	256	240

30	9	100	3	10	60	20	12
128	256	64	16	8	73	18	13
156	676	36	26	6	83	16	14
884	1156	676	34	26	91	36	15
مجـ سَ صَ = 3653	مجـ ص² = 5554	مجـ س² = 2894	مجـ صَ = 240	مجـ سَ = 180	ن = 15		

- **الخطوة (2)** نقوم بتحديد أصغر قيمة بالنسبة لقيم (س) فيظهر أن هذه القيمة تساوي (10) .
- **الخطوة (3)** نقوم بطرح هذه القيمة من كل قيمة من قيم المتغير (س) على حدة ووضع النتائج المختزله في العمود (4) .
- **الخطوة (4)** نقوم بنفس العملية للمتغير (ص) حيث يظهر أن أصغر قيمة تساوي (57) ثم نقوم بتسجيل القيم المختزلة في العمود (5) .
- **الخطوة (5)** نقوم بتربيع القيم المختزلة للمتغيرين (س ، ص) ووضع النتائج في العمودين (6 ، 7).
- **الخطوة (6)** نقوم بضرب القيم المختزلة من المتغير (س) × القيم المختزله المناظرة لها في المتغير (ص) ووضع النتائج في العمود (8) .
- **الخطوة (7)** نقوم بجمع نتائج الأعمدة (4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8) .

ثم نقوم بعد ذلك بتطبيق المعادلة السابقة فيكون معامل الأرتباط هو :

$$ر = \frac{3653 - \dfrac{240 \times 180}{15}}{\sqrt{\left(2894 - \dfrac{(180)^2}{15}\right)\left(5554 - \dfrac{(240)^2}{15}\right)}}$$

$$ر = \frac{3653 - 2880}{\sqrt{(2894 - 2160)(5554 - 384)}} = \frac{773}{\sqrt{734 \times 1714}} = \frac{773}{121.64} = 0.69 = ر$$

درجات الحرية (ن - 2) الدلالة الأحصائية لمعامل الأرتباط (بيرسون)

ن	أختبار ذو أتجاه واحد		أختبار ذو أتجاهين		ن	أختبار ذو أتجاه واحد		أختبار ذو أتجاهين	
	0.01	0.05	0.01	0.05		0.01	0.05	0.01	0.05
1	0.99	0.98	0.999	0.99	24	0.45	0.330	0.49	0.388
2	0.98	0.90	0.990	0.98	25	0.44	0.32	0.48	0.381
3	0.93	0.80	0.95	0.87	26	0.43	0.317	0.479	0.37
4	0.88	0.72	0.91	0.81	27	0.43	0.311	0.471	0.367
5	0.83	0.66	0.87	0.75	28	0.42	0.306	0.46	0.361
6	0.78	0.62	0.83	0.70	29	0.41	0.301	0.45	0.35
7	0.75	0.58	0.79	0.66	30	0.40	0.29	0.44	0.34
8	0.71	0.54	0.76	0.63	35	0.38	0.27	0.41	0.32
9	0.68	0.52	0.73	0.60	40	0.35	0.25	0.39	00.30
10	0.65	0.49	0.70	0.57	45	0.33	0.24	0.37	0.28
11	0.63	0.47	0.68	0.55	50	0.32	0.23	0.35	0.27
12	0.61	0.45	0.66	0.53	60	0.29	0.21	0.32	0.25
13	0.59	0.44	0.64	0.51	70	0.27	0.19	0.30	0.23
14	0.57	0.42	0.63	0.49	80	0.25	0.18	0.28	0.22
15	0.55	0.41	0.60	0.48	90	0.25	0.17	0.28	0.21
16	0.54	0.40	0.59	0.46	100	0.23	0.16	0.25	0.19
17	0.52	0.389	0.57	0.45	125	0.20	0.15	0.22	0.17
18	0.51	0.387	0.56	0.44	150	0.17	0.14	0.20	0.15
19	0.50	0.369	0.54	0.43	200	0.15	0.13	0.18	0.13
20	0.49	0.360	0.53	0.42	300	0.13	0.129	0.14	0.11
21	0.48	0.35	0.52	0.41	400	0.11	0.123	0.12	0.098
22	0.47	0.34	0.51	0.40	500	0.10	0.11	0.11	0.088
23	0.46	0.337	0.50	0.39	1000	0.09	0.10	0.081	0.062

معامل أرتباط الرتب (سبيرمان)

ويستخدم هذا المعامل للمقارنة بين درجات متغيرين (س ، ص) مثلاً وذلك بعد أعطاء قيم كل منهما رتبة تدل على مركزه عندما ترتب المجموعة تنازلياً ويستخدم لحساب هذا المعامل المعادلة الآتية :

$$ر = 1 - \frac{6\ \text{مجـ ف}^2}{ن\,(ن^2 - 1)}$$

حيث أن :

ر = معامل أرتباط الرتب .

ف = الفروق بين رتبتي الحالة الواحدة .

ن = عدد أزواج القيم الأحصائية .

ويستخدم لهذه المعادلة الجدول الآتي :

قيم المتغير (س)	قيم المتغير (ص)	رتبة (س)	رتبة (ص)	فروق الرتب | ف |	مربع فروق الرتب $(ف)^2$
ن =					
					مجـ ف

مثال /

أجرى باحث أختبارين في مادة الأحصاء على مجموعة تكونت من (11) طالباً وكانت درجاتهم في الأختبارين على الوجه الآتي :

الأختبار الأول	20	18	15	15	14	14	14	13	13	10	8
الأختبار الثاني	20	25	19	20	19	20	18	19	18	16	15

ولحساب معامل أرتباط الرتب (ر) نتبع الخطوات الآتية :

- **الخطوة (1)** نقوم بعمل جدول يتكون من (7) أعمدة و (13) صفاً ثم نقوم بوضع درجات الأختبارين في الأعمدة (2، 3) وذلك على النحو الآتي :

الطلبة	الأختبار	الأختبار	رتبة	رتبة	فروق	مربع فروق

	الأول (س)	الثاني (ص)	(س)	(ص)	الرتب | ف |	الرتب $(ف)^2$
1	20	20	1	3	2 -	4
2	18	25	2	1	1 +	1
3	15	19	3.5	6	2.5 -	6.25
4	15	20	3.5	3	0.5 +	0.25
5	14	19	6	6	صفر	صفر
6	14	20	6	3	3 +	9
7	14	18	6	8.5	2.5 -	6.25
8	13	19	8.5	6	2.5 +	6.25
9	13	18	8.5	8.5	صفر	صفر
10	10	16	10	10	صف	صف
11	8	15	11	11	صفر	صفر
ن = 11			66	66	صفر	33

- **الخطوة (2)** أعطاء رتبة لكل طالب تدل على مركزه بالنسبة لكل أختبار من الأختبارات وذلك عندما ترتب المجموعة تنازلياً وعندما تتكرر الرتب في المتغير الواحد مثل القيمة (15) بالنسبة للمتغير (س) تأخذان الرتبة (3 ، 5) ويكون ترتيب القيمة التالية هو (5) ولما كانت هناك ثلاث حالات تشترك في الترتيب (15) لذا فقد أعطي كل منهم ترتيباً متوسطاً بين (5 ، 6 ، 7) أي:

$$\frac{7 + 6 + 5}{3} = 6$$ وهكذا بالنسبة للقيمة الآتية .

- **الخطوة (3)** نطرح رتبة كل قياس في المجموعة (ص) من الرتبة المناظرة له في المجموعة (س) ونرمز له بالرمز (ف) .
- **الخطوة (4)** حساب مربع كل فرق من هذه الفروق ثم نحسب مجموع مربعات الفروق (مجـ $ف^2$) وللتأكد من صحة وضع الرتب المقابلة للقيم المختلفة يجب أن يكون مجموع الرتب واحداً بالنسبة للمتغيرين وهو في هذا المثال يساوي (66) لكل متغير .

– **الخطوة (5)** أستخدم المعادلة السابقة للحصول على معامل ارتباط الرتب وهو في هذا المثال :

$$\text{ف} = 1 - \frac{6 \times 33}{11\,(121 - 1)} \qquad \text{ف} = 1 - \frac{198}{1320}$$

$$\text{ف} = 1 - 0.15 \qquad \text{ف} = 0.85$$

أذن $(\text{ر}) = 0.85$

ويلاحظ من هذا المعامل وجود علاقة وثيقة بين الأختبارين وهذه العلاقة مقبولة منطقياً من الناحية العلمية

ويستخدم معامل أرتباط الرتب (سبيرمان) في حالة الصفات التي تصنف المتغيرات أو في حالة عدم أمكانية تصنيف البيانات كمياً كما في حالة العلاقة بين تقديرات نجاح عينة من الطلبة في مادتي الأحصاء والفسلجة مثلاً ويفضل استخدام هذا المعامل في الحالات التي لا تزيد القيم المشاهدة فيها عن (30) ولا تقل عن (15) لأنه في حالة ما إذا كانت القيم المشاهدة أقل من (15) وكانت الأنحرافات كبيرة فأن أرتباط الرتب سيكون غير دقيق .

مثال /

أراد أحد الباحثين أن يحسب صدق الطلبة في تحصيل مادة الأحصاء فقام بأجراء أختبار لـ (15) طالباً منهم ثم رتب درجاتهم وفقاً لنتائجهم في الأختبار ثم قام بأجراء أختبار آخر لهم بعد فترة (15) يوماً ليتحقق عما إذا كان الطلبة أنفسهم الذين حققوا أعلى النتائج قد حققوا في الأختبار الثاني نتائج عالية والذين قد حققوا في الأختبار الأول نتائج واطئة قد حققوا نتائج منخفضة أيضاً . وقد حصل الباحث على الدرجات الآتية:

درجات الأختبار الأول	20	16	12	12	10	9	8	7	6	6	6	5	4	3	2
درجات الأختبار الثاني	14	12	13	10	11	6	9	8	5	7	4	0	2	3	1

المطلوب هو حساب معامل أرتباط الرتب (سبيرمان) للتحقق من صدق الطلبة في تحصيل مادة الأحصاء ولحساب هذا المعامل نتبع الخطوات التالية :

– **الخطوة (1)** نقوم أولاً بعمل جدول يتكون من (7) أعمدة و (17) صفاً ثم نقوم بوضع أرقام ودرجات الطلبة في الأعمدة (1 ، 2 ، 3) .

- **الخطوة (2)** نقوم بعد ذلك بأعطاء رتبة لكل لاعب في كل أختبار من الأختبارين هذه الرتبة تحدد مركز الطالب بالنسبة لكل أختبار من الأختبارين عندما نرتب الدرجات تنازلياً وذلك على النحو الآتي:

الطلبة	الأختبار الأول (س)	الأختبار الثاني (ص)	رتبة (س)	رتبة (ص)	فروق الرتب | ف |	مربع فروق الرتب $(\text{ف})^2$
1	20	14	1	1	صفر	صفر
2	16	12	2	3	1	1
3	12	13	3.5	2	1.5	2.25
4	12	10	3.5	5	1.5	2.25
5	10	11	5	4	1	1
6	9	6	6	9	3	3
7	8	9	7	6	1	1
8	7	8	8	7	1	1
9	6	5	10	10	صفر	صفر
10	6	7	10	8	2	4
11	6	4	10	11	1	1
12	5	صفر	12	15	3	9
13	4	2	13	13	صفر	صفر
14	3	3	14	12	2	4
15	2	1	15	14	1	1
ن = 15						مجـ ف^2 = 36.5

- **الخطوة (3)** نطرح فروق الرتب بالنسبة للأختبارين ثم نقوم بوضع هذه الفروق في العمود (6) .
- **الخطوة (4)** حساب مربع كل فرق من هذه الفروق ووضعه في العمود (7) ثم نقوم بحساب مجموع مربعات هذه الفروق وهو يساوي (36.5) .
- **الخطوة (5)** نقوم بتطبيق المعادلة السابقة على النحو الآتي :

$$\text{ف} = 1 - \frac{36.5 \times 6}{15\,(225 - 1)} \qquad \text{ف} = 1 - \frac{219}{224 \times 15}$$

$$ف = 1 - \frac{219}{3360} \qquad ف = 1 - 0.07 \qquad ف = 0.93 \qquad أذن \ (ر) = 0.93$$

اذن معامل أرتباط الرتب بين الأختبارين هو (0.93) وهذا المعامل يدل على صدق تحصيل الطلبة.

