مقدمة علم الكهرباء

للفرقة الأولي

الأستاذ الدكتور/ جمال الدين عطا

أستاذ الفيزياء التجريبية

2023

تقديم

من تعدد استخداماتها تتبين أهميتها. هذا ينطبق بجلاء علي الكهرباء فهي في حياتنا اليومية في شتي المناحي. ستجدها في كل مكان في الأرض والفضاء، في البيت كآلة كهربائية أو جهاز كهربائي وفي المصنع أو العمل، لها تطبيقاتها ليلاً ونهاراً، ولا غني عنها شتاءً حيث التدفئة وصيفاً مع التكييف عند الحرارة ولا نبالغ إذا قلنا انها في الترفيه والعلاج. من منا يحتمل الحياة بلا تلفاز، راديو، حاسوب، موتور، غسالة، ثلاجة أو حتى هاتف محمول. العالم الآن مدين للمخترع الكبير الأمريكي " توماس أديسون "، الذي قدم للعالم هذه الطاقة النظيفة منذ اختراع المصباح الكهربائي. لتضاء به المنازل والشركات فضلاً عن الشوارع، وظاهرة التكهرب ملموسة في حياتنا اليومية.

القدماء اليونانيون هم أول من لاحظ ان دلك قطعة كهرمان - وهو عبارة بلورة صمغية متحجرة من خشب الصنوبر- بالفرو يجعلها تلتقط ذرات الغبار وقصاصات الورق الصغيرة بسهولة فقالوا إنها مكهربة وذلك نسبة الى للكهرمان، واستخدمت بعدها كلمة إلكترون (وهى الكلمة اليونانية للكهرمان). للدلالة على الاجسام المكهربة. كما لوحظت ظواهر مماثلة عندما يدلك الزجاج بالحرير، أو عند تمشيط الشعر بمشط بلاستيكي جاف فيلتقط قصاصات الورق الصغيرة.

من خلال عدد من التجارب البسيطة؛ يسهل تقديم الكهرباء ووجود قوى كهربائية ناتجة عنها. على سبيل المثال، بعد دلك بالون أو المشط على

شعرك في يوم جاف؛ ستجد أن البالون يجذب قطعًا من الورق. غالبًا ما تكون القوة الجاذبة قوية بما يكفي لتعليق الورقة بواسطة البالون /المشط.

عندما يحدث ذلك؛ يُقال للمادة إنها مكهربة أو أنها أصبحت **مشحونة** كهربائيًا. يمكن شحن جسمك بالكهرباء عن طريق دلك حذائك بقوة على بساط من الصوف. يمكن اكتشاف وجود الشحنة الكهربائية على جسدك عن طريق لمس أحد الأصدقاء برفق و في بعض الظروف المناسبة، قد ترى شرارة عند اللمس وسيشعر كلاكما بوخز خفيف.

ولفهم ماهية الكهرباء؛ سنتدرج في تقديم المقرر بدءً من مجموعة من الحقائق الأساسية تليها نبذة عن الشحنة، المجال، التيار، الجهد، المقاومة، السعة. وهكذا حتى نتحول إلى التيار المستمر وقوانينه المختلفة.

نامل أن نقدم في هذا الحيز بعضاً من المفاهيم الأساسية عن المصطلحات السابقة بالقدر الذي يعين الطالب علي مواصلة دراسته الجامعية بشكل ميسر ومفهوم. نسأل الله أن يدركنا الصواب في تبسيط هذا المقرر فهماً لما بعده.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق ،،،

الأستاذ الدكتور/ جمال الدين عطا

الفصل الأول

الشحنات وقانون كولوم

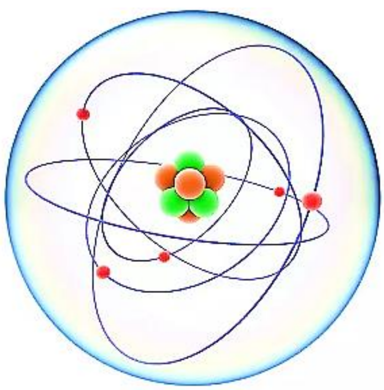
1-1حقائق أساسية. لابد من التعرف على ما هي **الذرة** لأنها المصدر الوحيد **للشحنات**. من هنا وجب التطرق إلي الذرة والشحنات

الذرة هي أصغر الجزئ وهي في غاية الصغر. تتكون الذرة من ثلاثة أجزاء:-

[1] **البروتونات** وهي الأجزاء ذات الشحنة الموجبة، وتتواجد في قلب الذرة "المسمي بالنواة"

[2] **النيوترونات** وهي الأجزاء من الذرة التي لا تمتلك شحنة، أي أنها متعادلة وتتواجد أيضاً في نواة الذرة مع البروتونات.

[3] **الإليكترونات** وهذه أجزاء من الذرة صغيرة جداً ووزنها أقل بكثير من البروتونات والنيوترونات، والإلكترونات تتحرك حول النواة في مدارات خارجها، والشكل التالي يوضح مكونات الذرة.



والكهرباء نوعان هما:

<u>الساكنة</u> وهي التي تنشأ من تجمّع الالكترونات أو غيابها على أي سطحِ ما، ومن الأمثلة عليها تولّد الكهرباء الساكنة على قطعة بلاستيكية أو الأبونيت أثناء دلكها بالصوف .

<u>المُتحرّكة</u> وهي ما نسميها بالتيّار كهربائي وفيها تتدفّق للشحنات السالبة أي الالكترونات، وينقسم التيّار الكهربائي إلى نوعين هُما التيار الكهربائي الثابت أو **المستمر** والمعروف باللغة الإنجليزيّة DC، والتيار الكهربائي **المُتردد** والمعروف بالإنجليزيّة إختصاراً ب AC .

1-2 مفهوم الشحنة : الشحنة صورة من صور الطاقة تعرف بأنها:-

الخاصية التى يمتكلها جسم ما للتأثير على غيره من الأجسام التى تحمل نفس الخاصية (المشحونة) وينتج عن ذلك قوة كهربائية تعمل علي تحريك الجسم الآخر قرباً أو بعداً.

أو هي الخاصية التي تناظر الكتلة في قانون الجذب العام.

3–1الصور المختلفة للشحنات يمكن ان تنتقل الشحنات بواسطة

<u>-الإليكترونات</u>

<u>-البروتونات</u> أو **الفجوات** الموجبة الناشئة من غياب الإليكترونات في النسق البلوري لمادة,

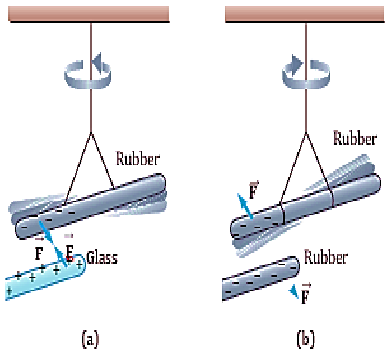
<u>- الأيونات بنوعيها</u> :الموجبة (وهي الذرة عندما تفقد شحنة سالبة أو أكثر والسالبة وهي الذرات المتعادلة حينما تكتسب إليكترونًا أو أكثر.

1-3 **مفهوم الجسم المتعادل** هو ذلك الجسم الذي لا يحتوي شحنات علي الإطلاق أو أن عدد الشحنات الموجة يساوي عدد الشحنات السالبة فيه. أي أن المادة المحايدة المتعادلة تحتوي على العديد من الشحنات الموجبة (البروتونات داخل نوى الذرة) مثل الشحنات السالبة (الإلكترونات).

1–4 خصائص الشحنات تتميز الشحنات بثلاث خصائص هي :-

- الاولي: الشحنات المتشابهة تتنافر والشحنات غير المتشابهة تتجاذب.

حيث أجريت سلسلة من التجارب البسيطة ، وجد منها أن هناك نوعين من الشحنات الكهربائية ، والتي أطلق عليها بنجامين فرانكلين (1706-1790) الاسمين الموجب والسالب. عرفت الإلكترونات على أنها سالبة الشحنة، بينما البروتونات موجبة الشحنة. للتحقق من وجود نوعين من الشحنات، افترض أن قضيبًا مطاطيًا صلبًا تم دلكه بالفراء معلقًا بخيط خياطة كما هو موضح في الشكل. عندما يتم إحضار قضيب زجاجي تم دلكه بالحرير ووضع بالقرب من القضيب المطاطي، يجذب الاثنان بعضهما البعض (الشكل). من ناحية أخرى ، إذا تم وضع قضبان مطاطية مشحونة (أو قضيبان زجاجيان مشحونان) بالقرب من بعضهما البعض كما هو موضح في الشكل ب ، فإن الاثنين يتنافران. توضح هذه الملاحظة أن المطاط والزجاج بهما نوعان مختلفان من الشحنات.



- **الثانية** أن الشحنات تخضع لقانون بقاء الطاقة؛ فقد نشأ من الملاحظات التجريبية هو أن الشحنة الكهربائية محفوظة دائمًا ما دامت في نظام معزول. أي عندما يتم دلك مادة بآخري، لا يتم إنشاء شحنة العملية. وإنما يتم نقل الشحنة من مادة إلي أخري. يكتسب أحدهما قدرًا من الشحنة السالبة بينما يكتسب الآخر مقدارًا مساويًا من الشحنة الموجبة.

على سبيل المثال، عند دلك قضيب زجاجي بالحرير كما في الشكل ، يحصل الحرير على شحنة سالبة مساوية للشحنة الموجبة على قضيب الزجاج.

نحن نعلم الآن من فهمنا للتركيب الذري أن الإلكترونات تنتقل في عملية الاحتكاك من الزجاج إلى الحرير. وبالمثل، عند دلك المطاط بالفراء، تنتقل الإلكترونات من الفراء إلى المطاط، مما يعطي المطاط شحنة سالبة والفراء شحنة موجبة.

-الثالثة أن الشحنة عدد صحيح دائماً وهي مضاعفات لشحنة الإليكترون الواحد (e) $e = 1.6\ x\ 10^{-19}\ \ C$ والرمز C هو الوحدة المسماة الكولوم.

- **الكولوم:** يعرف بأنه عبارة عن شحنة عدد من الالكترونات يساوى $6.25\ x10^{18}$ ومعنى هذا إن الجسم الذي يكتسب هذا العدد من الإلكترونات فإنه يحمل شحنة سالبة تساوي 1 كولوم. والجسم الذي يفقد ذلك العدد من الإلكترونات، يحمل شحنة موجبة تساوي 1 كولوم. وقد يستخدم المللي والميكرو والنانو كولوم كوحدات مناسبة في بعض الأحيان.

5-1 تصنيف المواد من ناحية التوصيل الكهربي

تصنف المواد بطرق عديدة من التصنيفات حسب الهدف من التصنيف. لكننا هنا بصدد التصنيف وفقاً لمقدرة المادة علي التوصيل الكهربي. تنقسم المواد عموماً إلي ثلاثة مجموعات:-

الموصلات الكهربائية عبارة عن مواد تكون فيها بعض الإلكترونات عبارة عن إلكترونات حرة أي غير مرتبطة بالذرات ويمكن أن تتحرك بحرية نسبيًا عبر المادة. تعتبر المواد مثل النحاس والألمنيوم والفضة موصلات كهربائية جيدة.

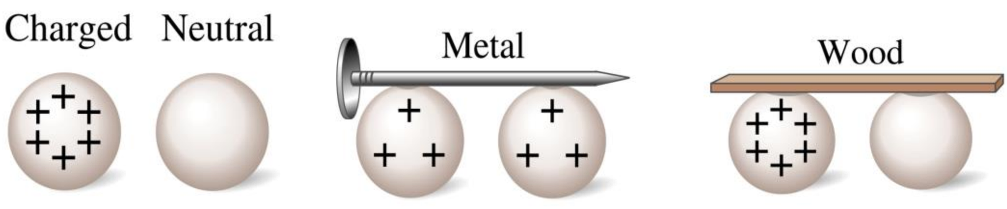
العوازل الكهربائية هي مواد ترتبط فيها جميع الإلكترونات بالذرات ولا يمكنها التحرك بحرية عبر المادة. تندرج المواد مثل الزجاج والمطاط والخشب الجاف في فئة العوازل الكهربائية.

أشباه الموصلات هي فئة ثالثة من المواد، وخصائصها الكهربائية تقع في العوازل والموصلات. مثل السليكون والجرمانيوم. ومن ناحية التعريف:

الموصل: ينقل الشحنة عند الاتصال

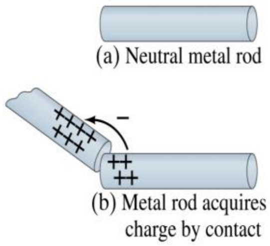
العازل: لا ينقل الشحنة عند الاتصال

أشباه الموصلات: قد تنقل الشحنات عند الاتصال



(a) (b) Conductor (c) Insulator

6-1 طرق شحن جسم متعادل يتم ذلك بثلاث طرق هي :-

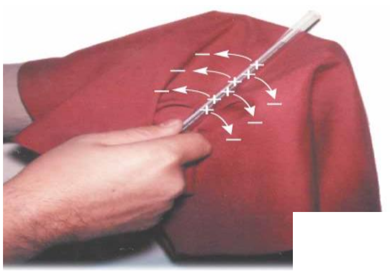


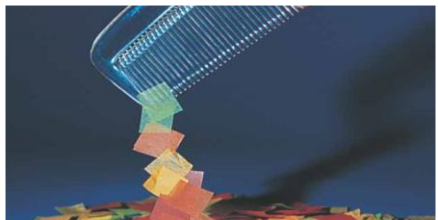
الشحن بالتلامس

في الشحن بالتلامس يتلامس جسم مشحون مع الكرة التي تأخذ منه بعض الشحنة

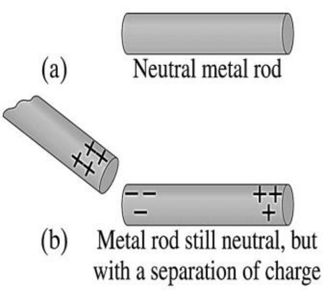
الشحن بالدلك

الدلك هو إحدى وسائل شحن الأجسام عندما تتلامس وتحتك ببعضها فتنتقل الإلكترونات من جسم لآخر لينشحن الأول ايجابيا والثاني سلبيا. وسبب ذلك أن هناك ذرات لها إلكترونات مرتبطة بها بشكل ضعيف وأي احتكاك بمادة ثانية يؤدي لتحرير هذه الإلكترونات وانتقالها للأجسام الأخرى، مثل الزجاج والمطاط والفرو وغيرها.





الشحن بالتأثير



في هذه الحالة نقرب جسما مشحونا بشحنة سالبة مثلا من كرتين معدنيتين متلامستين، كما في الشكل (3-3) حيث تقترب الشحنات الموجبة في الكرتين الجسم السالب بسبب قوة التجاذب بينهما أما الشحنات السالبة فتبتعد عنه. نقوم بعدها بإبعاد الكرتين عن بعضهما فتبقى الكرة الأولى مشحونة إيجابيا بينما تبقى الثانية مشحونة سلبيا.

7-1 قانون كولوم

أجرى العالم تشارلز كولوم تجارب عديدة على أجسام مشحونة كهربائياً بهدف معرفة العلاقة التي تحكم عمليات التجاذب والتنافر بين القوى المتبادلة بين الشحنات الكهربائية بشكل تجريبي. وبعدها قام كولوم بوضع قانون رياضي يسمى باسمه (قانون كولوم) . بواسطة شحنة كهربائية مقدارها (q_1) شحنة أخرى q_2. وقام بحساب قوة التنافر/ التجاذب بين الشحنتين، وبتغير مقدار الشحنتين والمسافة بينهما فى الفراغ توصل كولوم للنتائج التالية:

[1] تتناسب القوة الكهروستاتيكية المتبادلة والتى يرمز لها بالرمز F تناسبا طرديا مع مقدار الشحنتين (q_1 , q_2) وهما شحنتان نقطيتان Point charge اى ان ابعادهما صغيرة اذا ما قورنت بالمسافة الفاصلة بينهما. ورياضيا تكتب على الصورة :

$$F \,\alpha\, q_1\, q_2 \qquad (1)$$

[2] تتناسب القوة الكهروستاتيكية المتبادلة تناسبا عكسيا مع مربع المسافة الفاصلة بينهما (r^2) ورياضيا تكتب على الصورة :

$$F \,\alpha\, \frac{1}{r^2} \qquad (2)$$

من العلاقتين (1) ، (2) يمكن كتابة الاتي:

$$F \,\alpha\, \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (3)$$

وبتحويل التناسب الى علاقة تساوى اى كتابتها على الصورة:

$$F = ke\, \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (4)$$

حيث k_e هو ثابت التناسب، ويطلق عليه الثابت الكهروستاتيكي، ويعتمد على الوحدات المستخدمة لقياس القوة والشحنة والمسافة، كما يعتمد ايضا على الوسط الفاصل بين الشحنات الكهربائية. $9\times10^9\ N.m^2/C^2$

وبالتاليفإن نص قانون كولوم كما التالي:

- **<u>قانون كولوم</u>:** ينص على ان القوى المتبادلة بين اى شحنتين كهربائيتين نقطيتين تتناسب تناسبا طرديا مع مقدار كل منهما، وعكسيا مع مربع المسافة بينهما.

<u>مثال:</u>

اذا كانت شحنة نواة ذرة الهيليوم تساوى ($3.2x10^{-19}$ كولوم) وشحنة نواة النيون تساوى ($16x10^{-19}$ كولوم) والمسافة الفاصلة بين النواتين تساوى ($3x10^{-9}$ متر) اوجد مقدار القوة الكهروستاتيكية بينهما. مع العلم بان الثابت k يساوى ($9x10^9$ نيوتن . متر^2.كولوم^2).

$q_1 = 3.2 \times 10^{-19}$ C	$q_2 = 16 \times 10^{-19}$ C	$r = 3 \times 10^{-9}$ m
$k=9X10^9\ N.m^2.C^2$		F = ??

- **<u>الحل:</u>** $F = k\,\dfrac{q_1 q_2}{r^2}$

$$F = 9x10^9\ \frac{(3.2\ x\ 10^{-19})(16\ x\ 10^{-19})}{(3\ x\ 10^{-9})^2} = 5.12\ x\ 10^{-10}\quad N$$

اى ان القوة الكهروستاتكية بينهما تساوى $5.12 \text{ x } 10^{-10}$ نيوتن

وحيث ان القوة ذات اشارة موجبة هذا يدل على انها قوة تنافر وهذا لان الشحنتين متماثلتين.

ولنا هنا الملاحظتين التاليتين

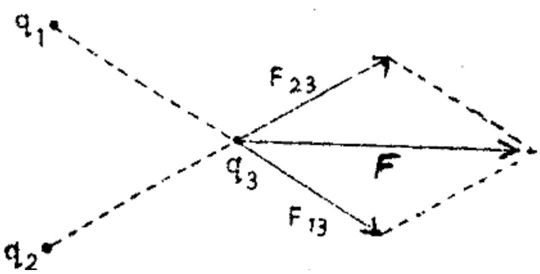
اولا :نلاحظ التناظر الواضح بين قانون القوة الكهربائية وقوة الجاذبية بين كتلتين صغيرتين (نقطيتين):

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

ثانياً مبدأ التراكب (Principle of Superposition)

اذا وجد اكثر من جسمين مشحونين في منطقة معينة فان القوة الكلية المسلطة على جسم واحد منها تساوي المجموع الاتجاهي (Vector sum) للقوى الناتجة على كل من الجسيمات الاخرى كل على انفراد. وهذا هو مايسمى (بمبدأ التراكب). على سبيل المثال نلاحظ في الشكل (2-1) وجود ثلاث شحنات هي q_1 ، q_2 ، q_3 فان القوة المسلطة على الشحنة q_3 مثلاً تحسب بموجب هذا المبدأ على النحو الآتي :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_3}{|\mathbf{r}_{13}|^3}\mathbf{r}_{13} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2q_3}{|\mathbf{r}_{23}|^3}\mathbf{r}_{23}$$



والقوة الاستاتيكية بين الجسيمات هي كمية متجهة (vector quantity). فإذا كان لدينا جسيمان مشحونان فإن القوة المؤثرة على كل منهما تكون على الخط الواصل بينهما. فإذا فرضنا متجها لوحدة الأطوال رمزه i_r [حيث $i_r = \frac{\vec{r}}{r}$ ،

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{r^2}\,\vec{i_r}$$

أو

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{r^3}\,\vec{r} \qquad \ldots\ldots\ldots$$

أما إذا كان لدينا شحنات كثيرة فإن محصلة القوى المؤثرة على شحنة ما هي المجموع الاتجاهي لكل القوى الواقعة على هذه الشحنة.

حيث r_1 ، r_2 و r_3 بعد q عن q_1 ، q_2 و q_3 على الترتيب.

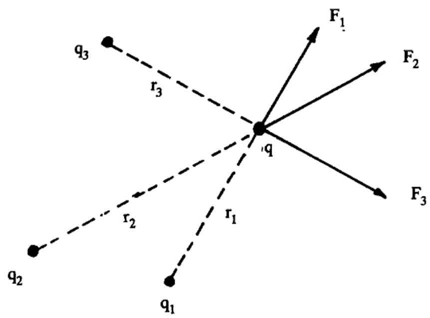
$$\vec{F_2} = K_e \frac{q q_2}{r_2^3} \vec{r_2} \quad , \quad \text{and}$$

$$\vec{F_3} = K_e \frac{q q_3}{r_3^3} \vec{r_3}$$

وتكون القوة المحصلة هي المجموع الاتجاهي لهذه القوى أي أن:

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = K_e q \{ \frac{q_1}{r_1^3}\vec{r_1} + \frac{q_2}{r_2^3}\vec{r_2} + \frac{q_3}{r_3^3}\vec{r_3} \} \cdots$$

وبصورة عامة فإن:



$$\sum_n \frac{q_n}{r_n^3}\vec{r_n} \quad \cdots\cdots$$

تــمــا ريــن

كم تتفوق القوة الكهربائية على قوة الجاذبية؟ قارن بين القوة الكهربائية وقوة الجاذبية بين إلكترون وبروتون في ذرة الهيدروجين علما بأن لهما نفس الشحنة e وأن المسافة بينهما حوالي 0.5×10^{-10} m ومستخدما المعطيات التالية:

e=1.9×10^{-19} C و m_p= 1.67×10^{-27} kg و m_e= 9.11×10^{-31} kg

الحل

$$F_C = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{(9\times10^9\text{N.m}^2/\text{C}^2)(1.6\times10^{-19}\text{C})^2}{(0.5\times10^{-10}\text{m})^2}$$
$$= 92.2\times10^{-9}\,\text{N}$$

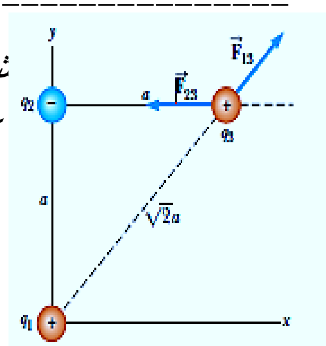
و

$$F_G = \frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{(6.67\times10^{-11}\text{N.m}^2/\text{kg}^2)(9.1\times10^{-31}\text{kg})(1.67\times10^{-27}\text{kg})}{(0.5\times10^{-10}\text{m})^2}$$
$$= 40.5\times10^{-49}\,\text{N}$$

لذلك يكون:

$$\frac{F_G}{F_C} = \frac{40.5\times10^{-49}\,\text{N}}{92.2\times10^{-9}\,\text{N}}$$
$$= 0.4\times10^{-40}$$

==



شحنات نقطية تقع في زوايا المثلث الأيمن كما هو موضح في الشكل ، حيث $q_1 = q_3 = 5.0$ mC، $q_2 = -2.0$ mC ، و $a = 0.10$ m. أوجد القوة المحصلة المؤثرة على q_3.

$$F_{23} = k_e\frac{|q_2||q_3|}{a^2}$$

$$= (8.99\times10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)\frac{(2.0\times10^{-6}\,\text{C})(5.0\times10^{-6}\,\text{C})}{(0.10\,\text{m})^2} = 9.0\,\text{N}$$

Find the magnitude of the force $\vec{\mathbf{F}}_{13}$: $$F_{13} = k_e\frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2}$$

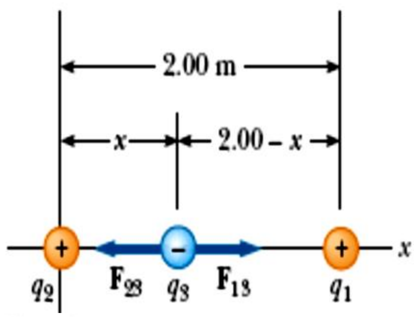
Find the x and y components of the force $\vec{\mathbf{F}}_{13}$:

Find the components of the resultant force acting on q_3: $F_{3x} = F_{13x} + F_{23x} = 7.9\text{ N} + (-9.0\text{ N}) = -1.1\text{ N}$

$F_{3y} = F_{13y} + F_{23y} = 7.9\text{ N} + 0 = 7.9\text{ N}$

Express the resultant force acting on q_3 in unit-vector form: $\vec{\mathbf{F}}_3 = (-1.1\hat{\mathbf{i}} + 7.9\hat{\mathbf{j}})\text{ N}$

تقع الشحنات الثلاثية على طول المحور x كما هو موضح في الشكل التالي. الشحنة الموجبة $q_1 = 15.0$ mC عند $x = 2.00$ m ، والشحنة الموجبة q_2 = 6.00 mC عند نقطة الأصل ، والمحصلة المؤثرة على q_3 هي صفر. ما قيمة x بالنسبة لـ q_3؟



$$k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00 - x)^2}$$

$$(2.00 - x)^2 |q_2| = x^2 |q_1|$$

$$(4.00 - 4.00x + x^2)(6.00 \times 10^{-6}\text{ C}) = x^2(15.0 \times 10^{-6}\text{ C})$$

Solving this quadratic equation for x, we find that $x = 0.775$ m. Why is the negative root not acceptable?

بالاستعانة بمعلوماتك بقانون كولوم بين ما يحدث للقوة الكهربائية بين شحنتين عندما:

1. تزداد إحدى الشحنتين إلى 3 أمثال ما كانت عليه ....
2. تزداد إحدى الشحنتين إلى 3 أمثال ما كانت عليه وتقل الأخرى إلى الثلث

....

تزداد إحدى الشحنتين إلى 3 أمثال ما كانت عليه وتزداد الأخرى إلى مثلي ما كانت عليه..

3. تزداد المسافة بين الشحنتين إلى الضعف...................................
4. تزداد المسافة بين الشحنتين إلى الضعف وتزداد إحدى الشحنتين إلى 4 أمثالها..

..

5. تزداد المسافة بين الشحنتين إلى الضعف وتتضاعف كل من الشحنتين

....

6. ما هو مقلوب الثابت الكهربي؟ وما دلالته؟
7. ما الفرق بين شحنة الإختبار – شحنة النقطة – الشحنة المتصلة

المجـــال الكـهـربي

Electric Field

يصاحب أي جسم مشحون مجال كهربي يحيط به ويؤثر على أية شحنة توضع عند أي نقطة قريبة منه بقوة تنافر أو قوة تجاذب حسب نوعية الشحنات. وهذا يشبـه إلى حـد كبير وجود جسم ما في مجال جاذبية الأرض حيث تجذبه إليها ما لم يخرج عـن نطـاق أو مجال جاذبية الأرض. ويمكن الكشف عن وجـود مجال كهربي عند نقطة ما بوضـع جسـم مشحون بشحنة q_0 ، وتسمى شحنة اختبار (test charge) ، فإذا تأثرت هذه الشحنة بقوة كهربية فيعني هذا وجود مجال كهربي عندها.

I-2 ولما كانت القوة كمية متجهة (أي ذات مقدار واتجاه) كان المجال الكهربي كمية متجهة أيضا له مقدار واتجاه. فإن كان المجال الكهربي ناتجا عن شحنة قدرها q فإنه يؤثر على شحنة اختبار q_0 ، تبعد عنها مسافة r ، بقوة قدرها F . وتسمى القيمة $\frac{F}{q_0}$ بشدة المجال الكهربي E (intensity of electric field) أي أن :

لاحظ أن-# شدة المجال تتبع قانون التراكب.

$$E = \frac{F}{q_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

E = Newton / Coulomb (N/C) (S.I.)

#وحدات تقدير المجال هي

مـثـــال

$$\because F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

شحنتان 12×10^{-9} C و -12×10^{-9} C البعد بينهما 10cm كما في الشكل التالي.

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots$$

ا ـ بالنسبة لشدة المجال عند النقطة a : متجه مجال الشحنة الموجبة يتجه نحو اليمين وقيمته:

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-9}}{(0.06)^2} = 3.0 \times 10^4 \, N/C$$

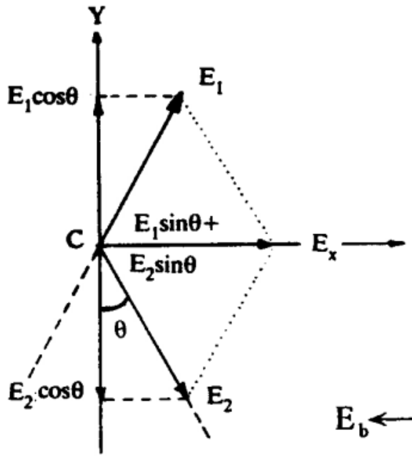
ومتجه مجال الشحنة السالبة يتجه أيضا نحو اليمين وقيمته:

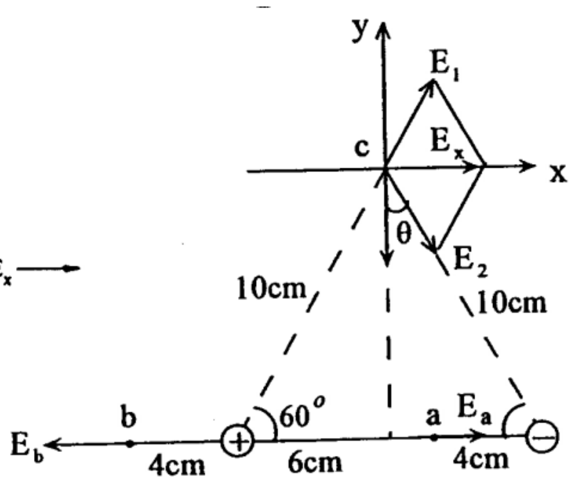
$$E_2 = 6.75 \times 10^4 \, N/C$$

$$\therefore E_a = E_1 + E_2 = (3.0 + 6.75) \times 10^4 = 9.75 \times 10^4 \, N/C$$

ب ـ بالنسبة للنقطة b : فمتجه مجال الشحنة الموجبة يتجه نحو الشمال وقيمته:

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-9}}{\ldots} = 6.75 \times 10^4 \, N/C$$





ومتجه مجال الشحنة السالبة يتجه نحو اليمين وقيمته :

$$E_2 = 0.55 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$\therefore E_b = E_1 - E_2 = (6.75 - 0.55) \times 10^4 = 6.20 \times 10^4 \text{ N/C}$$

جـ ـ ولحساب محصلة المجال عند النقطة c سوف نتبع طريقة تحليل المتجهات رأسيا وأفقيا ومنه نحصل على :

$E_x = E_1 \sin\theta + E_2 \sin\theta \qquad E_y = E_1 \cos\theta - E_2 \cos\theta$

ونظرا لأن $E_1 = E_2$ وكذلك $\theta = 30°$ فإن :

$$E_x = 2E_1 \sin 30 = 2 \times \frac{1}{2} E_1 = E_1$$

$$\therefore E_x = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-9}}{(0.1)^2} = 1.08 \times 10^4 \text{N/C}$$

أما محصلة E_y فهي :

$$E_y = 0$$

$$\therefore E_c = E_x = 1.08 \times 10^4 \text{ N/C}$$

ومتجه مجال الشحنة السالبة يتجه نحو اليمين وقيمته :

$$E_2 = 0.55 \times 10^4 \text{ N/C}$$

$$\therefore E_b = E_1 - E_2 = (6.75 - 0.55) \times 10^4 = 6.20 \times 10^4 \text{ N/C}$$

===================================

جـ - ولحساب محصلة المجال عند النقطة c سوف نتبع طريقة تحليل المتجهات رأسيا وأفقيا ومنه نحصل على:

$$E_x = E_1 \sin\theta + E_2 \sin\theta \qquad E_y = E_1\cos\theta - E_2\cos\theta$$

ونظرا لأن $E_1 = E_2$ وكذلك $\theta = 30°$ فإن:

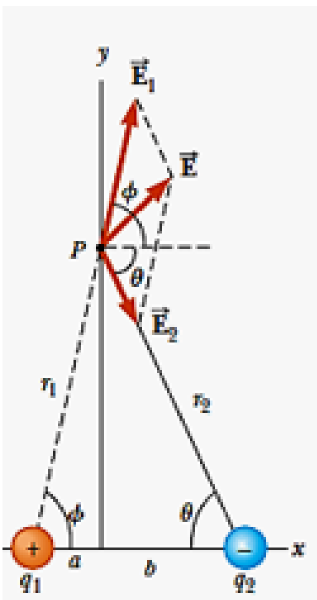
$$E_x = 2E_1 \sin 30 = 2 \times \frac{1}{2} E_1 = E_1$$

$$\therefore E_x = 9\times 10^9 \times \frac{12\times 10^{-9}}{(0.1)^2} = 1.08\times 10^4 \, N/C$$

أما محصلة E_y فهي: $E_y = 0$

$$\therefore E_c = E_x = 1.08\times 10^4 \, N/C$$

========================



تقع الشحنتان q1 و q2 على المحور x ، على مسافات a و b ، على التوالي ، من الأصل كما هو موضح في الشكل

(أ) أوجد مكونات المجال الكهربائي النهائي عند النقطة P ، والتي تقع على المحور y.