ملاحظة / لأيجاد الدلالة المعنوية لمعامل أرتباط الرتب نستخدم الأختبار التائي (ت ر)

$$ت ر = \frac{ن - 2}{1 - ر^2}$$

درجات الحرية (ف - 2)					الدلالة الأحصائية لمعامل أرتباط الرتب (سبيرمان)				
ن	أختبار ذو أتجاه واحد		أختبار ذو أتجاهين		ن	أختبار ذو أتجاه واحد		أختبار ذو أتجاهين	
	0.01	0.05	0.01	0.05		0.01	0.05	0.01	0.05
5	1.00	0.90	1.00	0.97	18	0.56	0.39	0.62	0.47
6	0.94	0.82	1.00	0.88	19	0.54	0.38	0.60	0.46
7	0.89	0.71	1.00	0.78	20	0.53	0.37	0.59	0.45
8	0.83	0.64	0.88	0.73	21	0.52	0.36	0.57	0.43
9	0.78	0.60	0.83	0.68	22	0.50	0.359	0.56	0.42
10	0.74	0.56	0.81	0.64	23	0.49	0.351	0.54	0.41
11	0.73	0.52	0.79	0.62	24	0.48	0.34	0.53	0.509
12	0.70	0.49	0.78	0.59	25	0.47	0.33	0.52	0.400
13	0.67	0.47	0.74	0.56	26	0.46	0.329	0.51	0.39
14	0.64	0.45	0.71	0.54	27	0.45	0.323	0.50	0.38

0.377	0.49	0.317	0.448	**28**	0.52	0.68	0.44	0.62	**15**
0.370	0.48	0.311	0.440	**29**	0.50	0.66	0.42	0.60	**16**
0.36	0.47	0.30	0.42	**30**	0.49	0.65	0.41	0.58	**17**

تمرينات للمراجعة

تمرين (1) :

أوجد معامل الأرتباط بيرسون بين المتغيرين (س ، ص) اللذين لهما قيم حسب الجدول الآتي :

س	1	2	3	4
ص	5	5.5	6	6.5

تمرين (2) :

أجرى باحث أختباراً في مادة الأحصاء لـ (12) طالباً وبعد فترة تم أعادة الأختبار لمعرفة ثبات الأختبار وكما مثبت في الجدول الآتي . المطلوب أيجاد معامل بيرسون .

الأختبار الأول	16	27	24	29	26	25	20	35	28	28	31	22
الأختبار الثاني	17	26	21	31	27	21	22	33	30	29	35	31

تمرين (3) :

أوجد معامل الأرتباط بيرسون بين المتغيرين (س) و (ص) .

س	9	8	7	6	5
ص	1	2	3	4	5

تمرين (4) :

إذا كانت تقديرات (5) طلبة في أختبارين لمادة الأحصاء كما مبين في الجدول الآتي . المطلوب حساب معامل أرتباط سبيرمان .

التقدير للطلبة	1	2	3	4	5
تقدير الأختبار الأول	جيد	ممتاز	جيد جداً	مقبول	ضعيف
تقدير الأختبار الثاني	مقبول	جيد جداً	جيد	ممتاز	ضعيف

تمرين (5) :

وضع مدرسان تقييماً لـ (9) طلبة وكانت نتائج التقييم كما في الجدول الآتي المطلوب حساب معامل أرتباط سبيرمان .

تقدير المدرس الأول	مقبول	ممتاز	جيد	جيدجداً	جيدجداً	جيد	ضعيف	ضعيف	مقبول	ممتاز

تقدير المدرس الثاني	جيد	جيدجداً	جيدجداً	ممتاز	جيدجداً	مقبول	ضعيف	مقبول	مقبول	ممتاز

تمرين (6) :

البيانات المدرجة في الجدول الآتي تمثل تقييم (10) طلاب من قبل مدرسين أثنين . المطلوب أيجاد معامل ارتباط سبيرمان .

تقدير المدرس الأول	3	2	6	7	9	4	8	1	5	10
تقدير المدرس الثاني	1	4	2	10	8	6	9	3	5	7

تمرين (7) :

البيانات الآتية تمثل قيماً للمتغيرين (س) و (ص) أوجد ما يأتي :

1 - معامل ارتباط بيرسون .

2 - معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

س	2	4	5	6	8	11
ص	18	12	10	8	7	5

تمرين (8) :

في دراسة الأرتباط بين المتغيرين (س) و (ص) تم الحصول على البيانات الآتية . المطلوب أيجاد معامل الأرتباط المناسب .

مجـ س ص = 1858   مجـ س = 84   مجـ س^2 = 52933

مجـ ص = 22   مجـ ص^2 = 649   ن = 8

تمرين (9) :

أحسب معامل أرتباط الرتب بين (س ، ص) من البيانات الآتية :

س	6	7	7	8	9	10	11	10	12	10
ص	4	6	7	11	5	6	10	8	10	3

تمرين (10) :

فيما يأتي تقديرات عشرة من طلاب كلية التربية الرياضية في مادتي الأحصاء (س) والأختبارات (ص) أحسب معامل أرتباط الرتب .

س	جيدجداً	مقبول	جيد	ضعيف جداً	مقبول	ممتاز	ضعيف	ضعيف	جيدجداً	مقبول
ص	جيد	ضعيف	جيد	مقبول	ممتاز	جيدجداً	ضعيف	ضعيف	جيد	جيد

							جداً	جداً		

معامل أرتباط كندال

يستخدم معامل أرتباط (كندال) في حساب العلاقة بين متغيرين في القياس الرتبي أي أنه يستخدم في نفس الأغراض التي يستخدم فيها معامل أرتباط (سبيرمان) إلا أن معامل (كندال) أفضل كثيراً من معامل (سبيرمان) في قياس أرتباط الرتب وقيمته أقل من قيمتي معامل (بيرسون) ومعامل (سبيرمان) ويتم حسايه من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل أرتباط كندل (ر)} = \frac{\text{مجـ د}}{\text{2/1 ن (ن - 1)}}$$

حيث أن :

(مجـ د) = مجموع الفروق في عدد الرتب .

(ن) عدد أزواج القيم (العينة) .

مثال /

إذا علمت أن رتب (12) طالباً في كل من الطموح والأبداع كما هي مبينة بالجدول الآتي :

الفرد	أ	ب	ث	د	ت	جـ	ر	ح	س	ل	ك	و
رتبة الطموح	3	4	2	1	8	11	10	6	7	12	5	9
رتبة الأبداع	2	6	5	1	10	9	8	3	4	12	7	11

أحسب معامل أرتباط كندال من البيانات السابقة .

الحل :

الخطوة (1) : نرتب المتغير الأول (الطموح) ترتيباً طبيعياً ثم نرتب رتب المتغير الثاني (الأبداع) طبقاً لذلك .

الفرد	د	ث	أ	ب	ك	ح	س	ت	و	ر	جـ	ل
رتبة الطموح	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
رتبة الأبداع	1	5	2	6	7	3	4	10	11	8	9	12

الخطوة (2) : نوجد الفرق بين عدد الرتب التي تقع على يسار أو أسفل الترتيب الأول وعدد الرتب التي تقع على يمين أو أعلى الترتيب الأول بالنسبة لتوزيع

المتغير الذي لم يرتب ترتيباً طبيعياً (الأبداع) ثم ننتقل إلى الترتيب الثاني وتوجد الفرق بين عدد الرتب على يمينه وعدد الرتب على يساره على النحو الآتي :
(مجـ د)= عدد الرتب الأكبر منها الموجودة على يسارها ـ عدد الرتب الأكبر الموجودة على يمينها

- بالنسبة للرتبة 1 : د = 11 ـ صفر = 11
- بالنسبة للرتبة 5 : ث = 7 ـ صفر = 7
- بالنسبة للرتبة 2 : أ = 9 - 1 = 8
- بالنسبة للرتبة 6 : ب = 6 ـ صفر = 6
- بالنسبة للرتبة 7 : ك = 5 ـ صفر = 5
- بالنسبة للرتبة 3 : ح = 6 - 3 = 3
- بالنسبة للرتبة 4 : س = 5 - 3 2
- بالنسبة للرتبة 10 : ت = 2 ـ صفر = 2
- بالنسبة للرتبة 11 : و = 1 ـ صفر = 1
- بالنسبة للرتبة 8 : ر = 2 - 2 = صفر
- بالنسبة للرتبة 9 : جـ = 1 - 1 = - 1
- بالنسبة للرتبة 12 : ل = صفر

إذن (مجـ د) = 44 ، ن = 12

معامل أرتباط كندل (ر) = $\frac{\text{مجـ د}}{1/2\ \text{ن}\ (\text{ن} - 1)}$ = (ر) = $\frac{44}{1/2 \times 12\ (12 - 1)}$

(ر) = $\frac{44}{66}$ = (ر) = 0.67

ويمكن حساب دلالة معامل (كندال) من قيمة (ذ) على النحو الآتي :

(ذ) = $\frac{(\text{ر})}{2\ (2\text{ن} + 5)}$ = (ذ) = $\frac{0.67}{2\ (2 \times 12 + 5)}$ = (ذ) = $\frac{0.67}{2 \times 29}$

$$9\,ن\,(ن-1) \qquad 9\times 12\,(12-1) \qquad 9\times 12\times 11$$

$$(ذ) = \frac{0.67}{\frac{58}{1188}} = (ذ) = \frac{0.67}{0.05} = (ذ) = 13.40$$

نقارن قيمة (ذ) المحسوبة (13.40) بقيمة (ذ) الجدولية عند مستوى دلالة (0.05).

معامل (أتفاق كندال)

يقوم بعض الباحثين بأعداد بعض أدوات القياس السلوكية مثل ، الأختبار ، الأستبيان ، بطاقة الملاحظة وغيرها من أدوات القياس ثم يقومون بعرض هذه الأدوات على مجوعة من المختصين في المجال الذي أعدت فيه أداة القياس لأخذ آرائهم والأفادة منها في أعداد الأداة موضوع البحث وهذا ما يطلق عليه صدق المحكمين ألا أن بعض الباحثين يقولون بأن نسبة أتفاق الخبراء كانت (90 %) مثلاً من دون أجراء تحليل أحصائي جيد يؤكد صحة هذا الأدعاء لذا يجب على الباحثين تحديد درجة أتفاق المحكمين على عبارات الأداة السلوكية تحديداً أحصائياً . وهنا يفضل حساب معامل (أتفاق كندال) بين المحكمين من المعادلة الآتية :

$$\text{معامل أتفاق كندل (رك)} = \frac{12 \times \text{مجـ ف}^2}{م^2 \times ن\,(ن^2 - 1)}$$

حيث أن :

مجـ ف^2 = مجموع مربعات الفروق عن المتوسط الخاص بالصفوف .

م = عدد المحكمين .

ن = حجم العينة أو عدد بنود أداة القياس

مثال /

قام باحث بأعداد أختبار لقياس سمة المثابرة لدى طلبة الجامعة ويتكون الأختبار من عشرة أبعاد وتم عرض الأختبار على (5) من الخبراء وطلب منهم ترتيب هذه الأبعاد من حيث صحة قياس كل منها لسمة المثابرة وحصل الباحث على تقديرات هؤلاء المحكمين كما مبين في الجدول :

الأبعاد	تقديرات المحكمين					مجموع رتب كل بعد	ف	ف^2
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)			
1	2	1	2	3	4	12	15.5	240.25
2	1	3	1	2	2	9	18.5	342.25

3	3	4	4	1	3	15	12.5	156.25
4	5	5	5	5	1	21	6.5	42.25
5	4	2	6	7	6	25	2.5	6.25
6	7	8	3	4	7	29	1.5	2.25
7	6	6	8	6	5	31	3.5	12.25
8	8	7	7	8	9	39	11.5	132.25
9	9	10	10	9	8	46	18.5	342.25
10	10	8	9	10	11	48	20.5	420.25
مجـ	55	54	55	55	56	275	111	1696.5

المطلوب / كيف يحدد الباحث درجة أتفاق المحكمين على هذه الأبعاد ؟ وطريقة الحل هي :

أولاً : يضع الباحث في العمود الأول أرقام الأبعاد العشرة والتي تمثل العينة الخاصة بالدراسة (ن) .

ثانياً : بما أن لكل بعد عشرة رتب وضعها خمسة محكمين مختلفين يقوم الباحث بأعداد خمسة أعمدة يضع في كل عمود الرتب الخاصة بكل محكم من المحكمين الخمسة .

ثالثاً : يقوم الباحث بأعداد عمود سادس يجمع فيه الرتب الخاصة بكل بعد فنلاحظ أن مجموع رتب البعد الأول للمحكمين الخمسة = 12 ومجموع رتب البعد الثاني = 9 وهكذا لكل بعد .

رابعاً : يقوم الباحث بجمع هذه الرتب حتى يحصل على المجموع الكلي لهذه الرتب والذي يساوي في مثالنا (275) رتبة ولكي يتأكد الباحث من صحة هذا المجموع يمكن مطابقة المجموع الذي حصل عليه (275) بناتج المعادلة الآتية :

مجموع الرتب (مجـ ر) = $\frac{م \times ن (ن + 1)}{2} = \frac{5 \times 10 \; (10 - 1)}{2} = \frac{5 \times 110}{2}$

(مجـ ر) = $\frac{550}{2}$ = (مجـ ر) = 275

خامساً : يقوم الباحث بحساب متوسط الرتب أي متوسط رتب الصفوف والذي يساوي المجموع الكلي للرتب (275) مقسوماً على عدد الأبعاد (ن = 10) وبالتالي يكون متوسط الرتب = 275 ÷ 10 = 27.5

سادساً : يقوم الباحث بأعداد عمود سابع يسجل فيه الفرق (ف) بين مجموع رتب كل صف ومتوسط الرتب (27.5) فالفرق بين مجموع رتب الصف الأول ومتوسط الرتب = 27.5 - 12 = 15.5 والفرق بين مجموع رتب الصف الثاني ومتوسط الرتب = 27.5 - 9 = 18.5 وهكذا لكل الصفوف .

سابعاً : يقوم الباحث بأعداد عمود ثامن يسجل فيه مربعات قيم الفروق (ف) حتى يحصل على (ف^2) ومنه يحصل الباحث على مجموع مربعات الفروق (مجـ ف ^{2}) .

ثامناً : يقوم الباحث بالتعويض في المعادلة الآتية :

$$\text{معامل أتفاق كندل (رك)} = \frac{12 \times \text{مجـ ف}^2}{\text{م}^2 \times \text{ن} \left(\text{ن}^2 - 1 \right)}$$

$$(\text{رك}) = \frac{12 \times 1696.5}{25 \times 10 \left((10)^2 - 1 \right)} \qquad (\text{رك}) = \frac{20358}{250 \times (100 - 1)}$$

$$(\text{رك}) = \frac{20358}{250 \times 99} \qquad (\text{رك}) = \frac{20358}{24750} \qquad (\text{رك}) = 0.82$$

ويشير معامل أرتباط كندال (0.82) إلى وجود أرتباط بين تقديرات الحكام الخمسة لهذه الأبعاد . وتتراوح قيم معامل أتفاق كندال فيما بين (صفر ، + 1) وتدل القيمة (صفر) على وجود أختلاف تام بين المحكمين وتدل القيمة (+ 1) على أتفاق تام بين تقديرات المحكمين .

تاسعاً : يقوم الباحث بعد حساب معامل أتفاق كندال بتقدير الدلالة الأحصائية لهذا المعامل باستخدام المعادلة الآتية :

$$(\text{ف}) = \frac{\text{رك} \left(\text{م} - 1 \right)}{1 - \text{رك}} \qquad (\text{ف}) = \frac{0.83 \, (5 - 1)}{1 - 0.82} \qquad (\text{ف}) = \frac{0.82 \times 4}{0.18}$$

$$(\text{ف}) = \frac{3.32}{0.18} \qquad (\text{ف}) = 18.22 \ \text{القيمة المحسوبة}$$

عاشراً : يقارن الباحث قيمة (ف) المحسوبة (18.22) بقيمة (ف) الجدولية عند درجة حرية البسط = عدد المحكمين - 1 وهي (5 - 1) وتساوي (4) ودرجة حرية المقام = عدد الأبعاد - 1 وهي (10 - 1) وهي (9) .

حادي عشر : يمكن أن يلخص الباحث الخطوات السابقة في الجدول الآتي :

المتغيرات	العدد	رك كندال	ف	درجة الحرية	الدلالة الأحصائية
المحكمون	5	0.82	18.22	4	0.05
البنود	10			9	

جدول قيم (معامل ارتباط كندال) الجدولية تحت مستوى دلالة (0.01) و (0.05) (ع - م)											
ن	0.01	0.05	ن	0.01	0.05	ن	0.01	0.05	ن	0.01	0.05
4	—	6	6	9	13	8	12	19	10	16	26
5	10	8	7	11	16	9	14	23	(رك ≥ 10)		
أذا كانت (ع - م) المحسوبة ≤ (ع - م) الجدولية وقيمة (ن) معلومة فهذا يعني أن معامل ارتتباط كندال المحسوب دال أحصائياً											

معامل فاي

أن أستخدام معامل (فاي) يقتصر على الحالات التي يقسم فيها كل من المتغيرين إلى حالتين بديلتين فقط ولا ثالث لهما أي بمعنى آخر عندما تنقسم الصفات إلى قسمين مميزين كالجنس أذكر أم أنثى والناس أهم أحياء أم أموات والأجابة عن هذا السؤال يكون بنعم أو لا ، صواب و خطأ ، واحد وصفر ولذا فهو يصلح لتحليل مفردات أسئلة الأختبارات النفسية .

طريقة حساب معامل (فاي) :

يحسب معامل (فاي) من التكرار الثنائي وفق المعادلة الآتية :

$$\text{معامل (فاي) (ر ف)} = \frac{(\text{أ د}) - (\text{ب جـ})}{\sqrt{(\text{أ} + \text{ب})\,(\text{جـ} + \text{د})\,(\text{أ} + \text{جـ})\,(\text{ب} + \text{د})}}$$

وبذلك يمكن أن نحسب (ر ف) للجدول التالي بتطبيق المعادلة السابقة :

أ	30	ب	42	أ + ب	72
جـ	18	د	30	جـ + د	48
أ + جـ	48	ب + د	72	ن	120

$$\text{(ر ف)} = \frac{(18 \times 42) - (30 \times 30)}{\sqrt{(72)(48)(48)(72)}} \qquad \text{(ر ف)} = \frac{756 - 900}{\sqrt{11943936}}$$

$$\text{(ر ف)} = \frac{144}{3456} \qquad \text{(ر ف)} = 0.04$$

مثال /

أراد أحد الباحثين أن يعرف العلاقة بين من أجابوا بـ (نعم) أو (لا) حول أحد الأستبيانات الجماهيرية وكانت النتيجة مبينة في الجدول الآتي :

أ	1000	ب	500	أ + ب	1500
جـ	500	د	1000	جـ + د	1500
أ + جـ	1500	ب + د	1500	ن	3000

$$\text{معمل (فاي)} = \frac{(500 \times 500) - (1000 \times 1000)}{\sqrt{(1500)(1500)(1500)(1500)}}$$

$$\text{معامل (فاي)} = \frac{250000 - 1000000}{\sqrt{50625}} \qquad \text{(ر ف)} = \frac{75}{225} \qquad \text{(ر ف)} = 0.33$$

مثال /

أحسب معامل أرتباط (فاي) للبيانات المبينة في الجدول الآتي :

أ	49	ب	73	أ + ب	122
جـ	37	د	91	جـ + د	128
أ + جـ	86	ب + د	164	ن	250

$$\text{معامل (فاي) (ر ف)} = \frac{\text{(أ د) - (ب جـ)}}{\text{(أ + ب) (جـ + د) (أ + جـ) (ب + د)}}$$

$$(37 \times 73) - (91 \times 49)$$

معمل (فاي) = $\dfrac{\quad}{\sqrt{(164)\ (86)\ (128)\ (122)}}$

معامل (فاي) = $\dfrac{2701 - 4459}{\sqrt{220248064}}$ (ر ف) = $\dfrac{1758}{4693.06}$ (ر ف) = 0.37

مثال /

أحسب معامل (فاي) للبيانات المبينة في الجدول الآتي :

أ	23	ب	10	أ + ب	33
جـ	7	د	20	جـ + د	27
أ + جـ	30	ب + د	30	ن	60

معامل (فاي) (ر ف) = $\dfrac{(\text{أ د}) - (\text{ب جـ})}{\sqrt{(\text{أ + ب})\ (\text{جـ + د})\ (\text{أ + جـ})\ (\text{ب + د})}}$

معمل (فاي) = $\dfrac{(7 \times 10) - (20 \times 23)}{\sqrt{(30)\ (30)\ (27)\ (33)}}$

معامل (فاي) = $\dfrac{70 - 460}{\sqrt{801900}}$ (ر ف) = $\dfrac{390}{895.49}$ (ر ف) = 0.44

تمرينات للمراجعة

تمرين (1) : أحسب معامل أرتباط (فاي) من البيانات الآتية :

أ	15	ب	20	أ + ب	35
جـ	22	د	28	جـ + د	50
أ + جـ	37	ب + د	448	ن	85

تمرين (2) : أحسب معامل أرتباط (فاي) من البيانات الآتية :

أ	60	ب	40	أ + ب	100
جـ	55	د	35	جـ + د	90
أ + جـ	115	ب + د	75	ن	190

تمرين (3) : أحسب معامل أرتباط (فاي) من البيانات الآتية :

أ	24	ب	21	أ + ب	45
جـ	17	د	13	جـ + د	30
أ + جـ	41	ب + د	34	ن	75

تمرين (4) : أحسب معامل أرتباط (فاي) من البيانات الآتية :

أ	74	ب	56	أ + ب	130
جـ	61	د	34	جـ + د	95
أ + جـ	135	ب + د	90	ن	225

تمرين (5) :

أذا كانت لدينا أجابة ثنائية (نعم ، لا) عن سؤالين في مادة الأحصاء أحسب العلاقة بين الأجابات عن هذين السؤالين من البيانات الآتية .

ص / س	نعم		لا		المجموع
نعم	أ	7	ب	11	18
لا	ج	15	د	6	21
المجموع	22		17		39

معامل الأقتران

هو معامل يقيس مدى قوة العلاقة بين ظاهرتين لهما أوضاع مختلفة لا تتعدى حالتين ، وقد أقترح يول (Yule) معاملاً للأقتران يمكن أستخدامه في الحالات التي يصعب فيها أستخدام الأرتباط الرباعي وهو قد لا يرقى إلى دقة معاملات الأرتباط الأخرى إلا أنه يقترب من معامل ارتباط بيرسون أذا تم ضربه × (0.75) وتعتمد طريقة حساب معامل الأقتران بين أربعة عوامل خارج قسمة الخلايا المتشابهة على حاصل جمعهما من المعادلة الآتية :

أ د - ب جـ

معامل الأقتران = ــــــــــــ
أ د + ب جـ

حيث أن :

$ر_ق$ = يدل على معامل الأقتران المحسوب .

(أ – ب – جـ د) = يدل على خانات جدول الأقتران الرباعي أو العوامل الأربعة .

وتميل القيم العددية لمعامل الأقتران ($ر_ق$) إلى أن تكون أكبر من القيم العددية لمعاملات الأرتباط الأخرى لذا فأنه من الأفضل أن يقترن معامل الأقتران من معامل أرتباط بيرسون بضربه × (0.75) أي أن :

$ر = 0.75 \times ر_ق$

مثال /

البيانات الآتية تمثل وضع الأنتاجية وعلاقتها مع وجود الحوافز في مؤسسة صناعية مبينة في الجدول الآتي:

وجود الحوافز / وضع الأنتاجية	موجود		غير موجود		المجموع
تحسنت	أ	16	ب	9	25
لم تتحسن	جـ	2	د	10	12
المجموع	18		19		37

المطلوب : أيجاد معامل الأقتران بين المتغيرين (وجود الحافز ووضع الأنتاجية) .

$$ر_ق = \frac{أ\ د - ب\ جـ}{أ\ د + ب\ جـ} = \frac{(16 \times 10) - (9 \times 2)}{(16 \times 10) + (9 \times 2)} = \frac{160 - 18}{160 + 18} = \frac{142}{178} = 0.797$$

وهذا يؤكد وجود أرتباط قوي بين ظاهرة الحوافز والأنتاجية .

مثال /

أحسب معامل الأقتران من البيانات الآتية :

س / ص	ضعيف		متفوق		المجموع
ضعيف	أ	0.27	ب	0.20	0.47
متفوق	جـ	0.30	د	0.23	0.53
المجموع	0.57		0.43		1

المطلوب : أيجاد معامل الأقتران بين المتغيرين (وجود الحافز ووضع الأنتاجية) .

$$\text{ر}_{\text{ق}} = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{أ د} + \text{ب جـ}} = \frac{(0.30 \times 0.20) - (0.23 \times 0.27)}{(0.30 \times 0.20) + (0.23 \times 0.27)} = \frac{0.06 - 0.0621}{0.06 + 0.0621}$$

$$= \frac{0.0021}{0.1221} = 0.017$$

ملاحظة /

لأستخراج الدلالة المعنوية لمعامل فاي نستخدم أحد القانونين الآتيين :

- $\text{ذ} = \sqrt{\text{ن}} \times Ø$
- $\text{كا}^2 = Ø^2 \times \text{ن}$

حيث Ø هي قيمة معامل فاي

تمرينات للمراجعة

تمرين (1) :

البيانات الآتية تمثل الدروس الأضافية والمستوى الدراسي في أحدى المدارس الأعدادية مبينة في الجدول الآتي **المطلوب** حساب معامل الأقتران بين المتغيرين .

الدروس الأضافية / المستوى الدراسي	موجودة		غير موجودة		المجموع
جيد جداً	أ	**20**	ب	**13**	**33**
متوسط	جـ	**6**	د	**14**	**20**
المجموع	**26**		**27**		**53**

تمرين (2) :

لديك البيانات الآتية المطوب حساب معامل الأقتران

أ	**20**	ب	**13**
جـ	**6**	د	**14**

تمرين (3) :

أحسب معامل الأقتران من البيانات الآتية

س / ص	جيد		ردئ		المجموع
جيد	أ	**9**	ب	**12**	**21**
ردئ	جـ	**8**	د	**7**	**15**
المجموع	**17**		**19**		**36**

معامل التوافق :

هو معامل يقيس مدى العلاقة بين ظاهرتين مختلفتين بحالات مختلفة تزيد عن أثنتين ويستخدم عندما يتضمن التقسيم في المعامل السابق (جدول الخلايا) أكثر من أربع خلايا وعندما تكون العينة كبيرة نسبياً . ويستخدم لحساب هذا المعامل المعادلة الآتية :

$$ق = \sqrt{\frac{جـ - 1}{\quad}}$$

حيث أن : جـ

ق = معامل التوافق .