(ب) قم بتقييم المجال الكهربائي عند النقطة P في الحالة الخاصة التي تكون عندها $|q_2| = |q_1|$ و أ = ب.

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_1^{\,2}} = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)}$$

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^{\,2}} = k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_1 = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \cos\phi\,\hat{\mathbf{i}} + k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \sin\phi\,\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2 = k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \cos\theta\,\hat{\mathbf{i}} - k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \sin\theta\,\hat{\mathbf{j}}$$

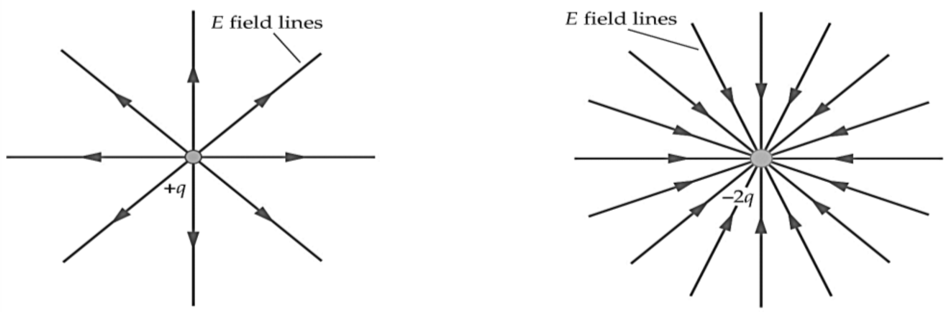
$$(1) \quad E_x = E_{1x} + E_{2x} = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \cos\phi + k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \cos\theta$$

$$(2) \quad E_y = E_{1y} + E_{2y} = k_e \frac{|q_1|}{(a^2 + y^2)} \sin\phi - k_e \frac{|q_2|}{(b^2 + y^2)} \sin\theta$$

2-2خطوط المجال الكهربائي تفيد هذه الخطوط في معرفة نوع الشحنة – قوتها- كثافة المجال وقوته – انتظام المجال –اتجاهه

والمثال التالي يلخص ذلك

الشحنة الموجودة على اليمين هي ضعف حجم الشحنة الموجودة على اليسار (وعلامة الإشارة المقابلة) ، لذلك يوجد ضعف عدد خطوط المجال ، وهي تشير إلى الشحنة بدلاً من الابتعاد عنها.

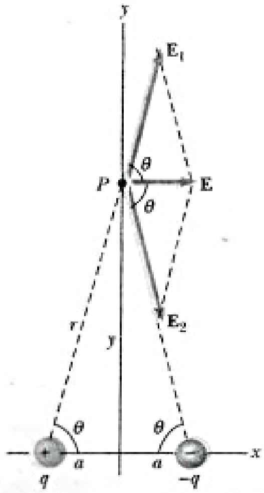


(a) (b)

ولأن $y >> a$ يمكن أن نهمل a^2، فيكون المجال المحصل:

$$E \approx k_e \frac{2qa}{y^3}$$

على هذا نرى أنه على مسافة بعيدة من ثنائي القطب ولكن على المحور المنصف للخط الواصل بين الشحنتين، يتغير مقدار المجال الكهربي الناشئ عن ثنائي القطب مع $1/r^3$، بينما التغير البطئ للمجال الناشئ عن شحنتين نقطيتين يتغير تبعاً للمقدار $1/r^2$، (انظر المعادلة 4.20). ذلك لأنه عند النقط البعيدة تكون المجالات الناشئة عن شحنات متساوية المقدار ومختلفة الإشارة غالباً ما تلاشي بعضها البعض. وتغير E مع $1/r^3$ لثنائي القطب نحصل عليه أيضاً عند مسافة بعيدة علي المحور السيني (انظر المسألة 21) وبصورة عامة لأي نقط على مسافة كبيرة.



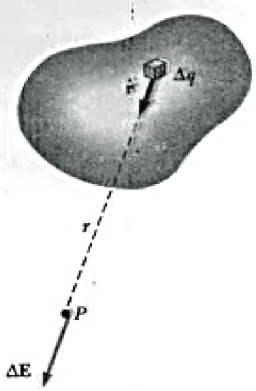
شكل 14.20 : المجال الكهربي الكلي E عند النقطة P الناشئ عن شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة (ثنائي القطب) يساوي المجموع الاتجاهي $E_1 + E_2$. المجال E_1 الناتج عن الشحنة الموجبة q والمجال E_2 ناتج عن الشحنة السالبة $-q$.

وثنائي القطب نموذج جيد لجزيئات عديدة، مثل حمض الهيدروكلوريد (HCL). وكما سنرى في الفصول التالية، أن الذرات المتعادلة والجزيئات تسلك مسلك ثنائي القطب عندما توضع في مجال كهربي خارجي. وأكثر من هذا، فالعديد من الجزيئات مثل (HCL) هي ثنائي قطب دائم. وسنناقش في الفصل 23 تأثير ثنائيات القطب هذه على سلوك المواد وبخاصة المجال الكهربي .

5.20 المجال الكهربي لتوزيع شحني متصل

ELECTRIC FIELD OF A CONTINUOUS CHARGE DISTRIBUTION

تكون في الغالب المسافات بين الشحنات في مجموعة شحنية أقل كثيراً من المسافة بين المجموعة ونقطة الدراسة (على سبيل المثال، النقطة التي نود إيجاد المجال الكهربي عندها). في هذه الحالة، تكون الشحنات متجاورة جداً أو متصلة. ونظام الشحنات الذي تقترب فيه الشحنات جداً من بعضها يكون مكافئاً لشحنة كلية متصلة موزعة خلال خط أو على سطح ما أو خلال حجم ما .



شكل 15.20 : المجال الكهربي عند P الناشئ عن توزيع شحني متصل هو المجموع الاتجاهي للمجالات ΔE الناشئ عن كل العناصر Δq للتوزيع الشحني.

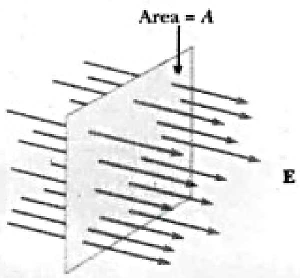
ولاستنتاج المجال الكهربي الناشئ عن توزيع شحني متصل، نتبع الخطوات التالية؛ أولاً: نقسم التوزيع الشحني إلى أجزاء صغيرة كل منها يحتوي على شحنة صغيرة Δq كما هو موضح بالشكل 15.20 ثم نستخدم المعادلة 4.20 لحساب المجال الكهربي الناشئ عن أحد هذه العناصر عند النقطة P. أخيراً نحسب المجال الكهربي الكلي عند P الناشئ عن التوزيع الشحني بتجميع مساهمات كل عناصر الشحنة (وذلك بتطبيق مبدأ التجميع Superposition).

أوضحنا في الفصل السابق كيف يستخدم قانون كولوم لحساب المجال الكهربي الناشئ عن توزيع من الشحنات. وفي هذا الفصل، سنوضح قانون جاوس والطرق المختلفة لحساب المجالات الكهربية. يعتمد القانون على حقيقة أن القوة الكهرستاتيكية الأساسية بين شحنتين نقطيتين توضح بقانون التربيع العكسي. وبالرغم من تتابع قانون كولوم، فإن قانون كولوم كاف لحساب المجالات الكهربية لتوزيع شحنى عندما تكون درجة تماثله كبيرة ويمكن أن يعطي نتائج مفيدة عندما نناقش مسائل معقدة.

1.21 الفيض الكهربي ELECTRIC FLUX

تم شرح مبدأ خطوط المجال الكهربي كيفيا في الفصل العشرين. والآن نستخدم فكرة الفيض الكهربي للحصول على خطوط المجال الكهربي بطريقة كمية.

افترض مجالاً كهربياً متماثل القيمة والإتجاه كما هو موضح بالشكل 1.21.



شكل 1.21 خطوط المجال تمثل مجالاً كهربيا متماثلاً تخترق سطحاً عمودياً على المجال مساحته A. الفيض الكهربي Φ_E خلال تلك المساحة يساوي EA.

خطوط المجال تخترق سطحاً مستطيلاً مساحته A عمودياً على المجال. ومن الجزء 6.20، عدد الخطوط لوحدة المساحة (كثافة الخطوط) تتناسب مع مقدار المجال الكهربي. ويكون عدد الخطوط الكلية التي تمر من خلال السطح تتناسب مع حاصل الضرب EA. وحاصل ضرب مقدار المجال الكهربي ومساحة السطح يسمى الفيض الكهربي Φ_E.

$$\Phi_E = EA \qquad (1.21)$$

ومن الوحدات القياسية العالمية لكل من E و A نجد أن Φ_E وحداتها نيوتن. متر^2/ كولوم $(N{\cdot}m^2/C)$. ويكون:

"الفيض الكهربي يتناسب مع عدد خطوط المجال الكهربي المار خلال سطح ما"

مثال 1.21 الفيض خلال كرة

احسب الفيض الكهربي خلال كرة نصف قطرها 1.00m وتحمل شحنة مقدارها $+1.00\mu C$ عند مركزها؟

الحل: مقدار المجال الكهربي عند نقطة تبعد 1.00m من الشحنة يعطى بالمعادلة 4.20:

$$E = k_e \frac{q}{r^2} = (8.99 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)\frac{1.00 \times 10^{-6}\ C}{(1.00\ m)^2} = 8.99 \times 10^3\ N/C$$

ويكون المجال في اتجاه نصف القطر للخارج ولهذا يكون عمودياً دائماً على سطح الكرة. ومقدار الفيض خلال الكرة (التي سطحها A حيث $A = 4\pi r^2 = 12.6 m^2$) هو:

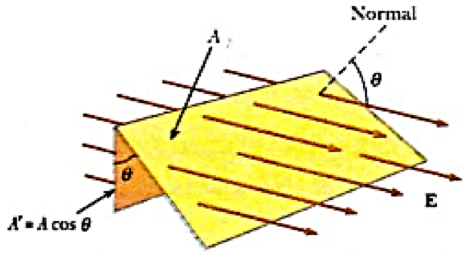
$$\Phi_E = EA = (8.99 \times 10^3\ N/C)(12.6\ m^2)$$
$$= 1.13 \times 10^5\ N \cdot m^2/C$$

اختبار: كم يكون (a) المجال الكهربي و (b) الفيض خلال الكرة إذا كان نصف قطرها 0.5m؟

الإجابة: (a) $3.6 \times 10^4 N/C$ (b) $1.13 \times 10^5 N.m^2/C$

عندما يكون السطح غير عمودي على المجال، يكون الفيض خلاله أقل من المعطى بالمعادلة 1.21. ويمكن أن نتبين هذا من الشكل 2.21، حيث يصنع العمودي على السطح A زاوية θ مع المجال المنتظم. لاحظ أن عدد الخطوط التي تعبر المساحة A يساوي عدد الخطوط التي تعبر المساحة A' والتي تمثل مسقط المساحة A في الاتجاه العمودي على المجال ويبين الشكل 2.21 أن المساحتين تربطهما العلاقة $A' = A\cos\theta$. ولأن الفيض خلال A يساوي الفيض خلال A'، نخلص من ذلك أن الفيض خلال A هو

$$\Phi_E = EA' = EA\cos\theta \qquad (2.21)$$



شكل 2.21 خطوط المجال تمثل مجال كهربي منتظم ينفذ خلال مساحة A تصنع زاوية θ مع المجال. عدد الخطوط المار خلال المساحة A' هو نفسه عدد الخطوط المار خلال A، وعلى ذلك يكون الفيض خلال A' مساوياً للفيض خلال A ويعطى بالعلاقة $\Phi_E = EA\cos\theta$

ويتبين من هذه النتيجة أن الفيض خلال مساحة سطح A قيمته العظمى هي EA عندما يكون السطح عمودياً على المجال (أو بعبارة أخرى، عندما يكون العمودي على السطح موازياً لاتجاه المجال، أي أن $\theta = 0°$ كما بالشكل 2.21). ويكون الفيض صفراً عندما يكون السطح موازياً للمجال (عندما يكون العمودي على السطح عمودياً على المجال أي عندما تكون $\theta = 90°$).

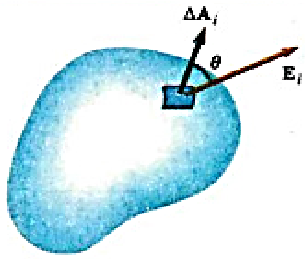
تصورنا في المناقشة السابقة مجالاً كهربياً منتظماً. ولكن في الحالة العامة، يتغير المجال الكهربي على السطح. ويكون تعريفنا للفيض المعطى بالمعادلة 2.21 له معنى فقط في حالة عنصر صغير للمساحة.

تجربة سريعة:

أضا ورقة لعب مستخدماً لمبة المكتب ثم لاحظ كيف يعتمد ظل كارت (ورقة) اللعب على اتجاه الورقة بالنسبة لشعاع الضوء. هل يمكن حساب كمية الضوء المحجبة بواسطة ورقة اللعب كالمعادلة 2.21؟

باقتراض أن سطحاً عاماً قسم إلى عدد كبير من العناصر الصغيرة، كل منها مساحته ΔA. يمكن إهمال التغير في المجال الكهربي لعنصر واحد إذا كان صغيراً بدرجة كافية. ويكفي تعريف المتجه $\Delta \mathbf{A}_i$ والذي تمثل قيمته مساحة العنصر رقم i على السطح ويعرف إتجاهه بالعمود على عنصر المساحة كما يبين الشكل 3.21. ويكون الفيض الكهربي خلال هذا العنصر هو $\Delta\Phi_E$:

$$\Delta\Phi_E = E_i \Delta A_i \cos\theta = \mathbf{E}_i \cdot \Delta\mathbf{A}_i$$



شكل 3.21 :عنصر صغير للمساحة ΔA_i. المجال الكهربي يصنع زاوية θ مع المتجه ΔA_i، والذي يعرف بأنه العمودي على عنصر المساحة، ويكون الفيض الكهربي خلال العنصر مساوياً $E_i \Delta A_i \cos\theta$

حيث استخدم تعريف الضرب القياسي لمتجهين $(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB\cos\theta)$. وبتجميع إسهامات كل العناصر نحصل على

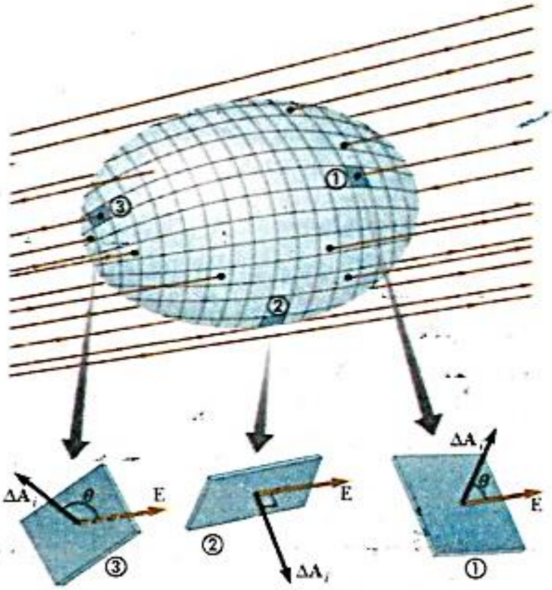
الفيض الكلي خلال السطح[1]. وإذا اعتبرنا أن مساحة كل عنصر تقترب من الصفر، يكون عندئذٍ عدد العناصر لا نهائي ويستبدل المجموع بتكامل ويكون التعريف العام للفيض الكهربي هو:

تعريف الفيض الكهربي $$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum \mathbf{E}_i \cdot \Delta \mathbf{A}_i = \int_{\text{surface}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \qquad (3.21)$$

تمثل المعادلة 3.21 تكاملاً على السطح، وهذا يعني أن التكامل يجب إجراؤه على السطح موضع الاهتمام. وتعتمد قيمة Φ_E عموما على كل من شكل المجال وعلى السطح.

ونهتم عادة باستنتاج الفيض خلال سطح مغلق، ويُعرف بأنه السطح الذي يقسم الفراغ إلى منطقة داخلية ومنطقة خارجية، ولايمكن أن ننتقل من منطقة إلى أخرى دون عبور هذا السطح.

وسطح الكرة على سبيل المثال هو سطح مغلق.



شكل 4.21 : سطح مغلق موضوع في مجال كهربي. تكون متجهات المساحة $\Delta \mathbf{A}_i$، تبعاً للقاعدة، عمودية على السطح وتشير للخارج. ويكون الفيض خلال عنصر المساحة موجباً (العنصر 1)، صفراً (للعنصر 2) أوسالباً (للعنصر 3).

افترض سطحاً مغلقاً كالمبين بالشكل 4.21 تشير المتجهات $\Delta \mathbf{A}_i$ إلى اتجاهات مختلفة لعدة عناصر للمساحة، ولكن عند كل نقطة تكون هذه المتجهات عمودية على السطح، وطبقاً للقاعدة، يشير عادة للخارج.

وتعبر الخطوط العنصر 1 من الداخل للخارج وتكون $\theta < 90°$؛ وعلى ذلك يكون الفيض $\Delta \Phi_E = \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{A}_i$ خلال هذا العنصر موجباً. وتكون $\theta = 90°$ والفيض يكون صفراً للعنصر 2 حيث تمس خطوط المجال السطح (عمودية على المتجه ΔA_i). وللعناصر مثل العنصر 3 حيث تعبر خطوط المجال السطح من الخارج للداخل، تكون $180° > \theta > 90°$ ويكون الفيض سالباً لأن $\cos\theta$ سالبة. ويتناسب الفيض

(1) من المهم ملاحظة أن رسوم خطوط المجال ليست دقيقة لأن عنصر المساحة الصغير (تبعاً لموقعه) يحتوي على العديد أو القليل من خطوط المجال التي تخترقه. سنركز الاهتمام هنا على أن الفيض الكهربي هو $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$. واستخدام الخطوط هي وسيلة فقط لاستنتاج القانون.

Karl Friedrick Gauss
عالم رياضيات وفلك ألماني
(1777- 1855)

النهائي خلال السطح مع العدد النهائي للخطوط الخارجة من السطح. ويقصد بالعدد النهائي للخطوط "عدد الخطوط الخارجة من السطح ناقصا عدد الخطوط الداخلة للسطح". إذا كان عدد الخطوط الخارجة أكثر من العدد الداخل للسطح يكون الفيض النهائي موجباً. وإذا كان عدد الخطوط الداخل للسطح أكثر من العدد الخارج من السطح يكون الفيض النهائي سالباً. ويمكننا كتابة صيغة تعبر عن الفيض النهائي خلال سطح مغلق باستخدام رمز التكامل للسطح المغلق $\oint$ كما يلي:

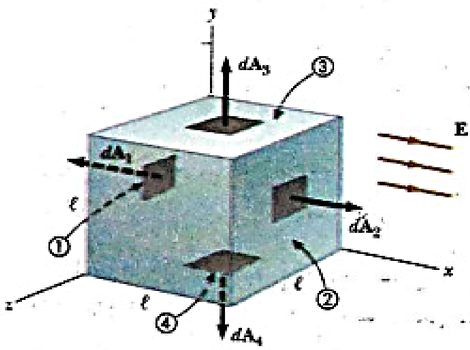
$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint E_n\, dA \qquad (4.21)$$

ويمثل E_n مركبة المجال الكهربي العمودية على السطح.

وتقدير الفيض النهائي خلال سطح مغلق عملية مزعجة. ومع ذلك، إذا كان المجال عمودياً على السطح عند كل نقطة ومقداره ثابت، تكون الحسابات سهلة كما كانت في المثال 1.21 ويتضح ذلك أيضاً في المثال التالي.

مثال 2.21 الفيض خلال مكعب

يمثل الشكل 5.21 مجالاً كهربياً منتظماً $\mathbf{E}$ يتجه خلال المحور x. أوجد الفيض النهائي خلال سطح المكعب الذي طول ضلعة ℓ.



شكل 5.21 سطح مغلق على شكل مكعب في مجال منتظم يتجه موازياً للمحور x. الفيض النهائي للسطح المغلق يساوي صفراً. الوجه 4 هو قاعدة المكعب والوجه 1 هو المقابل للوجه 2 .

الحل: الفيض النهائي هو مجموع الفيض خلال كل أسطح المكعب. أولاً، لاحظ أن الفيض خلال الأسطح الأربعة (③، ④، والآخران ليس لهما أرقام) يكون صفراً لأن $\mathbf{E}$ تكون عمودية على $d\mathbf{A}$ لهذه الأسطح.

ويكون الفيض النهائي للأسطح ①، ② هو

$$\Phi_E = \int_1 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} + \int_2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}$$

وللوجه ①، $\mathbf{E}$ ثابت ويتجه للداخل ولكن $d\mathbf{A}_1$ يتجه للخارج $(\theta = 180^\circ)$؛ وعلى ذلك يكون الفيض خلال هذا الوجه هو

$$\int_1 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_1 E(\cos 180^\circ)dA = -E\int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

وذلك لأن مساحة أي وجه هي $A = \ell^2$.

وللوجه ②، $\mathbf{E}$ ثابت ويتجه للخارج وفي نفس اتجاه $d\mathbf{A}_2$ $(\theta = 0^\circ)$، ويكون الفيض خلال هذا السطح هو

$$\int_2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_2 E(\cos 0^\circ)dA = E\int_2 dA = EA = E\ell^2$$

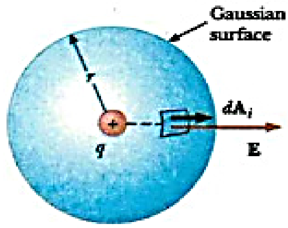
ويكون الفيض النهائي للأسطح الستة للمكعب هو

$$\Phi_E = -E\ell^2 + E\ell^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

2.21 قانون جاوس GAUSS'S LAW

11.6 سنهتم في هذا القسم بوصف علاقة تربط بين الفيض الكهربي النهائي خلال سطح مغلق (والذي يسمى أحيانا بسطح جاوس) والشحنة المحتواة بهذا السطح. وهذه العلاقة والتي تعرف بقانون جاوس لها أهميتها وأصولها في دراسة المجال الكهربي.

لنفترض مرة أخرى شحنة موجبة q موضوعة عندمركز كرة نصف قطرها r كما هو مبين بالشكل 6.21. ونعرف من المعادلة 4.20 أن مقدار المجال الكهربي عند أي نقطة على سطح الكرة هو $E = k_e\, q/r^2$. وكما لوحظ في المثال 1.21، أن خطوط المجال تتجه قطريا للخارج وتكون عمودية على أي نقطة على السطح ولهذا عند كل نقطة على السطح، يكون المتجه **E** موازياً للمتجه $\Delta \mathbf{A}_i$ الممثل لعنصر المسافة عند ذلك الموضع ΔA_i والمحيط بالنقطة. وعلى ذلك



شكل 6.21 : سطح جاوس كروي نصف قطره r يحيط بشحنة نقطية q. عندما تكون الشحنة في مركز الكرة، يكون المجال الكهربي عمودياً على أي نقطة على السطح ومقداره ثابت.

$$\mathbf{E}\cdot\Delta\mathbf{A}_i = E\Delta A_i$$

ومن المعادلة 4.21 نجد أن الفيض النهائي خلال سطح جاوس هو:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint E\, dA = E\oint dA$$

ولأن قيمة E ثابتة فقد تم أخراجها من التكامل وقيمتها $E = k_e\, q/r^2$. وعلى ذلك، لأن السطح كروي، $\oint dA = A = 4\pi r^2$.

ويكون الفيض النهائي خلال سطح جاوس هو:

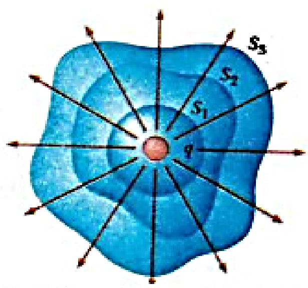
$$\Phi_E = \frac{k_e q}{r^2}(4\pi r^2) = 4\pi k_e q$$

وقيمة $k_e = 1/4\pi\varepsilon_0$، لذا يمكن كتابة هذه المعادلة بالصورة:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (5.21)$$

ويمكن أن نتحقق من أن هذه الصورة الرياضية تعطي نفس قيمة الفيض النهائي كما بالمثال 1.21 حيث $\Phi_E = (1.00 \times 10^{-6}\mathrm{C})/(8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N{\cdot}m^2}) = 1.13 \times 10^5\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C}$

يتناسب الفيض النهائي خلال سطح كروي كما توضح المعادلة 5.21 مع الشحنة داخله. ولايعتمد الفيض على نصف القطر r لأن مساحة السطح الكري تتناسب مع r^2 ويتناسب المجال الكهربي مع $1/r^{-2}$. ويلاشي حاصل ضرب المجال الكهربي والمساحة تأثير المسافة r.

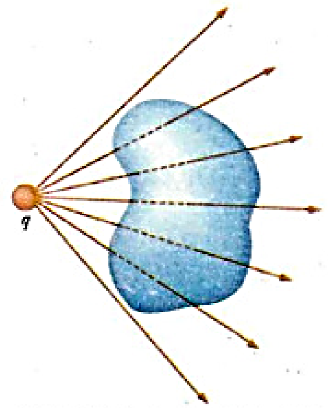


شكل 7.21 : أسطح مغلقة مختلفة الأشكال تحيط بالشحنة q. الفيض الكهربي النهائي متساوي لكل الأسطح.

والآن بافتراض أن الشحنة الكهربية q يحيط بها عدة أسطح مغلقة كما بالشكل 7.21. السطح S_1 كرويا بينما السطحان S_2، S_3 غير كروية وكما توضح المعادلة 5.21، الفيض المار بالسطح S_1 قيمته q/ε_0. وكما أوضحنا في القسم السابق، يتناسب الفيض مع عدد خطوط المجال الكهربي المارة خلال السطح. ويوضح الشكل 7.21 أن عدد الخطوط المارة خلال السطح S_1 مساو لعدد الخطوط خلال أي شكل غير كروي

مثل S_2، S_3. ولذلك، يمكن أن نخلص أن الفيض النهائي خلال أي سطح مغلق لا يعتمد على شكل السطح. وأن الفيض الكلي خلال أي سطح مغلق يحيط بشحنة نقطية q يعطى بالمقدار q/ε_0.

ولنفترض الآن إن شحنة تقع خارج سطح مغلق ذات شكل اختياري كما هو موضح بالشكل 8.21. نرى أن أي خط من خطوط المجال الكهربي الداخل للسطح يخرج من هذا السطح عند نقطة أخرى. ويكون عدد خطوط المجال الكهربي الداخلة للسطح مساوياً عدد الخطوط الخارجة من السطح. وعلى ذلك، نستنتج أن الفيض الكهربي الكلي خلال سطح مغلق لايحيط بشحنة كهربية يكون صفراً. وإذا طبقنا هذا المبدأ على مثال 5.21 يمكننا بسهولة أن نرى أن الفيض الكلي خلال مكعب يساوي صفراً لعدم وجود شحنة داخله.



شكل 8.21 : تقع شحنة نقطية خارج سطح مغلق. ويكون عدد خطوط المجال الكهربي الداخلة للسطح مساوياً لعدد الخطوط الخارجة من السطح.

اختبار سريع 1.21

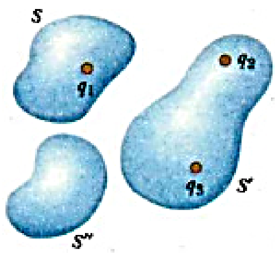
افترض أن الشحنة في المثال 4.21 تقع مباشرة خارج الكرة، على بعد 1.01m من مركزها. ماذا يكون الفيض الكلي خلال الكرة؟

ويمكننا أن نعمم ذلك في الحالتين: (1) حالة العديد من الشحنات النقطية و (2) حالة توزيع شحني متصل. ومرة أخرى نستخدم مبدأ التحصيل (الجمع) والذي ينص على أن؛ المجال الكهربي الناشئ عن عدة شحنات هو المجموع الاتجاهي للمجالات الكهربية الناتجة عن كل شحنة مفردة. وعلى ذلك يمكننا التعبير عن الفيض خلال أي سطح مغلق كالآتي:

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots)\cdot d\mathbf{A}$$

حيث $\mathbf{E}$ هو المجال الكهربي الكلي عند أي نقطة على السطح والناتج عن جمع المجالات الكهربية عند هذه النقطة اتجاهياً لكل شحنة على حدها.

يبين الشكل 9.21 مجموعة من الشحنات حيث يحيط السطح S بشحنة واحدة فقط q_1، لذلك يكون الفيض النهائي خلال السطح S هو q_1/ε_0. يكون الفيض خلال السطح S نتيجة الشحنات q_2، q_3 والتي تقع خارجه صفراً لأن كل خط من المجال يدخل السطح S من نقطة يخرج من نقطة أخرى. والسطح S' يحيط بالشحنتين q_2، q_3؛ لذلك يكون الفيض الكهربي خلاله هو $(q_2+q_3)/\varepsilon_0$. وفي النهاية يكون الفيض النهائي خلال السطح S'' صفراً لعدم وجود شحنة بداخله. أي أن، كل خطوط المجال الكهربي التي تدخل السطح S'' من نقطة تخرج من نقطة أخرى.



شكل 9.21 : يعتمد الفيض الكلي خلال أي سطح مغلق على الشحنة التي بداخل السطح. الفيض النهائي خلال السطح S هو q_1/ε_0، والفيض النهائي خلال السطح S' هو $(q_2+q_3)/\varepsilon_0$، ويكون الفيض النهائي خلال السطح S'' مساوياً للصفر.

◄ قانون جاوس هو صورة عامة لما ناقشناه الآن وينص على أن الفيض النهائي خلال أي سطح مغلق هو:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \qquad (6.21)$$

قانون جاوس

حيث q_{in} تمثل الشحنة الكلية داخل السطح وتمثل $\mathbf{E}$ المجال الكهربي عند أي نقطة على السطح.

سنقدم إثبات لقانون جاوس بالقسم 6.21. عند استخدام المعادلة 6.21 يجب ملاحظة أن الشحنة q_{in} هي الشحنة الكلية داخل سطح جاوس، $\mathbf{E}$ تمثل المجال الكهربي الكلي والذي يحتوي على اسهامات الشحنات التي تقع داخل وخارج السطح.

ويمكن حل معادلة قانون جاوس لحساب المجال الكهربي $\mathbf{E}$ الناتج عن منظومة من الشحنات أو توزيع شحني متصل. في الواقع، نوع الحل هذا يقبل التطبيق فقط في حالات محدودة من التماثل الشديد. وكما سنرى في القسم التالي يستخدم قانون جاوس لاستنتاج المجال الكهربي لشحنات موزعة بحيث تكون متماثلة كروياً أو إسطوانياً أو حول مستوى. وإذا اختير سطح جاوس المحيط بالشحنة بعناية، يمكن تبسيط التكامل في المعادلة 6.21. ويجب أن نلاحظ أيضاً أن سطح جاوس هو إنشاء رياضي ولايحتاج إلى إنطباق مع أي سطح فيزيائي حقيقي.

اختبار سريع 2.21

الفيض النهائي خلال سطح جاوس كان صفراً، العبارات الأربعة التالية يمكن أن تكون صحيحة. أي من هذه العبارات يجب أن تكون صحيحة؟. (a) لايوجد شحنات داخل السطح. (b) الشحنة النهائية داخل السطح تساوي صفراً. (c) المجال الكهربي عند أي نقطة على السطح تساوي صفراً. (d) عدد خطوط المجال الكهربي الداخلة في السطح مساوياً لعدد الخطوط الخارجة منه.

مثال لتعميق فكرة 3.21

يحيط سطح جاوس بشحنة نقطية q. وضح ماذا يحدث للفيض الكلي خلال السطح إذا (a) أصبحت الشحنة ثلاثة أمثال q، (b) تضاعف نصف قطر الكرة، (c) تغير السطح ليصبح مكعباًو (d) تحركت الشحنة لموقع آخر داخل سطح جاوس الكري.

الحل: (a) يصبح الفيض ثلاثة أمثاله لأن الفيض يتناسب مع مقدار الشحنة داخل السطح.

(b) لايتغير الفيض لأن خطوط المجال الكهربي من الشحنة تمر خلال السطح بغض النظر عن نصف قطر السطح.

(c) لايتغير الفيض عندما يتغير شكل سطح جاوس لأن كل خطوط المجال الكهربي من الشحنة تمر خلال السطح بغض النظر عن شكله.

(d) لايتغير الفيض عندما تتحرك الشحنة إلى موقع آخر داخل السطح لأن قانون جاوس يشير إلى الشحنة الكلية بداخل السطح، بغض النظر عن موقع الشحنة داخل السطح.

3.21 تطبيق قانون جاوس على عازل مشحون
APPLICATION OF GAUSS'S LAW TO CHARGED INSULATOR

سبق أن ذكرنا أن قانون جاوس يفيد في حساب المجالات الكهربية عندما يكون توزيع الشحنة ذات خصائص عالية من التماثل. وتمثل الأمثلة الآتية اختيار سطح جاوس الذي خلاله يمكن تبسيط التكامل السطحي المعطى بالمعادلة 6.21 لايجاد المجال الكهربي. ولاختيار السطح، يجب أن نأخذ ميزة التماثل لتوزيع الشحنة بحيث يمكننا إزالة E من التكامل لإيجاد قيمتها. والهدف من هذا النوع من الحسابات هو إيجاد سطح يحقق واحداً أو أكثر من الشروط التالية:

1- قيمة المجال الكهربي يمكن إثبات أنها ثابتة على السطح من خلال التماثل.