جـ = حاصل جمع خارج قسمة مربع كل خلية (عامل) على حاصل ضرب الصف التابعة له في العمود التابع له .

مثال /

الجدول الآتي يبين التوزيع لـ (300) طالب ومنتسب في جامعة بابل حسب درجة تعلمه وممارسته للأنشطة الرياضية . المطلوب أيجاد العلاقة بين صفتي ممارسة الأنشطة الرياضية ودرجة التعليم باستخدام معامل التوافق .

ممارسة الأنشطة الرياضية / درجة التعليم	يمارس		لا يمارس		المجموع
حاصل على شهادة عليا	أ	75	ب	15	90
يقرأ ويكتب	جـ	90	د	60	150
أمي	هـ	15	و	45	60
المجموع	180		120		300

الحل /

لأستخراج قيمة (جـ) الواردة في صيغة القانون المستخدمة وفقاً للمعادلة الآتية:

$$\text{جـ للخلية الواحدة} = \text{مجـ} \frac{(\text{قيمة الخلية})^2}{(\text{المجموع الأفقي} \times \text{المجموع العمودي})\ \text{المقابل لتلك الخلية}}$$

$$\text{جـ (الصف الأول)} = \frac{(75)^2}{90 \times 180} + \frac{(15)^2}{90 \times 120} = \frac{5625}{16200} + \frac{225}{10800}$$

$$= 0.35 + 0.02 = 0.37$$

$$\text{جـ (الصف الثاني)} = \frac{(90)^2}{90 \times 180} + \frac{(60)^2}{90 \times 120} = \frac{8100}{16200} + \frac{3600}{10800}$$

$$= 0.5 + 0.33 = 0.83$$

$$\text{جـ (الصف الثالث)} = \frac{(15)^2}{90 \times 180} + \frac{(45)^2}{90 \times 120} = \frac{225}{16200} + \frac{2025}{10800}$$

$= 0.19 + 0.01 = 0.20$

أذن جـ $= 0.37 + 0.83 + 0.20 = 1.41$

ولحساب هذا المعامل نقوم بتطبيق المعادلة السابقة وهي :

$$ق = \frac{\text{جـ} - 1}{\text{جـ}} = \frac{1.41 - 1}{1.41} = \frac{0.41}{1.41} = 0.27 = 0.54$$

ويتم حساب الدلالة الأحصائية لمعامل التوافق عن طريق حساب (كـا ^{2}) ونقارن القيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية لـ (كـا ^{2}) المقابلة لدرجات الحرية والتي تساوي (عدد الأعمدة ـ 1) (عدد الصفوف ـ 1)

$$(\text{كـا}^2)\ \text{المحسوبة} = \frac{\text{ن} \times \text{ق}^2}{1 \times \text{ق}^2}$$

حيث أن :

ن = عدد أفراد العينة

ق ^{2} = مربع معامل التوافق المحسوب

$$(\text{كـا}^2)\ \text{المحسوبة} = \frac{300 \times (0.54)^2}{1 \times (0.54)^2} = \frac{300 \times 0.29}{0.29} = \frac{87}{0.29} = 300$$

قيمة (كـا ^{2}) المقابلة لدرجات حرية (4) ومستوى دلالة (0.05) = (9.49)

أذن قيمة (كـا ^{2}) المحسوبة (300) هي دالة أحصائياً .

أذن معامل أرتباط التوافق (300) دال أحصائياً وبالتالي يمكن القول بأنه توجد علاقة دالة بين ممارسة النشاط الرياضي ودرجة التعليم .

مثال / أذا أردنا حساب العلاقة بين لون العيون لدى الآباء ولونها لدى أبنائهم من بيانات الجدول الآتي :

الأبناء / الآباء	زرقاء	خضراء	بنية	المجموع

زرقاء	أ	2	ب	4	جـ	4	10
خضراء	د	3	هـ	1	و	6	10
بنية	ز	5	ح	2	ط	3	10
المجموع	10		7		13		30

الحل /

أولاً : حساب قيمة (جـ)

بالنسبة للخلية (أ) $= \frac{(2)^2}{10 \times 10} = \frac{4}{100} = 0.04$

بالنسبة للخلية (د) $= \frac{(3)^2}{10 \times 10} = \frac{9}{100} = 0.09$

بالنسبة للخلية (ز) $= \frac{(5)^2}{10 \times 10} = \frac{25}{100} = 0.25$

بالنسبة للخلية (ب) $= \frac{(4)^2}{7 \times 10} = \frac{16}{70} = 0.23$

بالنسبة للخلية (هـ) $= \frac{(1)^2}{7 \times 10} = \frac{1}{70} = 0.01$

بالنسبة للخلية (ح) $= \frac{(2)^2}{10 \times 10} = \frac{4}{70} = 0.06$

بالنسبة للخلية (جـ) $= \frac{(4)^2}{13 \times 10} = \frac{16}{130} = 0.12$

بالنسبة للخلية (و) $= \frac{(6)^2}{\;} = \frac{36}{\;} = 0.28$

بالنسبة للخلية (ط) = $\frac{(3)^2}{13 \times 10} = \frac{9}{130} = \frac{130}{13 \times 10} = 0.07$

أذن (جـ) = 0.04 + 0.09 + 0.25 + 0.23 + 0.01 + 0.06 + 0.12 + 0.28 + 0.07 = 1.15

ولحساب هذا المعامل نقوم بتطبيق المعادلة السابقة وهي :

$$ق = \sqrt{\frac{\text{جـ} - 1}{\text{جـ}}} = \sqrt{\frac{1.15 - 1}{1.15}} = \sqrt{\frac{0.15}{1.15}} = \sqrt{0.013} = 0.36$$

ويتم حساب الدلالة الأحصائية لمعامل التوافق عن طريق حساب (كـا ^{2}) ونقارن القيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية لـ (كـا ^{2}) المقابلة لدرجات الحرية والتي تساوي (عدد الأعمدة - 1) (عدد الصفوف - 1)

$$(\text{كـا}^2) \text{ المحسوبة} = \frac{\text{ن} \times \text{ق}^2}{1 \times \text{ق}^2}$$

$$(\text{كـا}^2) \text{ المحسوبة} = \frac{30 \times (0.36)^2}{1 \times (0.36)^2} = \frac{30 \times 0.13}{0.13} = \frac{3.9}{30.1} = 30$$

قيمة (كـا ^{2}) المقابلة لدرجات حرية (4) ومستوى دلالة (0.05) = (9.49)

أذن قيمة (كـا ^{2}) المحسوبة (30) هي غير دالة أحصائياً .

أذن معامل أرتباط التوافق (30) دال أحصائياً وبالتالي يمكن القول بأنه توجد علاقة دالة بين الخصائص الوراثية للون العيون عند الآباء ولونها لدى الأبناء .

تمرينات للمراجعة

تمرين (1) :

أخذت عينة عشوائية من (100) طالب من طلبة أحدى الكليات لبحث ظاهرة التدخين وممارسة النشاط الرياضي وقد أعطت العينة النتائج الآتية : أحسب معامل التوافق

التدخين / ممارسة النشاط الرياضي	يدخن		لا يدخن		المجموع
يمارس النشاط الرياضي	أ	30	ب	10	40
لا يمارس النشاط الرياضي	جـ	35	د	25	60
المجموع	64		35		100

تمرين (2) :

أراد باحث أن يعرف مقدار العلاقة بين قدرة الطلبة على الأستيعاب وبين عدد ساعات القراءة فأختار عينة عشوائية تتكون من (33) طالباً وقام بتقدير ساعات القراءة وأمكانية الأستيعاب من خلال الأختبارات عن طريق عدد من المحكمين الذين قاموا بتقويم الأختبارات . وقد تم تقدير الأستيعاب من خلال أحدى العبارتين (جيد - ردئ) . المطلوب هو إلى أي مدى يمكن الحكم على وجود علاقة بين عدد ساعات القراءة والقدرة على الأستيعاب . أحسب معامل التوافق

عدد الساعات / الأستيعاب	جيد		ردئ		المجموع
جيد	أ	15	ب	5	20
ردئ	جـ	3	د	10	13
المجموع	18		15		33

تمرين (3) :

أحسب معامل التوافق من البيانات الآتية .

ص / س	راسب	ناجح
راسب	0.27	0.20
ناجح	0.30	0.23

تمرين (4) :

البيانات الآتية تمثل توزيع الذكور والأناث على ثلاث كليات في جامعة بابل المطلوب حساب معامل التوافق .

صنف الطلاب / الكليات	ذكور	أناث
كلية التربية الرياضية	100	80
كلية الطب البيطري	33	27
كلية التربية	170	90

تمرين (5) :

البيانات الآتية تمثل توزيع (270) مفردة بين الألوان والجنس . المطلوب حساب معامل التوافق

الجنس / الألوان	ذكر	أنثى
الأزرق	80	40
الأخضر	30	50
الأحمر	40	30

معامل الأرتباط الثنائي الأصيل (بوينت بايسيريال)

يستخدم معامل الأرتباط الثنائي الأصيل إذا أردنا حساب أرتباط درجات كل سؤال من أسئلة الأختبار (ثنائي الأجابة) بالدرجة الكلية للأختبار كما يستخدم في حساب صدق أدوات القياس السلوكية في حالة حساب صدق تمييز الأداة بأستخدام المقارنة الطرفية (أعلى وأدنى 27 % من الدرجات الكلية للأختبار) نظراً لأن طريقة المقارنة الطرفية (صدق التمييز) تعطي مؤشراً لصدق الأداة وليست القيمة العددية لمعامل الصدق ويمكن حساب معامل الأرتباط الثنائي الأصيل من المعادلة الآتية :

$$(\text{رث}) = \frac{\bar{\text{ص}}_1 - \bar{\text{ص}}}{\text{ع ص}} \sqrt{\frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_0}}$$

حيث أن :

(رث) = معامل الأرتباط الثنائي الأصيل

ص‾ $_1$ = الوسط الحسابي للعلامات على الأمتحان للطلاب الذين كانت أجاباتهم عن الفقرة أجابة صحيحة .

ص‾ = متوسط توزيع الدرجات الكلية في الأختبار .

ع ص = الأنحراف المعياري لدرجات جميع الطلبة على الأمتحان .

ص $_1$ = نسبة الطلبة الذين كانت أجابتهم عن الفقرة أجابة صحيحة .

ص $_0$ = نسبة الطلبة الذين كانت أجابتهم عن الفقرة أجابة خاطئة .

مثال /

نفرض أننا طبقنا أختباراً تحصيلياً مقنناً يشتمل على مفردات أختيار من متعدد على خمسة طلاب وأردنا أيجاد قيمة معامل الأرتباط (بوينت بايسيريال) لأحدى هذه الفقرات . والجدول الآتي يبين درجاتهم على المفردة (س) ودرجاتهم الكلية في الأختبار (ص) وكذلك قيم (ص^2) وقيم (ص) عندما (س = 1)

الطلاب	س	ص	ص^2	ص (عندما س = 1)
1	صفر	8	64	–
2	1	6	36	6
3	1	9	81	9
4	صفر	7	49	–
5	1	5	25	5
مجـ	3	35	255	20

الحل /

الخطوة (1) : نوجد (ص $_1$) أي متوسط الدرجات الكلية في الأختبار للمجموعة التي أجابت أجابة صحيحة عن المفردة (س=1) من العمود (5) وعلى الآتي :

ص‾ $_1$ = 20 ÷ 3 = 6.7

الخطوة (2) : نوجد (ص) أي متوسط الدرجات الكلية في الأختبار من العمود (2) وعلى الوجه الآتي :

ص‾ = 35 ÷ 5 = 7

الخطوة (3) : نوجد (ع ص) أي الأنحراف المعياري للدرجات من العمودين (3 و 4) باستخدام الصيغة الآتية

$$\text{ع ص} = \sqrt{\dfrac{\text{مجـ}(\text{ص})^2 - \dfrac{(\text{مجـ ص})^2}{\text{ن}}}{\text{ن}}}$$

$$ع\,ص = \sqrt{\dfrac{(255) - \dfrac{(35)^2}{5}}{5}} = \sqrt{\dfrac{255 - \dfrac{1225}{5}}{5}}$$

$$ع\,ص = \sqrt{\dfrac{255 - 245}{5}} = \sqrt{\dfrac{10}{5}} = \sqrt{2} = ع\,ص = 1.41$$

الخطوة (4) : نوجد (ص $_0$) أي نسبة عدد الطلبة الذين حصلوا على الدرجة (صفر) في المفردة وذلك من العمود (2) أيضاً وعلى الوجه الآتي :

$$ص_0 = 2 \div 5 = 0.4$$

الخطوة (5) : نوجد (ص $_1$) أي نسبة عدد الطلبة الذين حصلوا على الدرجة (1) في المفردة وذلك في العمود (2) أيضاً على ما يأتي :

$$ص_1 = 3 \div 5 = 0.6$$

الخطوة (6) : نطبق القانون لأيجاد معامل الأرتباط الثنائي المتسلسل ما يأتي :

$$(رث) = \dfrac{\bar{ص}_1 - \bar{ص}}{ع\,ص} \sqrt{\dfrac{ص_1}{ص_0}}$$

$$(رث) = \dfrac{7 - 6.7}{1.41} \sqrt{\dfrac{0.6}{0.40}} = (رث) = \dfrac{-0.3}{1.41} \sqrt{1.5} = (رث) = \dfrac{-0.3}{1.41} \times 1.22$$

$$(رث) = -0.21 \times 1.22 \qquad (رث) = -0.26$$

ويلاحظ أن قيمة معامل الأرتباط الثنائي المتسلسل لهذه المفردة سالبة وهذا يعني أن نسبة عدد طلاب المجموعة الدنيا أي (الطلاب الضعفاء) أجابوا أجابة صحيحة عن المفردة أكبر من نسبة عدد طلاب المجموعة العليا (الطلاب الأقوياء) أي الذين حصلوا على درجات كلية مرتفعة في الأختبار .

مثال /

أجرى باحث أختباراً على (10) طلاب في مادة الأحصاء وكانت أجاباتهم عن الفقرة في العمود (س) ودرجاتهم في الأمتحان في العمود (ص) كما مبين في الجدول:

رقم الطالب	س	ص	ص^2	ص (عندما س = 1)
1	1	8	64	8
2	صفر	3	9	—
3	صفر	3	9	—
4	1	10	100	10
5	1	5	25	5
6	1	5	25	5
7	صفر	6	36	—
8	1	7	49	7
9	1	7	49	7
10	صفر	صفر	صفر	—
مجـ	6	54	366	42

الحل /

الخطوة (1) : نوجد (ص $_1$) أي متوسط الدرجات الكلية في الأختبار للمجموعة التي أجابت أجابة صحيحة عن المفردة (س=1) من العمود (5) وعلى ما هو آتٍ :

$\bar{ص}_1 = 42 \div 6 = 7$

الخطوة (2) : نوجد (ص) أي متوسط الدرجات الكلية في الأختبار من العمود (2) وعلى ما يأتي :

$\bar{ص} = 54 \div 10 = 5.4$

الخطوة (3) : نوجد (ع ص) أي الأنحراف المعياري للدرجات من العمودين (3 و 4) باستخدام الصيغة الآتية

$$ع\,ص = \sqrt{\frac{مجـ\,(ص)^2 - \frac{(مجـ\,ص)^2}{ن}}{ن}}$$

$$\sqrt{(366) - \frac{(54)^2}{\ }} \qquad \sqrt{366 - \frac{2916}{\ }}$$

$$\text{ع ص} = \frac{10}{10} = \frac{10}{10}$$

$$\text{ع ص} = \sqrt{\frac{366 - 291.6}{10}} = \sqrt{\frac{74.4}{10}} = \sqrt{7.44} \quad \text{ع ص} = 2.73$$

الخطوة (4) : نوجد (ص $_0$) أي نسبة عدد الطلبة الذين حصلوا على الدرجة (صفر) في المفردة وذلك من العمود (2) أيضاً على ما يأتي :

$$\text{ص}_0 = 4 \div 10 = 0.4$$

الخطوة (5) : نوجد (ص $_1$) أي نسبة عدد الطلبة الذين حصلوا على الدرجة (1) في المفردة وذلك في العمود (2) أيضاً على ما يأتي :

$$\text{ص}_1 = 6 \div 10 = 0.6$$

الخطوة (6) : نطبق القانون لأيجاد معامل الأرتباط الثنائي المتسلسل على ما يأتي :

$$(\text{رث}) = \frac{\bar{\text{ص}}_1 - \bar{\text{ص}}}{\text{ع ص}} \sqrt{\frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_0}}$$

$$(\text{رث}) = \frac{7 - 5.4}{2.73} \sqrt{\frac{0.6}{0.4}} \quad (\text{رث}) = \frac{1.6}{2.73} \sqrt{1.5} \quad (\text{رث}) = 0.59 \times 1.22$$

$$(\text{رث}) = 0.59 \times 1.22 \quad (\text{رث}) = 0.72$$

ويمكن أن تأخذ معادلة (بوينت بايسيريال) الصورة الآتية :

$$(\text{رث}) = \frac{\bar{\text{ص}}_1 - \bar{\text{ص}}_0}{\sqrt{\frac{\text{ن مجـ ص}^2 - (\text{مجـ ص})^2}{\text{ن}^2}}} \ \text{ل ك}$$

حيث أن :

(رث) = معامل الأرتباط الثنائي الأصيل

$\bar{ص}_1$ = الوسط الحسابي للعلامات على الأمتحان للأفراد الذين كانت أجاباتهم عن الفقرة أجابة صحيحة .

$\bar{ص}_0$ = الوسط الحسابي للعلامات على الأمتحان للأفراد الذين كانت أجاباتهم عن الفقرة أجابة خاطئة .

$$\frac{ن\ مجـ\ ص^2 - (مجـ\ ص)^2}{ن^2}$$ = الأنحراف المعياري لدرجات جميع الأفراد .

ل = نسبة عدد الأفراد ذوي العلامة (1) على المتغير الثنائي .

ك = نسبة عدد الأفراد ذوي العلامة (0) على المتغير الثنائي .

ن = عدد أفراد العينة .

ويتم الأستدلال على معنوية الأرتباط باستخدام المعادلة التائية والتي ستقارن مع قيمة (ت) الجدولية .

$$\sqrt{\frac{ن - 2}{1 - ر^2}}$$

الد											
د.ح ن-2	0.01	0.05	د.ح ن-2	0.01	0.05	د.ح ن-2	0.01	0.05	د.ح ن-2	0.01	0.05
1	1.00	0.99	**13**	0.64	0.51	**25**	0.48	0381	**80**	0.28	0.21
2	0.99	0.95	**14**	0.62	0.49	**26**	0.478	0.37	**90**	0.26	0.20
3	0.95	0.87	**15**	0.60	0.48	**27**	0.47	0.367	**100**	0.25	0.19
4	0.91	0.81	**16**	0.59	0.46	**28**	0.46	0.361	**125**	0.22	0.17
5	0.87	0.75	**17**	0.57	0.45	**29**	0.45	0.35	**150**	0.20	0.15
6	0.83	0.70	**18**	0.56	0.44	**30**	0.44	0.34	**200**	0.18	0.13
7	0.79	0.66	**19**	0.54	0.43	**35**	0.41	0.32	**300**	0.14	0.11
8	0.76	0.63	**20**	0.53	0.42	**40**	0.39	0.30	**400**	0.12	0.098
9	0.73	0.60	**21**	0.52	0.41	**45**	0.37	0.28	**500**	0.11	0.088

0.062	0.81	**1000**	0.27	0.35	**50**	0.40	0.51	**22**	0.57	0.70	**10**
			0.25	0.32	**60**	0.39	0.50	**23**	0.55	0.68	**11**
			0.23	0.30	**70**	0.388	0.49	**24**	0.53	0.66	**12**

الباب السادس

أختبار مان - ويتني
أختبار ولكوكسن
أختبار كروسكال - واليز
كا^2

أختبار مان ويتني

يعد أختبار مان ويتني واحداً من أقوى الأختبارات التي تعتمد في قياسها على مقاييس الترتيب وقد صمم هذا الأختبار لقياس ما أذا كانت مجموعتا التجربة قد سحبت من مجتمع واحد أم لا لذا فهو يناظر أختبار (ت) .

ويلجأ الباحث إلى أستخدام أختبار مان ويتني لحساب الفروق بين عينتين أو مجموعتين مستقلتين عندما يتعذر عليه أستخدام أختبار (ت) أي عندما لا تتحقق شروط أستخدام أختبار (ت) مثل (العينات العشوائية ، تجانس التباين ، أعتدالية التوزيع ، أستقلالية العينات وغيرها) وأيضاً عندما تكون البيانات التي حصل عليها الباحث لمتغيرات بحثه في صورة رتب أو درجات يمكن تحويلها إلى رتب .

دواعي الأستخدام

يلجأ الباحثون في بعض الأحيان إلى أستخدام هذا الأختبار بديلاً لأختبار (ت) في الحالات الآتية :

- في حالة أستخدام المجموعات المستقلة الصغيرة العدد .
- وجود تطرف شديد من البيانات المتجمعة من التجربة لعدم تجانس الأفراد في الصفات المقاسة .
- عدم التساوي في تباين العينة .
- في حالة أستخدام مقاييس الترتيب من جمع بيانات التجربة .
- يغلب أستخدامه بالنسبة للمجموعات غير المتساوية العدد .

وتقوم فكرة أختبار مان ويتني على أساس أن مجموعتي البحث اللتين تجري المقارنة بينهما تتوزع درجاتهما توزيعاً مستمراً.

مثال /

حصل باحث على البيانات الآتية . المطلوب حساب الفروق بين المجموعتين بأستخدام أختبار مان ويتني

المجموعة التجريبية (ت)	78	64	52	47	36	75	45	50	68
المجموعة الضابطة (ض)	51	53	70	64	52	39	42	49	-

خطوات الحل /

أولاً : نرتب درجات أفراد المجموعتين معاً ترتيباً طبيعياً .
ثانياً : نقوم بأعطاء الرتبة (1) لأقل قيمة والرتبة (2) للتي تليها وفي حالة القيم المتساوية فأنها تعطى متوسط الرتب التسلسلية التي تحتها .
ثالثاً : نقوم بحساب مجموع الرتب لكل مجموعة على أنفراد .
رابعاً : نقوم بعدها بتطبيق صورتي معادلة أختبار مان ويتني الأساسية وهما :

$$\text{ي}_1 = \text{ن}_1 \times \text{ن}_2 + \frac{\text{ن}_1 (\text{ن}_1 + 1)}{2} - \text{مج ر}_1$$

$$\text{ي}_2 = \text{ن}_1 \times \text{ن}_2 + \frac{\text{ن}_2 (\text{ن}_2 + 1)}{2} - \text{مج ر}_2$$

أذ أن :

ن_1 = عدد المشاهدات في المجموعة الأولى .
ن_2 = عدد المشاهدات في المجموعة الثانية .
مج ر_1 = مجموع الرتب في المجموعة الأولى .
مج ر_2 = مجموع الرتب في المجموعة الثانية .

ونختار القيمة الأصغر لنقارنها بالقيمة الجدولية للأختبار للتحقق من دلالة الفروق الأحصائية وعلى ما هو في الجدول الآتي :

ن	الرتبة	ن	الرتبة
78	17	51	8
64	12.5	53	11
52	9.5	70	15
47	5	64	12.5
36	1	52	9.5
75	16	39	2
45	4	42	3
50	7	49	6
68	14	–	—
المجموع	86	المجموع	67

(1 + 9) 9   90

$$31 = 86 - 45 + 72 = 86 \frac{\quad}{2} + 72 = 86 - \frac{\quad}{2} + 8 \times 9 = \text{ي}_1$$

$$41 = 67 - 36 + 72 = 67 \frac{72}{2} + 72 = 67 \frac{8\,(1+8)}{2} + 8 \times 9 = \text{ي}_2$$

وبما أن قيمة (ي $_1$) أصغر من قيمة (ي $_2$) لذلك نعتمد المقدار (ي $_1$) لنقارنها بالقيمة الجدولية للأختبار للتحقق من دلالة الفروق الأحصائية وتستخرج القيمة الجدولية عن طريق تقاطع (ن$_1$ مع ن$_2$) .

مثال /

قام باحث بأختبار مجموعتين من الطلبة بطريقة عشوائية وكانت المجموعتان متكافئتين أطلق على مجموعة منها (المجموعة التجريبية) وأطلق على الأخرى مسمى (المجموعة الضابطة) ثم قمنا بتعريض المجموعة (التجريبية) لبرنامج لتنمية التفكير الأبداعي وبعد أنتهاء البرنامج قام الباحث بقياس التفكير الأبداعي لدى أفراد المجموعتين (التجريبية والضابطة)وحصل على البيانات الآتية :

المجموعة الضابطة (ن 1)	52	78	56	90	65	86	64	90	49	78
المجموعة التجريبية (ن 2)	72	62	91	88	90	74	98	80	81	71

الحل /

أولاً : نرتب درجات أفراد المجموعتين معاً ترتيباً طبيعياً .

ثانياً : نقوم بأعطاء الرتبة (1) لأقل قيمة والرتبة (2) للتي تليها وفي حالة القيم المتساوية فأنها تعطى متوسط الرتب التسلسلية التي تحتها .

ثالثاً : نقوم بحساب مجموع الرتب لكل مجموعة على أنفراد .