2- يمكن التعبير عن الضرب القياسي في المعادلة 6.21 كضرب جبري بسيط EdA لأن **E** و $d\mathbf{A}$ متوازيين.

3- الضرب القياسي في المعادلة 6.21 يساوي صفراً لأن **E** و $d\mathbf{A}$ متعامدان.

4- يمكن اثبات أن المجال يساوي صفراً على السطح كله.

وتستخدم كل هذه الشروط في الأمثلة التالية من بقية هذا الفصل.

مثال: 4.21 المجال الكهربي نتيجة شحنة نقطية:

إبدأ بقانون جاوس لحساب المجال الكهربي الناتج عن شحنة نقطية معزولة q.

الحل: تمثل الشحنة المفردة أبسط توزيع للشحنة، وسنستخدم هذه الحالة الشهيرة لنوضح كيف نحصل على المجال الكهربي باستخدام قانون جاوس. نقوم باختيار سطح جاوس الكروي بحيث تقع الشحنة في مركزه، ولنفترض أن نصف قطره هو r كما هو موضح بالشكل 10.21 ويتجه المجال الكهربي الناتج عن شحنه موجبة في اتجاه نصف القطر للخارج بالتماثل ويكون بذلك عمودياً على كل نقطة على السطح. وكما في الشرط (2) يكون المجال **E** موازياً للعنصر $d\mathbf{A}$ عند كل نقطة ويكون $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{A}= E\,dA$، ويعطي قانون جاوس؛

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint E\,dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

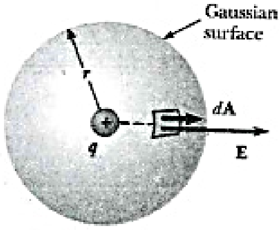
ومن التماثل نجد أن E ثابت على أى نقطة على السطح، وذلك يحقق الشرط (1)، ويمكن إزالة E من التكامل كالآتي؛

$$\oint E\,dA = E\oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

حيث مساحة سطح الكرة هو $4\pi r^2$. والآن بحل المعادلة للحصول على المجال الكهربي؛

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e\frac{q}{r^2}$$

وهذا هو قانون المجال الكهربي المعروف والناتج عن شحنة نقطية والذي حصلنا عليه من قانون كولوم في الفصل 20.



شكل 10.21 : تقع الشحنة النقطية q في مركز سطح جاوس الكري، فيكون **E** موازياً $d\mathbf{A}$ عند أي نقطة على السطح.

تم استخدام مبدأ طاقة الوضع في الفصل الثامن عند الحديث عن بقاء القوى وقوى الجذب والقوى المرنة الناشئة عن زنبرك. باستخدام مبدأ بقاء الطاقة، استطعنا أن نتحاشى التعامل المباشر مع القوى عند حل المسائل المختلفة في الميكانيكا. في هذا الفصل نرى أن طاقة الوضع لها أهمية عظمى في دراسة الكهربية. لأن القوى الكهرستاتيكية المعطاة بقانون كولوم لها خاصية الحفظ، فإن الظواهر الكهرستاتيكية يمكن وصفها بكفاءة بدلالة طاقة الوضع الكهربي. وهذه الفكرة تمكننا من تعريف مقدار قياسي يسمى "الجهد الكهربي". لأن الجهد الكهربي عند أي نقطة في المجال الكهربي هي دالة قياسية، فإنه يمكننا استخدامه لوصف الظواهر الكهروستاتيكية بطريقة أكثر سهولة من تلك التي تستخدم فيها فقط مبدأ المجال الكهربي والقوى الكهربية. وفي فصول تالية سنرى أن مبدأ الجهد الكهربي له أهمية عملية عظيمة.

1.22 فرق الجهد والجهد الكهربي POTENTIAL DIFFERENCE AND ELECTRIC POTENTIAL

11.8 عند وضع شحنة اختبار q_0 في مجال كهربي **E** ناشئ عن بعض الأجسام المشحونة، تكون القوة الكهربية المؤثرة على شحنة الاختبار هي $q_0\mathbf{E}$. (إذا كان المجال ناتجاً عن أكثر من جسم مشحون، فإن هذه القوة المؤثرة على شحنة الاختبار تمثل المحصلة الاتجاهية للقوى التي تؤثر عليها من الشحنات المختلفة الأخرى المنفردة) وتكون القوة $q_0\mathbf{E}$ محفوظة Conservative لأن القوى المفردة المعطاة بقانون كولوم وصفت بأنها محفوظة. عندما تتحرك شحنة الاختبار في المجال الكهربي بتأثير عامل خارجي، فإن الشغل المبذول بواسطة المجال على الشحنة يساوي الشغل المبذول بواسطة العامل الخارجي المسبب للإزاحة. فإذا افترضنا إزاحة متناهية الصغر ds، يكون الشغل المبذول نتيجة المجال الكهربي على الشحنة هو $\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}= q_0\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$. وبينما يبذل هذا القدر من الشغل نتيجة المجال، تقل طاقة الوضع الكهربي للمنظومة المكونة من الشحنة والمجال بمقدار $dU = -q_0\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ فإذا كانت إزاحة الشحنة من نقطة A إلى نقطة B محدودة، يكون التغير في طاقة الوضع للمنظومة $\Delta U = U_B - U_A$ حيث

التغير في طاقة الوضع
$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} \qquad (1.22)$$

ويتم إجراء التكامل على المسار الذي تسلكه الشحنة q_0 عند انتقالها من النقطة A إلى النقطة B، ويسمى التكامل إما تكامل على المسار Path Integral أو تكامل خطي Line Integral (المصطلحان مترادفان). ولأن القوة $q_0\mathbf{E}$ محفوظة، فان **هذا التكامل الخطي لا يعتمد على المسار عبر النقطتين A و B.**

اختبار سريع 1.22

إذا كان المسار بين A و B لايسبب أي تغير في المعادلة 1.22، لماذا لانستخدم مباشرة التعبير الرياضي $\Delta U= -q_0Ed$، حيث d هي الخط المستقيم بين النقطتين A و B؟

ولاتعتمد طاقة الوضع لوحدة الشحنة U/q_0 على القيمة q_0 وقيمتها وحيدة عند كل نقطة في المجال الكهربي. وهذه القيمة U/q_0 تسمى **الجهد الكهربي** (أو ببساطة الجهد) V. وعلى ذلك يكون الجهد الكهربي عند أي نقطة في المجال الكهربي هو

$$V = \frac{U}{q_0} \qquad (2.22)$$

وتعني حقيقة كون طاقة الوضع كمية قياسية أن الجهد الكهربي هو أيضاً كمية قياسية.

فرق الجهد $\Delta V = V_B - V_A$ بين أي نقطتين A و B في مجال كهربي يعرف بأنه التغير في طاقة الوضع للمنظومة مقسوماً على قيمة شحنة الاختبار q_0:

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad (3.22)$$ فرق الجهد

ويجب عدم الخلط بين فرق الجهد والفرق في طاقة الوضع.

ويتناسب فرق الجهد مع التغير في طاقة الوضع، ونرى من المعادلة 3.22 أن المقدارين تربطهما العلاقة $\Delta U = q_0 \Delta V$.

الجهد الكهربي له الخصائص القياسية للمجال الكهربي ولايعتمد على الشحنة التي توضع في المجال. على أي حال، عندما نتحدث عن طاقة الوضع، فإننا نقصد عندئذ المنظومة المكونة من الشحنة والمجال. ولأننا عادة نهتم بمعرفة الجهد الكهربي عند موقع الشحنة وطاقة الوضع الناتجة عن تفاعل الشحنة مع المجال، فإننا نتبع مبدأ عاماً في الحديث عن طاقة الوضع وكأنها تتبع (تصاحب) الشحنة.

لأن التغير في طاقة الوضع لشحنة هو الشغل المبذول بواسطة المجال الكهربي على الشحنة بإشارة سالبة (ونلاحظ ذلك من المعادلة 1.22)، يكون فرق الجهد ΔV بين النقطتين A و B مساوياً الشغل لوحدة الشحنات الذي يجب أن يبذله عامل خارجي لتحريك شحنة اختبار من A إلى B دون تغيير في طاقة الحركة لشحنة الاختبار.

مثل طاقة الوضع تماماً، سنهتم بالفرق في الجهد الكهربي فقط. ولتحاشي التعامل مع فروق الجهد، على أية حال، نأخذ غالباً قيمة الجهد الكهربي مساوية للصفر عند نقطة مناسبة في المجال الكهربي. وهذا ما نفعله هنا: نتصور أنه عند نقطة اختيارية يكون الجهد الكهربي صفراً عند نقطة ما في مالانهاية بالنسبة للشحنات المسببة للمجال. وبهذا الاختيار، يمكن أن ننص على أن "الجهد الكهربي عند أي نقطة اختيارية في المجال الكهربي تساوي الشغل لوحدة الشحنات المطلوب لاحضار شحنة إختبار موجبة من مالانهاية إلى تلك النقطة". ولذلك إذا أخذنا النقطة A في المعادلة 3.22 لتكون في ما لا نهاية، يكون الجهد الكهربي عند أي نقطة B هو:

$$V_p = -\int_{\infty}^{B} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad (4.22)$$

في الحقيقة، V_p تمثل فرق الجهد ΔV بين النقطة P ونقطة في مالانهاية. (المعادلة 4.22 هي حالة خاصة من المعادلة 3.22).

ولأن الجهد الكهربي يمثل قياساً لطاقة الوضع لوحدة الشحنات، تكون وحدات الجهد الكهربي وفرق الجهد في النظام المتري الدولي (SI unit) هي الجول لكل كولوم والتي تعرف بالفولت (V):

$$1\ \text{V} \equiv 1\frac{\text{J}}{\text{C}}$$ تعريف الفولت

على ذلك يكون 1J من الشغل يجب أن يبذل لتحريك 1C من الشحنة خلال فرق جهد مقداره 1V.

المعادلة 3.22 توضح أن فرق الجهد أيضاً له وحدات المجال الكهربي مضروباً في المسافة. ومن هذا نجد أن وحدات المجال الكهربي في النظام المتري الدولي هي (N/C) ويمكن التعبير عنه أيضاً بالفلط لكل متر:

$$1\frac{\text{N}}{\text{C}} = 1\frac{\text{V}}{\text{m}}$$

وتستخدم وحدة الإلكترون فلط (eV) كوحدة للطاقة عموماً في الفيزياء الذرية والنووية. وتعرف بأنها طاقة الالكترون (أو البروتون) التي يكتسبها أو يفقدها عندما يتحرك خلال فرق جهد مقداره 1V. لأن 1V= 1J/C ووحدة الشحنة الأساسية تساوي تقريباً $1.6x\ 10^{-19}C$، فإن الالكترون فلط يرتبط بالجول بالعلاقة:

$$1\ eV = 1.6 \times 10^{-19} C.V = 1.6 \times 10^{-19} j \qquad (5.22)$$

الإلكترون فلط

على سبيل المثال، إلكتروناً في حزمة إلكترونية داخل أنبوبة الصورة في التليفزيون تكون سرعته 3.5×10^{7} m/s، وهذا يناظر طاقة حركة 5.6×10^{-16}J، وهذه الطاقة تكافئ $3.5x\ 10^{3}$ eV. هذا الإلكترون يجب أن يتحرك بتسارع من السكون خلال فرق جهد مقداره 3.5 kV ليصل إلى هذه السرعة.

2.22 فرق الجهد في مجال كهربي منتظم

POTENTIAL DIFFERENCE IN A UNIFORM ELECTRIC FIELD

المعادلتان 1.22 و 3.22 صالحتان لكل المجالات الكهربية، سواء كانت منتظمة أم غير منتظمة، ويمكن تبسيطها في حالة المجال المنتظم. أولاً، افترض مجالاً كهربياً منتظماً في الاتجاه السالب للمحور y كما هو مبين بالشكل 1.22a. دعنا نحسب فرق الجهد بين النقطتين A، B والتي تفصلهما مسافة d، حيث d مقاسة في الاتجاه الموازي لخطوط المجال، وبذلك يمكن كتابة المعادلة 3.22 على الصورة:

$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_A^B E \cos 0^\circ\, ds = -\int_A^B E\, ds$$

ولأن E ثابت، يمكننا إخراجه من التكامل حيث:

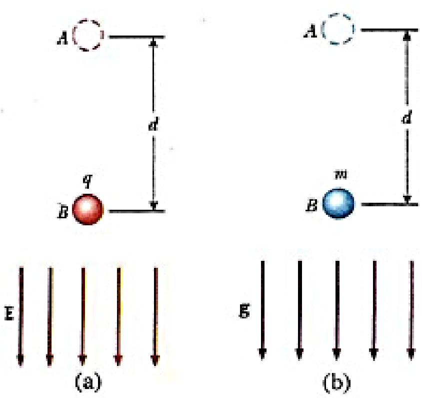
$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed \qquad (6.22)$$

(فرق الجهد في مجال كهربي منتظم)

وتشير الإشارة السالبة إلى أن النقطة B يكون جهدها الكهربي أقل من جهد النقطة A؛ أي، $V_B < V_A$. وتشير خطوط المجال الكهربي دائماً في اتجاه نقص الجهد الكهربي، كما هو مبين بالشكل 1.22a.

افرض الآن أن شحنة اختبار q_0 تتحرك من النقطة A إلى النقطة B. يمكننا أن نحسب التغير في طاقة جهدها من المعادلتين 3.22 و 6.22:

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 E d \qquad (7.22)$$



شكل 1.22 : (a) عندما يتجه المجال لأسفل، يكون الجهد الكهربي للنقطة B أقل من جهد النقطة A. وتفقد شحنة الاختبار الموجبة طاقة جهد كهربي عندما تتحرك من A إلى B. (b) عندما تتحرك كتلة m لأسفل في مجال الجاذبية g تفقد طاقة وضع نتيجة لذلك.

ومن هذه النتيجة، نجد أنه إذا كانت q_0 موجبة، تكون ΔU سالبة. ونستخلص من ذلك أن "تفقد الشحنة الموجبة طاقة وضع كهربي عند تحركها في اتجاه المجال الكهربي". ويعني هذا أن المجال الكهربي يبذل شغلاً على الشحنة الموجبة عندما تتحرك في اتجاه هذا المجال. (وهذا يشابه الشغل المبذول بمجال الجاذبية على كتلة أثناء سقوطها، كما هو مبين بالشكل 1.22b). فإذا إنطلقت شحنة اختبار موجبة من السكون في اتجاه المجال الكهربي، تكتسب قوة مقدارها $q_0\mathbf{E}$ في اتجاه $\mathbf{E}$ لأسفل (شكل 1.22a). وبذلك، تعجل الشحنة لأسفل، وتكتسب طاقة حركة. **وباكتساب الجسيم المشحون طاقة حركة، يفقد كمية مساوية من طاقة الوضع.**

إذا كانت q_0 سالبة، تكون ΔU موجبة وتنعكس الحالة السابقة: تكتسب الشحنة السالبة طاقة وضع كهربي عندما تتحرك في اتجاه المجال الكهربي. فإذا انطلقت شحنة سالبة من سكون في المجال $\mathbf{E}$، تعجل الشحنة في عكس اتجاه المجال.

لنفرض الآن الحالة العامة لجسيم مشحون يتحرك بحرية بين نقطتين في مجال كهربي منتظم يتجه خلال المحور x كما هو موضح بالشكل 2.22. (في هذه الحالة، لاتتحرك الشحنة نتيجة عامل خارجي كما كانت من قبل). فإذا كانت $\mathbf{s}$ تمثل متجه الإزاحة بين A و B، تصبح المعادلة 3.22 على الصورة:

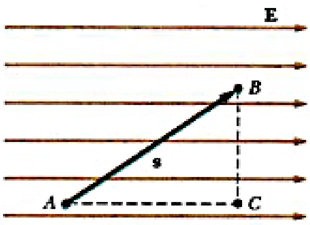
$$\Delta V = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot ds = -\mathbf{E}\cdot\int_A^B ds = -\mathbf{E}\cdot\mathbf{s} \qquad (8.22)$$

وحيث إن $\mathbf{E}$ ثابت يمكننا اخراجه من التكامل، يكون التغير في طاقة الوضع هو

$$\Delta U = q_0\Delta V = -q_0\mathbf{E}\cdot\mathbf{s} \qquad (9.22)$$

تجربة سريعة:

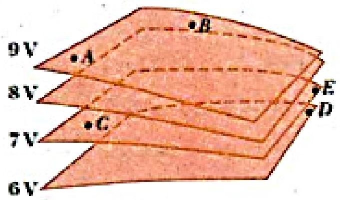
لكي تحدث شرارة كهربية في الهواء الجاف يصل المجال الكهربي إلى حوالي 30000V/cm. عند مسح سجادة بقدمك والاقتراب من مقبض الباب، بتقدير طول الشرارة احسب فرق الجهد بين أصبعك ومقبض الباب بعد ذلك السجادة بقدمك وقبل لمس المقبض. (إذا كان الجو رطباً عند محاولتك لهذه التجربة، ربما لايمكن إجراؤها. لماذا؟)



شكل 2.22 : مجال كهربي منتظم يتجه خلال الاتجاه الموجب للمحور x. النقطة B جهدها الكهربي أقل من الجهد الكهربي للنقطة A. النقط B و C عند نفس الجهد الكهربي.

11.9 في النهاية، نستنتج من المعادلة 8.22 أن كل النقاط في المستوى العمودي على المجال الكهربي المنتظم تتساوى في الجهد الكهربي. نستطيع أن ندرك ذلك من الشكل 2.22 حيث يكون فرق الجهد $V_B - V_A$ مساو لفرق الجهد $V_C - V_A$. (اثبت ذلك لنفسك بأخذ الضرب القياسي $\mathbf{E}\cdot\mathbf{s}$ على المسار $s_{A\to B}$، حيث تكوّن الزاوية θ بين $\mathbf{E}$ و $\mathbf{s}$ اختيارية كما بالشكل 2.22، وحاصل الضرب القياسي للمسار $s_{A\to C}$، وتكون $\theta=0$). لذلك، يكون $V_B = V_C$. "**ويسمى السطح ذو التوزيع المتصل لنقاط لها نفس الجهد الكهربي باسم سطح تساوي الجهد**".

لاحظ أنه بسبب $\Delta U = q_0\Delta V$، لايبذل شغل أثناء حركة شحنة اختبار بين نقطتين على سطح تساوي الجهد. وأسطح تساوي الجهد لمجال كهربي منتظم تتكون من مجموعة من المستويات التي تتعامد جميعها على المجال. وسنناقش الأسطح متساوية الجهد لمجالات مختلفة التماثل في الأقسام التالية.



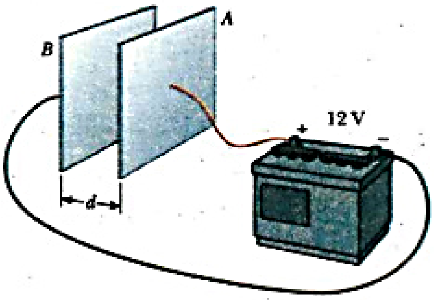
شكل 3.22 : أربعة أسطح كل منها متساوية الجهد.

اختبار سريع 2.22

النقاط المشار إليها بأحرف في الشكل 3.22 تقع على مجموعة من الأسطح متساوية الجهد المصاحبة لمجال كهربي. رتب (من الأكبر للأصغر) الشغل المبذول بواسطة المجال على شحنة موجبة تتحرك من A إلى B؛ من B إلى C، ومن C إلى D ومن D إلى E.

مثال 1.22 المجال الكهربي بين لوحين متوازيين شحنتيهما مختلفتان

تعطي بطارية فرقاً في الجهد محدداً بين لوحين متصلين بطرفيها. فإذا وصلت بطارية 12-V بين اللوحين المتوازيين كما بالشكل 4.22. وكانت المسافة الفاصلة بين اللوحين هي $d = 0.3$cm، وإذا افترضنا أن المجال الكهربي بين اللوحين منتظماً (وهذا الفرض منطقي إذا كانت المسافة بين اللوحين صغيرة مقارنة بأبعاد اللوح وإذا لم نأخذ في الاعتبار النقاط القريبة من نهايتي اللوحين). أوجد مقدار المجال الكهربي بين اللوحين.



شكل 4.22 : بطارية 12-V تتصل بلوحين متوازيين. المجال الكهربي بين اللوحين تعطي قيمته بفرق الجهد ΔV مقسوماً على المسافة بين اللوحين d.

الحل: يتجه المجال الكهربي من اللوح الموجب (A) إلى اللوح السالب (B)، ويكون اللوح الموجب ذو جهد كهربي أعلى من اللوح السالب. ويتساوى فرق الجهد بين اللوحين تماماً مع فرق الجهد بين قطبي البطارية. وندرك هذا إذا تذكرنا أن كل النقاط على الموصل تكون في حالة اتزان ولها نفس الجهد الكهربي[1]، لذا، لايوجد فرق جهد بين قطب البطارية وأي جزء من اللوح المتصل به. ولذلك يكون مقدار المجال الكهربي بين اللوحين هو المعطى بالمعادلة 6.22،

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12 \quad \text{V}}{0.30 \times 10^{-2}\,\text{m}} = 4.0 \times 10^3\,\text{V/m}$$

وهذا النموذج الموضح في شكل 4.22 يسمى مكثف اللوحين المتوازيين، وسيتم مناقشته بتفاصيل أكثر في الفصل 23.

مثال 2.22 حركة بروتون في مجال كهربي منتظم

يوضح الشكل 5.22 مجالاً كهربياً منتظما مقداره 8×10^4 V/m. انطلق بروتون من السكون في الاتجاه الموجب للمحور x حيث قطع مسافة 0.5m في اتجاه **E**. (a) أوجد التغير في الجهد الكهربي بين النقطتين A و B.

(1) يتلاشى المجال الكهربي داخل موصل في حالة اتزان كهرستاتيكي؛ لذا، يكون التكامل الخطي $\int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ بين أى نقطتين داخل الموصل مساوياً للصفر. وسيتم مناقشة ذلك بالتفصيل في القسم 6.22

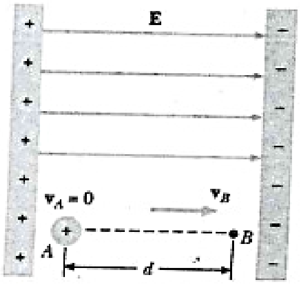
الحل: يتحرك البروتون (الموجب الشحنة) في اتجاه المجال وإلى الموضع ذي الجهد الكهربي المنخفض.
ومن المعادلة 6.22 نجد أن

$$\Delta V = -Ed = -(8.0\times10^4\,\text{V/m})(0.50\,\text{m})$$
$$= -4.0\times10^4\,\text{V}$$

(b) أوجد التغير في طاقة الوضع للبروتون نتيجة هذه الأزاحة.

الحل:

$$\Delta U = q_0\Delta V = e\Delta V$$
$$= (1.6\times10^{-19}\,\text{C})(-4.0\times10^4\,\text{V})$$
$$= -6.4\times10^{-15}\,\text{J}$$



شكل 5.22 : يكتسب البروتون عجلة خلال حركته من A إلى B في اتجاه المجال الكهربي.

وتدل الإشارة السالبة على أن طاقة الوضع للبروتون قد تناقصت نتيجة حركته في اتجاه المجال الكهربي.
وبينما يكتسب البروتون عجلة (تسارع) في اتجاه المجال، يكتسب بذلك طاقة حركة وفي نفس الوقت يفقد طاقة وضع كهربي (مبدأ ثبوت الطاقة).

تمرين: استخدم مبدأ ثبوت الطاقة لإيجاد سرعة البروتون عند النقطة B.

الإجابة: 2.77×10^6m/s

3.22 الجهد الكهربي وطاقة الوضع نتيجة عن شحنات نقطية
ELECTRIC POTENTIAL AND POTENTIAL ENERGY DUE TO POINT CHARGES

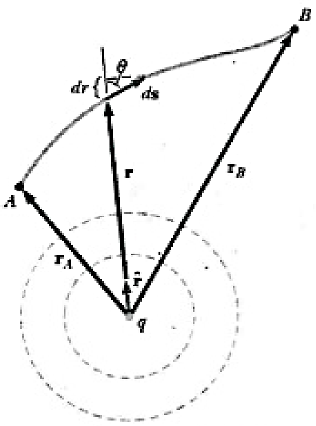
افرض أن شحنة موجبة معزولة قيمتها q. هذه الشحنة تسبب مجالاً كهربياً يتجه قطرياً لخارج النقطة. لإيجاد الجهد الكهربي عند نقطة تقع على مسافة r من الشحنة، نبدأ بالتعبير الرياضي العام لفرق الجهد.

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$$

حيث A و B نقطتين اختياريتين كالموضحتين في الشكل 6.22. عند أي نقطة في المجال، يكون المجال الكهربي الناتج عن الشحنة النقطية هو $\mathbf{E} = k_e q\,\hat{\mathbf{r}}/r^2$ (المعادلة 4.20)، حيث $\hat{\mathbf{r}}$ هو متجه الوحدة في الاتجاه من الشحنة إلى هذه النقطة. ويمكن التعبير عن الكمية $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ كما يلي:

$$\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = k_e\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}\cdot d\mathbf{s}$$

ولأن مقدار $\hat{\mathbf{r}}$ هو 1، يكون حاصل الضرب القياسي $\hat{\mathbf{r}}\cdot d\mathbf{s} = ds\cos\theta$ حيث θ هي الزاوية بين $\hat{\mathbf{r}}$ و $d\mathbf{s}$. علاوة على ذلك، $ds\cos\theta$ هي مسقط $d\mathbf{s}$ على $\mathbf{r}$؛ لذلك فإن $ds\cos\theta = dr$، وبذلك تكون أي إزاحة $d\mathbf{s}$ عبر المسار من النقطة A إلى B تسبب تغيراً dr في مقدار المسافة



شكل 6.22 : فرق الجهد بين النقطتين A و B نتيجة شحنة نقطية q يعتمد فقط على المسافة بين الشحنة وكل من نقطة البداية ونقطة النهاية r_A و r_B. وتمثل الدائرتان المتقطعتان مقاطع لأسطح كروية متساوية الجهد.

مثال 3.22 الجهد الكهربي نتيجة شحنتين نقطيتين

وضعت شحنة $q_1 = 2\ \mu C$ عند نقطة الأصل، وشحنة $q_2 = -6\ \mu C$ عند النقطة (0,3)m كما بالشكل 11.22a . (a) إوجد الجهد الكهربي الكلي الناشئ عن هاتين الشحنتين عند النقطة P، إحداثياتها هي (4,0)m.

الحل: بالنسبة لشحنتين، يعطي المجموع من المعادلة 12.22 كمايلي:

$$V_p = k_e\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

$$= 8.99 \times 10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\left(\frac{2.00 \times 10^{-6}\mathrm{C}}{4.00\ \mathrm{m}} + \frac{-6.00 \times 10^{-6}\mathrm{C}}{5.00\ \mathrm{m}}\right)$$

$$= -6.29 \times 10^3\ \mathrm{V}$$

(b) إوجد التغير في طاقة الوضع للشحنة $3\ \mu C$ عندما تتحرك من مالانهاية إلى النقطة P (الشكل 11.22b).

الحل: عندما تكون الشحنة في ما لا نهاية $U_i = 0$ عندما تكون الشحنة عند P

$U_f = q_3 V_p$؛ وعلى ذلك،

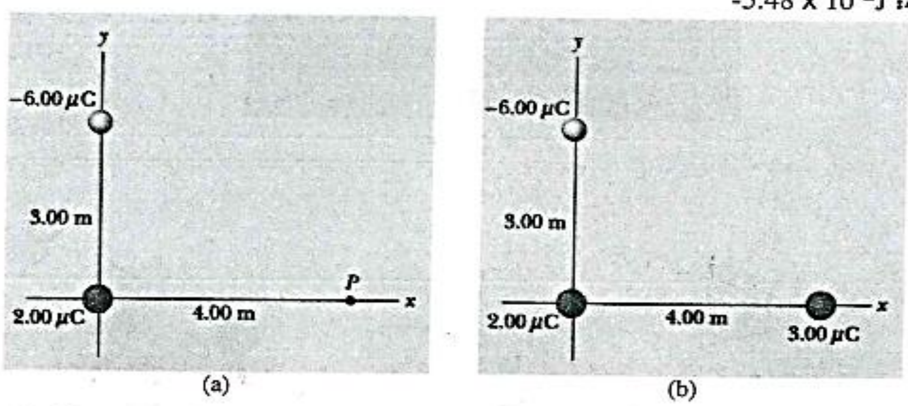
$$\Delta U = q_3 V_p - 0 = (3.00 \times 10^{-6}\mathrm{C})\ (-6.29 \times 10^3\ \mathrm{V})$$

$$= -18.9 \times 10^{-3}\ \mathrm{J}$$

وحيث أن الشغل $W = -\Delta U$ ، يجب أن يبذل شغلاً موجباً بعامل خارجي ليزيل الشحنة من النقطة P لتعود إلى مالانهاية.

تمرين: إوجد طاقة الوضع الكلية للمنظومة الموضحة بالشكل 11.22b.

الإجابة: -5.48×10^{-2}J



شكل 11.22 (a) الجهد الكهربي عند النقطة P الناشئ عن شحنتين هو الجمع الجبري للجهود الناشئة عن كل شحنة على حدها. (b) ماذا تكون طاقة الوضع لمنظومة مكونة من ثلاث شحنات؟

4.22 الحصول على قيمة المجال الكهربي من الجهد الكهربي
OBTAINING THE VALUE OF THE ELECTRIC FIELD FROM THE ELECTRIC POTENTIAL

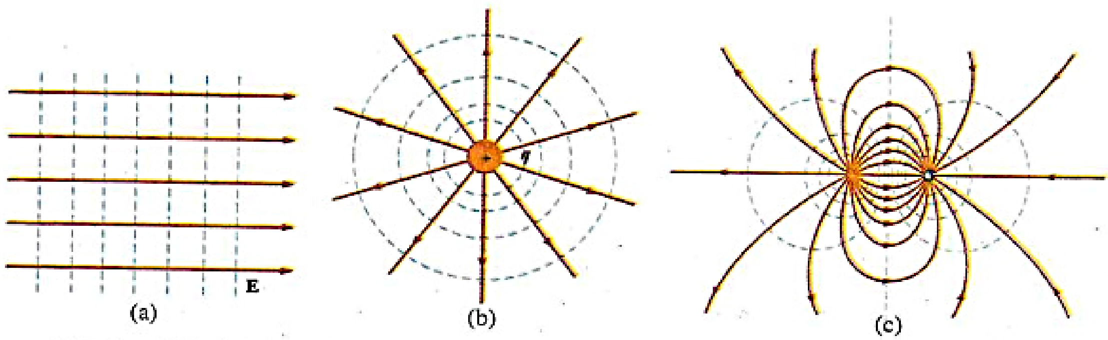
تربط المعادلة 3.22 بين المجال الكهربي **E** والجهد الكهربي V. وسنبين الآن كيف نحسب مقدار المجال الكهربي إذا علم الجهد الكهربي في منطقة معينة. باستخدام المعادلة 3.22 يمكننا التعبير عن فرق الجهد dV بين نقطتين تفصلهما مسافة ds كالآتي:

$$dV = -\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} \qquad (15.22)$$

فإذا كان المجال الكهربي له مركبة واحدة E_x، يكون $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = E_x\, dx$. لذلك تصبح المعادلة 15.22 أو $dV = -E_x\, dx$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \qquad (16.22)$$

أي أن، مقدار المجال الكهربي في إتجاه محور معين يساوي سالب تفاضل الجهد الكهربي بالنسبة لهذا المحور. وبالرجوع إلى المناقشة الملحقة بالمعادلة 8.22 نجد أن الجهد الكهربي لايتغير مع أي مسافة في الاتجاه العمودي على المجال الكهربي. وهذا يتفق مع التصور الذي تم مناقشته في القسم 2.22، وهو أن الاسطح متساوية الجهد تكون عمودية على اتجاه المجال كما هو مبين بالشكل 12.22. فإذا وضعت شحنة موجبة صغيرة ساكنة في خطوط مجال كهربي فإنها تبدأ في التحرك في اتجاه **E** لأن هذا الاتجاه هو إتجاه القوة المؤثرة على الشحنة بواسطة توزيع الشحنة المسبب للمجال (وكذلك اتجاه **a**). ولأن الشحنة تبدأ بسرعة صفر، وتتحرك في اتجاه التغير في السرعة وذلك في اتجاه **a**، يوضح الشكلان 12.22a و 12.22b أن حركة الشحنة تكون في خط مستقيم لأن متجه تسارعها يكون دائماً موازياً لمتجه سرعتها. ويزداد مقدار **v** ولايتغير اتجاهه. ويختلف الموقف في الشكل 12.22c. فعند وضع شحنة موجبة عند نقطة بالقرب من ثنائي قطب نجد أنها في البداية تتحرك في اتجاه موازي للمجال **E** عند هذه النقطة. ولأن إتجاه المجال الكهربي يختلف باختلاف الموقع، فإن **a** لم تعد توازي **v**. وهذا يؤدي إلى أن الشحنة المتحركة تغير إتجاهها وسرعتها، وليس بالضرورة أن تتبع مسار خطوط المجال الكهربي. تذكر أن متجه السرعة لايتناسب مع القوة ولكن يفعل ذلك متجه العجلة.