رابعاً : نقوم بعدها بتطبيق صورتي معادلة أختبار مان ويتني الأساسية وهما :

$$\text{ي}_1 = \text{ن}_1 \times \text{ن}_2 + \frac{\text{ن}_1(\text{ن}_1 + 1)}{2} - \text{مج ر}_1$$

$$\text{ن}_2(\text{ن}_2 + 1)$$

$$ي_2 = ن_1 \times ن_2 + \frac{}{2} - مج\ ر_2$$

ونختار القيمة الصغرى لنقارنها بالقيمة الجدولية للتحقق من دلالة الفروق الأحصائية وعلى ما هو في الجدول الآتي :

ن	الرتبة	ن	الرتبة
52	**2**	**72**	**8**
78	**10.5**	**62**	**4**
56	**3**	**91**	**19**
90	**17**	**88**	**15**
65	**6**	**90**	**17**
86	**14**	**74**	**9**
64	**5**	**98**	**20**
90	**17**	**80**	**12**
49	**1**	**91**	**13**
78	**10.5**	**71**	**7**
المجموع	**86**	**المجموع**	**124**

$$ي_1 = 10 \times 10 + \frac{10(10+1)}{2} - 86 = 100 + \frac{110}{2} - 86 = 100 + 55 - 86 = 69$$

$$ي_2 = 10 \times 10 + \frac{10(10+1)}{2} - 124 = 100 + \frac{110}{2} - 124$$

$$= 100 + 55 - 124 = 31$$

وبما أن قيمة ($ي_2$) أصغر من قيمة ($ي_1$) لذلك نعتمد المقدار ($ي_2$) لنقارنها بالقيمة الجدولية للأختبار للتحقق من دلالة الفروق الأحصائية وتستخرج القيمة الجدولية عن طريق تقاطع ($ن_1$ مع $ن_2$) .

الدلالة الأحصائية لأختبار (مان - ويتني) عند مستوى دلالة (0.05) أتجاه واحد و (0.01)

لأتجاهين												
ن2	عينة أكبر											
ن1	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	صفر	صفر
2	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
3	2	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18
5	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25
6	12	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	32
7	15	17	19	21	24	26	28	30	33	35	37	39
8	18	20	23	26	28	31	33	36	39	41	44	47
9	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54
10	24	27	31	34	37	41	44	48	51	55	58	62
11	27	31	34	38	42	46	50	54	57	61	65	69
12	30	34	38	42	47	51	55	60	64	68	72	77
13	33	37	42	47	51	56	61	65	70	75	80	84
14	36	41	46	51	56	61	66	71	77	82	87	92
15	39	44	50	55	61	66	72	77	83	88	94	100
16	42	48	54	60	65	71	77	82	89	95	101	107
17	45	51	57	64	70	77	83	89	96	102	109	115
18	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109	116	123
19	51	58	65	72	80	87	99	101	109	116	123	130
20	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138

تمرينات للمراجعة

تمرين (1) :

حصل باحث على البيانات الآتية :

المجموعة التجريبية (ت)	86	77	64	58	49	72	81
المجموعة الضابطة (ض)	100	79	73	55	56	75	85

تمرين (2) :

قام باحث باختيار (20) من الطلبة بطريقة عشوائية قسموا إلى مجموعتين (تجريبية و ضابطة) وقد تعرضت المجموعة الضابطة لبرنامج لتحسين الخط لديهم وبعد أنتهاء البرنامج قام الباحث بقياس جودة الكتابة لدى أفراد المجموعتين وحصل على البيانات الآتية :

المجموعة التجريبية (ت)	15	15	13	10	10	7	6	3	5	8
المجموعة الضابطة (ض)	11	11	10	9	5	4	4	3	2	2

تمرين (3) :

قام باحث بتطبيق مقياس للرضا الوظيفي على مدرسي التربية الرياضية على مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة وحصل على البيانات الآتية :

المجموعة التجريبية (ت)	23	84	28	90	57	26	48	57	34
المجموعة الضابطة (ض)	20	98	35	64	84	11	44	34	28

أختبار ولكوكسن

يستخدم هذا الأختبار لدراسة الفروق بين عينتين أو مجموعتين مرتبطتين من البيانات ويطلق عليه أسم أختبار الأزواج المتناظرة ويستخدم كذلك عندما يتعذر على الباحث أستخدام أختبار (ت) لمتوسطين مرتبطين (عينة واحدة) ويصلح أختبار ولكوكسن في حالة المقارنة بين درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي والبعدي) كما يصلح في حساب الفروق بين درجات مجموعة من الأفراد في أختبار ما ودرجات المجموعة نفسها من الأفراد في أختبار آخر .

خطوات الأختبار

أختبار ولكوكسن شأنه في ذلك شأن جميع الأختبارات الأحصائية التي تتم على المجموعات المرتبطة حيث تأخذ هذه الأختبارات في أعتبارها الأزواج المتناظرة من الدرجات التي يتم الحصول عليها نتيجة أعادة تطبيق عملية القياس لهذا يعد أختبار ولكوكسن من الأختبارات التي تتميز بسهولة تطبيقها وحساب نتائجها وفقاً لعدد بسيط من الخطوات وهي :

أولاً : تحديد الفروق بين كل زوج متناظر من الدرجات .

ثانياً : ترتيب هذه الفروق وفقاً لقيمها بغض النظر عن نوع الأشارة مع ملاحظة أعطاء الرتب الصغرى للدرجات الصغرى كما في أختبار مان ويتني .

ثالثاً : أذا جاء الفرق بين أي زوج من الدرجات يساوي صفراً فأنه يستبعد من التحليل .

رابعاً : تجمع رتب الفروق ذات القيم السالبة على حدة والموجبة على حدة وتستخدم القيمة الصغرى كنتيجة نهائية (محسوبة) لأختبار ولكوكسن حيث تقارن هذه القيمة مع القيمة الجدولية فأذا كانت القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الجدولية دل ذلك على وجود فروق بين درجات القياس في المرتين .

مثال /

لنفترض أن لدينا مجموعتين من الدرجات عن معدل القراءة لمجموعة تتكون من (10) طلاب قبل وبعد أنتظامهم في برنامج للتدريب على السرعة في القراءة وبعده وكانت النتائج التي حصلنا عليها على ما يأتي :

التلاميذ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
القياس القبلي	150	135	102	96	127	118	132	124	115	103
القياس البعدي	145	138	121	115	134	132	138	145	126	94

المطلوب : معرفة أهناك فروق حقيقية في معدل القراءة أم لا ؟

الحل /

نقوم بتطبيق أختبار ولكوكسن وفقاً للخطوات الآتية :

الخطوة (1) : نقوم بعمل جدول يتكون من (7) أعمدة و (11) صفاً ونضع البيانات السابقة في الأعمدة (1 – 2 3) ثم نقوم بطرح كل رقم في العمود (3) من الرقم المناظر له في العمود (2) ونقوم بوضع الناتج مع تحديد الأشارة في العمود (4) يلي ذلك حساب القيم المطلقة للفروق (ف) في العمود الخامس وتتم هذه الخطوة بحذف الأشارات السالبة .

الخطوة (2) : نقوم بأعطاء رتب لقيم الفروق وفقاً للعدد الكلي للمشاهدات (10) مشاهدات مبتدئين بالقيم الصغرى مع وضع الناتج في العمود (6) .

الطلاب	الدرجات		الفروق (ف)	/ ف /	رتب الفروق	الرتب مع الأشارة
	القبلي	البعدي				
1	145	150	5 -	5	2	2 -
2	138	135	3 +	3	1	1 +
3	121	102	19 +	19	8.5	8.5 +
4	115	96	19 +	19	8.5	8.5 +
5	134	127	7 +	7	4	4 +
6	132	118	14 +	14	7	7 +
7	138	132	6 +	6	3	3 +
8	145	124	21 +	21	10	10 +
9	126	115	11 +	11	6	6 +
10	94	103	9 -	9	5	5 -

عدد أزواج الدرجات = 10

/ ف / = القيم المطلقة للفروق وتتم بحذف الأشارة السالبة

الخطوة (3) : تعطي الأشارة (+ ، -) للرتب وذلك وفقاً لأتجاهات الفروق في العمود (4) حيث توضع الرتب وأشاراتها في العمود (7) .

الخطوة (4) : تجمع رتب فروق القيم السالبة وهي في هذا المثال قيمتان هما (- 5 ، - 9) ورتبتهما (2-5) على التوالي .

إذ إن مجموع القيم السالبة مجـ ر $_{(-)}$ = - 2 + - 5 = - 7 (وتستخدم القيمة المطلقة بأهمال الأشارة) .

الخطوة (5) : بالمثل تجمع كل رتب فروق القيم الموجبه على ما يأتي :

مجـ ر$_{(+)}$ = 1 + 8.5 + 8.5 + 4 + 7 + 3 + 10 + 6 = 48

الخطوة (6) : قلنا في أختبار ولكوكسن نأخذ القيمة الصغرى لمجموع الرتب التي لها نفس الأشارة وقد حصلنا في هذا المثال على قيمتين لمجموع الرتب هي (7 ، 48) ، أذن القيمة التي سيتعامل معها الأختبار هي (7) وبالكشف عن قيمة ولكوكسن الجدولية لتحديد دلالة الفروق عندما يكون عدد الأزواج (10) يتضح أن قيمتها هي (8) عند مستوى دلالة (0.05) وهذا يبين أن القيمة المحسوبة (7)

أصغر من القيمة الجدولية (8) أي أن الفروق بين القياسين دالة أحصائياً بمعنى أن معدل القراءة بعد التدريب أصبح أسرع منه قبل التدريب .

مثال /

طبق باحث أختباراً للقلق على (10) طلاب من الطلاب مرتفعي القلق (قياس قبلي) وبعد أن أستخدم معهم أسلوباً للعلاج السلوكي لتخفيف القلق لديهم قام بتطبيق أختبار القلق عليهم مرة ثانية (أختبار بعدي) فحصل الباحث على البيانات الآتية :

القياس القبلي	28	45	27	33	26	31	35	28	26	34
القياس البعدي	27	45	24	23	34	23	29	30	31	27

المطلوب : التحقق لمعرفة أهناك فروق حقيقية لأسلوب العلاج أم لا ؟

الحل /

لمعرفة الفروق بين درجات القياسين القبلي والبعدي نتبع الخطوات الآتية :

الخطوة (1) : نقوم بعمل جدول يتكون من (7) أعمدة و (11) صفاً ونضع البيانات السابقة في الأعمدة (1 – 2 - 3) ثم نقوم بطرح كل رقم في العمود (3) من الرقم المناظر له في العمود (2) ونقوم بوضع الناتج مع تحديد الأشارة في العمود (4) يلي ذلك حساب القيم المطلقة للفروق (ف) في العمود الخامس وتتم هذه الخطوة بحذف الأشارات السالبة .

الخطوة (2) : نقوم بأعطاء رتب لقيم الفروق وفقاً للعدد الكلي للمشاهدات (10) مشاهدات مبتدئين بالقيم الصغرى مع وضع الناتج في العمود (6) .

الطلاب	الدرجات		الفروق (ف)	/ ف /	رتب الفروق	الرتب مع الأشارة
	القبلي	البعدي				
1	28	27	1	1	1	1
2	45	45	صفر			
3	27	24	3	3	3	3
4	33	23	10	10	9	9
5	26	34	8 -	8	7.5	7.5 -
6	31	23	8	8	7.5	7.5
7	35	29	6	6	5	5
8	28	30	2 -	2	2	2 -
9	26	31	5 -	5	4	4 -

10	34	27	7	7	6	6

عدد أزواج الدرجات = 10

/ ف / = القيم المطلقة للفروق وتتم بحذف الأشارة السالبة

الخطوة (3) : تعطي الأشارة (+ ، -) للرتب وذلك وفقاً لأتجاهات الفروق في العمود (4) حيث توضع الرتب وأشاراتها في العمود (7) .

الخطوة (4) : تجمع رتب فروق القيم السالبة وهي في هذا المثال قيمتان هما (- 8 ، - 2 ، - 5) ورتبتهما (2 ، 4 ، 7.5) على التوالي .

إذ إن مجموع القيم السالبة مجـ ر $_{(-)}$ = - 2 + - 4 + - 7.5 = - 13.5 (وتستخدم القيمة المطلقة بأهمال الأشارة) .

الخطوة (5) : بالمثل تجمع كل رتب فروق القيم الموجبه على ما يأتي :

مجـ ر $_{(+)}$ = 1 + 3 + 9 + 7.5 + 5 + 6 = 31.5

الخطوة (6) : قلنا في أختبار ولكوكسن نأخذ القيمة الصغرى لمجموع الرتب التي لها الأشارة نفسها وقد حصلنا في هذا المثال على قيمتين لمجموع الرتب هي (13.5 ، 31.5) ، إذن القيمة التي سيتعامل معها الأختبار هي (13.5) وبالكشف عن قيمة ولكوكسن الجدولية لتحديد دلالة الفروق عندما يكون عدد الأزواج (9) نظراً لأن الأزواج التي لها فروق صفرية يتم أستبعادها من العدد (ن) ففي مثالنا عدد الأزواج (10 - 1 = 9) يتضح أن قيمتها هي (5) عند مستوى دلالة (0.05) وهذا يبين أن القيمة المحسوبة (13.5) أكبر من القيمة الجدولية (5) أي أن الفروق بين القياسين غير دالة أحصائياً بمعنى أن الأسلوب العلاجي ليس له تأثير في مستوى القلق عند الطلبة .