شكل 12.22 أسطح تساوي الجهد (الخطوط الزرقاء المتقطعة) وخطوط المجال الكهربي (الخطوط الحمراء) لكل من (a) مجال كهربي متجانس ناشئ عن شريحة لا نهائية مشحونة (b) شحنة نقطية، (c) ثنائي قطب كهربي. في جميع الحالات، أسطح تساوي الجهد تتعامد على خطوط المجال الكهربي عند كل نقطة. قارن هذه الرسوم مع الاشكال 2.22، 7.22b و 8.22b.

وإذا نشأ عن توزيع الشحنة مجال كهربي متماثل كروياً، تعتمد الكثافة الحجمية للشحنة فقط على المسافة القطرية r، ويكون المجال الكهربي قطرياً. وفي هذه الحالة، $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}= E_r\, dr$، وعلى ذلك يمكننا أن نعبر عن dV بالشكل $dV = -E_r\, dr$. لذلك،

$$E_r = -\frac{dV}{dr} \qquad (17.22)$$

اسطح تساوي الجهد عمودية على خطوط المجال الكهربي

فمثلاً، الجهد الكهربي لشحنة نقطية هو $V = k_e\, q/r$. ولأن V دالة في r فقط، تكون دالة الجهد الكهربي متماثلة كروياً. وبتطبيق المعادلة 17.22، نجد أن المجال الكهربي الناشئ عن شحنة نقطية هو $E_r = k_e q/r^2$، وهي نتيجة مألوفة. لاحظ أن التغير في الجهد قطرياً فقط وليس في أي اتجاه عمودي على r، لذلك فإن V (مثل E_r) هي دالة في r فقط. ومرة أخرى، هذا يتفق مع فكرة أن "الأسطح المتساوية الجهد تكون عمودية على خطوط المجال". في هذه الحالة تكون الأسطح متساوية الجهد عبارة عن عائلة من الكرات المتحدة المركز مع التوزيع الشحني المتماثل كروياً (شكل 12.22b). ويوضح الشكل 12.22c رسماً تخطيطياً للاسطح متساوية الجهد لثنائي قطب كهربي. عندما تزاح شحنة الأختبار مسافة ds خلال سطح متساوي في الجهد، تكون $dV = 0$ لأن الجهد ثابت خلال سطح تساوي الجهد. ومن المعادلة 15.22، $dV = -\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = 0$ لذا يجب أن تكون $\mathbf{E}$ عمودية على الإزاحة عبر سطح تساوي الجهد. وهذا يبين أن أسطح تساوي الجهد يجب أن تكون دائماً عمودية على خطوط المجال الكهربي.

وعموماً، يكون الجهد الكهربي دالة في كل الاحداثيات الفراغية الثلاث. فإذا كان $V(r)$ يعطي بدلالة الإحداثيات الكارتيزية، فإن مركبات المجال الكهربي E_x و E_y و E_z يمكن أن تحسب قطرياً من $V(x,y,z)$ كمشتقات جزئية[3].

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

فمثلاً إذا كان $V= 3x^2y+ y^2+ yz$ فإن:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(3x^2y + y^2 + yz) = \frac{\partial}{\partial x}(3x^2y) = 3y\frac{d}{dx}(x^2) = 6xy$$

مثال 4.22 الجهد الكهربي الناشئ عن ثنائي القطب

ثنائي القطب يتكون من شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة تفصلهما مسافة $2a$، كما هو مبين بالشكل 13.22. ويتجه ثنائي القطب خلال المحور x ويقع مركزه عند نقطة الأصل. (a) إحسب الجهد الكهربي عند النقطة P.

الحل: عند النقطة P في شكل 13.22

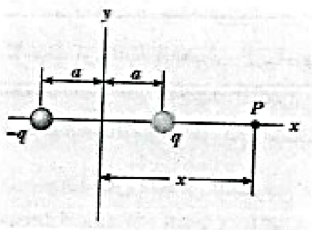
$$V = k_e\sum\frac{q_i}{r_i} = k_e\left(\frac{q}{x-a} - \frac{q}{x+a}\right) = \frac{2k_e qa}{x^2 - a^2}$$

(3) في الرموز الاتجاهية، $\mathbf{E}$ عادة تكتب على الصورة:

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)V$$

حيث ∇ تسمى مؤثر الانحدار-(Gradient Operator).

(كيف ستتغير هذه النتيجة إذا وقعت النقطة P على يسار الشحنة السالبة؟)



شكل 13.22 ثنائي قطب كهربي موضوع على المحور x.

(b) إحسب V و E_x عند نقطة بعيدة عن ثنائي القطب.

الحل: إذا كانت النقطة P بعيدة عن ثنائي القطب بحيث كانت $x >> a$، فإنه يمكن إهمال a^2 بالنسبة للمقدار $x^2 - a^2$ وتصبح V:

$$V = \frac{2k_e qa}{x^2} \qquad (x >> a)$$

وباستخدام المعادلة 16.22 وهذه النتيجة، يمكننا حساب المجال الكهربي عند نقطة تبعد عن ثنائي القطب:

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = \frac{4k_e qa}{x^3} \qquad (x >> a)$$

(c) إحسب V و E_x إذا كانت P تقع عند أي نقطة بين الشحنتين.

الحل:

$$V = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e\left(\frac{q}{a-x} - \frac{q}{x+a}\right) = -\frac{2k_e qx}{x^2 - a^2}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(-\frac{2k_e qx}{x^2 - a^2}\right) = 2k_e q\left(\frac{-x^2 - a^2}{(x^2 - a^2)^2}\right)$$

ويمكننا إختبار هذه النتائج بافتراض النقطة عند منتصف ثنائي القطب، حيث $x = 0$، $V = 0$ و $E_x = -2k_e q/a^2$.

تمرين: تأكد من صحة المجال الكهربي في المطلوب (c) وذلك بحساب مجموع المجالات الكهربية لكل شحنة على حده عند نقطة الأصل.

5.22 الجهد الكهربي الناشئ عن توزيع شحني متصل
ELECTRIC POTENTIAL DUE TO CONTINUOUS CHARGE DISTRIBUTION

يمكننا حساب الجهد الكهربي الناشئ عن توزيع شحني متصل بطريقتين. إذا علم توزيع الشحنة، يمكننا أن نبدأ بالمعادلة 11.22 للجهد الكهربي لشحنة نقطية، ثم نفترض بعد ذلك الجهد الناشئ عن عنصر صغير للشحنة dq ونعامل هذا العنصر على أنه شحنة نقطية (شكل 14.22). ويكون عنصر الجهد الكهربي dV عند نقطة P نتيجة عنصر الشحنة dq هو

$$dV = k_e \frac{dq}{r} \qquad \textbf{(18.22)}$$

حيث r هي المسافة من عنصر الشحنة إلى النقطة P. للحصول على الجهد الكهربي الكلي عند P، تكامل المعادلة 18.22 لنحتوي كل إسهامات عناصر الشحنة لكل التوزيع الشحني. ولأن كل عنصر، بصفة عامة، يبعد مسافة مختلفة عن P و k_e ثابت، يمكن التعبير عن V كالآتي:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} \qquad \textbf{(19.22)}$$

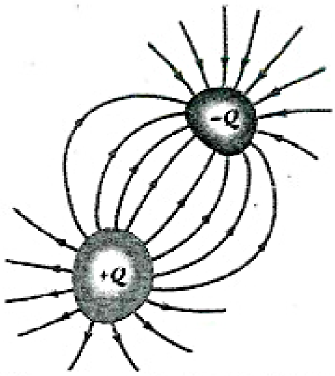
سنتناول في هذا الفصل- الأجهزة التي تختزن الشحنة الكهربية. وتعتبر المكثفات عامل مشترك في مختلف الدوائر الكهربية. فمثلاً، تستخدم لضبط التردد في مستقبل الراديو، وكمرشح في المصادر الكهربية ولمنع الشرارة في نظم الإشعال المستخدمة في السيارات، وكذلك كأداة تخزين للطاقة في الوحدات الكهربية المستخدمة في وحدات الومضات الضوئية (Electronic Flash Units).

ويتكون المكثف من موصلين تفصلهما مادة عازلة كهربياً. وسنرى أن سعة مكثف ما تعتمد على تصميمه الهندسي وعلى المادة (التي تسمى بالعازل الكهربي) التي تفصل بين الموصلين.

1.23 تعريف السعة DEFINITION OF CAPACITANCE

13.5

إفرض أن موصلين يحملان شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتان في الإشارة، كما هو موضح بالشكل 1.23. مثل هذا الإتحاد من الموصلين يسمى مكثف. ويسمى الموصلين باللوحين. ويوجد فرق جهد ΔV بين الموصلين نتيجة وجود الشحنات. ولأن وحدات فرق الجهد الكهربي هي الڤولط، يسمى فرق الجهد عادة باسم (Voltage) الجهد. وسنستخدم هذا التعبير لوصف فرق الجهد (Potential Difference) عبر دائرة أو بين نقطتين في الفراغ.



شكل 1.23 مكثف يتكون من موصلين يحملان شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الاشارة.

ما الذي يحدد مقدار الشحنة على اللوحين لمكثف ما عند فرق جهد معين؟ وبعبارة أخرى، ما هي السعة للأداة المستخدمة لتخزين الشحنة عند قيمة معينة ΔV؟ وتوضح التجارب العملية أن الشحنة Q على مكثف[1] ما تتناسب طردياً مع فرق الجهد بين الموصلين؛ أي أن، $Q \propto \Delta V$. ويعتمد ثابت التناسب على شكل الموصلين والمسافة بينهما[2]. ويمكننا كتابة هذه العلاقة $Q= C\, dV$ إذا عرفنا السعة كالآتي:

تعريف السعة

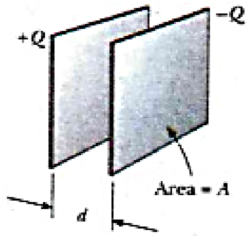
السعة لمكثف C هي النسبة بين مقدار الشحنة على أحد الموصلين إلى مقدار فرق الجهد بينهما:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V} \qquad (1.23)$$

لاحظ أنه من هذا التعريف "تكون السعة دائماً مقداراً موجباً". ولذلك يعبر عن فرق الجهد ΔV دائماً في المعادلة 1.23 كمقدار موجب. لأن فرق الجهد يزداد طردياً مع الشحنة المختزنة، تكون النسبة $Q/\Delta V$ ثابتة لمكثف ما. وعلى ذلك تحدد السعة مقدرة المكثف على إختزان الشحنة وطاقة الوضع الكهربية.

(1) على الرغم أن الشحنة الكلية على المكثف تساوي صفراً (لأن الشحنة الزائدة على أحد الموصلين موجبة وعلى الآخر نفس المقدار ولكنها سالبة) ولكن من الشائع الإشارة إلى مقدار الشحنة على أحد الموصلين بأنها "الشحنة على المكثف".

(2) التناسب بين ΔV و Q يمكن إثباته من قانون كولوم أو بالتجربة.



شكل 2.23 مكثف اللوحين المتوازيين ويتكون من لوحين موصلين متوازيين، كل منهما مساحة سطحه A وتفصلهما مسافة d. عندما يشحن المكثف، يحمل اللوحان شحنتين متساويتين. أحد اللوحين يحمل شحنة موجبة والآخر يحمل شحنة سالبة.

مجموعة من المكثفات المستخدمة في تطبيقات مختلفة.
(Henery Leap and Jim Lehman)

ونرى من المعادلة 1.23 أن وحدات السعة في النظام القياسي العالمي (SI Units) هي الكولوم لكل فلط. وهذه الوحدة في النظام القياسي العالمي هي الفاراد (Farad) ويرمز لها بالرمز F وسميت كذلك تكريماً للعالم مايكل فاراداي:

$$1\ \text{F} = 1\ \text{C/V}$$

والفاراد قيمة كبيرة جداً للسعة. عملياً، تقع قيم السعة بين الميكرفاراد (10^{-6}F) إلى البيكوفاراد (10^{-12}F). وفي الواقع يشار إلى السعة للمكثف بالرمز "mF" للميكروفاراد و (mmF) للميكروميكروفاراد أو مايكافئ "pF" بيكوفاراد.

دعنا نفترض أن مكثفاً يتكون من زوج من الألواح المتوازية، كما هو مبين بالشكل 2.23. يوصل كل لوح بقطب من أقطاب بطارية (غير موضحة بالشكل 2.23)، وهي تعمل كمصدر لفرق الجهد. فإذا كان المكثف في البداية غير مشحون، تنشئ البطارية مجالاً كهربياً في أسلاك التوصيل عند توصيلها بالمكثف. دعنا نركز على اللوح الموصل بالقطب السالب للبطارية. يطبق المجال الكهربي قوة على الإلكترونات في السلك خارج اللوح مباشرة، وهذا يسبب حركة الإلكترونات إلى اللوح. وتستمر هذه الحركة حتى يتساوى الجهد الكهربي على كل من اللوح والسلك وقطب البطارية. وبالوصول إلى نقطة الإتزان هذه، ينعدم فرق الجهد بين اللوح وقطب البطارية، وكنتيجة لذلك لايوجد مجالاً كهربياً في السلك ويتوقف إنتقال الإلكترونات. ونجد بذلك أن اللوح يحمل شحنة سالبة. وتحدث عملية مشابهة لذلك على اللوح الثاني للمكثف تنتقل فيها الإلكترونات من اللوح إلى قطب البطارية خلال سلك التوصيل تاركة شحنة موجبة على لوح المكثف. وفي نهاية هذه التهيئة يكون فرق الجهد بين لوحي المكثف مساوياً لفرق الجهد بين قطبي البطارية.

إفرض أن لدينا مكثفاً سعته 4pF. يعني ذلك أن المكثف يمكنه إختزان 4pC من الشحنة لكل فلط من فرق الجهد بين الموصلين. فإذا وصلنا بطارية 9.V عبر هذا المكثف سيتكون شحنة نهائية على أحد موصليه مقدارها -36pC وسيشحن الموصل الآخر له بشحنة نهائية +36pC.

حساب السعة CALCULATING CAPACITANCE

نستطيع حساب السعة لزوج من الموصلات المشحونة بشحنات مختلفة الإشارة بالطريقة التالية: نتصور وجود شحنة مقدارها Q، ونحسب فرق الجهد باستخدام الطريقة التي تم شرحها في الفصل

السابق. ثم نستخدم المعادلة $C = Q/\Delta V$ لنحصل على السعة. وكما هو متوقع يمكن إجراء هذه الحسابات بسهولة إذا كان الشكل الهندسي للمكثف بسيطاً.

ويمكننا حساب السعة لموصل كروي معزول نصف قطره R وشحنته Q إذا تصورنا أن الموصل الثاني الذي يكون المكثف هو قشرة كروية متحدة المركز نصف قطرها يساوي مالانهاية. وحيث أن الجهد الكهربي لكرة نصف قطرها R هو ببساطة K_eQ/R، وبوضع $V = 0$ في ما لا نهاية كما تعودنا، نحصل على:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_eQ/R} = \frac{R}{k_e} = 4\pi\varepsilon_0 R \qquad (2.23)$$

وهذا التعبير الرياضي يوضح أن السعة لمكثف كروي مشحون تتناسب مع نصف قطره ولا تعتمد على كل من الشحنة على الكرة وفرق الجهد.

تعتمد السعة لزوج من الموصلات على الشكل الهندسي للموصلات. دعنا نوضح هذا بثلاث أشكال هندسية شهيرة، هي بالتحديد، لوحان متوازيان، إسطوانتان متحدتى المركز، وكرتين متحدتي المركز. في هذه الأمثلة، تصورنا أن هذه الموصلات المشحونة يفصلها فراغ. ويناقش القسم 5.23 تأثير العازل الكهربي عند وضعه بين الموصلين.

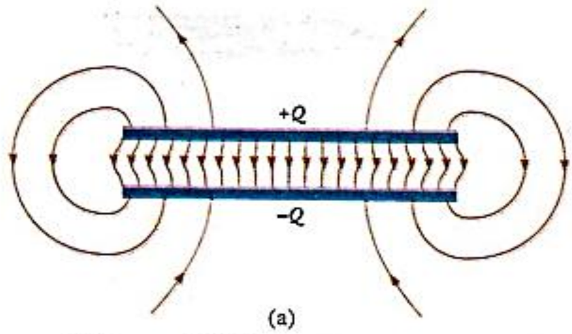
تجربة سريعة

لف بعض الجوارب على شكل كرات ثم ضعها في صندوق الأحذية. ماذا يحدد عدد الجوارب التي تملأ الصندوق؟ وضح كم هو صعب أن تدفع ΔV من الجوارب للصندوق. كيف يتدخل حجم الصندوق في تحديد "السعة للجوارب".

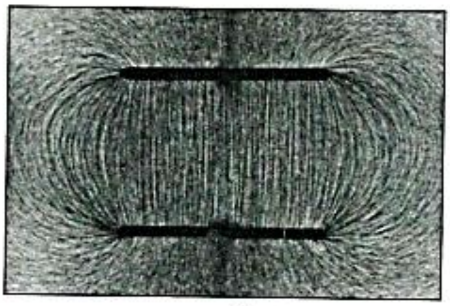
مكثف اللوحين المتوازيين

لوحان متوازيان معدنيان مساحة كل منها تساوي A وتفصلهما مسافة d كما هو موضح بالشكل 2.23. أحد اللوحين يحمل شحنة Q، ويحمل الآخر شحنة Q-. دعنا نأخذ في الإعتبار تأثير الشكل الهندسي للموصلين على سعتيهما معاً لتخزين شحنة. تذكر أن الشحنتين متحدتي الإشارة تتنافران. عند شحن مكثف ببطارية، تتدفق الإلكترونات إلى اللوح السالب وتخرج من اللوح الموجب. وإذا كان لوحي المكثف كبيرين يمكن للشحنة المتجمعة أن توزع نفسها على مساحة كبيرة، وتزداد كمية الشحنة التي يمكن تخزينها على اللوح عند فرق جهد ما بزيادة مساحة سطح اللوح. لذلك نتوقع أن تتناسب السعة مع مساحة سطح اللوح.

ولنعتبر الآن المساحة بين اللوحين. فإذا كان فرق الجهد بين قطبي البطارية قيمته ثابته فإن المجال الكهربي بين اللوحين يجب أن يزداد بنقص d. تصور أننا حركنا اللوحين ليقتربا من بعضهما مع إفتراض عدم إنتقال شحنات كرد فعل لذلك. وبسبب عدم إنتقال أي شحنة نجد أن المجال الكهربي بين اللوحين له نفس المقدار ولكنه امتد خلال مسافة أقصر. لذلك، نجد أن مقدار فرق الجهد بين اللوحين $\Delta V= Ed$ (المعادلة 6.22) أصبح أصغر. والفرق بين فرق الجهد الجديد للمكثف وجهد قطب البطارية يسبب فرق جهد خلال أسلاك التوصيل بين البطارية والمكثف. وينتج عن فرق الجهد هذا مجالاً كهربياً في أسلاك التوصيل مما يدفع مزيداً من الشحنات إلى اللوحين، ليزداد فرق الجهد بينهما. وعندما يتساوى فرق الجهد بين اللوحين وأقطاب البطارية، يصبح فرق الجهد خلال أسلاك التوصيل صفراً، ويتوقف تدفق الشحنة. وعلى ذلك، يسبب تحريك اللوحين قرباً من بعضهما زيادة شحنة المكثف. فإذا إزدادت d تقل الشحنة. والنتيجة، نتوقع أن تتناسب سعة الجهاز عكسياً مع d.



(a)



(b)

شكل 3.23 (a) يكون المجال الكهربي بين لوحي مكثف ذي لوحين- متوازيين منتظماً بالقرب من المركز ولكنه غير منتظم بالقرب من نهايتيه. (b) نموذج للمجال الكهربي للوحين موصلين متوازيين شحنتيهما مختلفتي الإشارة. قطع صغيرة من برادة الحديد على سطح الزيت تتوحد مع المجال الكهربي (بتصريح من .b, Harold M.Waage, Princeton Univ).

يمكننا أن نثبت هذه المناقشة الفيزيائية بالاستنتاج التالي. كثافة الشحنة السطحية على كل من اللوحين هي $\sigma = Q/A$. إذا كان اللوحان قريبين جداً من بعضهما (مقارنة بطولهما وعرضهما)، يمكننا أن نتصور أن المجال الكهربي بين اللوحين متجانس ويساوي صفراً. وطبقاً لأخر فقرة في مثال 8.21، يكون مقدار المجال الكهربي بين اللوحين هو:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

ولأن المجال الكهربي بين اللوحين متجانس فإن مقدار فرق الجهد بين اللوحين يساوي Ed (إنظر المعادلة 6.22)؛ لذلك:

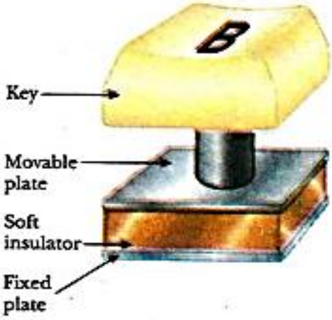
$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$$

بالتعويض بهذه النتيجة في المعادلة 1.23، نجد أن السعة هي:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\varepsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad (3.23)$$

وبذلك تكون؛ **السعة لمكثف اللوحين المتوازيين تتناسب طردياً مع مساحة الألواح وعكسياً مع المسافة بين اللوحين**، تماماً كما توقعنا من قبل.



شكل 4.23 أحد أنواع مفتاح من لوحة مفاتيح الكمبيوتر Keyboard Button

يوضح الفحص العميق لخطوط المجال الكهربي لمكثف اللوحين المتوازيين أن المجال متجانس في منطقة المنتصف بين اللوحين، كما يوضح الشكل 3.23a. بينما يكون المجال غير متجانس عند نهايتي اللوحين. يوضح الشكل 3.23b صورة للمجال الكهربي لمكثف اللوحين المتوازيين. لاحظ عدم وجود تجانس عند نهايتي اللوحين. ويمكن إهمال هذا التأثير عندما تكون المسافة بين اللوحين صغيرة مقارنة بطول وعرض اللوحين.

إختبار سريع 1.23

الكثير من مفاتيح لوحة مفاتيح الكمبيوتر تصمم كمكثفات، كما هو موضح في الشكل 4.23. فعند ضغط مفتاح لأسفل، تنضغط المادة العازلة الخفيفة بين اللوح الثابت واللوح المتحرك. عند ضغط المفتاح (a) تزاد السعة (b) تقل السعة أو (c) تتغير بطريقة لانستطيع حسابها بسبب الدوائر الكهربية المعقدة المتصلة بالمفتاح والتي يمكن أن تسبب تغيراً في ΔV.

مثال 1.23 مكثف اللوحين - المتوازيين

مكثف ذو لوحين متوازيين مساحته $A = 2 \times 10^{-4} m^2$ ومسافة فصل $d = 1$ mm. إوجد سعته.

الحل: من المعادلة 23.3 نجد أن:

$$c = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = (8.85 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2)\left(\frac{2.00 \times 10^{-4} m^2}{1.00 \times 10^{-3} m}\right)$$

$$= 1.77 \times 10^{-12} \text{ F} = 1.77 \text{ pF}$$

تمرين: كم تكون السعة عندما تكون $d = 3$ mm؟

الإجابة: 0.59 pF

المكثفات الإسطوانية والكروية

نستطع من تعريف السعة، مبدئياً، أن نوجد السعة لأي ترتيب هندسي للموصلين. وتوضح الأمثلة التالية إستخدام هذا التعريف لحساب السعة لاشكال هندسية شائعة الاستعمال ذكرناها فيما سبق؛ وهي الإسطوانية والكروية.

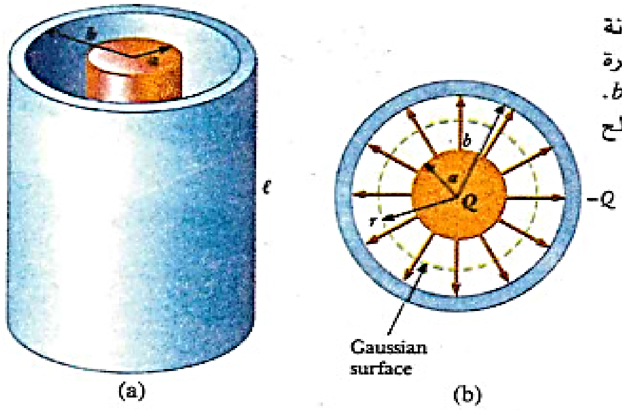
مثال 2.23 المكثف الاسطواني

موصل إسطواني مصمت نصف قطره a وشحنته Q متحد المركز مع قشرة إسطوانية ذات سمك مهمل ونصف قطر b>a وشحنتها $-Q$ (شكل 5.23a). إوجد السعة لهذا المكثف الإسطواني إذا كان طوله ℓ.

الحل: من الصعب تطبيق إثبات فيزيائي لهذاالترتيب. على الرغم من توقعنا المنطقي أن السعة تتناسب مع طول الإسطوانة ℓ لنفس السبب الذي يجعل سعة مكثف اللوحين المتوازين تتناسب مع مساحة اللوح؛ وتجد الشحنة المختزنة مكاناً أكبر لتتوزع فيه. فإذا تصورنا أن ℓ أكبر كثيراً من a و b، فإننا نستطيع إهمال تأثير النهايات.

وفي هذه الحالة، يكون المجال الكهربي عمودياً على محاور الإسطوانتين (كما بالشكل 5.23b). ويجب أن نحسب أولاً فرق الجهد بين الاسطوانتين، وذلك بصورة عامة من

$$V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$



شكل 5.23 (a) مكثف إسطواني يتكون من إسطوانة مصمتة نصف قطرها a وطولها ℓ محاطة بقشرة إسطوانية متحدة معها في المركز نصف قطرها b. (b) مسقط رأسي. الخط المتقطع يمثل نهاية سطح جاوس الإسطواني الذي نصف قطره r وطوله ℓ.

حيث $\mathbf{E}$ هو المجال الكهربي عند $a<r<b$. وقد أوضحنا في الفصل 21 باستخدام قانون جاوس أن مقدار المجال الكهربي لشحنة موزعة على إسطوانة بكثافة شحنية خطية λ هو $E_r = 2k_e\lambda/r$ (المعادلة 7.21). ونطبق هذه النتيجة هنا لأن، طبقاً لقانون جاوس، الشحنة على الاسطوانة الخارجية لا تساهم في المجال الكهربي داخل الإسطوانة. وباستخدام هذه النتيجة وبالرجوع إلى الشكل 5.23b، نجد أن المجال $\mathbf{E}$ يكون في إتجاه r حيث

$$V_b - V_a = -\int_a^b E_r\,dr = -2k_e\lambda\int_a^b \frac{dr}{r} = -2k_e\lambda\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

وبالتعويض عن هذه القيمة في المعادلة 1.23 وباستخدام العلاقة $\lambda = Q/\ell$ نحصل على

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\dfrac{2k_eQ}{\ell}\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)} = \frac{\ell}{2k_e\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)} \qquad \textbf{(4.23)}$$

حيث ΔV هي مقدار فرق الجهد ويعطى بالعلاقة $\Delta V = |V_b - V_a| = 2k_e\lambda\ln(b/a)$، وهو قيمة موجبة. وكما هو متوقع، تتناسب السعة مع طول الاسطوانتين. وتعتمد أيضاً على نصفي قطر الموصلين. ونرى من المعادلة 4.23 أن السعة لوحدة الطول لموصلين متحدي المركز هي

$$\frac{C}{\ell} = \frac{1}{2k_e\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)} \qquad \textbf{(5.23)}$$

وكمثال على هذا الترتيب الهندسي نذكر "الكابل المحوري Coaxial Cable"، الذي يتكون من موصلين إسطوانيين متحدي المركز يفصلهما عازل كهربي. ويحمل السلك أو الكابل نبضات كهربية في الموصلات الداخلية والخارجية. ويفيد هذا التركيب الهندسي في عزل النبضات وحمايتها من أي تأثير خارجي.

مثال 3.23 المكثف الكروي

يتكون المكثف الكروي من قشرة كروية نصف قطرها b وشحنتها $-Q$ تتحد في المركز مع موصل كروي صغير نصف قطره a وشحنته Q (شكل 6.23). أوجد سعة هذا المكثف.

الحل: كما أوضحنا في الفصل 21، يكون المجال خارج التوزيع الشحني المتماثل كروياً في إتجاه نصف القطر ويعطى بالمعادلة k_eQ/r^2. في هذه الحالة، يمكن تطبيق هذه النتيجة على المجال بين الكرتين حيث $(a<r<b)$. ومن قانون جاوس نجد أن الكرة الداخلية فقط هي التي تساهم في هذا المجال.

ولذلك، يكون فرق الجهد بين الكرتين هو

$$V_b - V_a = -\int_a^b E_r\, dr = -k_e Q \int_a^b \frac{dr}{r} = k_e Q \left(\frac{1}{r}\right)_a^b$$

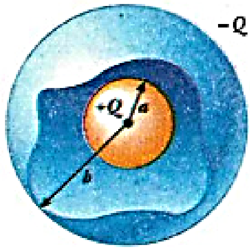
$$= k_e Q \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$$

ويعطى مقدار فرق الجهد من العلاقة

$$dV = |V_b - V_a| = k_e Q \frac{(b-a)}{a\,b}$$

وبالتعويض بهذا المقدار لقيمة dV في المعادلة 1.23 نحصل على

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{ab}{k_e(b-a)} \qquad (6.23)$$



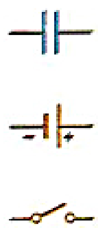
شكل 6.23 مكثف كروي يتكون من كرة داخلية نصف قطرها a محاطة بقشرة كروية متحدة معها في المركز ونصف قطرها b. ويتجه المجال الكهربي بين الكرتين في اتجاه نصف القطر للخارج عندما تكون الكرة الداخلية موجبة الشحنة.

اختبار سريع 2.23

ما مقدار المجال الكهربي في المنطقة خارج المكثف الكروي الموضح في المثال 3.23 ؟

3.23 تجميع المكثفات COMBINATIONS OF CAPACITORS

13.5 عادة ما يتجمع مكثفين أو أكثر في الدوائر الكهربية. ويمكننا حساب السعة المكافئة لمجموعة معينة باستخدام طرق سنوضحها في هذا القسم. والرموز التي تعبر عند المكثفات والبطاريات وكذلك شفرة اللون لها المستخدمة في هذا النص موضحة بالشكل 7.23. ويرمز للمكثف مهما كان الشكل الهندسي للنماذج المختلفة هو زوج من الألواح المتوازية. والقطب الموجب للبطارية يكون عنده الجهد الأعلى ويرمز له في الدوائر الكهربية بخط رأسي أطول من السالب.

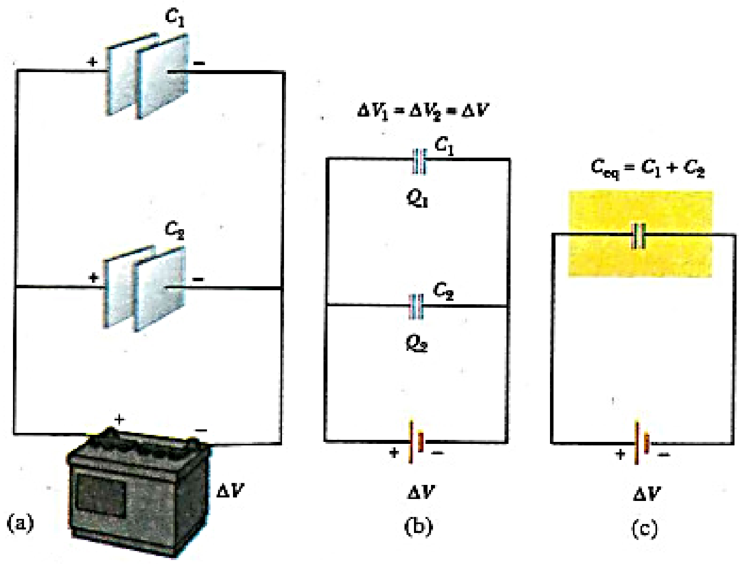


شكل 7.23 الرموز المستخدمة في الدوائر للمكثفات، والبطاريات والمفاتيح الكهربية. لاحظ أن المكثفات تكون باللون الأزرق والبطاريات والمفاتيح باللون الأحمر.

المجموعة الموصلة على التوازي

يوضح الشكل 8.23a مكثفين موصلين بمايسمى توصيل المكثفات على التوازي. ويبين شكل 8.23b رسماً تخطيطياً لدائرة تمثل مجموعة من المكثفات موصلة بهذه الطريقة. توصل الألواح اليسرى للمكثفات بسلك توصيل بالقطب الموجب للبطارية ويكون الجهد على كل منهم متساوي ويساوي الجهد الكهربي للقطب الموجب. وبالمثل، توصل الألواح اليمنى للمكثفات بالقطب السالب للبطارية، وعلى ذلك كل منها يكون له نفس الجهد مثل القطب السالب. وعلى ذلك، يكون فرق الجهد الكهربي عبر كل مكثف موصل على التوازي له نفس المقدار ويساوي فرق الجهد المستخدم في المجموعة.

في دائرة كالموضحة بالشكل 8.23 يكون فرق الجهد المستخدم في المجموعة هو القوة الدافعة بين قطبي البطارية. وفي بعض الأحيان تكون المجموعة الموصلة على التوازي في دائرة معها عناصر أخرى غير المكثفات؛ وعندئذٍ، يجب حساب فرق الجهد خلال المجموعة وذلك بتحليل هذه الدائرة.



شكل 8.23 (a) مجموعة مكونة من مكثفين متصلان على التوازي في دائرة كهربية فرق الجهد بين قطبيها هو ΔV. (b) رسما لدائرة التوصيل على التوازي. (c) السعة المكافئة هي $C_{eq}= C_1+ C_2$.

عند توصيل المكثفات في الدائرة الموضحة بالشكل 8.23، تبدأ الإلكترونات في الانتقال بين الاسلاك والألواح؛ وهذا الانتقال يترك على الألواح اليسرى شحنة موجبة بينما تشحن الألواح اليمنى بشحنة سالبة. ومصدر الطاقة المسبب لانتقال الشحنات هو الطاقة الكيميائية الداخلية المختزنة في البطارية، والتي تتحول إلى طاقة وضع كهربي مصحوبة بشحنات تفصلها مسافة. وينقطع تدفق الشحنة عندما يتساوى الجهد خلال المكثفات مع الجهد عبر قطبي البطارية. وتصل الشحنة على المكثفين قيمتها العظمى عندما يتوقف تدفق الشحنات. ولنفترض أن أقصى قيمة للشحنات على المكثفين هي Q_1 وQ_2. وتكون الشحنة الكلية المختزنة على المكثفين هي

$$Q = Q_1 + Q_2 \tag{7.23}$$

وبذلك تكون، الشحنة الكلية على المكثفات المتصلة على التوازي هي مجموع الشحنات المفردة على المكثفات. ولأن فرق الجهد خلال المكثفات متساوي، تكون الشحنات التي تحملها هي

$$Q_1 = C_1 \Delta V \quad , \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

افرض أننا نريد أن نستبدل هذين المكثفين بمكثف مكافئ سعته C_{eq}، كما هو موضح بشكل 8.23c. يكون تأثير هذا المكثف المكافئ في الدائرة مساو تماماً لنفس تأثير المجموعة المكونة من المكثفين منفردين. وعلى ذلك، يجب أن يختزن المكثف المكافئ شحنة Q عند توصيله بالبطارية. نرى من الشكل 8.23c أن فرق الجهد عبر المكثف المكافئ هو أيضاً ΔV لأن المكثف المكافئ يتصل مباشرة بقطبي البطارية. ولذلك، يكون للمكثف المكافئ

$$Q = C_{eq} \Delta V$$

وبالتعويض عن هذه العلاقات الثلاث للشحنة في المعادلة 7.23، نحصل على

$$C_{eq}\Delta V = C_1\Delta V + C_2\Delta V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad \text{(توصيل على التوازي)}$$

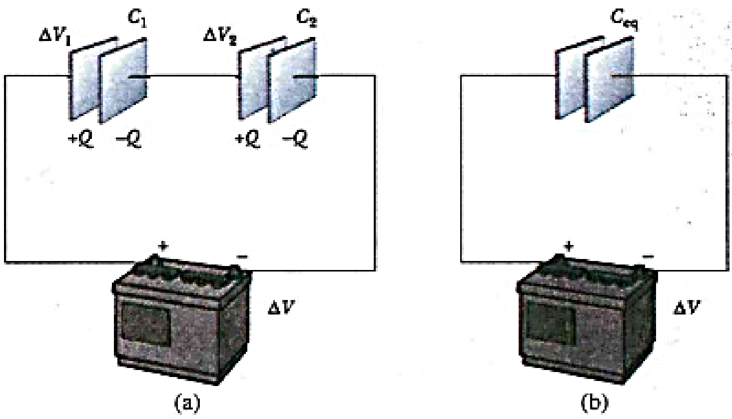
فإذا إمتد هذا الاثبات ليشمل ثلاث مكثفات أو أكثر تتصل على التوازي، نجد أن السعة المكافئة تكون

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ \dots \quad \text{(مجموعة على التوازي)} \qquad (8.23)$$

وتكون السعة المكافئة لمجموعة مكثفات متصلة على التوازي أكبر من أي سعة منفردة. وهذا طبيعي لأننا نجمع أساساً مساحة الألواح كلها عندما نصلها بسلك موصل.

التوصيل على التوالي

اتصال مكثفين كما بالشكل 9.23a يعرف بأنه تجميع بالتوالي أو توصيل على التوالي للمكثفات. يوصل اللوح الأيسر للمكثف الأول واللوح الأيمن للمكثف الثاني بالبطارية. ويوصل اللوحين الآخرين ببعضهما، حيث يكوّنا موصل معزول يكون في البداية غير مشحون ويجب أن تظل الشحنة النهائية لهما صفرا. ولتحليل هذه المجموعة، دعنا نبدأ بالمكثفات غير المشحونة ونتتبع ما يحدث مباشرة بعد توصيل البطارية بالدائرة. عند توصيل البطارية، تنتقل الالكترونات خارجة من اللوح الايسر للمكثف C_1 إلى اللوح الأيمن للمكثف C_2. وبتراكم الشحنة السالبة على اللوح الأيمن للمكثف C_2، تتكون شحنة مكافئة إضطرارية على اللوح الايسر للمكثف C_2 وهذه الشحنة الزائدة تكون موجبة. والشحنة السالبة التي تركت اللوح الايسر للمكثف C_2 ترحل خلال سلك التوصيل وتتجمع على اللوح الأيمن للمكثف C_1. ونتيجة لهذا، تكون كل الألواح اليمنى في النهاية مشحونة بشحنة $-Q$ وكل الألواح اليسرى تنتهي بشحنة $+Q$. لذلك، تكون الشحنات على المكثفات المتصلة على التوالي لها نفس القيمة.



شكل 9.23 (a) توصيل مكثفين على التوالي. تتساوى الشحنات على المكثفين. (b) يستبدل المكثفين بمكثف واحد مكافئ. يمكن حساب السعة المكافئة من العلاقة

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

ونرى من الشكل 9.23a أن الجهد ΔV خلال قطبي البطارية قد انقسم بين المكثفين:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \qquad (9.23)$$

حيث ΔV_1 وΔV_2 هما فرق الجهد خلال المكثفين C_1 وC_2 على الترتيب. وعموماً، "يكون فرق الجهد الكلي خلال أي عدد من المكثفات متصلة على التوالي هو مجموع فروق الجهد خلال كل مكثف على حده".

افرض أن مكثفاً مكافئاً له نفس التأثير في الدائرة مثل المجموعة المتصلة على التوالي. بعد شحنها تماماً، يجب أن تكون شحنة المكثف المكافئ $-Q$ على لوحه الأيمن وشحنة $+Q$ على اللوح الأيسر. وبتطبيق تعريف السعة على الدائرة الموضحة في شكل 9.23b نجد أن

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$$

ويمكننا أن نطبق العلاقة $Q= C\Delta V$ على كل مكثف في الدائرة الموضحة بالشكل 9.23a، يكون فرق الجهد خلال كل مكثف هو

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1} \quad , \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

وبالتعويض عن هذه العلاقات في المعادلة 9.23 وملاحظة أن $\Delta V= Q/C_{eq}$، نحصل على

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

وبالقسمة على Q نحصل على العلاقة

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \qquad \text{(توصيل على التوالي)}$$

وعند تطبيق هذه الطريقة على حالة ثلاث مكثفات أو أكثر متصلة على التوالي، تكون العلاقة للسعة المكافئة هي

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \quad \text{(توصيل على التوالي)} \qquad (10.23)$$

وهذا يوضح أن "السعة المكافئة لمجموعة مكثفات متصلة على التوالي تكون دائماً أقل من أي سعة من المكثفات في المجموعة منفردا".

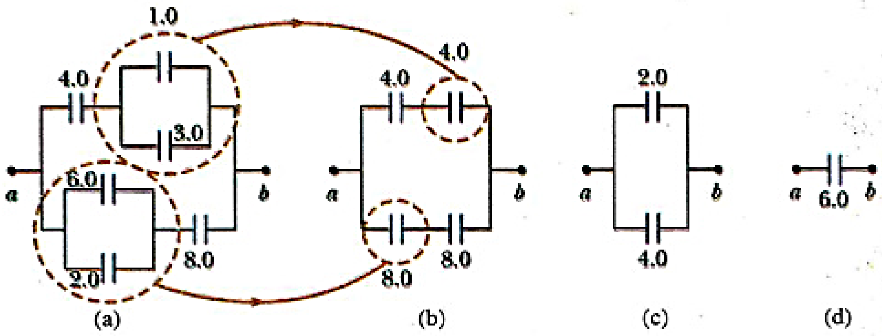
مثال 4.23 **السعة المكافئة**

إوجد السعة المكافئة بين a و b لمجموعة من المكثفات موضحة بالشكل 10.23a. كل المكثفات وحداتها ميكروفاراد.

الحل: باستخدام المعادلتين 8.23 و 10.23، نخفض المجموعة خطوة خطوة كما هو موضح بالشكل. المكثفان $1\mu F$ و $3\mu F$ متصلان على التوازي ولذلك $C_{eq}= C_1+ C_2= 4\mu F$. والمكثفان $2\mu F$ و$6\mu F$ أيضاً على التوازي وقيمة السعة المكافئة لهما هي $8\mu F$. ولذلك، يتكون الفرع العلوي في شكل 10.23b من مكثفين سعتيهما متساوية وتساوي $4\mu F$ على التوالي، حيث يكون مجموعهما كالآتي:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4.0\ \mu F} + \frac{1}{4.0\ \mu F} = \frac{1}{2.0\ \mu F}$$

$$C_{eq} = \frac{1}{1/2.0\ \mu F} = 2.0\ \mu F$$



شكل 10.23 لإيجاد السعة المكافئة للمكثفات في الجزء (a) نقلل المجموعات المختلفة على خطوات موضحة في الأجزاء (b) و (c) و (d)، باستخدام قواعد التوصيل على التوالي والتوازي التي تم شرحها في النص.

ويتكون الفرع السفلي في الشكل 10.23b من مكثفين سعة كل منهما $8\mu F$ موصلين على التوالي، يتحدان ليعطيا سعة مكافئة مقدارها $4\mu F$. وأخيراً المكثفان $2\mu F$ و $4\mu F$ في الشكل 10.23c موصلان على التوازي وتكون السعة المكافئة لهما $6\mu F$.

تمرين: افترض ثلاث مكثفات سعتها $3\mu F$ و $6\mu F$ و $12\mu F$. إوجد السعة المكافئة لهما عند توصيلهما (a) على التوازي و(b) على التوالي.

الجواب: (a) $21\mu F$؛ (b) $1.7\mu F$.

4.23 الطاقة المختزنة في مكثف مشحون ENERGY STORED IN A CHARGED CAPACITOR

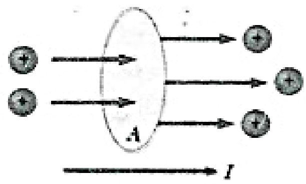
معظم من يتعاملوا مع الأجهزة الكهربية قد أيقنوا أن المكثف يمكن أن يختزن طاقة. فإذا وصل لوحي مكثف مشحون بموصل كسلك مثلاً، تتحرك الشحنات بين اللوحين والسلك حتى تفرغ شحنة المكثف ويصبح غير مشحون. ويمكن مشاهدة عملية التفريغ من خلال الشرارة المرئية عند التوصيل. وإذا لمست بطريقة خاطئة لوحي المكثف المشحون، فستعمل أصابعك كمسار للتفريغ، وتكون النتيجة صدمة كهربية. وتعتمد درجة الصعقة أو الصدمة التي تشعر بها على السعة والجهد المطبق على المكثف. ومثل هذه الصدمة يمكن أن يكون خطيراً إذا كان الجهد كبيراً، كما في حالة مصادر القدرة في أجهزة التليفزيون. ولأن الشحنة يمكن أن تختزن في المكثفات حتى عندما يكون الجهاز مغلقاً فإن فصل كابل التوصيل لايجعل فتح غطاء الجهاز ولمس مكوناته الداخلية عملية آمنة.

افرض أن مكثفاً ذو لوحين متوازيان كان في البداية غير مشحون، كأن يكون فرق الجهد الإبتدائي خلال لوحيه يساوي صفرا. تصور الآن أن المكثف قد وصل ببطارية، وأصبح يحمل شحنة قصوى Q. (إفترضنا أن المكثف قد شحن ببطئ لكي نعتبر أن المسألة مثل حالة منظومة كهربية ساكنة Electrostatic System). عند توصيل المكثف بالبطارية، تتحرك الإلكترونات في السلك مباشرة من خارج اللوح المتصل بقطب البطارية السالب إلى اللوح لتعطية شحنة سالبة. وتتحرك الإلكترونات من اللوح المتصل بقطب البطارية الموجب خارجة من اللوح إلى السلك لتعطي اللوح شحنة موجبة. وعلى ذلك، تتحرك الشحنات مسافة صغيرة فقط في السلك.

إقتصرت معالجتنا للظواهر الكهربية في الفصول السابقة على دراسة الشحنات الساكنة، أو "الكهربية الساكنة". والآن سنعتبر حالة شحنات كهربية متحركة. سنستخدم التعبير "تيار كهربي" أو ببساطة "التيار" لوصف معدل سريان الشحنة خلال منطقة في الفراغ. وتتعلق معظم التطبيقات العملية الكهربية بالتيار الكهربي. كمثال لذلك، البطارية الخاصة بجهاز الإضاءة لآلة التصوير (الفلاش Flash)، والتي تمد فتيلة المصباح بالتيار عند غلق الدائرة. مختلف الأجهزة المنزلية تعمل بالتيار المتردد. وفي هذه الحالات العامة، تتدفق الشحنات خلال موصل، مثل سلك من النحاس، ومن الممكن أيضاً أن يوجد التيار خارج الموصل. كمثال لذلك، تمثل حزمة الإلكترونات في أنبوبة الصورة بجهاز التليفزيون تياراً.

يبدأ هذا الفصل بتعريف التيار وكثافة التيار. معطياً وصفاً دقيقاً للتيار، وبعض العوامل التي تساهم في وجود مقاومة لسريان الشحنة في الموصل سيتم مناقشتها. وسنستخدم نموذجاً تقليدياً لوصف التوصيل الكهربي في الفلزات، وكذلك مناقشة حدود هذا النموذج.

1.24 التيار الكهربي ELECTRIC CURRENT



شكل 1.24 شحنات تتحرك خلال مساحة A. المعدل الزمني الذي تسري به الشحنة خلال المساحة يعرف بالتيار I. إتجاه التيار هو الإتجاه الذي تتحرك فيه الشحنة الموجبة عندما تتحرك بحرية.

13.2

يمكن أن نتصور تشابهاً بين سريان الماء والتيار الكهربي. في مواضع عديدة يكون شائعاً تركيب كابح لتدفق المياه في المنازل كإجراء للمحافظة على الماء. يمكن قياس تدفق المياه من الأجهزة المشابهة لذلك بتحديد كمية المياه الخارجة خلال فترة زمنية، والتي تقاس عادة باللتر لكل دقيقة. وعلى مدى واسع، يمكننا تحديد خصائص تيار النهر بوصف المعدل الذي تتدفق به المياه بعد مكان ما. على سبيل المثال، التدفق خلال ضفتي شلالات نياجرا يذكر أن معدلها بين $1400\ m^3/s$ و $2800\ m^3/s$.

والآن تصور أن نظاماً تتحرك فيه الشحنات الكهربية. عندما يكون هناك سريان للشحنة الكلية خلال منطقة ما، يقال أن هناك تيار كهربي. ولتعريف التيار بدقة أكبر، إفرض أن الشحنات تتحرك عمودياً علي سطح مساحته A كما هو مبين بالشكل 1.24 (هذه المساحة يمكن أن تكون مساحة مقطع سلك، مثلاً). **التيار الكهربي هو معدل سريان الشحنة خلال هذا السطح.** فإذا كانت ΔQ هي مقدار الشحنة التي تمر خلال هذه المساحة في فترة زمنية Δt، تكون القيمة المتوسطة للتيار I_{av} مساوية للشحنة التي تمر خلال A لوحدة الزمن

$$I_{av} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (1.24)$$

إذا تغير معدل سريان الشحنة مع الزمن، يتغير التيار مع الزمن ونعرف لذلك **التيار اللحظي** I بنهاية تفاضل متوسط التيار:

$$I \equiv \frac{dQ}{dt} \qquad (2.24)$$

التيار الكهربي

والوحدات القياسية العالمية للتيار هي الأمبير (A):

$$1\ A = \frac{1\ C}{1\ s} \qquad (3.24)$$

لذلك، 1A من التيار يكافئ 1C من الشحنة تمر خلال السطح في 1S.

لحساب الطاقة على المكثف، سنتصور عملية مختلفة- لاتحدث فعلياً - ولكن تعطي نفس النتيجة النهائية. يمكننا أن نفترض ذلك التصور لأن الطاقة النهائية لاتعتمد على عملية الإنتقال الفعلي للشحنة. نفترض أن بوسعنا نزع كمية صغيرة من الشحنة الموجبة من اللوح المتصل بالقطب السالب ونطبق القوة التي سببت نقل هذه الشحنة الموجبة إلى اللوح المتصل بالقطب الموجب. لذا نكون قد بذلنا شغلاً على الشحنة عند نقلها من لوح إلى آخر. في البداية، لانحتاج لبذل شغل عند نقل كمية صغيرة من الشحنة dq من لوح لآخر(3). على أي حال، بمجرد إنتقال هذه الشحنة، ينشأ فرق جهد صغير بين اللوحين. وعلى ذلك، يجب بذل شغل لنقل شحنة إضافية خلال هذا الفرق في الجهد. وبزيادة الشحنة أكثر فأكثر تنتقل الشحنة من لوح لآخر، يزداد فرق الجهد ويزداد الشغل المطلوب بذله.

تجربة سريعة: يمكنك التأكد من أن الآلة الحاسبة بها مكثف لحماية حساباتك والبرامج إثناء تغيير البطارية: قم بتخزين رقماً في ذاكرة الآلة. إنزع البطارية من الآلة للحظات، أعد وضع البطارية بسرعة. هل الرقم الذي اختزنته مازال محفوظاً بالآلة أثناء نزع البطارية من الحاسبة؟ (ربما تريد أن تكتب عندك أي رقم حرج أو برنامج قمت بتخزينه في آلتك الحاسبة قبل هذه المحاولة!).

إفرض أن q هي الشحنة على المكثف في لحظة ما أثناء عملية الشحن. في نفس اللحظة، يكون فرق الجهد خلال المكثف هو $\Delta V= q/C$. ومن القسم 2.22، تعلم أن الشغل اللازم لنقل مقدار صغير من الشحنة dq من اللوح الذي يحمل شحنة $-q$ إلى اللوح الذي يحمل شحنة q (الذي جهده الكهربي أعلى) هو

$$dW = \Delta V\, dq = \frac{q}{C} dq$$

ويوضح ذلك الشكل 11.23 . الشغل الكلي المطلوب لشحن المكثف من $q=0$ إلى شحنة نهائية $q=Q$ هو

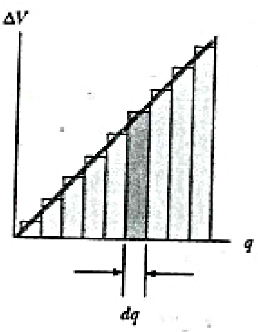
$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}\, dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q\, dq = \frac{Q^2}{2C}$$

ويظهر الشغل المبذول لشحن مكثف كطاقة وضع كهربي U مختزنة في المكثف. لذلك، نستطيع أن نعبر عن طاقة الوضع المختزنة في مكثف مشحون على الشكل التالي:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \tfrac{1}{2}Q\Delta V = \tfrac{1}{2}C(\Delta V)^2 \qquad (11.23)$$

(الطاقة المختزنة في مكثف مشحون)

وتنطبق هذه النتيجة على أي مكثف، بغض النظر عن شكله الهندسي. ونرى أنه لسعة ما، تزداد الطاقة المختزنة بزيادة الشحنة وبزيادة فرق الجهد. وعملياً، هناك حدا أقصى للطاقة (أو الشحنة) التي يمكن تخزينها لأن، عند قيمة كبيرة بقدر كاف للمقدار ΔV، يحدث تفريغ بين اللوحين. لهذا السبب، عادة ما يوضح على المكثف أقصى جهد تشغيل.



شكل 11.23 رسم بياني يوضح أن تغير فرق الجهد مع الشحنة لمكثف يكون خطا مستقيماً ميله $1/C$. الشغل المطلوب لنقل شحنة dq خلال فرق جهد ΔV بين لوحي المكثف يمثل بالمساحة المظللة بالرسم. ويكون الشغل الكلي المطلوب لشحن المكثف بشحنة نهائية Q هو مساحة المثلث تحت الخط المستقيم، $W= 1/2Q\Delta V$. (تذكر أن $1V= 1\ J/C$؛ ولذلك تكون وحدات المساحة هي الجول).

(3) سنستخدم الحرف الصغير q للشحنة المتغيرة على المكثف أثناء شحنه، لتميزها عن الحرف الكبير Q، الذي يمثل الشحنة الكلية على المكثف بعد شحنه تماماً.

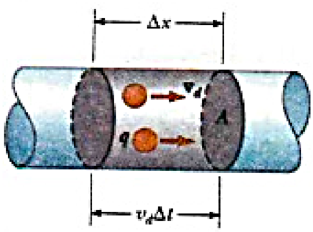
إتجاه التيار

الشحنات التي تمر خلال السطح في الشكل 1.24 يمكن أن تكون موجبة أو سالبة، أو الاثنين معاً. **وقد اتفق على إعتبار أن التيار يأخذ نفس إتجاه تدفق الشحنة الموجبة.** يعزى وجود التيار في الموصلات الكهربية مثل النحاس والألومونيوم إلى حركة الإلكترونات سالبة الشحنة. لذا، عندما نتحدث عن التيار في أي موصل عادي، **يكون إتجاه التيار عكس إتجاه تدفق الإلكترونات.** على أي حال، إذا افترضنا حزمة من البروتونات الموجبة الشحنة في معجل، يكون إتجاه التيار في إتجاه حركة البروتونات. وفي بعض الحالات- مثل تلك المتعلقة بغاز أو إلكتروليت (Electrolytes) - يكون التيار محصلة سريان كلا الشحنتين الموجبة والسالبة.

إذا وصلت نهايتي سلك موصل ليكوّن حلقة (دائرة كهربية مغلقة)، تكون كل نقاط الحلقة عند نفس الجهد الكهربي، ويكون المجال الكهربي عند ذلك صفرا داخل الموصل وعلي سطحه. ولأن المجال الكهربي صفراً لايكون هنا انتقالاً للشحنة خلال السلك، وبذلك لايوجد تياراً كهربياً. ويكون التيار الكهربي صفراً في الموصل وإن كان يحمل شحنة زائدة عليه. وعلى أي حال، إذا وصلت نهايتي السلك الموصل ببطارية، لا تكون كل نقاط الدائرة عند نفس الجهد. وتنشئ البطارية فرقاً في الجهد بين طرفي الدائرة الكهربية، مسببة مجالاً كهربياً داخل السلك. يولد المجال الكهربي قوى على الإلكترونات الموصلة في السلك، تسبب حركتها في الدائرة ويولد ذلك التيار.

من الشائع الإشارة إلى الشحنات المتحركة (موجبة أو سالبة) باسم **ناقلة (حامله) الشحنة** Charge Carrier. على سبيل المثال، حاملات (ناقلات) الشحنة المتحركة في فلز هي الإلكترونات.

صياغة دقيقة للتيار



شكل 2.24 جزء من موصل متجانس مساحة مقطعه A. تتحرك ناقلات الشحنة بسرعة v_d، وتقطع مسافة $\Delta x= v_d\, \Delta t$ في زمن Δt . عدد ناقلات الشحنة في هذا الجزء الذي طوله Δx هو $nA\, v_d\, \Delta t$، حيث n هو عدد الشحنات لوحدة الحجوم.

يمكننا ربط التيار بحركة ناقلات الشحنة وذلك بوصف نموذج دقيق للتوصيل في المعادن. إفرض أن التيار يسري في موصل مساحة مقطعه A (شكل 2.24). حجم جزء في الموصل طوله Δx (المنطقة الرمادية في الشكل 2.24) هو $A\,\Delta x$. إذا كانت n تمثل عدد ناقلات الشحنة المتحركة لوحدة الحجوم (بعبارة أخرى، كثافة ناقلات الشحنة)، يكون عدد ناقلات الشحنة في المنطقة الرمادية هو $nA\Delta x$. لذلك تكون الشحنة ΔQ في هذا الجزء هي

ΔQ= عدد ناقلات الشحنة في كل جزء x الشحنة على كل ناقل= $(nA\,\Delta x)q$

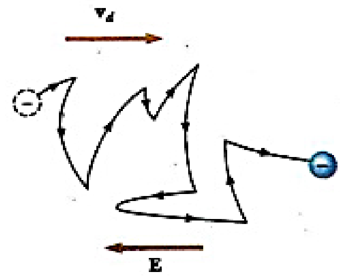
حيث q هي الشحنة على كل ناقلة شحنة. إذا تحركت ناقلات الشحنة بسرعة v_d، تكون المسافة التي قطعتها في زمن قدره Δt هي $\Delta x= v_d\,\Delta t$. لذلك، يمكننا كتابة ΔQ على الصورة

$$\Delta Q = (nAv_d\Delta t)q$$

وبقسمة طرفي هذه المعادلة على Δt، نرى أن القيمة المتوسطة للتيار في الموصل هي

متوسط التيار في موصل

$$I_{av} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_dA \qquad (4.24)$$



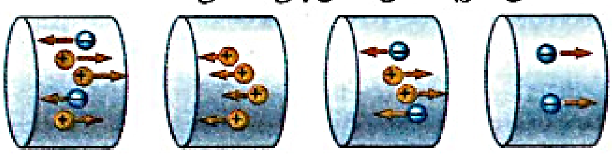
شكل 3.24 رسم تخطيطي للحركة في خطوط منكسرة (Zigzag Motion) لإلكترون داخل موصل. التغير في الأتجاه نتج عن تصادمات بين الإلكترون وذرات الموصل. لاحظ أن الحركة النهائية للإلكترون تعاكس إتجاه المجال الكهربي. وكل خط من الخطوط المنكسرة يمثل جزء من قطع ناقص.

سرعة ناقلات الشحنة v_d هي سرعة متوسطة تسمى **سرعة التدفق** أو **سرعة الجرف** (Drift Speed). ولفهم معنى سرعة التدفق، إفرض أن هناك موصلاً تتحرك فيه إلكترونات حرة كناقلات للشحنة. إذا كان الموصل معزولاً- فرق الجهد خلاله يساوي صفراً- تتحرك الإلكترونات داخل الموصل بعشوائية وتشبه بذلك حركة جزيئات غاز. وكما ناقشنا سابقاً، عند تطبيق فرق جهد خلال الموصل (بواسطة بطارية مثلاً)، ينشأ مجال كهربي في الموصل؛ يبذل هذا المجال قوة كهربية على الإلكترونات، منتجاً تياراً كهربياً. وعلى كل حال، لاتسير الإلكترونات في خطوط مستقيمة داخل الموصل. وبدلاً من ذلك، تتصادم بصورة متكررة مع ذرات الفلز، وتكون محصلة حركتها معقدة وعلى شكل خطوط منكسرة (Zigzag) (شكل 3.24). وبالرغم من التصادمات، تنتقل الإلكترونات ببطء خلال الموصل (في إتجاه يعاكس إتجاه E) بسرعة تدفق v_d.

ويمكننا تصور أن تصادمات الإلكترون مع الذرات في موصل مثل إحتكاك داخلي فعلي (قوة إعاقة) تشبة تلك المكتسبة بجزيئات سائل يتدفق خلال أنبوبة محشوة بعوائق حديدية. وتسبب الطاقة المنتقلة من الإلكترونات إلى ذرات الفلز أثناء التصادم زيادة في طاقة الإهتزاز للذرات وزيادة مناظرة في درجة حرارة الموصل.

اختبار سريع 1.24

افرض أن شحنات موجبة وسالبة تتحرك أفقياً خلال أربع مناطق مبينة في شكل 4.24. رتب التيار في هذه المناطق الأربعة، من الأقل إلى الأعلى.



شكل 4.24

مثال 1.24

سلك عياري -12 نحاسي في مبنى سكني مساحة مقطعة $3.31 \times 10^{-6} m^2$. فإذا كان يحمل تياراً قدره 10 A، ما مقدار سرعة تدفق الإلكترونات؟ افرض أن ذرة النحاس تساهم بإلكترون حر واحد في التيار. وكثافة النحاس هي $8.95\ g/cm^3$.

الحل: من الجدول الدوري للعناصر، نجد أن الكتلة الجزيئية للنحاس هي 63.5 g/mol. وتذكر أن مول واحد من أي مادة يحتوي على عدد أفوجادرو من الذرات (6.02×10^{23}). وبمعرفة كثافة النحاس، يمكننا حساب الحجم الذي يشغله 63.5 g (=مول واحد) من النحاس

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{63.5\text{ g}}{8.95\text{ g/cm}^3} = 7.09\text{ cm}^3$$

ولأن كل ذرة نحاس تشارك بإلكترون حر واحد في التيار، نجد أن

$$n = \frac{6.02\times10^{23}\ \text{إلكترون}}{7.09\text{ cm}^3}(1.00\times10^6\text{cm}^3/\text{m}^3)$$

$$= 8.49\times10^{28}\ \text{إلكترون}\ /\text{m}^3$$

ومن المعادلة 24.4، نجد أن سرعة التدفق (الجرف) هي

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

حيث q هي القيمة المطلقة للشحنة على كل إلكترون، لذلك،

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

$$= \frac{10.0\text{ C/s}}{(8.49\times10^{28}\text{m}^{-3})(1.60\times10^{-19}\text{C})(3.31\times10^{-6}\text{m}^2)}$$

$$= 2.22\times10^{-4}\text{m/s}$$

تمرين: سلك من النحاس يحمل تيارا قدره 80 mA، كم إلكتروناً يتدفق من مساحة مقطع السلك في 10 دقائق؟

الإجابة: 3×10^{20} إلكترون.

يوضح مثال 1.24 أن قيمة سرعات التدفق واقعياً تكون بطيئة جداً. فمثلاً انتقال الإلكترونات بسرعة 2.46×10^{-4}m/s يحتاج حوالي 68 دقيقة لكي يقطع مسافة قدرها متراً وفي ضوء هذا، ستتعجب من كيفية إضاءة مصباح لحظياً بمجرد ضغط مفتاح الإضاءة. في الموصل، يتحرك المجال الكهربي المؤثر على الإلكترونات الحرة في الموصل بسرعة تقترب من سرعة الضوء. لذلك، عند إضاءة المصباح، ترسل إلى الإلكترونات إشارة لتبدأ في الحركة خلال السلك (المجال الكهربي) وتصل الإشارة بسرعة في حدود 10^8 m/s.

2.24 المقاومة وقانون أوم RESISTANCE AND OHM'S LAW

13.3 في الفصل 21 وجدنا أن المجال الكهربي يمكن أن يوجد داخل الموصل. وعلى أي حال هذه العبارة تكون صحيحة فقط إذا كان الموصل في حالة إتزان استاتيكي. والغرض من هذا القسم هو وصف ما قد يحدث إذا سمح للشحنات في الموصل بالحركة. تسبب حركة شحنات في موصل تياراً تحت تأثير مجال كهربي، والذي يمكن أن يستمر بتوصيل بطارية خلال الموصل. يمكن أن يوجد مجال كهربي في موصل بسبب حركة الشحنات في هذه الحالة– وهذه الحالة هي حالة الكهربية غير الساكنة.

افرض أن موصلاً مساحة مقطعه A يحمل تياراً I ؛ تعرف كثافة التيار J في الموصل بأنها التيار لوحدة المساحة، ولأن التيار $I = nqv_dA$، تكون كثافة التيار هي

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d \qquad (5.24)$$

حيث وحدات J في النظام العالمي هي A/m^2. وهذا التعبير الرياضي يكون صالحاً فقط إذا كانت كثافة التيار منتظمة وفقط إذا كانت مساحة مقطع السطح A عمودية على إتجاه التيار. وعموماً، كثافة التيار هي كمية متجهة:

$$\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_d \quad \text{كثافة التيار} \tag{6.24}$$

ومن هذه المعادلة، نرى أن كثافة التيار، مثل التيار، تكون في إتجاه حركة ناقلات الشحنة الموجبة وعكس إتجاه ناقلات الشحنة السالبة.

تنشأ كثافة التيار J والمجال الكهربي E في موصل عندما يوجد فرق جهد خلال الموصل. إذا كان فرق الجهد ثابتاً، يكون التيار ثابتاً. وفي بعض المواد تتناسب كثافة التيار مع المجال الكهربي

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{قانون أوم} \tag{7.24}$$

حيث ثابت التناسب σ يسمى التوصيلية للموصل[1]. والمواد التي تطبق عليها المعادلة 7.24 يقال أنها تتبع قانون أوم، سميت باسم چورج سيمون أوم (1787-1854). وينص قانون أوم على:

للعديد من المواد (متضمنة الفلزات)، النسبة بين كثافة التيار والمجال الكهربي تكون ثابتة وقيمتها σ ولاتعتمد على المجال الكهربي المولد للتيار.