الدلالة الأحصائية لأختبار (ويلكوكسن) لعينتين مترابطتين									
ن	أختبار ذو أتجاه واحد		أختبار ذو أتجاهين		ن	أختبار ذو أتجاه واحد		أختبار ذو أتجاهين	
	0.01	0.05	0.01	0.05		0.01	0.05	0.01	0.05
5	—	صفر	—	—	28	101	130	91	116
6	—	2	—	صفر	29	110	140	100	126
7	صفر	3	—	2	30	120	151	109	137
8	1	5	صفر	3	31	130	163	118	147
9	3	8	2	5	32	140	175	128	159

170	138	187	151	**33**	8	3	10	5	**10**
182	148	200	162	**34**	10	5	12	7	**11**
195	159	213	172	**35**	13	7	17	9	**12**
208	171	227	185	**36**	17	10	21	12	**13**
221	182	241	198	**37**	21	13	25	15	**14**
235	194	256	211	**38**	25	16	30	19	**15**
249	207	271	224	**39**	29	20	35	23	**16**
264	220	286	238	**40**	34	23	41	27	**17**
279	232	302	252	**41**	40	28	47	32	**18**
294	247	319	266	**42**	46	32	52	37	**19**
310	261	336	281	**43**	52	38	60	43	**20**
327	276	353	296	**44**	58	43	67	49	**21**
343	291	371	312	**45**	65	49	75	55	**22**
361	307	389	328	**46**	73	55	83	66	**23**
378	322	407	345	**47**	81	61	91	69	**24**
396	339	426	362	**48**	89	68	100	76	**25**
415	355	446	379	**49**	98	75	110	84	**26**
434	373	466	397	**50**	107	82	119	92	**27**

تمرينات للمراجعة

تمرين (1) :

طبق باحث أختباراً لقلق الأمتحان على (10) طلاب (قياس قبلي) وبعد أن أدى الطلبة الأمتحان قام الباحث بتطبيق الأختبار عليهم مرة ثانية (قياس بعدي) فحصل على البيانات الآتية **المطلوب** حساب الفرق باستخدام أختبار ولكوكسن:

القياس القبلي	30	47	29	25	28	33	37	30	28	36
القياس البعدي	29	47	26	25	36	25	31	32	33	29

تمرين (2) :

طبق باحث أختباراً لقياس المعرفة العلمية مكون من (30) فقرة على مجموعة من مدرسي ومدرسات التربية الرياضية فحصل على البيانات الآتية **المطلوب** حساب الفرق باستخدام أختبار ولكوكسن:

المدرسين	20	17	15	8	6	16	18	5	9	12
المدرسات	17	13	19	10	7	2	1	14	3	4

تمرين (3) :

لدينا مجموعة من الطلبة عددهم (10) طلاب تم أختبارهم بمادة الأحصاء . تم تطبيق برنامج للدروس الأضافية عليهم لمدة (6) أسابيع ثم أعيد تطبيق الأختبار عليهم مرة ثانية فحصلنا على البيانات الآتية . **المطلوب** معرفة ما إذا كان لبرنامج الدروس الأضافية تأثير في معدل درجاتهم أم لا .

الطلبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الأختبار الأول	50	35	12	16	27	18	32	24	15	13
الأختبار الثاني	45	38	21	22	34	32	38	45	26	11

أختبار كروسكال – واليز

يستخدم أختبار كروسكال – واليز عندما يتعذر أستخدام تحليل التباين أحادي الأتجاه أي عندما لا تتحقق شروط أستخدام تحليل التباين أحادي الأتجاه (الأعتدالية ، تجانس تباين العينات مع المجتمعات المسحوبة منها أستقلالية العينات ... وغيرها) ويستخدم هذا الأختبار في المقارنة بين عدة عينات مستقلة بحيث تكون

البيانات رتبية أو يمكن تحويلها إلى رتب . ويعد هذا الأختبار توسيعاً لأختبار ويلكوكسن إلى أي عدد من المجموعات المستقلة(أكثر من مجموعتين) ويعتمد هذا الأختبار على رتب الأفراد في المجموعات أي يتم دمج درجات المجموعات (ك) معاً بأعتبارها مجموعة واحدة ثم وضع رتبة لكل درجة بحيث تأخذ أصغر درجة الرتبة (1) ثم الدرجة التي تليها تأخذ الرتبة (2) وهكذا ثم نحسب مجموع رتب كل مجموعة (مجموع رتب المجموعة الأولى (ن 1) = مجـ ر 1 ، مجموع رتب المجموعة الثانية (ن2) = مجـ ر2 وهكذا للبقية) ثم نحسب القيم الآتية :

$$م1 = \frac{(مجـ ر1)^2}{ن1} \qquad م2 = \frac{(مجـ ر2)^2}{ن2}$$

وهكذا للبقية ثم نعوض في المعادلة الآتية :

$$(هـ) = \frac{12 \times مجـ م}{ن(ن+1)} - 3(ن+1)$$

حيث أن :

$$مجـ م = م1 + م2 + م3 + ...\ الخ$$

$$= \frac{(مجـ ر1)^2}{ن1} + \frac{(مجـ ر2)^2}{ن2} ....\ الخ$$

$$ن = ن1 + ن2 + ن3 + ...\ الخ$$

ثم نقارن قيمة (هـ) المحسوبة بقيمة ($كا^2$) الجدولية المقابلة لدرجات الحرية

درجات الحرية = عدد المجموعات - 1

وعندما تكون هناك رتب مكررة فأنه يمكن التعويض بالمعادلة الآتية :

$$(هـ) = \frac{\dfrac{12 \times مجـ م}{ن(ن+1)} - 3(ن+1)}{1 - \dfrac{مجـ ت}{(ن^2 - ن)}}$$

حيث أن :

$$\text{معامل التصحيح} = 1 - \frac{\text{مجـ ت}}{(\text{ن}^2 - \text{ن})}$$

مجـ ت = [(ت_1^3 - ت_1) + (ت_2^3 - ت_2) + ... الخ

ت_1 = عدد التكرارات المتشابهة في المجموعة الأولى (ن1) .

ت_2 = عدد التكرارات المتشابهة في المجموعة الثانية (ن2) .

ت_3 = عدد التكرارات المتشابهة في المجموعة الثالثة (ن3) .

مثال /

طبق باحث أختباراً في التحصيل على ثلاث مجموعات من الطلبة فحصل على الدرجات الآتية :

المجموعة (1)	3	7	11	16	22	29	31	36	-
المجموعة (2)	3	4	7	18	19	32	-	-	-
المجموعة (3)	22	38	46	47	47	50	53	54	56

المطلوب : حساب الفروق بين درجات المجموعات الثلاثة ؟

الحل /

المجموعة ن1	ر1	المجموعة ن2	ر2	المجموعة ن3	ر3
3	1.5	3	1.5	22	10.5
7	4.5	4	3	38	16
11	6	7	4.5	46	17
16	7	18	8	47	18.5
22	10.5	19	9	47	18.5
29	12	32	14	50	20
31	13	-	-	53	21
36	15	-	-	54	22
-	-	-	-	56	23
ن1 = 8	مجـ ر1 = 69.5	ن2 = 6	مجـ ر2 = 40	ن3 = 9	مجـ ر3 = 166.5

الخطوة (1) : ن (1) = 8 ن2 = 9 ن3 = 9 (ن) الكلية = 23

الخطوة (2) : نحسب كلاً من :

$$(\text{م } 1) = \frac{(\text{مجـ ر}1)^2}{\text{ن}1} = \frac{(69.5)^2}{8} = \frac{4830.25}{8} \quad (\text{م } 1) = 603.78$$

$$(\text{م } 2) = \frac{(\text{مجـ ر}2)^2}{\text{ن}2} = \frac{(40)^2}{6} = \frac{1600}{6} \quad (\text{م } 2) = 266.67$$

$$(\text{م } 3) = \frac{(\text{مجـ ر}3)^2}{\text{ن}3} = \frac{(166.5)^2}{9} = \frac{27722.25}{9} \quad (\text{م } 3) = 3080.25$$

الخطوة (3) : نحسب مجـ م = مجـ (م1 + م2 + م3) = 3950.7

الخطوة (4) : نحسب عدد مجموعات القيم المتساوية (مجـ ت) = $(\text{ت}_1^3 - \text{ت}_1)$

$$= 2^3 - 2 = 8 - 2$$

$$(\text{مجـ ت}) = 6$$

الخطوة (5) : نحسب قيمة (هـ) :

$$(\text{هـ}) = \frac{\dfrac{12 \times 3950.7}{23\,(23 + 1)} - 3\,(23 + 1)}{1 - \dfrac{6}{(23)^2 - 23}}$$

$$(\text{هـ}) = \frac{\dfrac{47408.4}{23 \times 24} - 3 \times 24}{1 - \dfrac{6}{529 - 23}} \qquad (\text{هـ}) = \frac{\dfrac{47408.4}{552} - 72}{1 - \dfrac{6}{506}}$$

$$85.88 - 72 \qquad 13.88 \qquad 13.88$$

$$(هـ) = \frac{\quad}{1 - \frac{6}{506}} \qquad (هـ) = \frac{\quad}{1 - 0.01} \qquad (هـ) = \frac{\quad}{0.99}$$

$$(هـ) = 14.02$$

وبالكشف عن دلالة هـ (14.02) في جدول قيم (كـا ^{2}) المقابلة لدرجات حرية (2) ومستوى دلالة (0.05) نجد أن قيمة (كـا^2) الجدولية تساوي (5.99) أذن هناك دلالة أحصائية .

تمرينات للمراجعة

تمرين (1) :

طبق باحث أختباراً في التحصيل بمادة الأحصاء على ثلاث مجموعات من طلبة كلية التربية الرياضية فحصل على البيانات الآتية **المطلوب** حساب الفرق باستخدام أختبار كروسكال - واليز:

المجموعة الأولى	5	9	13	18	24	31	33	38	–
المجموعة الثانية	5	6	9	20	21	33	35	–	–
المجموعة الثالثة	24	40	48	49	49	52	55	56	58

تمرين (2) :

طبق باحث أختبار قلق الحالة على ثلاث فرق في الكرة الطائرة للشباب فحصل على البيانات الآتية **المطلوب** حساب الفرق باستخدام أختبار كروسكال - واليز:

فريق (أ)	7	11	15	17	23	30	32	37	–
فريق (ب)	6	5	8	19	20	32	–	–	–
فريق (ج)	23	39	45	46	46	49	52	53	55

توزيع مربع كـا2

أن أختبار مربع كاي (كـا ^{2}) عبارة عن طريقة أحصائية للتعبير عن مدى التعارض بين عدد الحالات المشاهدة في ثلاث أو أكثر من الفئات وبين عدد الحالات المتوقعة من تلك الفئات نفسها . والأصل في (كـا ^{2}) أنه مقياس لدى أختلاف التكرار المشاهد أو الواقعي عن التكرار المحتمل أو المتوقع ويمكن التعبير عن قيمة (كـا^2) على ما يأتي :

$$\text{كـا}^2 = \frac{(\text{التكرارات المشاهدة} - \text{التكرارات المتوقعة})^2}{\text{التكرارات المتوقعة}}$$

حيث ن :

كـا^2 = قيمة مربع كاي (كـا^2) المحسوبة .

ك م = التكرارات المشاهدة .

ك ن = التكرارات المتوقعة .

هذا ويتم تقويم قيمة (كـا ^{2}) المحسوبة بالرجوع إلى الجداول الأحصائية الخاصة بالقيم الحرجة لمربع (كـا^2) عند درجات حرية تتوقف على عدد الخلايا أو فئات التصنيف في التجربة .

الطريقة العامة لحساب (كـا^2) لجدول تكرار (1 × ن) .

1. **إذا كانت (ن = 2) يصبح الجدول التكراري (1 × 2)** فأن التكرار المتوقع يساوي خارج قسمة المجوع التكراري على (2) كما في الجدول :

مجموع التكرارات	لا أدري	موافق جداً	الأستجابات
20	**8**	**12**	**التكرار**

التكرار = 20 التكرار المتوقع = 20 ÷ 2 = 10 نجد أن :

$$\text{كا}^2 = \frac{(10-12)^2}{10} + \frac{(10-8)^2}{10} = \frac{4}{10} + \frac{4}{10} = 0.4 + 0.4 = 0.8$$

وبما أن درجات الحرية في هذه الحالة هي (2 - 1 = 1) وقيمة كـا ^{2} الجدولية تحت درجة حرية (1) ومستوى دلالة (0.05) تساوي (3.84) وهي أكبر من قيمتها المحسوبة (0.8) أذن الدلالة غير معنوية .

إذا كانت (ن = 3) يصبح الجدول التكراري (1 × 3) على ما يأتي :

مجموع التكرارات	أعارض جداً	لا أدري	موافق جداً	الأستجابات
30	**16**	**2**	**12**	**التكرار**

التكرار = 30 التكرار المتوقع = 30 ÷ 3 = 10 وبالتعويض في المعادلة نجد أن :

$$\text{كا}^2 = \frac{(10-12)^2}{10} + \frac{(10-2)^2}{10} + \frac{(10-16)^2}{10}$$

كـا^2 = 0.4 + 6.4 + 3.6 = 10.4 قيمة كـا^2 المحسوبة .