المواد التي تتبع قانون أوم وتحقق العلاقة بين **E** و **J** يقال أنها أومية (Ohmic). عملياً، وجد أنه ليس لكل المواد هذه الخاصية، على أي حال، المواد التي لاتتبع قانون أوم يقال أنها غير أومية (Nonohmic). وقانون أوم ليس قانوناً أساسياً من قوانين الطبيعة ولكنه علاقة تجريبية صحيحة فقط لمواد معينة.

اختبار سريع 2.24

إفرض أن سلكاً من مادة أومية يحمل تياراً ومساحة مقطع السلك تقل تدريجياً من أحد نهايتيه إلى النهاية الأخرى. كيف تتغير كل من سرعة التدفق، كثافة التيار والمجال الكهربي خلال السلك؟ لاحظ أن التيار يجب أن تكون قيمته واحدة عند أي نقطة على السلك لكي لاتتجمع الشحنة عند أي نقطة.

يمكن أن نحصل على صيغة لقانون أوم تفيد في التطبيقات العملية بإفتراض أن لدينا جزءاً من سلك مستقيم ذات مقطع منتظم مساحته A وطوله ℓ، كما هو موضح بالشكل 5.24. إحتفظ بفرق جهد ثابت مقداره $\Delta V = V_b - V_a$ خلال السلك، تسبب في توليد مجالاً كهربياً وتياراً في السلك. فإذا أفترض أن المجال منتظم، يرتبط فرق الجهد بالمجال خلال العلاقة[2].

$$\Delta V = E\ell$$

(1) لايلتبس الفهم بالنسبة للتوصيلية σ مع كثافة الشحنة السطحية، فقد إستخدم الرمز لكليهما.

(2) هذه النتيجة تأتي من تعريف فرق الجهد

$$V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = E\int_0^\ell dx = E\ell$$

لذلك، يمكننا التعبير عن مقدار كثافة التيار في السلك بالعلاقة:

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{\ell}$$

ولأن $J = I/A$، يمكن كتابة فرق الجهد على الصورة

$$\Delta V = \frac{\ell}{\sigma} J = \left(\frac{\ell}{\sigma A}\right) I$$

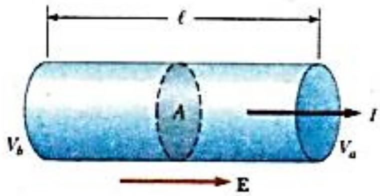
تسمى القيمة $\ell/\sigma A$ بالمقاومة R للموصل. ويمكن تعريف المقاومة بأنها النسبة بين فرق الجهد بين طرفي الموصل إلى التيار المار خلال الموصل:

مقاومة موصل

$$R \equiv \frac{\ell}{\sigma A} \equiv \frac{\Delta V}{I} \qquad (8.24)$$

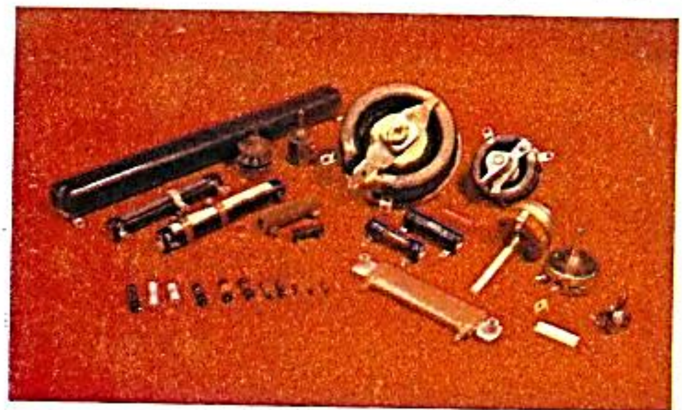
من هذه النتيجة نرى أن المقاومة لها وحدات القياس العالمي فلط لكل أمبير. واحد فلط لكل أمبير يعرف بالأوم (ohm Ω):

$$1\,\Omega \equiv \frac{1\text{ V}}{1\text{ A}} \qquad (9.24)$$



شكل 5.24 موصل منتظم طوله ℓ ومساحة مقطعه A. وضع فرق جهد مقداره $\Delta V = V_b - V_a$ بين طرفيه، نشأ عنه مجال كهربي E، وهذا المجال ينتج عنه تيار I يتناسب مع فرق الجهد.

يوضح التعبير الرياضي أنه إذا كان فرق الجهد 1 V عبر موصل يسبب تياراً قدره 1 A فإن مقاومته تساوي 1 Ω. فمثلاً، جهاز كهربي يتصل بمصدر فرق جهد 120 V ويحمل تياراً قدره 6 A، تكون مقاومته 20 Ω. بحل المعادلة 8.24 بالنسبة لفرق الجهد ($\Delta V = I\ell/\sigma A$) يفسر ذلك جزء من اللغز في بداية هذا الفصل: كيف يمكن للطيور أن تقف على خط قدرة عالي بدون أن تقتل بصعقة كهربية؟ فرق الجهد بين الأرض والسلك مئات الآلاف من الفلط، فإن فرق الجهد بين أرجل الطائر (التي يتعين منها كم من التيار يتدفق في الطائر) يكون صغيراً جداً.



مجموعة متنوعة من المقاومات تستخدم في الدوائر الكهربية.
(Henry Leap and Jim Lehman)

ومعكوس التوصيلية هي المقاومة النوعية أو النزعة للمقاومة (Resistivity) ρ:

$$\rho \equiv \frac{1}{\sigma} \qquad (10.24)$$ المقاومة النوعية

حيث ρ وحداتها أوم. متر (Ω.m). ويمكننا إستخدام هذا التعريف والمعادلة 8.24 للتعبير عن المقاومة لكتلة من المادة كالآتي:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \qquad (11.24)$$ مقاومة موصل منتظم

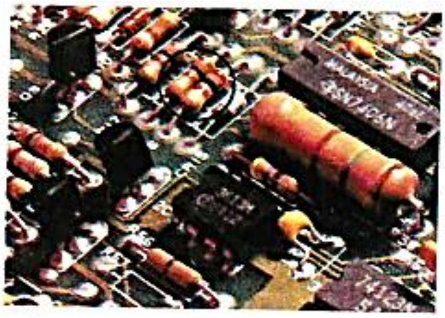
وكل مادة أومية لها مقاومة نوعية خاصة بها تعتمد على خصائص المادة وعلى درجة الحرارة. بالإضافة، كما نرى من معادلة 11.24، تعتمد المقاومة على الشكل الهندسي مثلما تعتمد علي مقاومتها النوعية. ويعطي الجدول 1.24 المقاومة النوعية لمواد مختلفة عند درجة حرارة 20°C. لاحظ المدى الهائل، من قيم صغيرة جداً للمواد جيدة التوصيل مثل النحاس والفضة، إلى قيم عالية جداً للمواد جيدة العزل مثل الزجاج والمطاط. والموصل المثالي هو الذي تكون مقاومته النوعية صفراً، والعازل المثالي هو الذي تكون مقاومته النوعية لانهائية.

وتوضح المعادلة 11.24 أن المقاومة لموصل إسطواني تتناسب مع طوله طردياً وتتناسب عكسياً مع مساحة مقطعه. فإذا تضاعف طول الموصل، فإن مقاومته تتضاعف. وإذا تضاعفت مساحة مقطعه، تتناقص مقاومته بمقدار النصف. والموقف يشبه إنسياب الماء خلال أنبوبة. كلما زاد طول الأنبوبة، زادت المقاومة للسريان. وكلما زادت مساحة مقطع الأنبوبة، يزداد السائل المار من مساحة المقطع في وحدة الزمن، لذلك يمر المزيد من السائل لنفس فرق الضغط المطبق على الأنبوبة وتقل بذلك المقاومة للإنسياب.

جدول 1.24 المقاومة النوعية والمعامل الحراري لها لمواد مختلفة

المادة	المقاومة النوعية [a] (Ω·m)	المعامل الحراري α[°C^{-1}]
الفضة	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
النحاس	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
الذهب	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
الألومونيوم	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
التنجستين	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
الحديد	10×10^{-8}	5×10^{-3}
البلايتيوم	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
الرصاص	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
النيكل – كروم [b]	1.50×10^{-6}	0.4×10^{-3}
الكربون	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
الجرمانيوم	0.46	-48×10^{-3}
السيليكون	640	-75×10^{-3}
الزجاج	10^{10} to 10^{14}	
المطاط القوي	$\approx 10^{13}$	
الكبريت	10^{15}	
الكوارتز (المنصهر)	75×10^{16}	

[a] كل القيم عند 20°C ، [b] النيكل – كروم سبيكة شائعة الاستعمال في عناصر التسخين



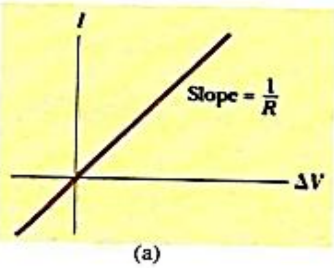
شكل 6.24 تمثل الشرائط اللونية على المقاومة شفرة لحساب المقاومة. واللونين الأولين يعطيا الرقمين العشريين في قيمة المقاومة. ويعطي اللون الثالث القوة الأسية للأساس عشرة للمعامل الضربي لقيمة المقاومة. واللون الأخير يمثل الخطأ في قيمة المقاومة. على سبيل المثال، الألوان الأربعة في المقاومة المستديرة هما الأحمر (=2)، الأسود (=0) والبرتقالي (=10^3) والذهبي (=5%)، ولذلك تكون قيمة المقاومة هي $20 \times 10^3 \Omega = 20k\Omega$ وبنسبة خطأ قيمته $5\% = 1k\Omega$. (قيم الألوان من جدول 2.24). (Super Stock).

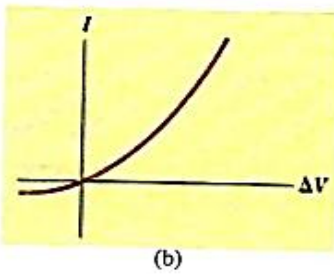
معظم الدوائر الكهربية تستخدم أجهزة تسمى **مقاومات** للتحكم في مستوى التيار في مختلف أجزاء الدائرة. يوجد نوعين شائعين من المقاومات وهما **المقاومة المركبة** والتي تحتوي على الكربون، **ومقاومة السلك الملفوف** والتي تحتوي على ملف من السلك. وقيم المقاومات بالأوم عادة ما يشار إليها بشفرة لونية، كما هو موضح بالشكل 6.24 والجدول 2.24.

المواد الأومية تكون العلاقة بين فرق الجهد والتيار لها خطية لمدى واسع من فرق الجهد المطبق (شكل 7.24a). ويكون ميل الجزء المستقيم من المنحنى الممثل للعلاقة بين التيار وفرق الجهد يعطي قيمة 1/R. والمواد غير الأومية تكون العلاقة بين التيار وفرق الجهد لها غير خطية. والوصلة الثنائية من

جدول 2.24 الشفرة اللونية للمقاومات

اللون	الرقم	المعامل الضربي	نسبة الخطأ
أسود	0	1	
بني	1	10^1	
أحمر	2	10^2	
برتقالي	3	10^3	
أصفر	4	10^4	
أخضر	5	10^5	
أزرق	6	10^6	
بنفسجي	7	10^7	
رمادي	8	10^8	
أبيض	9	10^9	
ذهبي		10^{-1}	5%
فضي		10^{-2}	10%
عديم اللون			20%





شكل 7.24 (a) منحنى التيار- فرق الجهد لمادة أومية. المنحنى خطي، وميله يساوي مقلوب المقاومة للموصل. (b) منحنى غير مستقيم للعلاقة بين التيار وفرق الجهد لوصلة ثنائية من أشباه الموصلات. وهذه الوصلة لاتتبع قانون أوم.

الأجهزة المعروفة والمصنعة من أشباه الموصلات والتي تكون العلاقة بين I و ΔV لها غير خطية. (شكل 7.24b). وتكون مقاومة الوصلة الثنائية صغيرة للتيارات في إتجاه واحد (موجب ΔV) وعالية للتيارات في الاتجاه العكسي (سالب ΔV). في الحقيقة معظم الأجهزة الإلكترونية الحديثة، مثل الترانزستور، العلاقة بين التيار وفرق الجهد لها تكون غير خطية؛ ويعتمد عملها على الطريقة الخاصة التي تحطم بها قانون أوم.

اختبار سريع 3.24

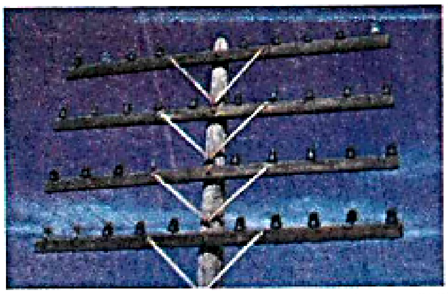
ماذا يمثل ميل الخط المنحني في الشكل 7.24b؟

اختبار سريع 4.24

طلب منك رئيسك تصميم وصلة كابل بطارية سيارة منخفض المقاومة. في ضوء المعادلة 11.24، ما هي العوامل التي ستأخذها في الإعتبار في تصميمك؟

مثال 2.24 مقاومة الموصل

احسب المقاومة لإسطوانة من الألومونيوم طولها 10 cm ومساحة مقطعها $2 \times 10^{-4} m^2$. كرر الحسابات لإسطوانة لها نفس الأبعاد ومصنوعة من الزجاج حيث المقاومة النوعية لها هي $3 \times 10^{10} \Omega.m$.



العوازل الكهربية للأقطاب التليفونية تصنع عادة من الزجاج لأن التوصيلية له منخفضة.
(J.H.Robinson/ Photo Researches, Inc)

الحل: من المعادلة 11.24 والجدول 1.24، يمكننا حساب المقاومة لإسطوانة الألومونيوم كالآتي:

$$R = \rho\frac{\ell}{A} = (2.82 \times 10^{-8} \Omega \cdot m)\left(\frac{0.100 \text{ m}}{2.00 \times 10^{-4} m^2}\right)$$
$$= 1.41 \times 10^{-5} \Omega$$

بالمثل، للزجاج نجد أن:

$$R = \rho\frac{\ell}{A} = (3.0 \times 10^{10} \Omega \cdot m)\left(\frac{0.100 \text{ m}}{2.00 \times 10^{-4} m^2}\right)$$
$$= 1.5 \times 10^{13} \Omega$$

كما هو متوقع من الفرق الكبير في مقاومة وحدة الطول، مقاومتي إسطوانتين لهما نفس الأبعاد من الألومونيوم والزجاج تختلفان بدرجة كبيرة. مقاومة إسطوانة الزجاج أكبر بمعامل 10^{18} من مقاومة إسطوانة الألومونيوم.

مثال 3.24 مقاومة سلك نيكل- كروم

(a) احسب المقاومة لوحدة الطول لسلك نيكل- كروم عياري 22. نصف قطره 0.321 mm.

الحل: مساحة مقطع السلك هي:

$$A = \pi r^2 = \pi(0.321 \times 10^{-3}\,\text{m})^2 = 3.24 \times 10^{-7}\,\text{m}^2$$

المقاومة النوعية لسبيكة النيكل- كروم هي $1.5 \times 10^{-6}\,\Omega.\text{m}$ (انظر الجدول 1.24) لذلك يمكننا إستخدام المعادلة 11.24 لإيجاد مقاومة وحدة الطول كالآتي:

$$\frac{R}{\ell} = \frac{\rho}{A} = \frac{1.5 \times 10^{-6}\,\Omega \cdot \text{m}}{3.24 \times 10^{-7}\,\text{m}^2} = 4.6\ \Omega/\text{m}$$

(b) إذا طبق فرق جهد قدره 10 V خلال سلك طوله 1 m من مادة النيكل- كروم، ما مقدار التيار في هذا السلك؟

الحل: مقاومة 1 m من هذا السلك هي $4.6\ \Omega$، ومن المعادلة 8.24:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{10\ \text{V}}{4.6\ \Omega} = 2.2\ \text{A}$$

لاحظ من جدول 1.24 أن المقاومة النوعية لسلك من سبيكة النيكل- كروم اكبر 100 مرة من مثيلة من النحاس. وتكون مقاومة وحدة الطول من سلك له نفس نصف القطر هي $0.052\ \Omega/\text{m}$. ويحمل سلك من النحاس طوله 1 m وله نفس نصف القطر تياراً مساوياً (2.2A) إذا استخدم فرق جهد بين طرفيه مقداره 0.11 V فقط. وبسبب مقاومته النوعية العالية ومقاومته للتأكسد (الصدأ)، يستخدم عادة النيكل- كروم كعنصر للتسخين في سخانات الخبز والمكواه والسخانات الكهربية.

تمرين: ما مقدار مقاومة 6 m من سلك عياري 22- من سبيكة النيكل- كروم؟ وما قيمة التيار الذي يحمله السلك إذا وصل بمصدر فرق جهد 120 V؟

الإجابة: $28\ \Omega$, 4.3A.

تمرين: احسب كثافة التيار والمجال الكهربي في السلك عندما يحمل تياراً مقداره 2.2A.

الإجابة: $6.8 \times 10^6\,\text{A/m}^2$, 10 N/C.

مثال 4.24 المقاومة على نصف قطر كابل محوري

من الشائع استخدام الكابلات المحورية في أجهزة التليفزيون والتطبيقات الإلكترونية. ويتكون الكابل المحوري من موصلين إسطوانيين. ويملأ الفراغ بين الموصلين تماماً بالسيليكون كما هو مبين بالشكل 8.24a، حيث لايراد تسرب التيار خلال السيليكون. (صمم الكابل لتوصيل التيار خلال طوله). نصف قطر الموصل الداخلي هو a= 0.5 cm، نصف قطر الموصل الخارجي b= 1.75 cm وطول الكابل L= 15cm. احسب مقاومة السيليكون بين الموصلين.

الحل: في مثل هذا النوع من المسائل، يجب تقسيم الجسم المراد حساب مقاومته إلى عناصر متحدة المركز سمك كل منها متناهي في الصغر مقداره dr (شكل 8.24b). ونبدأ باستخدام الشكل التفاضلي للمعادلة 11.24، باستبدال المسافة ℓ بالمتغير r: $dR = \rho\ dr/A$ حيث dR هي مقاومة العنصر dr من مادة السيليكون الذي مساحة سطحه A. في هذا المثال، مثلنا العناصر متحدة المركز بقشر إسطوانية أو اسطوانات مفرغة نصف قطر كل منها r، وسمك dr وطول L كما هو موضح بالشكل 8.24. أي تيار يمر من الموصل الداخلي إلى الموصل الخارجي يجب أن يمر في إتجاه نصف القطر خلال تلك

العناصر متحدة المركز وتكون المساحة التي يمر خلالها التيار هي $A = 2\pi rL$. (وهي المساحة للسطح الجانبي للإسطوانة- المحيط مضروباً في الطول- للاسطوانة المفرغة التي سمكها dr). لذلك، يمكن أن نكتب مقاومة هذه الأسطوانة المفرغة من السيليكون كالآتي:

$$dR = \frac{\rho}{2\pi rL}dr$$

ولأننا نريد أن نعرف المقاومة الكلية للسمك المحدد للسيليكون، يجب أن نكامل هذا التعبير الرياضي من $r = a$ إلى $r = b$:

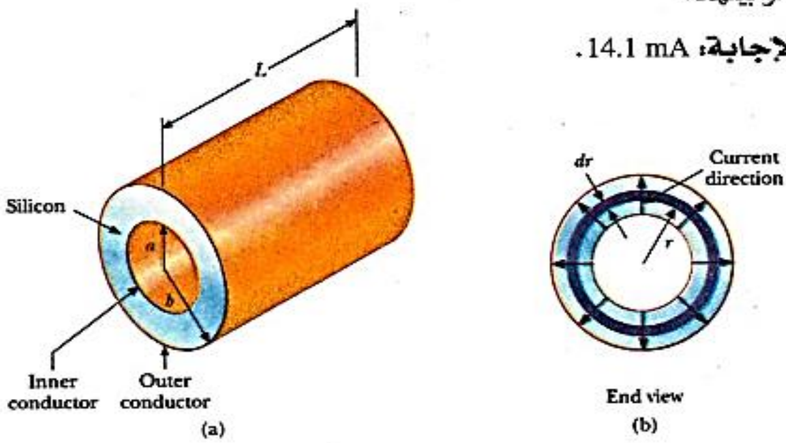
$$R = \int_a^b dR = \frac{\rho}{2\pi L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

بالتعويض عن القيم المعطاة وأستخدام $\rho = 640\ \Omega.\text{m}$ للسيليكون نحصل على:

$$R = \frac{640\ \Omega\cdot\text{m}}{2\pi(0.150\ \text{m})}\ln\left(\frac{1.75\ \text{cm}}{0.500\ \text{cm}}\right) = 851\ \Omega$$

تمرين: إذا استخدم فرق جهد 12 V بين الموصلين الداخلي والخارجي، ما مقدار التيار الكلي الذي يمر بينهما؟

الإجابة: 14.1 mA.



شكل 8.24 كابل محوري. (a) يملأ السيليكون الفراغ بين الموصلين. (b) مسقط رأسي يوضح التيار المتسرب.

3.24 نموذج للتوصيل الكهربي A MODEL FOR ELECTRIC CONDUCTION

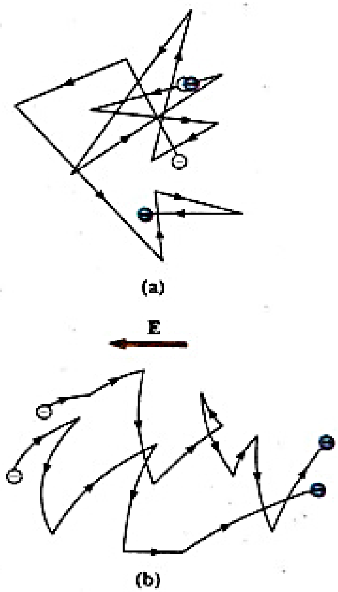
نقوم في هذا القسم بشرح تفسير تقليدي للتوصيل الكهربي في الفلزات وكان أول من إفترضه بول درود Paul Drude عام 1900. ويثبت هذا التفسير قانون أوم في النهاية ويوضح أن المقاومة النوعية يمكن أن ترتبط بعلاقة مع حركة الإلكترونات في الفلز. ورغم أن تفسير درود الذي سنسوقه هنا غير محدود إلاأنه يمثل مبادئ مازالت تطبق في كثير من التعاملات.

افترض موصلاً عبارة عن مصفوفة منتظمة من الذرات ومجموعة من الإلكترونات الحرة، التي يطلق عليها أحياناً إلكترونات التوصيل. على الرغم من إرتباط إلكترونات التوصيل بالذرات الخاصة بها عندما لاتكون الذرات جزءاً من المادة الصلبة، فإنها تكتسب قابلية حركة Mobility عندما ترتبط الذرات الحرة لتمثيل مادة صلبة. وفي غياب المجال الكهربي، تتحرك إلكترونات التوصيل في اتجاهات عشوائية

داخل الموصل بسرعة متوسطة في حدود 10^6 m/s. وهذا الموقف يشبه حركة جزيئات غاز في إناء. في الحقيقة، يشير بعض العلماء إلى حركة إلكترونات التوصيل في المعدن بمايسمى **غاز الإلكترونات** Electron gas. لايوجد تيار خلال موصل في غياب المجال الكهربي لأن سرعة تدفق الإلكترونات الحرة تساوي صفرا. وفي المتوسط، بعض الإلكترونات تتحرك في إتجاه ما وتتحرك في اتجاه معاكس أيضاً، ولذلك لايكون هناك تدفقاً كلياً للشحنة.

ويتغير هذا الحال بتطبيق مجال كهربي. الآن، بالإضافة إلى الحركة العشوائية التي شرحناها، تتدفق الإلكترونات الحرة ببطء في اتجاه يعاكس إتجاه المجال الكهربي، بسرعة تدفق متوسطة v_d وتكون صغيرة جداً (في حدود 10^{-4}m/s) مقارنة بسرعة التصادم المتوسطة (في حدود 10^6m/s).

ويوضح شكل 9.24 وصفاً لحركة الإلكترونات الحرة في موصل. في حالة عدم وجود مجال كهربي، لايوجد إزاحة نهائية بعد العديد من التصادمات (شكل 9.24a). ويتم تعديل الحركة العشوائية بوجود مجال كهربي **E** مسبباً تدفق الإلكترونات في اتجاه يعاكس إتجاه المجال الكهربي **E** (شكل 9.24b). وينتج إنحناء خفيف في المسارات الموضحة بالشكل 9.24b من تعجيل الإلكترونات بين التصادمات بسبب تطبيق المجال الكهربي. في هذا النموذج، تصورنا أن حركة الإلكترونات بعد التصادم لاتعتمد على حركتها قبل التصادم. وإفترضنا أيضاً أن الطاقة الاضافية التي اكتسبتها الإلكترونات في المجال الكهربي قد انتقلت إلى الذرة في الموصل عند تصادم الإلكترونات بالذرات. وتعمل الطاقة المعطاة للذرات على زيادة طاقة التذبذب لها، وهذا يسبب زيادة درجة حرارة الموصل. زيادة درجة حرارة الموصل نتيجة المقاومة نحتاجها في تطبيقات في أجهزة كثيرة شائعة.



شكل 9.24 (a) رسم تخطيطي للحركة العشوائية لإثنين من حاملات الشحنة في موصل عند عدم وجود مجال كهربي. تكون سرعة التدفق مساوية للصفر. (b) حركة حاملات الشحنة في موصل في وجود مجال كهربي. لاحظ أن الحركة العشوائية تتعدل نتيجة وجود المجال الكهربي وتكتسب حاملات الشحنة سرعة تدفق.

ويمكننا الآن صياغة معادلة سرعة التدفق للإلكترونات الحرة. عند وجود هذه الإلكترونات التي كتلتها m_e وشحنتها $q(=-e)$ في مجال كهربي **E**، تكتسب قوة $\mathbf{F}=q\mathbf{E}$. ولأن $\sum\mathbf{F}=m_e\mathbf{a}$، نستنتج من ذلك أن عجلة الإلكترون هي

$$a = \frac{q\mathbf{E}}{m_e} \qquad (12.24)$$

هذه العجلة، تحدث فقط في زمن قصير بين التصادمات، وتجعل الإلكترون يكتسب سرعة تدفق صغيرة. إذا كانت t هي الزمن بعد آخر تصادم و $\mathbf{v}_i$ هي سرعة الإلكترون الابتدائية في لحظة ما بعد التصادم، تكون سرعة الإلكترون بعد زمن t هي:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t = \mathbf{v}_i + \frac{q\mathbf{E}}{m_e}t \qquad (13.24)$$

وسنأخذ الآن متوسط السرعة $\mathbf{v}$ عند كل القيم الممكنة للزمن t وكل القيم الممكنة للمقدار $\mathbf{v}_i$. فإذا تصورنا أن القيم الإبتدائية للسرعة موزعة عشوائياً على كل القيم الممكنة، نجد أن القيمة المتوسطة للمقدار $\mathbf{v}_i$ تساوي صفرا. ويكون المقدار $(qE/m_e)t$ هو السرعة المضافة نتيجة المجال أثناء رحلة واحدة بين ذرتين. فإذا بدأ الإلكترون بسرعة صفر، تكون القيمة المتوسطة للحد الثاني في المعادلة 13.24 هي $(qE/m_e)\tau$، حيث τ هو متوسط الفترة الزمنية بين تصادمين متتاليين. ولأن قيمة $\mathbf{v}_f$ المتوسطة تساوي سرعة التدفق(4) يكون:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_d = \frac{q\mathrm{E}}{m_e}\tau \qquad \text{سرعة التدفق} \qquad (14.24)$$

ويمكن ربط التعبير الرياضي الممثل لسرعة التدفق بالتيار في الموصل. بالتعويض بالمعادلة 14.24، في المعادلة 6.24 نجد أن مقدار كثافة التيار هي:

$$J = nqv_d = \frac{nq^2E}{m_e}\tau \qquad (15.24)$$

حيث n هو عدد حاملات الشحنة لوحدة الحجوم. وبمقارنة هذه المعادلة بقانون أوم، $J = \sigma E$ نحصل على العلاقة التالية للتوصيلية والمقاومة النوعية:

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m_e} \qquad \text{التوصيلية} \qquad (16.24)$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e}{nq^2\tau} \qquad \text{المقاومة النوعية} \qquad (17.24)$$

وطبقاً لهذا النموذج التقليدى، لاتعتمد التوصيلية والمقاومة النوعية على شدة المجال الكهربي. وهذه الخاصية تتميز بها الموصلات التي تحقق قانون أوم.

ويرتبط متوسط الزمن بين تصادمين τ بمتوسط المسافة بين التصادمين ℓ (وهذا هو متوسط المسار الحر؛ انظر القسم 7.18) ومتوسط السرعة المطلقة $\overline{v}$ من خلال المعادلة:

$$\tau = \frac{\ell}{\overline{v}} \qquad (18.24)$$

مثال 5.24 تصادمات الإلكترون في سلك

(a) باستخدام المعطيات والنتائج من المثال 1.24 والنموذج التقليدي للتوصيل الإلكتروني، إوجد متوسط الزمن بين التصادمات للالكترونات في سلك نحاس.

الحل: من المعادلة 17.24، نرى أن

$$\tau = \frac{m_e}{nq^2\rho}$$

حيث $\rho = 1.7\times 10^{-8}\Omega.\mathrm{m}$ للنحاس وكثافة حاملات الشحنة هي $n = 8.49\times 10^{28}$Electrons/m للسلك المذكور في المثال 1.24. بالتعويض عن هذه القيم في المعادلة السابقة تعطي

(4) لأن عملية التصادم عشوائية، لاتعتمد كل حادثة تصادم على ماحدث قبلها. وهذا يشبه عملية إلقاء زهر النرد عشوائيا. إحتمالية الحصول على عدد معين في رمية واحدة لاتعتمد على نتيجة الرمية السابقة. وفي المتوسط يأتي هذا العدد كل ستة رميات، بداية من أي زمن إختياري.

$$\tau = \frac{(9.11\times10^{-31}\,kg)}{(8.49\times10^{28}\,m^{-3})(1.6\times10^{-19}\,C)^2(1.7\times10^{-8}\,\Omega\cdot m)}$$
$$= 2.5\times10^{-14}\,s$$

(b) افرض أن متوسط السرعة المطلقة للإلكترونات الحرة في النحاس هي 1.6×10^6m/s وباستخدام النتائج في الجزء (a)، احسب متوسط المسار الحر للالكترونات في النحاس.

الحل:
$$\ell = \overline{\upsilon}\tau = (1.6\times10^{6}\,m/s)(2.5\times10^{-14}\,s)$$
$$= 4.0\times10^{-8}\,m$$

وهذا يساوي 40 nm (وبالمقارنة بالفراغات الذرية حوالي 0.2 nm). لذلك، على الرغم من أن الزمن بين التصادمات قصير جداً، فإن الإلكترون في السلك يسير مسافة حوالي 200 مرة قدر الفراغ الذري بين التصادمات.

بالرغم من أن هذا التصور القديم عن التوصيل يتفق مع قانون أوم، إلا إنه غير كاف لشرح بعض الظواهر الهامة. على سبيل المثال، القيمة التقليدية المحسوبة $\overline{\upsilon}$ حسبت على أساس نموذج الغاز المثالي (انظر القسم 6.18) أقل من قيمتها الحقيقية بمعامل ضربي عشرة. علاوة على ذلك، إذا عوضنا عن τ بالقيمة $\ell/\overline{\upsilon}$ في المعادلة 17.24 وأعدنا ترتيب الحدود بحيث تكون $\overline{\upsilon}$ في المقام، نجد أن المقاومة النوعية ρ تتناسب مع $\overline{\upsilon}$. وطبقاً لنموذج الغاز المثالي، تتناسب $\overline{\upsilon}$ مع $\sqrt{T}$ ؛ إذن، $\rho \propto \sqrt{T}$. وهذا يتناقض مع حقيقة أن، في الفلزات النقية، تعتمد المقاومة النوعية خطياً على درجة الحرارة. ونستطيع تحقيق الإعتماد الخطي فقط باستخدام نموذج ميكانيكا الكم، الذي سنصفه الآن باختصار.

وطبقاً لميكانيكا الكم، للإلكترونات طبيعة شبه موجية. إذا كانت صفوف من الذرات في الموصل تبعد عن بعضها مسافات منتظمة (في ترتيب دوري)، فان الطبيعة شبه الموجية للإلكترون تجعله يتحرك بحرية في الموصل، بحيث لايتصادم مع الذرة. وللموصل المثالي، لايوجد تصادمات، ويكون متوسط المسار الحر لانهائياً، وتكون المقاومة النوعية صفراً، وتستطار الموجات الإلكترونية فقط إذا كان ترتيب الذرات غير منتظم (ليس دورياً) نتيجة، مثلاً، وجود عيوب في التركيب الداخلي أو شوائب. وعند درجة حرارة منخفضة، يتم التغلب على المقاومة النوعية بالاستطارة التي تحدث بالتصادم بين الإلكترونات والشوائب. وعند درجة حرارة مرتفعة، يتم التغلب على المقاومة النوعية بالاستطارة الحادثة نتيجة التصادم بين الإلكترونات وذرات الموصل، التي إزيحت بشكل متصل عن المسافات في الترتيب المنتظم وذلك نتيجة التغير الحراري. الحركة الحرارية للذرات سببت عدم إنتظام التركيب الداخلي (مقارنة بالترتيب الدوري عند السكون)، وذلك يقلل متوسط المسار الحر.

4.24 المقاومة ودرجة الحرارة RESISTANCE AND TEMPERATURE

في مدى محدود من درجة الحرارة، تتغير المقاومة النوعية لفلز بشكل خطي تقريباً مع درجة الحرارة طبقاً للمعادلة

تغير ρ مع درجة الحرارة
$$\rho = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)] \qquad (19.24)$$

حيث ρ هي المقاومة النوعية عند درجة حرارة T (بالدرجات المئوية)، ρ_0 هي المقاومة النوعية عند

درجة حرارة مرجعية (Reference Temperature) T_0 (تؤخذ عادة بالقيمة 20°C)، و α هي المعامل الحراري للمقاومة النوعية. من المعادلة 19.24، نجد أن المعامل الحراري للمقاومة النوعية يمكن التعبير عنه كالآتي:

المعامل الحراري للمقاومة النوعية

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0}\frac{\Delta\rho}{\Delta T} \qquad (20.24)$$

حيث $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ هو التغير في المقاومة النوعية في مدى درجة الحرارة $\Delta T = T - T_0$.

ويوضح الجدول 1.24 قيم مختلفة للمعاملات الحرارية للمقاومة النوعية لمواد مختلفة. لاحظ أن وحدات α هي $^{-1}$(درجة مئوية) {$(°C^{-1})$}. ونعلم أن المقاومة تتناسب مع المقاومة النوعية (المعادلة 11.24)، ويمكننا كتابة التغير في المقاومة كالآتي:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad (21.24)$$

واستخدام هذه الخاصية يجعلنا نستطيع قياس درجة الحرارة بدقة، كما هو موضح بالمثال التالي:

مثال 6.24 الترمومتر البلاتيني ذو المقاومة A Platinum Resistance Thermometer

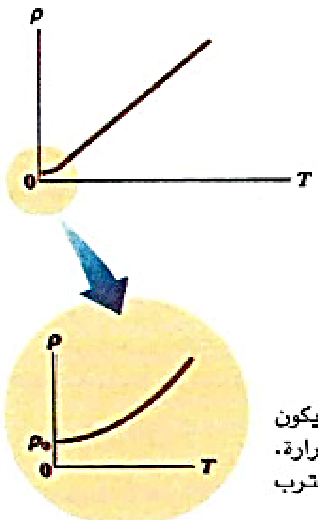
الترمومتر ذو المقاومة، يستخدم لقياس درجة الحرارة وذلك بقياس التغير في مقاومة الموصل، وهو مصنوع من البلاتيوم ومقاومته 50 Ω عند درجة حرارة 20°C. وعند غمسه في إناء يحتوي مادة الإنديوم عند درجة الذوبان، زادت مقاومته إلى 76.8 Ω. احسب درجة حرارة ذوبان الإنديوم.

الحل: بحل المعادلة 21.24 لإيجاد ΔT واستخدام قيمة α للبلاتينيوم المعطاة بجدول 1.24، نحصل على:

$$\Delta T = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} = \frac{76.8\ \Omega - 50.0\ \Omega}{[3.92 \times 10^{-3}(°C)^{-1}](50.0\ \Omega)} = 137°C$$

ولأن $T_0 = 20°C$ نجد أن T، درجة حرارة الإنديوم عند الذوبان هي 157°C.

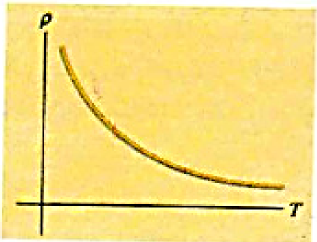
وللفلزات مثل النحاس، تتناسب المقاومة النوعية تقريباً مع درجة الحرارة، كما بالشكل 10.24. على أي حال، المنطقة التي يكون فيها التغير غير خطي تكون دائماً عند درجة حرارة منخفضة جداً وتكون المقاومة النوعية عادة قيمة محدودة عندما تكون درجة الحرارة قريبة من الصفر المطلق. وهذه القيمة المتبقية من المقاومة النوعية بالقرب من الصفر المطلق تحدث نتيجة التصادم بين الإلكترونات والمواد المشيبة أو عيوب التركيب الداخلي في الفلز. وعلى النقيض، المقاومة النوعية عند درجات حرارة عالية (المنطقة الخطية) تحدث نتيجة التصادم بين الإلكترونات وذرات الفلز.



شكل 10.24: تغير المقاومة النوعية مع درجة الحرارة لفلز مثل النحاس. يكون المنحنى خطياً لمدى واسع من درجة الحرارة، وتزداد ρ بزيادة درجة الحرارة. وعندما تقترب T من الصفر المطلق (الجزء المكبر من الصورة العلوية)، تقترب المقاومة النوعية من قيمة محدودة ρ_0.

لاحظ أن ثلاث قيم للمعامل α تأخذ قيماً سالبة في الجدول 1.24، وهذا يشير إلى أن المقاومة النوعية لهذه المواد تتناقص بزيادة درجة الحرارة (شكل 11.24)، ويعزى هذا السلوك إلى زيادة كثافة حاملات الشحنة عند درجات حرارة مرتفعة.

لأن حاملات الشحنة في أشباه الموصلات غالباً ما تكون مصاحبة لذرات الإشابة، تكون المقاومة النوعية لهذه المواد حساسة جداً لنوع وتركيز هذه الشوائب. وسوف نعود إلى دراسة أشباه الموصلات في الفصل 43 كامتداد لهذا الموضوع.



شكل 11.24 المقاومة النوعية كدالة في درجة الحرارة لشبه موصل نقي، مثل السيليكون أو الجرمانيوم.

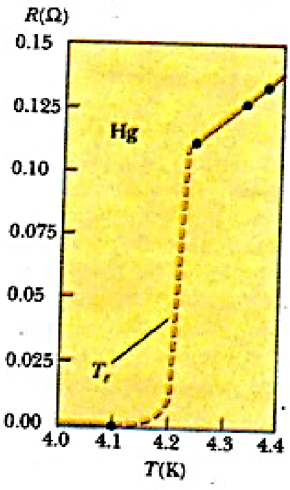
اختبار سريع 5.24

متى يكون التيار الذي يحمله مصباح كبيراً. مباشرة بعد تشغيله وزيادة توهج فتيلته، أم بعد تشغيله بعدة أجزاء من ألف من الثانية وذلك عند الاستعداد للتوهج؟

(قسم اختياري)

5.24 المواد فائقة التوصيل SUPERCONDUCTORS

هناك نوع من المعادن والمركبات التي تقل مقاومتها إلى الصفر عندما تصل درجة حرارتها إلى قيمة معينة T_c، تعرف بدرجة الحرارة الحرجة. هذه المواد تعرف بالمواد فائقة التوصيل الكهربي. والعلاقة البيانية بين المقاومة ودرجة الحرارة لهذه المواد تتبع الفلز العادي عند درجة حرارة أعلى من T_c (شكل 12.24). عندما تكون درجة الحرارة مساوية أو أقل من T_c، تقل المقاومة النوعية فجأة إلى الصفر. هذه الظاهرة اكتشفها عام 1911 عالم الفيزياء الهولندي "هيكا كمرلينج أونس (1853- 1926) "Heike Kamerlingh- Onnes بينما كان يتعامل مع الزئبق، وهو فائق التوصيل تحت درجة حرارة 4.2K. وتشير القياسات الحديثة أن المقاومة النوعية للمواد فائقة التوصيل تحت قيم T_c لها أقل من $4 \times 10^{-25}\Omega.m$ – حوالي 10^{17} مرة أقل من المقاومة النوعية للنحاس وفي الواقع العملي يمكن اعتبارها صفراً.

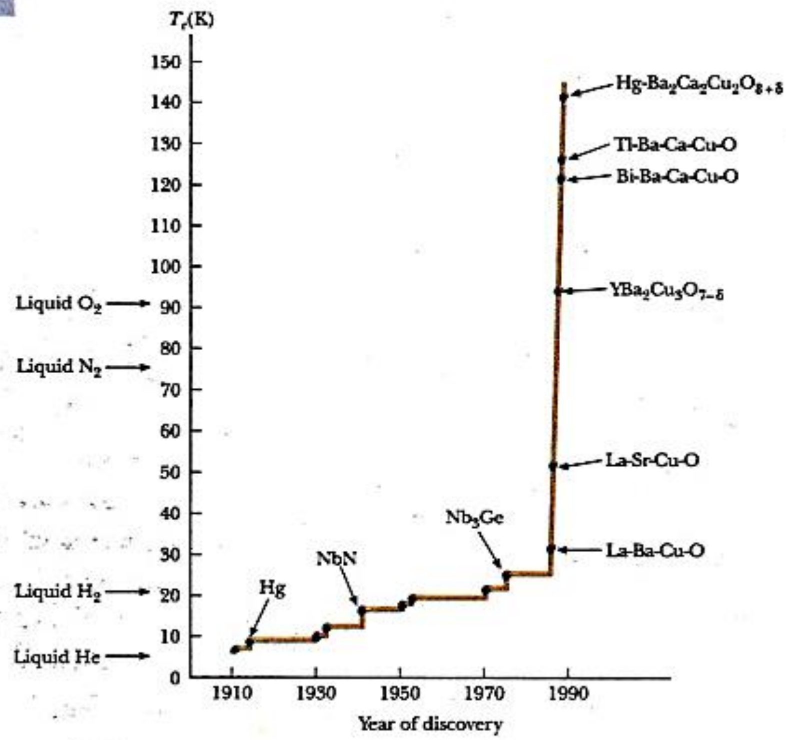


شكل 12.24 العلاقة بين المقاومة ودرجة الحرارة للزئبق (Hg). يتبع المنحنى سلوك الفلز العادي فوق درجة الحرارة الحرجة T_c. وتهبط فجأة المقاومة النوعية عند T_c وهي للزئبق 4.2K.

ونعرف اليوم الاف من المواد فائقة التوصيل، وكما يوضح الشكل 13.24، درجة الحرارة الحرجة لأحدث المواد المكتشفة أعلى كثيراً من القيمة الابتدائية الممكن التكهن بها. ويعرف نوعان من المواد فائقة التوصيل. النوع الأحدث مثل $YBa_2Cu_3O_7$ وهو أساساً سيراميك له درجة حرارة حرجة عالية، بينما تكون المواد فائقة التوصيل مثل المواد التي شاهدها كمرلينج أونس هي فلزات. وإذا ما عرفت هوية المادة فائقة التوصيل عند درجة حرارة الغرفة، سيكون تأثير ذلك على التكنولوجيا هائلاً.

والمقدار T_c يكون حساساً للتركيب الكيميائي والضغط والتركيب الجزيئي. ومن الشيق ملاحظة أن النحاس والفضة والذهب وهي موصلات ممتازة، لا تبدي أي توصيلية مفرطة.

مغناطيس دائم صغير يسبح في الهواء فوق قرص من مادة $YBa_2Cu_3O_7$ الفائقة التوصيل، وذلك عند درجة حرارة 77K. (بتصريح من IBM Research Laboratory).



شكل 13.24 تقييم درجة الحرارة الحرجة للمواد فائقة التوصيل منذ اكتشاف هذه الظاهرة.

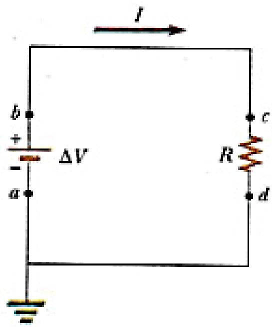
وإحدى الخصائص المميزة للمواد فائقة التوصيل هي أنه بمجرد وضع تيار كهربي في الموصل فإن التيار يثابر بدون تطبيق أي فرق في الجهد (لأن $R=0$). يستمر التيار ويلاحظ استمراره في دائرة المادة فائقة التوصيل لعدة سنوات دون إظهار إضمحلال أو نقص!

ومن التطبيقات الهامة والمفيدة للتوصيلية الفائقة تطوير مغناطيس من المادة فائقة التوصيل، والذي يكون فيه مقدار المجال المغناطيسي حوالي عشرة مرات أكبر من مثيله المصنوع من أحسن المواد العادية. ومثل هذا المغناطيس ذات التوصيل الفائق يعد وسيلة لاختزان الطاقة. وهذا المغناطيس شائع الاستخدام في وحدة التصوير الطبي بالرنين المغناطيسي (MRI)، والتي تنتج صوراً عالية الجودة للأعضاء الداخلية دون الحاجة لتعريض المريض للاشعة السينية أو أي أشعة ضارة أخرى.

وللمزيد من المعلومات عن التوصيلية المفرطة، انظر القسم 8.43.

6.24 الطاقة الكهربية والقدرة ELECTRICAL ENERGY AND POWER

13.3 إذا استخدمت بطارية لإحداث تيار كهربي في موصل، تتحول الطاقة الكيميائية المختزنة في البطارية بشكل متصل إلى طاقة حركية لحاملات الشحنة. في الموصل، سريعاً ما تفقد هذه الطاقة الحركية نتيجة التصادم بين حاملات الشحنة والذرات التي تمثل الموصل، ويؤدي ذلك إلى زيادة درجة حرارة الموصل. وبتعبير آخر، تتحول الطاقة الكيميائية المختزنة في البطارية باستمرار إلى طاقة داخلية مصحوبة بزيادة في حرارة الموصل.



شكل 14.24 دائرة تحتوي على مقاومة R وبطارية فرق الجهد خلالها ΔV. تتدفق شحنة موجبة في اتجاه دوران عقارب الساعة. وتتصل النقط a و b بالأرض.

افرض دائرة بسيطة تتكون من بطارية وصل طرفيها بمقاومة، كما هو مبين بالشكل 14.24 (يرمز للمقاومة بالرمز —WW—). تصور الآن أننا نتتبع شحنة موجبة مقدارها ΔQ تتحرك في اتجاه دوران عقارب الساعة حول دائرة من النقطة a خلال البطارية والمقاومة والعودة إلى النقطة a مرة أخرى. النقطتان a و d متصلتان بالأرض (يرمز للاتصال بالأرض بالرمز ⏚)؛ لذلك، نأخذ الجهد الكهربي للنقطتين ليكون صفراً. وبينما تتحرك الشحنة من a إلى b خلال البطارية، طاقة الوضع الكهربي لها U تزداد بمقدار $\Delta Q \Delta V$ (حيث ΔV هو فرق الجهد بين b و a، بينما طاقة الوضع الكيميائي في البطارية تتناقص بنفس المقدار. (تذكر من المعادلة 9.22 أن $\Delta U = q\Delta V$). على أي حال، بينما تنتقل الشحنة من c إلى d خلال المقاومة، تفقد هذا المقدار من طاقة الوضع الكهربي بتصادمها مع الذرات في المقاومة، وبذلك تنتج طاقة داخلية. وإذا أهملنا مقاومة أسلاك التوصيل، لا يحدث فقد في الطاقة في المسارات bc و da. وعندما تصل الشحنة عند النقطة a، يجب أن يكون لها نفس طاقة الوضع الكهربي (صفراً) والذي كان عليها في البداية[5]. لاحظ أنه بسبب عدم تمكن الشحنة من النمو عند أي نقطة، يظل التيار متساوياً عند أي نقطة في الدائرة.

ويكون معدل فقد الشحنة ΔQ لطاقة الجهد تبعاً للمعادلة

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}\Delta V = I\,\Delta V$$

حيث I هو التيار المار في الدائرة. وعلى العكس، تسترد الشحنة هذه الطاقة عند مرورها في البطارية. ولأن المعدل الذي تفقد به الشحنة الطاقة يساوي القدرة $\mathcal{P}$ المغذية للمقاومة (التي تظهر كطاقة داخلية)، نحصل على

$$\mathcal{P} = I\,\Delta V \qquad (22.24)$$

القــدرة

في هذه الحالة، تمد البطارية المقاومة بالقدرة. ويمكن استخدام المعادلة 22.24 لحساب القدرة

(5) لاحظ أنه بمجرد وصول التيار حالة الثبات، لايوجد تغير في طاقة الحركة لحاملات الشحنة المولدة للتيار.

المنتقلة لأي جهاز يحمل تياراً I وعليه فرق جهد ΔV بين طرفيه. باستخدام المعادلة 22.24 والحقيقة $\Delta V = IR$ للمقاومة، يمكننا حساب القدرة المغذية للمقاومة من العلاقة

$$\mathscr{P} = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \qquad (23.24)$$

القدرة المغذية للمقاومة

عندما يعبر عن I بالأمبير، ΔV بالفولت و R بالأوم، تكون وحدات القياس العالمية (SI Unit) للقدرة هي الواط Watt كما كانت في الفصل 7 في مناقشتنا عن القدرة الميكانيكية. القدرة المفقودة كطاقة داخلية في موصل مقاومته R تسمى "الجول الحراري[(6)] "Joule Heating؛ هذا التحول يشار إليه أيضاً بالفقد I^2R .

البطارية، هي الأداة التي تمد بالطاقة الكهربية تسمى "مصدر" أو قوة دفع كهربية، أو الاسم الأكثر شيوعاً "مصدر ق د ك "Emf Source. وقد تم مناقشة مفهوم القوة الدافعة الكهربية في الفصل 25. (الجملة قوة دافعة كهربية هي اختيار سيء لأنها تصف فرق جهد مقدراً بالفلط وليس قوة).

عندما نهمل المقاومة الداخلية للبطارية، يكون فرق الجهد بين النقطتين a و b في شكل 14.24 مساوياً emf، $\mathcal{E}$ للبطارية– أي أن؛ $\Delta V = V_b - V_a = \mathcal{E}$ وهذا صحيح، ويمكننا أن ننص على أن التيار في الدائرة هو $I = \Delta V/R = \mathcal{E}/R$. ولأن $\Delta V = \mathcal{E}$، فإن القدرة المعطاة بواسطة مصدر القوة الدافعة الكهربية يمكن التعبير عنها بالقيمة $\mathscr{P} = I\mathcal{E}$ التي تساوي الطاقة المعطاة للمقاومة I^2R .

عند نقل الطاقة الكهربية خلال خطوط القدرة، كتلك الموضحة بالشكل 15.24، تقتصد الشركات فتعمل على الحصول على أقل قيمة للقدرة المتحولة لطاقة داخلية في الخطوط والحصول على أكبر قيمة للطاقة المرسلة للمستهلك. ولأن $\mathscr{P} = I\,\Delta V$، يمكن نقل نفس القدر من القدرة إما عند تيارات عالية وجهود منخفضة أو عند تيارات منخفضة وفروق جهد عالية. تختار شركات المنفعة العامة نقل الطاقة الكهربية عند تيارات منخفضة وفروق جهد عالية مبدئياً لاسباب اقتصادية. سلك النحاس باهظ التكاليف، لذلك من الأرخص استخدام سلك عالي المقاومة (سلك مساحة مقطعه صغيرة؛ انظر المعادلة 11.24). لذلك، في معادلة الطاقة المرسلة للمقاومة $\mathscr{P} = I^2R$، تكون مقاومة السلك ثابتة عند قيمة نسبية عالية لإعتبارات اقتصادية. والفقد I^2R يمكن خفضه وذلك بالاحتفاظ بقيمة التيار I أقل ما يمكن. في بعض الأمثلة، تنتقل القدرة عند فرق جهد كبير لدرجة تصل إلى 765 kV. وبمجرد وصول الكهرباء لمدينتك، يتم خفض فرق الجهد عادة ليصل إلى 4 kV بواسطة جهاز يسمى محول (Transformer). ويستخدم محول آخر للهبوط بفرق الجهد للقيمة 240 V قبل أن تصل الكهرباء في النهاية لمنزلك. وطبعاً كل مرة يقل فيها فرق الجهد، يزيد التيار بنفس المعامل الضربي، وتظل القدرة كما هي.

شكل 15.24 تَنقل شركات القدرة الطاقة الكهربية عند فرق جهد عال (Comstock).

تجربة سريعة:

إذا كان بامكانك استخدام جهاز قياس المقاومة "أوميتر "Ohmmeter حقق إجابتك للاختبار السريع 24.6 باختبار المقاومة لعدة مصابيح.

(6) تسمي الجول الحراري عند عدم حدوث إنتاج للحرارة. وهذا مثال آخر للاستعمال الخاطئ لكلمة حرارة والذي أصبح شائعاً في اللغة.

اختبار سريع 6.24

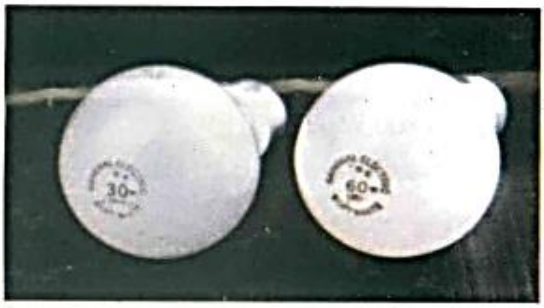
طبق نفس فرق الجهد على المصباحين الموضحين في الشكل 16.24. أي من الجمل الآتية صحيح؟

(a) يحمل المصباح 30W التيار الأكبر ومقاومته الأكبر.

(b) يحمل المصباح 30W التيار الأكبر ولكن المصباح 60W مقاومته الأكبر.

(c) مقاومة المصباح 30W هي الأكبر ولكن المصباح 60W يحمل التيار الأكبر.

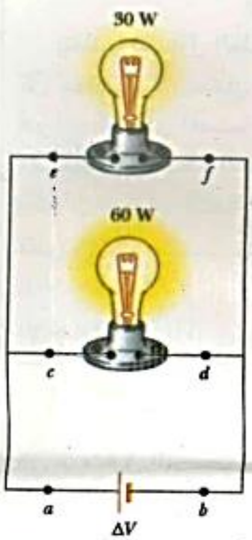
(d) يحمل المصباح 60W التيار الاكبر ومقاومته هي الأكبر.



شكل 16.24 هذه المصابيح تعمل عند القدرات المحددة لها فقط عندما تتصل بمصدر 120V.

اختبار سريع 7.24

للمصباحين الموضحين بالشكل 17.24، رتب قيم التيار عند النقط من a إلى f، من الأكبر إلى الأقل.



شكل 17.24 مصباحان متصلان بنفس فرق الجهد. يعمل المصباحان عند القدرة المحددة فقط عندما يتصلا ببطارية 120V.

تجربة سريعة

من البيانات الموضحة على الأجهزة المنزلية مثل مجفف الشعر، التليفزيون وأجهزة تجسيم الصوت، احسب التكلفة السنوية لتشغيلها.

مثال 7.24 القدرة في سخان كهربي POWER IN AN ELECTRIC HEATER

سخان كهربي صنع من سلك نيكل- كروم، استخدم فرق جهد مقداره 120 V بين طرفيه وكانت مقاومته 8 Ω. إوجد التيار الذي يحمله السلك وكذلك قدرة السخان.

الحل: لأن $\Delta V = IR$، نحصل على

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{120\ \text{V}}{8.00\ \Omega} = 15.0\ \text{A}$$

ويمكننا إيجاد القدرة باستخدام المعادلة $\mathscr{P} = I^2R$:

$$\mathscr{P} = I^2R = (15.0\ \text{A})^2(8.00\ \Omega) = 1.80\ \text{kW}$$

إذا ضاعفنا فرق الجهد المستخدم، فسيتضاعف التيار ولكن ستكون قيمة القدرة أربعة أمثال قيمتها الأصلية لأن $\mathscr{P} = (\Delta V)^2/R$.

مثال 8.24 تكاليف إعداد عشاء

احسب تكلفة إعداد ديك رومي في فرن إذا عمل لمدة 4 ساعات متصلة عند 20 A و 240 V.

الحل: القدرة المستخدمة بواسطة الفرن هي

$$\mathscr{P} = I\,\Delta V = (20.0\ \text{A})(240\ \text{V}) = 4\,800\ \text{W} = 4.80\ \text{kW}$$

ولأن الطاقة المستهلكة تساوي القدرة × الزمن، يكون مقدار الطاقة هي

$$\text{الطاقة} = \mathscr{P}t = (4.80\ \text{kW})(4\ \text{h}) = 19.2\ \text{kWh}$$

فإذا كانت الطاقة تحسب بسعر 8¢ (ثمانية سنت) لكل كيلووات. ساعة، تكون التكلفة

$$\text{التكلفة} = (19.2\ \text{kWh})(\$0.080/\text{kWh}) = \$1.54$$

يتطلب تضاؤل الطاقة التي نستهلكها ضرورة أن نعرف الطاقة المطلوبة لأجهزتنا الكهربية. يحمل كل جهاز دليلاً يحتوي على معلومات نحتاجها لحساب القدرة المطلوبة للجهاز. في حالات عديدة، كما هو الحال على المصباح، يتم ذكر القدرة المستهلكة بالوات مباشرة، وفي حالات أخرى، مقدار التيار المستخدم بواسطة الجهاز وكذلك يتم بيان فرق الجهد اللازم لتشغيله: هذه المعلومات والمعادلة 22.27 تكفيان لحساب تكلفة التشغيل لأي جهاز كهربي.

تمرين: كم يتكلف تشغيل مصباح 100 W لمدة 24 h إذا كان السعر المحدد بواسطة شركة القدرة هو $0.08/kWh؟

الإجابة: $0.19.

مثال: 9.24 التيار في حزمة الكترونية

في معجل الجسيمات، تخرج الإلكترونات بطاقة 40 MeV ($1\ \text{MeV} = 1.6 \times 10^{-13}$ J). تخرج الإلكترونات ليس في صورة سيل متصل بل على شكل نبضات بمعدل 250Pulses/s. وهذا يناظر زمناً بين النبضات 4 ms (شكل 18.24) وكل نبضة زمنها 200 ns وتنشىء الإلكترونات في النبضة تياراً قدره 250 mA. التيار يكون صفراً بين النبضات. (a) كم إلكتروناً يمكن تحريرها أو استخلاصها من المعجل في كل نبضة؟

الحل: نستخدم المعادلة 2.24 في الصورة $dQ = I\,dt$ ونكامل لإيجاد الشحنة لكل نبضة. عندما تبدأ النبضة، يكون التيار ثابتاً، لذلك:

$$Q_{\text{pulse}} = I\int dt = I\Delta t = (250 \times 10^{-3}\ \text{A})(200 \times 10^{-9}\ \text{s})$$
$$= 5.00 \times 10^{-8}\ \text{C}$$

يهتم هذا الفصل بتحليل بعض الدوائر الكهربية البسيطة التي تحتوي على بطاريات، ومقاومات ومكثفات في تجميعات مختلفة. تحليل هذه الدوائر تم تبسيطه باستخدام قانونين يعرفا بقاعدتي كيرشوف (Kirchhoff's Rules)، وهما ناتجتين من قانون حفظ الطاقة وقانون حفظ الشحنة الكهربية. وقد افترض في معظم الدوائر التي تم تبسيطها حالة الثبات، وذلك يعني ثبات التيار في القيمة والمقدار. في القسم 4.25 ناقشنا الدوائر التي يكون فيها التيار متغيراً مع الزمن. وأخيراً قمنا بوصف مختلف الأجهزة الكهربية الشهيرة ونظاماً لقياس التيار وفرق الجهد والمقاومة والقوة الدافعة الكهربية.

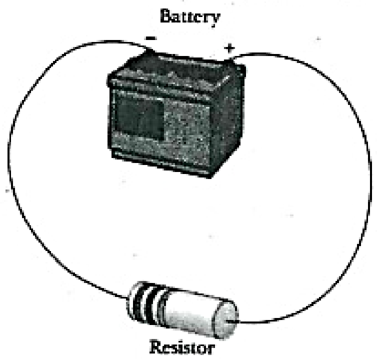
1.25 القوة الدافعة الكهربية ELECTROMOTIVE FORCE

في القسم 6.24 وجدنا أن تياراً كهربياً ثابتاً يستمر في دائرة كهربية عند وجود مصدر للقوة الدافعة الكهربية بها (كالبطارية أو المولد الكهربي) فيعمل على توليد مجال كهربي يحرك الشحنة في الدائرة. ويمكن تصور مصدر القوة الدافعة الكهربية (*emf*) "كمضخة للشحنات". وعند وجود فرق جهد كهربي بين نقطتين، يحرك المصدر الشحنات "صاعدة" من الجهد الأقل إلى الجهد الأعلى وتمثل القوة الدافعة الكهربية $\mathcal{E}$ الشغل المبذول لوحدة الشحنات،وبذلك تكون وحداتها في النظام المتري الدولي SI System هي الفولت.

إفترض الدائرة الموضحة في شكل 1.25، والمتكونة من بطارية متصلة بمقاومة. بافتراض أن مقاومة أسلاك التوصيل تساوي صفرا، يكون القطب الموجب للبطارية جهده أعلى من جهد القطب السالب. فإذا أهملنا المقاومة الداخلية للبطارية، يكون فرق الجهد خلالها (يسمى جهدا القطبين) مساوياً للقوة الدافعة الكهربية. على أي حال، ولأن أي بطارية حقيقية عادة لها مقاومة داخلية r، فإن جهدا القطبين لايساوي القوة الدافعة الكهربية للبطارية في الدائرة التي تحتوي على التيار.

ولفهم سبب ذلك، افرض الدائرة الموضحة بالشكل 2.25a، حيث تم تمثيل البطارية الموضحة بالشكل 1.25 بمستطيل منقط يحتوي على قوة دافعة كهربية $\mathcal{E}$ على التوالي مع المقاومة الداخلية r. والآن إفترض أننا نتحرك خلال البطارية في اتجاه دوران عقرب الساعة من a إلى b ونقيس الجهد الكهربي عند مواضع مختلفة. وبالمرور من القطب السالب إلى الموجب، يزداد الجهد بمقدار $\mathcal{E}$. بينما، عندما نتحرك خلال المقاومة r، يقل الجهد بمقدار Ir، حيث I هو شدة التيار في الدائرة. لذلك، يكون جهد قطبي البطارية $\Delta V = V_b - V_a$ هو[1]

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir \qquad (1.25)$$



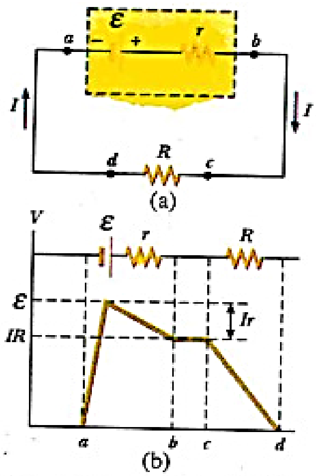
شكل 1.25 دائرة تحتوي على مقاومة متصلة بقطبي بطارية.

ونلاحظ من هذه المعادلة أن ε تكافئ جهد الدائرة المفتوحة- أي جهد القطبين عندما يكون التيار صفراً. والقوة

(1) جهد الأقطاب في هذه الحالة أقل من القوة الدافعة الكهربية بمقدار Ir . في بعض الأحيان يزيد جهد القطبين عن القوة الدافعة الكهربية بمقدار Ir . يحدث ذلك عندما يكون اتجاه التيار عكس اتجاه القوة الدافعة الكهربية، كما في حالة شحن بطارية بمصدر آخر للقوة الدافعة الكهربية.

الدافعة الكهربية "ق د ك" هى الجهد الذي يرمز للبطارية- فمثلاً، ق. د. ك لخلية جافة هو 1.5 V. ويعتمد فرق الجهد الفعلي بين طرفي البطارية على التيار المار خلالها كما هو موضح بالمعادلة 1.25.

يمثل الشكل 2.25b رسماً بيانياً لتغير الجهد الكهربي بالمرور خلال الدائرة في اتجاه عقرب الساعة. وبفحص الدائرة 2.25a نجد أن جهد القطبين ΔV يجب أن يساوي فرق الجهد على المقاومة الخارجية R، والتي تسمى عادة **بمقاومة الحمل**. ومقاومة الحمل يجب أن تكون عنصر مقاومة في دائرة بسيطة، كما هو موضح في الشكل 1.25، أو يمكن أن تكون مقاومة جهاز كهربي (مثل آلة تسخين الخبز، أو سخان كهربي أو مصباح كهربي) متصل بالبطارية (أو في حالة الأجهزة المنزلية، تتصل بمصدر التيار الكهربي). وتمثل المقاومة حملاً على البطارية لأن البطارية يجب أن تمد الجهاز بالطاقة ليعمل. ويكون فرق الجهد عبر المقاومة هو $\Delta V = IR$. وبمقارنة هذا التعبير الرياضي بالمعادلة 1.25 نجد أن:



شكل 2.25 (a) رسم تخطيطي لدائرة مصدر ق. د. ك (في هذه الحالة بطارية) مقاومتها الداخلية r، متصلة بمقاومة خارجية R. (b) رسم بياني يوضح كيفية تغير الجهد الكهربي بتغير الموضع في اتجاه عقرب الساعة في الجزء (a).

$$\mathcal{E} = IR + Ir \qquad (2.25)$$

وبحل المعادلة نحصل على التيار I

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \qquad (3.25)$$

هذه المعادلة توضح أن التيار في هذه الدائرة البسيطة يعتمد على كل من مقاومة الحمل R خارج البطارية والمقاومة الداخلية r. فإذا كانت R أكبر كثيراً من r، كما هو الحال في العديد من الدوائر الحقيقية، فإنه يمكننا إهمال r.