وبما أن درجات الحرية في هذه الحالة هي (3 - 1 = 2) وقيمة كا^2 الجدولية تحت درجة حرية (2) ومستوى دلالة (0.05) تساوي (5.99) وهي أقل من قيمتها المحسوبة أذن الدلالة معنوية .

إذا كان الجدول التكراري (2 × 2) .

يتكون الجدول التكراري (2 × 2) من صفين وعمودين ولذلك يسمى الجدول الرباعي ويحسب التكرار المتوقع لكل خلية بضرب التكرارات الأفقية والرأسية لتلك الخلية ثم قسمة الناتج على مجموع التكرار أو عدد الأفراد ثم تحسب قيمة كا^2 لكل خلية بعد ذلك وتجمع هذه القيمة الجزئية لنحصل من ذلك على القيمة النهائية لـ (كا^2) . كما في الجدول الآتي :

أ	35	ب	37	أ + ب	72
جـ	14	د	34	جـ + د	48
أ + جـ	49	ب + د	71	ن	120

ويحسب التكرار المتوقع للخلية (أ) بضرب التكرار الأفقي لتلك الخلية (أ + ب) في التكرار الرأسـي (أ + جـ) ثم قسمة الناتج على (ن) .

أي أن التكرار المتوقع للخلية (أ) = $\frac{(\text{أ + ب})\ (\text{أ + جـ})}{\text{ن}}$

والتكرار المتوقع للخلية (ب) = $\frac{(\text{أ + ب})\ (\text{ب+ د})}{\text{ن}}$ وهكذا بالنسبة لبقية الخلايا الرباعية

الحل /

التكرار المتوقع للخلية (أ) = $\frac{(49)\ (72)}{120} = 29.40$ وبتطبيق المعادلة لحساب (كا^2)

كا^2 للخلية (أ) = $\frac{(29.40 - 35)^2}{29.40} = 1.07$

(71) (72)

التكرار المتوقع للخلية (ب) = $\frac{\quad}{120} = 42.60$

كـا² للخلية (ب) = $\frac{(42.60 - 37)^2}{42.60} = 0.74$

التكرار المتوقع للخلية (جـ) = $\frac{(49)\,(48)}{120} = 19.6$

كـا² للخلية (جـ) = $\frac{(19.6 - 35)^2}{19.6} = 1.60$

التكرار المتوقع للخلية (د) = $\frac{(71)\,(48)}{120} = 28.40$

كـا² للخلية (د) = $\frac{(28.4 - 35)^2}{28.4} = 1.10$

القيمة النهائية لـ (كـا²) = $1.07 + 0.74 + 1.60 + 1.10 = 4.51$ قيمة كـا² المحسوبة .

وأن درجات الحرية للجدول الرباعي = $(2 - 1)\,(2 - 1) = 1$ وقيمة كـا² الجدولية تحت درجة حرية (1) ومستوى دلالة (0.05) هي (3.84) وهي أقل من قيمة (كـا²) المحسوبة أذن الدلالة معنوية .

الطريقة المختصرة لحساب (كـا2) للجدول التكراري (2 × 2) .

تعتمد هذه الطريقة على علاقتها بمعامل أرتباط فاي . والمعادلة الآتية توضح هذه العلاقة :

كـا² = (فاي)² × ن

ويحسب معامل (فاي) من الجدول الرباعي من المعادلة الآتية :

$$\text{فاي} = \frac{(\text{أ د}) - (\text{ب جـ})}{\sqrt{(\text{أ} + \text{ب})\,(\text{جـ} + \text{د})\,(\text{أ} + \text{جـ})\,(\text{ب} + \text{د})}}$$

أ	35	ب	37	أ + ب	72
جـ	14	د	34	جـ + د	48
أ + جـ	49	ب + د	71	ن	120

وبتطبيق المعادلة السابقة على خلايا المثال الآتي نجد أن :

$$\text{فاي} = \frac{(34 \times 35) - (14 \times 37)}{\sqrt{(71)(49)(48)(72)}} = \frac{1190 - 518}{3467.48} = 0.19$$

أذن $(\text{كـا}^2) = (\text{فاي})^2 \times \text{ن} \quad (\text{كـا}^2) = (0.19)^2 \times 120 \quad (\text{كـا}^2) =$ 4.33 وهي قريبة جداً من القيمة التي حصلنا عليها بالطريقة العامة ويرجع الفرق الصغير بين القيمتين إلى التقريب .

الطريقة العامة لحساب (كـا2) للجدول التكراري (ن × ن).

الشرط الأساس لهذه الطريقة هو أن لا تقل القيمة العددية للتكرار المتوقع لأية خلية من خلايا الجدول عن (5) أو يساويه .

مثال / لدينا البيانات الآتية ، المطلوب أستخراج قيمة (كـا^2) لها .

	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدري	أرفض نوعاً ما	أرفض جداً	المجموع
ذكور	5	37	13	28	5	88
أناث	3	17	8	20	5	52
المجموع	8	54	21	48	10	141

علينا قبل أن نبدأ حساب القيم الجزئية لـ (كـا^2) أن نحسب التكرار المتوقع لكل خلية من خلايا الجدول السابقة والتي تتلخص في قسمة حاصل ضرب الخلايا الأفقية والرأسية على عدد الأفراد .

$$\text{التكرار المتوقع لخلية الذكور (موافق جداً)} = \frac{8 \times 88}{141} = 5$$

$$\text{التكرار المتوقع لخلية الذكور (موافق نوعاً ما)} = \frac{54 \times 88}{141} = 33.7$$

التكرار المتوقع لخلية الذكور (لا أدري) = $\frac{21 \times 88}{141} = 13.1$

التكرار المتوقع لخلية الذكور (أرفض نوعاً ما) = $\frac{48 \times 88}{141} = 30$

التكرار المتوقع لخلية الذكور (أرفض جداً) = $\frac{10 \times 88}{141} = 6.2$

التكرار المتوقع لخلية الأناث (موافق جداً) = $\frac{8 \times 53}{141} = 3$

التكرار المتوقع لخلية الأناث (موافق نوعاً ما) = $\frac{54 \times 53}{141} = 20.3$

التكرار المتوقع لخلية الأناث (لا أدري) = $\frac{21 \times 53}{141} = 7.9$

التكرار المتوقع لخلية الأناث (أرفض نوعاً ما) = $\frac{48 \times 53}{141} = 18$

التكرار المتوقع لخلية الأناث (أرفض جداً) = $\frac{10 \times 53}{141} = 3.8$

فيصبح الجدول على ما يأتي :

	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدري	أرفض نوعاً ما	أرفض جداً	المجموع
ذكور	5	33.7	13.1	30	6.2	88
أناث	3	20.3	7.9	18	3.8	52
المجموع	8	54	21	48	10	141

وبذلك تتضح الخلايا التي يقل تكرارها عن (5) وهي خلية (الأناث – موافق جداً) وتكرارها المتوقع (3) وخلية (الأناث – أرفض جداً) وتكرارها المتوقع (3.8) . أذن علينا الآن أن نجمع خلايا عمود (موافق جداً) مع خلايا (موافق نوعاً ما) لنحصل بذلك على عمود موافق ، وعلينا أيضاً أن نجمع خلايا عمود (أرفض نوعاً ما) مع خلايا عمود خلايا (أرفض جداً) وبذلك نحصل على الجدول الآتي الذي يبين خلايا الجدول التكراري الواقعي بعد ضم تلك الأعمدة والذي يصلح لحساب (كا^2) .

	موافق	لا أدري	أرفض	المجموع
ذكور	42	13	33	88
أناث	20	8	25	53
المجموع	62	21	58	141

وتتلخص خطوات حساب (كا^2) بالطريقة العامة فيما يأتي :

التكرار المتوقع لخلية الذكور (موافق) = $\dfrac{62 \times 88}{141} = 38.70$

(كا^2) لخلية الذكور (موافق) = $\dfrac{(38.70 - 42)^2}{38.70} = 0.28$

التكرار المتوقع لخلية الذكور (لا أدري) = $\dfrac{21 \times 88}{141} = 13.11$

(كا^2) لخلية الذكور (لا أدري) = $\dfrac{(13.11 - 13)^2}{13.11} = 0.00$

التكرار المتوقع لخلية الذكور (أرفض) = $\dfrac{58 \times 88}{141} = 36.20$

$(36.20 - 33)^2$

(كـا^2) لخلية الذكور (أرفض) = $\frac{\quad}{36.20}$ = 0.28

التكرار المتوقع لخلية الأناث (موافق) = $\frac{62 \times 53}{141}$ = 23.30

(كـا^2) لخلية الأناث (موافق) = $\frac{(23.30 - 20)^2}{23.30}$ = 0.47

التكرار المتوقع لخلية الأناث (لا أدري) = $\frac{21 \times 53}{141}$ = 7.89

(كـا^2) لخلية الأناث (لا أدري) = $\frac{(7.89 - 42)^2}{7.89}$ = 0.00

التكرار المتوقع لخلية الأناث (أرفض) = $\frac{58 \times 53}{141}$ = 21.8

(كـا^2) لخلية الأناث (أرفض) = $\frac{(21.8 - 42)^2}{21.8}$ = 0.47

إذن النتيجة النهائية لـ (كـا ^{2}) = 0.28 + 0.00 + 0.28 + 0.47 + 0.00 + 0.47 = 1.5 المحسوبة وبما أن درجات الحرية = (3 - 1) (2 - 1) = 2 وقيمة (كـا^2) الجدولية عند درجة حرية (2) ومستوى دلالة (0.05) تساوي (5.99) وهي أكبر من القيمة المحسوبة أذن الدلالة غير معنوية

جدول قيم (كـا^2) الجدولية تحت مستوى دلالة (0.01) و (0.05)

د. ح	0.01	0.05	د. ح	0.01	0.05	د. ح	0.01	0.05	د. ح	0.01	0.05
1	6.63	3.84	**11**	24.72	19.67	**21**	38.93	32.67	**40**	63.69	55.75
2	9.21	5.99	**12**	26.21	21.02	**22**	40.28	33.92	**50**	76.15	67.50
3	11.34	7.81	**13**	27.68	22.36	**23**	41.63	35.17	**60**	88.37	79.08

مع تحيات د. سلام حسين الهلالي salamalhelali@yahoo.com

4	13.27	9.48	**14**	29.14	23.68	**24**	42.97	36.41	**70**	100.42	90.53
5	15.08	11.07	**15**	30.57	24.99	**25**	44.31	37.65	**80**	112.32	101.87
6	16.81	12.59	**16**	31.99	26.29	**26**	45.64	38.88	**90**	124.11	113.14
7	18.47	14.06	**17**	33.40	27.58	**27**	46.96	40.11	**100**	135.60	124.34
8	20.09	15.50	**18**	34.80	28.86	**28**	48.27	41.33			
9	21.66	16.91	**19**	36.19	30.14	**29**	49.58	42.55			
10	23.20	18.30	**20**	37.56	31.41	**30**	50.89	43.77			

تمرينات للمراجعة

تمرين (1) :

أستخرج قيمة ($كـا^2$) من البيانات الآتية :

الأستجابات	موافق جداً	لا أدري	أعارض جداً	مجموع التكرارات
التكرار	13	8	16	37

تمرين (2) :

أستخرج قيمة ($كـا^2$) من البيانات الموجودة في جدول تكراري (2 × 2) :

أ	16	ب	21	أ + ب	37
جـ	8	د	17	جـ + د	25
	24		38		62

تمرين (3) :

لدينا البيانات الآتية ، المطلوب أستخراج قيمة ($كـا^2$) لها .

	موافق جداً	موافق نوعاً ما	لا أدري	أرفض نوعاً ما	أرفض جداً	المجموع
ذكور	6	23	19	17	7	72
أناث	7	26	22	15	11	81
المجموع	13	50	41	32	18	153

تمرين (4) :

قام باحث بأستطلاع لعينة عشوائية تتكون من (200) طالب جامعي (100) طالب و (100) طالبة حول رأيهم بالأشتراك في الفرق الرياضية . والجدول الآتي يبين ذلك . المطلوب أستخراج قيمة ($كـا^2$)

الجنس	مشترك	غير مشترك	المجموع

ذكور	60	40	100
أناث	40	60	100
المجموع	100	100	200

تمرين (5) :

أجريت دراسة عن فعالية (4) طرائق للتدريس لتحسين مستوى تحصيل الطلبة . المطلوب معرفة هل يوجد فرق بين طريقة وأخرى من خلال أيجاد (كـا ^{2}) .

الطريقة	لا يوجد تحسن	تحسن مقبول
الأولى	6	37
الثانية	12	23
الثالثة	18	27
الرابعة	17	20

تمرين (6):

أحسب (كـا^2) من الجدول الآتي :

اللاعب	الكلية	الجزئية
يتدرب بأستمرار	228	100
يتدرب بأنقطاع	118	40

تمرين (7) :

أجاب (120) طالباً عن سؤال يبين مدى قبولهم أو رفضهم على طريقة التدريس المتبعة وكان تكرار القبول (90) وتكرار الرفض (30) أحسب قيمة (كـا^2) .