فإذا ضربنا المعادلة 2.25 في التيار I، نحصل على:

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r \qquad (4.25)$$

ولأن القدرة $\mathcal{P} = I\,\Delta V$ (انظر المعادلة 22.24) فإن المعادلة 4.25 توضح أن القدرة الخارجة $I\mathcal{E}$ من البطارية إلى مقاومة الحمل هي I^2R وإلى المقاومة الداخلية بمقدار I^2r. ومرة أخرى، عندما تكون $r << R$، فإن معظم القدرة المنطلقة من البطارية تتحول إلى مقاومة الحمل.

مثال 1.25 جهد قطبي بطارية

القوة الدافعة الكهربية لبطارية 12 V ومقاومتها الداخلية 0.05 Ω. وصل طرفيها بمقاومة حمل 3Ω. (a) أوجد التيار المار في الدائرة وجهد القطبين للبطارية.

الحل: باستخدام المعادلة 3.25 أولاً ثم المعادلة 1.25، نحصل على

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12.0\text{ V}}{3.05\ \Omega} = 3.93\text{ A}$$

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir = 12.0\text{ V} - (3.93\text{ A})(0.05\ \Omega) = 11.8\text{ V}$$

للتأكد من هذه النتيجة، نحسب الجهد خلال مقاومة الحمل R:

$$\Delta V = IR = (3.93\ \text{A})(3.00\ \Omega) = 11.8\ \text{V}$$

(b) احسب القدرة المنطلقة لمقاومة الحمل والقدرة المنطلقة للمقاومة الداخلية للبطارية، والقدرة المنطلقة من البطارية.

الحل: القدرة المنطلقة لمقاومة الحمل هي:

$$\mathscr{P}_R = I^2 R = (3.93\ \text{A})^2\ (3.00\ \Omega) = 46.3\ \text{W}$$

القدرة المنطلقة للمقاومة الداخلية هي:

$$\mathscr{P}_r = I^2 r = (3.93\ \text{A})^2\ (0.05\ \Omega) = 0.772\ \text{W}$$

لذلك تكون القدرة المنبعثة من البطارية هي مجموع المقدارين أو 47.1W. ويمكنك التأكد من صحة النتيجة باستخدام التعبير الرياضي $\mathscr{P} = I\mathcal{E}$.

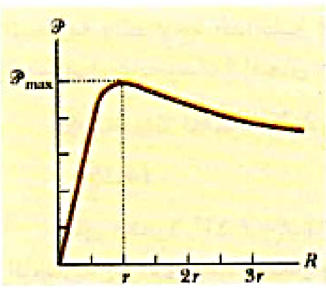
مثال 2.25 مضاهاة مقاومة الحمل

بين أن أقصى قيمة للقدرة المنطلقة لمقاومة الحمل R في شكل 2.25a تحدث عندما تتساوى مقاومة الحمل والمقاومة الداخلية. أي أن $R=r$.

الحل: ترسل القدرة إلى مقاومة الحمل بمقدار I^2R، حيث I يعطى بالمعادلة 3.25:

$$\mathscr{P} = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}$$

وعندما ترسم $\mathscr{P}$ مع R كما بالشكل 3.25، نجد أن $\mathscr{P}$ تصل إلى قيمة عظمى قدرها $\mathcal{E}^2/4r$ عند $R=r$. ويمكننا أيضاً إثبات ذلك بتفاضل $\mathscr{P}$ بالنسبة للمتغير R، وبوضع النتيجة تساوي صفراً وحل المعادلة لإيجاد R.

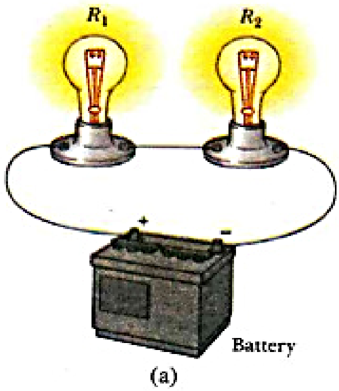


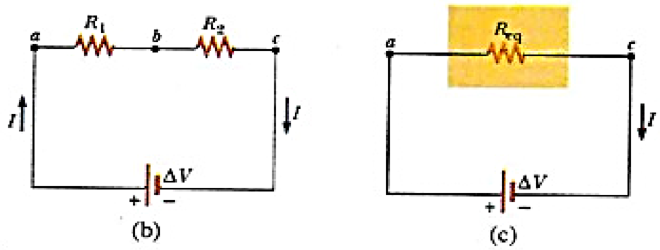
شكل 3.25 رسم بياني يوضح القدرة المرسلة من البطارية لمقاومة حمل قيمتها R كدالة في R. تكون القدرة المغذية للمقاومة قيمة عظمى عند مقاومة حمل تساوي المقاومة الداخلية للبطارية.

2.25 المقاومات على التوالي والتوازي

عند توصيل مقاومتين أو أكثر معاً كالمصابيح الكهربية في الشكل 4.25a، يقال في هذه الحالة إنها موصلة على التوالي. ويوضح الشكل 4.25b رسماً تخطيطياً للدائرة التي تحتوي على هذه المصابيح، التي مثلت كمقاومات والبطارية. وفي التوصيل على التوالي، نجد أن كل الشحنات التي تتحرك خلال المقاومة الأولى يجب أن تمر أيضاً خلال المقاومة الثانية. وبطريقة أخرى، تتراكم الشحنات بين المقاومات، أي،

في حالة جمع المقاومات على التوالي، يكون التيار في المقاومتين متساوي لأن أي شحنة تمر خلال R_1 يجب أن تمر خلال R_2.





شكل 4.25 (a) التوصيل على التوالي لمقاومتين R_1 و R_2. يكون التيار في R_1 مساوياً لقيمته في R_2. (b) رسم للدائرة المحتوية للمقاومتين. (c) استبدلت المقاومتين بمقاومة واحدة تسمى المقاومة المكافئة وقيمتها $R_{eq}= R_1+ R_2$.

وينقسم فرق الجهد المطبق خلال المجموعة على التوالي بين المقاومتين. وفي الشكل 4.25b، ولأن الهبوط في الجهد[2] من a إلى b يساوي IR_1 والهبوط في الجهد من b إلى c يساوي IR_2 ويكون الهبوط في الجهد من a إلى c هو

$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

وعلى ذلك، يمكننا إستبدال المقاومتين على التوالي بمقاومة واحدة لها مقاومة مكافئة R_{eq}، حيث:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \qquad (5.25)$$

وتكافئ المقاومة R_{eq} مجموع المقاومتين R_1+R_2 على التوالي حيث لايتغير تيار الدائرة عندما تحل R_{eq} محل R_1+R_2.

وتكون المقاومة المكافئة لثلاث مقاومات أو أكثر متصلة على التوالي هي

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots$$

وتوضح هذه العلاقة أن "المقاومة المكافئة لمجموعة مقاومات متصلة على التوالي تكون أكبر دائما من أي من المقاومات منفردة".

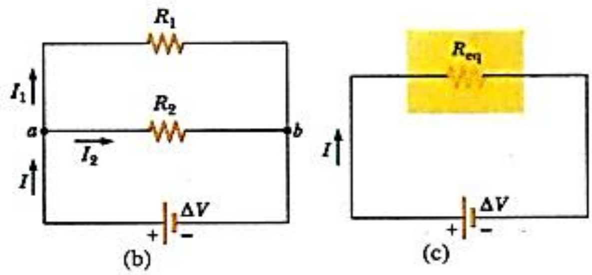
اختبار سريع 1.25

إذا استخدم جزءاً من سلك لتوصيل النقطة b بالنقطة c في الشكل 4.25b، هل تزداد إضاءة المصباح R_1 أم تنقص أم تظل كما هي؟ وماذا يحدث لإضاءة المصباح R_2؟

ثلاثة مصابيح متصلة على التوالي تعمل جميعها عند 120V وقدرات 60W، 75W و 200W. لماذا تختلف شدة الضوء للمصابيح؟ أي المصابيح مقاومتها أكبر؟ كيف تختلف شدتها الضوئية إذا وصلت على التوازي؟ (Henry Leap and Jim Lehman)

افرض الآن أن مقاومتين متصلتين على التوازي، كما هو موضح بالشكل 5.25. عندما يصل التيار I عند النقطة a في

(2) يستخدم التعبير «الهبوط في الجهد» (Voltage drop) كمرادف لنقص الجهد الكهربي عبر مقاومة.



شكل 5.25 (a) توصيل مقاومتين R_1 و R_2 على التوازي. فرق الجهد خلال R_1 يساوي فرق الجهد خلال R_2. (b) رسماً لدائرة المقاومتين. (c) تم استبدال المقاومات بمقاومة مكافئة واحدة $R_{eq}= (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}$.

الشكل 5.25b، تسمى بالوصلة، ينقسم إلى جزئين، I_1 يتدفق خلال R_1 و I_2 خلال R_2. والوصلة هي أي نقطة في الدائرة ينقسم عندها التيار. هذا التقسيم ينتج عنه تياراً في كل مقاومة منفردة أقل من التيار الخارج من البطارية. ولأن الشحنة محفوظة، فإن التيار I الداخل للنقطة a يجب أن يساوي التيار الكلي الخارج من هذه النقطة.

$$I = I_1 + I_2$$

وكما نرى من الشكل 5.25، كل من المقاومتين تتصل مباشرة بقطبي البطارية لذا، "عند توصيل المقاومات على التوازي، يكون فرق الجهد خلالها متساوي". ولأن فرق الجهد خلال المقاومات متساوي، يعطي التعبير الرياضي $\Delta V = IR$ الآتي:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$

ومن هذه النتيجة، نجد أن المقاومة المكافئة لمقاومتين متصلتين على التوازي هي:

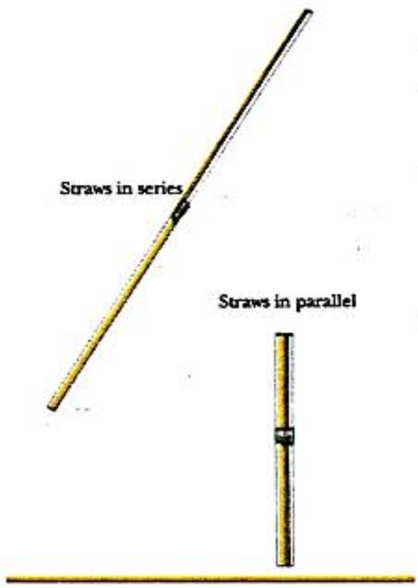
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad (7.25)$$

أو

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

تجربة سريعة

وصل زوجا من الأنابيب المستخدمة للشراب واحدة في نهاية الأخرى، ثم صل زوجا آخر منها واحدة بجوار الاخرى. أي الزوجين يسهل من خلاله سحب الشراب؟ ماذا يحدث إذا قارنت ثلاث منها متصلة كل بنهاية الاخرى بثلاث لصقت متجاورة؟



ويعطي التعبير الرياضي التالي المقاومة المكافئة لثلاث مقاومات أو أكثر متصلة علي التوازي:

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\cdots \qquad (8.25)$$

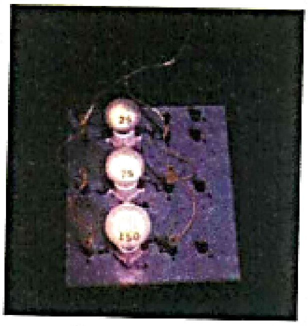
المقاومة المكافئة لعدة مقاومات على التوازي

ويمكننا أن نرى من هذه المعادلة أن "المقاومة المكافئة لمقاومتين أو أكثر متصلة على التوازي هي دائماً أقل من أصغر مقاومة في المجموعة".

والدوائر المنزلية تتصل دائماً بحيث تكون الأجهزة متصلة على التوازي. ويعمل كل جهاز منفصلاً ولايعتمد على بقية الأجهزة بحيث إذا أطفئ، تظل الباقية تعمل. بالإضافة إلى ذلك، تعمل الأجهزة عند فرق جهد متساوي.

اختبار سريع 2.25

افرض أن البطارية في الشكل 1.25 مقاومتها الداخلية صفرا. هل يزداد التيار إذا أضفنا مقاومة ثانية على التوالي مع الأولى في الدائرة أم ينخفض أم يظل كما هو؟ وماذا عن فرق الجهد بين قطبي البطارية؟ هل تتغير إجابتك إذا كانت المقاومة الثانية متصلة على التوازي مع الأولى؟



ثلاثة مصابيح كهربية قدرتها 25W و 75W و 150W، وصلت على التوازي لمصدر جهد 100V. وكان فرق الجهد بين أطرافها جميعاً متساوياً. لماذا تختلف شدة الضوء لكل منها؟ أي المصابيح يكون تياره الأعلى؟ وأي منها مقاومته الأقل؟ (Henry Leap and Jim Lehman)

اختبار سريع 3.25

هل توصل المصابيح الأمامية للسيارة على التوالي أم على التوازي؟ وضح إجابتك؟

مثال 3.25 إوجد المقاومة المكافئة

وصلت أربعة مقاومات كما هو موضح بالشكل 6.25a. (a) أوجد المقاومة المكافئة بين النقطتين a و c.

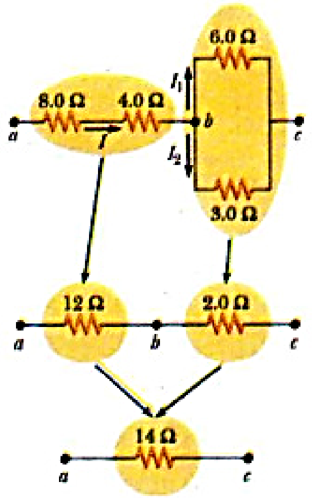
الحل: مجموعة المقاومات يمكن إختصارها في خطوات، كما هو موضح بالشكل 6.25. المقاومتان 8Ω و 4Ω موصلتان على التوالي؛ لذلك تكون المقاومة المكافئة لهما بين a و b هي 12Ω (انظر المعادلة 5.25). المقاومتان 6Ω و 3Ω متصلتان على التوازي، ونجد من المعادلة 7.25 أن المقاومة المكافئة لهما بين b و c هي 2Ω. على ذلك، تكون المقاومة المكافئة بين a و c هي 14Ω .

(b) ما مقدار التيار في كل مقاومة إذا كان فرق الجهد بين a و c هو 42V؟

الحل: التيار في المقاومتين 8Ω و 4Ω متساوي ويساوي التيار في المقاومة المكافئة 14Ω نتيجة فرق الجهد 42V. لذلك، باستخدام المعادلة ($R = \Delta V/I$) 8.24 والنتيجة التي حصلنا عليها في الجزء (a)نحصل على

$$I=\frac{\Delta V_{ac}}{R_{eq}}=\frac{42\ \text{V}}{14\ \Omega}=3.0\ \text{A}$$

وهذا هو التيار في المقاومات 8Ω و 4Ω. وعندما يصل التيار 3A إلى النقطة b، ينقسم إلى جزئين: جزء يمر في المقاومة (I_1) 6Ω وجزء يمر خلال المقاومة 3Ω (I_2). ولأن فرق الجهد خلال المقاومتين هو ΔV_{bc} (حيث أنهما متصلتان على التوازي)، نجد أن: $(6\Omega)I_1 = (3\Omega)I_2$، أي $I_2 = 2I_1$ وباستخدام هذه النتيجة والحقيقة $I_1 + I_2 = 3A$ نجد أن $I = 1A$، $I_2 = 2A$. ويمكننا التخمين بهذه النتيجة من البداية وذلك بملاحظة أن التيار خلال المقاومة 3Ω قيمته ضعف قيمة التيار المار خلال المقاومة 6Ω، وذلك نظراً لمقاومتهم النسبية وحقيقة أن الجهد المطبق على كل منهم متساوي. وكاختبار نهائي للنتائج التي حصلنا عليها، لاحظ أن: $\Delta V_{bc} = (6\Omega)I_1 = (3\Omega)I_2 = 6V$ و$\Delta V_{ab} = (12\Omega I) = 36V$، وعلى ذلك يكون $\Delta V_{ac} = \Delta V_{ab} + \Delta V_{bc} = 42V$ وهي القيمة المعطاه.



شكل 25.6

مثال 4.25 ثلاث مقاومات على التوازي

وصلت ثلاث مقاومات على التوازي كما هو موضح بالشكل 7.25 وطبق فرق جهد 18V بين النقطتين a و b. (a) أوجد التيار في كل مقاومة.

الحل: المقاومات متصلة على التوازي، لذلك يكون فرق الجهد خلال كل منها هو 18V. وبتطبيق العلاقة $\Delta V = IR$ على كل مقاومة نحصل على:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{18\ V}{3.0\ \Omega} = 6.0\ A$$

$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{18\ V}{6.0\ \Omega} = 3.0\ A$$

$$I_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{18\ V}{9.0\ \Omega} = 2.0\ A$$

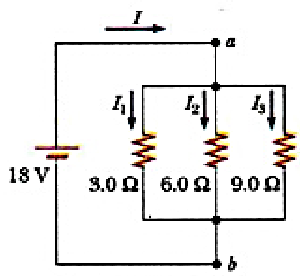
(b) احسب القدرة التي تغذي كل مقاومة والقدرة الكلية التي تغذي مجموعة المقاومات.

الحل: نطبق العلاقة $\mathscr{P} = (\Delta V)^2/R$ لكل مقاومة فنحصل على

$$\mathscr{P}_1 = \frac{\Delta V^2}{R_1} = \frac{(18\ V)^2}{3.0\ \Omega} = 108\ W$$

$$\mathscr{P}_2 = \frac{\Delta V^2}{R_2} = \frac{(18\ V)^2}{6.0\ \Omega} = 54\ W$$

$$\mathscr{P}_3 = \frac{\Delta V^2}{R_3} = \frac{(18\ V)^2}{9.0\ \Omega} = 36\ W$$



شكل 7.25 ثلاث مقاومات متصلة على التوازي. فرق الجهد على كل منها هو 18V.

ويوضح ذلك أن أقل مقاومة تتلقي أكبر قدرة. وبجمع المقادير الثلاثة نحصل على القدرة الكلية وهي 198W.

(c) احسب المقاومة المكافئة للدائرة.

الحل: يمكننا استخدام المعادلة 25.8 لايجاد R_{eq}

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3.0\ \Omega} + \frac{1}{6.0\ \Omega} + \frac{1}{9.0\ \Omega}$$

$$= \frac{6}{18\ \Omega} + \frac{3}{18\ \Omega} + \frac{2}{18\ \Omega} = \frac{11}{18\ \Omega}$$

$$R_{eq} = \frac{18\ \Omega}{11} = 1.6\ \Omega$$

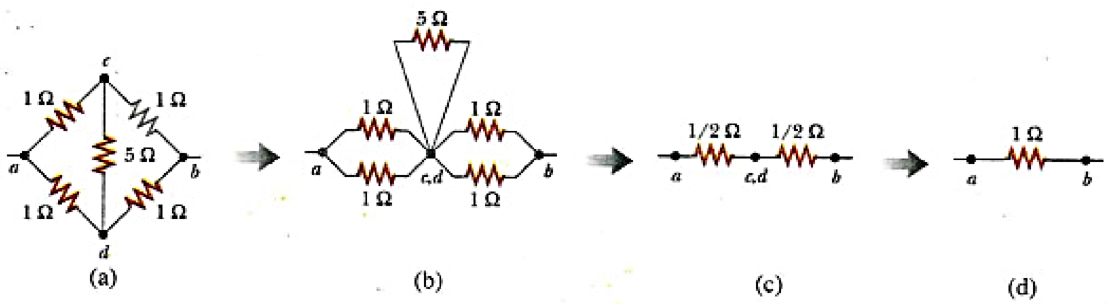
تمرين: استخدم R_{eq} لحساب القدرة الكلية التي تغذي بها البطارية الدائرة.

الإجابة: 198W.

مثال 5.25 **إيجاد R_{eq} ببرهان التماثل**

افرض أن خمس مقاومات متصلة كما بالشكل 8.25a. أوجد المقاومة المكافئة بين النقطتين a و b.

الحل: في مثل هذا النوع من المسائل، من الضروري تصور أن التيار يدخل الوصلة a ونستخدم التماثل. وبسبب التماثل في الدائرة (كل المقاومات تساوي 1Ω في الأفرع الخارجية) يكون التيار في الأفرع ac و ad متساوي. وبذلك يكون فرق الجهد الكهربي عند النقطتين c و d متساوي. ويعني هذا أن $\Delta V_{cd} = 0$ ونتيجة ذلك يجب أن توصل النقط c، d معاً دون أن يؤثر ذلك على الدائرة كما هو موضح بالشكل 8.25b. لذا تكون المقاومة 5Ω ملغاة من الدائرة وتكون الدائرة المتبقية قد أختصرت كما بالشكل 8.25c و 8.25d. ومن هذا الاختصار نرى أن المقاومة المكافئة للمجموعة هي 1Ω. لاحظ أن النتيجة 1Ω بغض النظر عن قيمة المقاومة الموصلة بين c و d.



شكل 8.25 بسبب التماثل في الدائرة، المقاومة 5Ω لاتساهم في المقاومة بين النقطتين a و b وعلى ذلك يمكن غض النظر عن وجودها عند حساب المقاومة المكافئة.

مثال ذهني 6.25 **تشغيل المصباح الكهربي ذي الثلاث طرق**

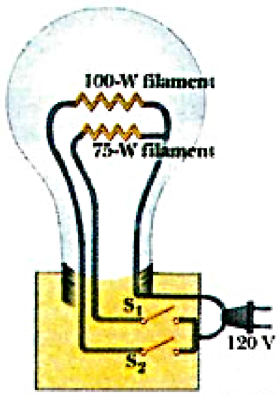
يوضح الشكل 9.25 كيفية تكوين مصباح كهربي ذي ثلاث طرق توصيل ليعطي ثلاث مستويات للشدة الضوئية. إعدت قاعدة المصباح مع مفتاح ذي ثلاث أطراف لاختيار قيماً مختلفة للشدة الضوئية. يحتوي المصباح على فتيلتين. عند توصيل المصباح بمصدر 120V، تستقبل إحدى الفتيلتين قدرة قيمتها 100W، وتستقبل الأخرى 75W. اشرح كيف تستخدم الفتيلتين للحصول على ثلاث درجات مختلفة الشدة.

الحل: يمكن الحصول على ثلاث درجات مختلفة الشدة بتطبيق 120V على فتيلة منفردة أو على الفتيلة الأخرى منفردة أو على الفتيلتين على التوازي. وعند غلق المفتاح S_1 وبفتح S_2، يمر التيار خلال المصباح 75W فقط. وعند فتح S_1 وغلق S_2 يمر التيار خلال الفتيلة 100W. وعند غلق المفتاحين معاً يمر التيار خلال الفتيلتين معاً وتكون القدرة الكلية 175W.

إذا وصلت الفتيلتين على التوالي واحترقت إحدى الفتيلتين، لن يمر التيار خلال المصباح، ولايعطي المصباح في هذه الحالة أي إضاءة بغض النظر عن وضع المفاتيح. وعلى أي حال، عندما توصل الفتيلتين على التوازي، إذا احترقت واحدة منها (على سبيل المثال الفتيلة 75W)، سيظل المصباح يعمل في وضعين مختلفين للمفتاحين حيث يمر التيار خلال الفتيلة الاخرى (100W).

تمرين: احسب مقاومة كل من الفتيلتين والمقاومة المكافئة لهما.

الإجابة: 144Ω، 192Ω و 82.3Ω.



شكل 9.25 مصباح ذي ثلاث طرق

تطبيقات: **أفرع الإضاءة (Strings of Light)**

تستخدم أفرع الاضاءة في أغراض الزينة، مثل تزيين شجرة عيد الميلاد، وخلال سنوات عديدة استخدم التوصيل على التوازي والتوالي للعديد من الأفرع الضوئية وتغذيتها بفرق جهد 120V[(3)]. وتعتبر المصابيح الموصلة على التوالي أكثر أمناً من تلك الموصلة على التوازي وذلك عند إستخدامها لتزين شجرة عيد الميلاد داخل المنازل ففي التوصيل على التوالي تكون الإضاءة لكل مصباح قليلة وتقل بذلك درجة الحرارة. وعلى كل حال إذا احترقت فتيلة أحد المصابيح (أو أزيل المصباح تماماً) فإن كل المصابيح في الفرع تنطفأ. لذا لايستخدم التوصيل على التوالي في أفرع المصابيح بسبب تلك المشاكل.

وفي حالة التوصيل على التوازي في الأفرع يعمل كل مصباح عند فرق جهد 120V وبالتصميم، تكون إضاءة المصابيح أقوى وحرارتها أكبر عن حالة توصيل الأفرع على التوالي. ونتيجة ذلك، تكون

(3) هذه والأجهزة الكهربية المنزلية الأخرى، مثل مصباح الإضاءة ذى الثلاث طرق الموجود في المثال الذهني 6.25 والأجهزة الكهربية المستخدمة في المطبخ والموضحة في هذا الفصل كصورة محيرة، في الحقيقة تعمل باستخدام التيار المتردد (ac)، والذي سنتقدمه في الفصل 30.

3.25 قاعدتا كيرشوف KIRCHHOFF'S RULES

13.4 كما رأينا في القسم السابق، نستطيع تحليل دائرة بسيطة باستخدام المعادلة $\Delta V = IR$ وقواعد التوصيل على التوالي والتوازي للمقاومات. في أغلب الأحيان، من غير الممكن إختصار الدوائر لدائرة واحدة. ونستطيع اتباع خطوات لتحليل دائرة اكثر تعقيداً لتكون أبسط كثيراً إذا استخدمنا مبدأين يسميان بقاعدتي كيرشوف Kirchhoff's Rules:

1. مجموع التيارات الداخلة لنقطة في دائرة كهربية يجب أن يساوي مجموع التيارات الخارجة منها:

$$\sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}} \qquad (9.25)$$

2. مجموع فروق الجهد عبر كل العناصر حول دائرة مغلقة يجب أن تساوي صفرا:

$$\sum_{\substack{\text{دائرة} \\ \text{مغلقة}}} \Delta V = 0 \qquad (10.25)$$

وتمثل قاعدة كيرشوف الأولى تطبيقاً لقانون حفظ الشحنة الكهربية. فكل التيار الداخل لنقطة معينة في دائرة يجب أن يترك هذه النقطة لأن الشحنة لايمكن أن تتراكم في نقطة. وإذا طبقنا هذا القانون على الوصلة الموضحة في الشكل 11.25a نحصل على:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

ويمثل شكل 11.25b تشابه ميكانيكي لهذا الموقف، وفيه يتدفق الماء في أنبوبتين تفرعتا من أنبوبة حيث لايوجد تسرب. مجموع معدلي التدفق خلال الفرعين يساوي معدل التدفق خلال الأنبوبة الأصلية.

وتتبع قاعدة كيرشوف الثانية قانون حفظ الطاقة. فإذا تصورنا حركة شحنة في دائرة مغلقة. عندما تعود إلى نقطة البداية، تكون الطاقة للمنظومة المكونة من الشحنة- والدائرة مساوية للطاقة عند البداية. ومجموع الزيادة في الطاقة لعنصر من عناصر الدائرة يجب أن يساوي مجموع النقص في طاقة العناصر الأخرى. تقل طاقة الوضع الكهربي أينما تحركت الشحنة خلال فرق الجهد IR- خلال مقاومة أو أينما تحركت في الاتجاه العكسي خلال مصدر ق د ك (emf). وتزداد طاقة الوضع كلما مرت الشحنة خلال البطارية من القطب السالب إلى القطب الموجب.

٧

جوستاف كيرشوف
(1824- 1887) Gustav Kirchhoff

كان كيرشوف استاذاً في هايدلبرج – ألمانيا مع روبرت بنزن Robert Bunsen ابتكر مقياس الطيف وأسسا علم التحليل الطيفي، الذي سندرسه في الفصل 40. اكتشفا عنصر السيزيوم والرابيديوم واخترعا المطياف الفلكي. ولكيرشوف قانونا آخر ينص على "المواد الباردة تمتص الضوء الذي ليس له نفس الطول الموجي الذي تشعه عندما تكون ساخنة" (Aip/ ESVA/ W.F.Meggers Collection)

تجربة سريعة

ارسم شكلاً اختيارياً لدائرة كهربية مغلقة لاتتقاطع مع نفسها. ارمز لخمس نقاط على الدائرة a، b، c، d و e ثم أشر إلى كل نقطة بعدداً عشوائياً ابدأ الآن عند a ثم تحرك خلال الدائرة، احسب الفرق بين كل عدد والمجاور له. بعض هذه الفروق سيكون موجباً، والبعض سيكون سالباً. ضف الفروق معاً، تأكد من أن الإشارات الجبرية صحيحة. ما هو مجموع الفروق خلال كل المسار حول الدائرة الكهربية؟

وتطبق قاعدة كيرشوف الثانية فقط في حالة الدوائر التي يكون فيها الجهد الكهربي معرفاً عند كل نقطة، وهذا الشرط ربما لايتوفر إذا وجد مجالاً كهربياً متغيراً كما سنرى في الفصل 28.

ولكي نبرر ما حصلنا عليه وهو أن قاعدة كيرشوف الثانية تنص على حفظ الطاقة، سنتصور حركة إنتقال شحنة حول دائرة مغلقة. بتطبيق هذه القاعدة، نفرض الانتقال في دائرة مغلقة وحدوث تغير في الجهد الكهربي وليس تغيراً في طاقة الوضع التي ذكرت في الفقرة السابقة.

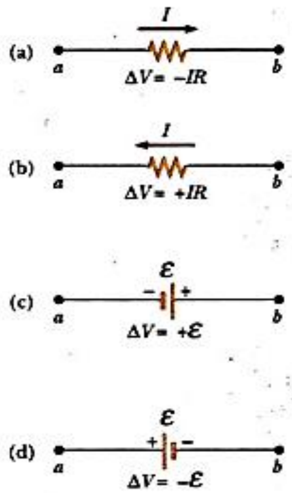
عند استخدام قاعدة كيرشوف الثانية ستلاحظ قاعدة الإشارات التالية:

- بسبب حركة الشحنة من طرف المقاومة الأعلى جهداً إلي الطرف الأقل جهداً، إذا عبرت الشحنة المقاومة في اتجاه التيار، سيكون التغير ΔV عبر المقاومة هو $-IR$ (شكل 12.25a).
- إذا تم عبور المقاومة في إتجاه مخالف لاتجاه التيار، سيكون التغير ΔV عبر المقاومة هو $+IR$ (شكل 12.25b).
- إذا عبرت الشحنة مصدر القوة الدافعة الكهربية (بافتراض أن المقاومة الداخلية صفرا) في اتجاه القوة الدافعة الكهربية (من − إلى +)، يكون التغير في الجهد ΔV هو $+\mathcal{E}$ (شكل 12.25c). وتعمل القوة الدافعة الكهربية للبطارية على زيادة الجهد الكهربي كلما تحركت الشحنة خلالها في هذا الاتجاه.
- إذا عبرت الشحنة مصدر القوة الدافعة الكهربية (بافتراض أن المقاومة الداخلية له صفراً) في اتجاه مخالف للقوة الدافعة الكهربية (من + إلى −)، يكون التغير في الجهد ΔV هو $-\mathcal{E}$ (شكل 12.25d). في هذه الحالة تعمل القوة الدافعة الكهربية للبطارية على نقص الجهد الكهربي كلما تحركنا خلاله.

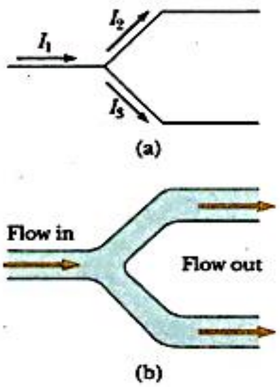
يوجد قيود على عدد المرات التي يتم فيها تطبيق قاعدتى كيرشوف لتحليل دائرة. يمكنك إستخدام النقطة عادة كما تشاء ولكن كل مرة تكتب فيها معادلة يجب أن تحتوي على التيار الذي لم يتم إستخدامه في قانون النقطة السابق. وبصفة عامة، عدد المرات التي يمكن إستخدام قانون النقطة يجب أن يقل مرة عن عدد النقاط في الدائرة. ويمكن تطبيق قانون الدوائر باي عدد من المرات، شريطة أن يظهر في المعادلة كل مرة تياراً جديداً أو عنصراً جديداً من عناصر الدائرة (مقاومة أو بطارية). **وعموماً، لكي نحل مشكلة دائرة معينة، يجب أن يكون عدد المعادلات المستقلة التي نحصل عليها من القانونين مساوياً لعدد التيارات المجهولة.**

وتحتوي الشبكات المركبة على العديد من الدوائر والنقاط حيث ينشأ عن ذلك عدداً كبيراً من المعادلات الخطية المستقلة وعدداً كبيراً مناظراً من المجاهيل. وفي هذه الحالة يمكن استخدام المصفوفات الجبرية. وتستخدم أيضاً برامج الحاسب الآلي لحل المعادلات وإيجاد القيم المجهولة.

وتمثل الأمثلة التالية كيفية استخدام قاعدتى كيرشوف. وفي كل الحالات، تم افتراض أن الدائرة قد وصلت لحالة الثبات– أي أن، التيارات في الفروع المختلفة ثابتة. ويعمل أي مكثف كدائرة مفتوحة؛ أي يكون التيار في الفرع المحتوي على مكثف صفرا عند حالة الثبات.



شكل 12.25 قواعد حساب تغير الجهد عبر مقاومة وبطارية. (بفرض أن البطارية مقاومتها الداخلية صفراً). كل عنصر في الدائرة تم عبوره من اليسار إلى اليمين.



شكل 11.25 (a) قاعدة النقطة لكيرشوف. يتطلب حفظ الشحنة أن يتساوى التيار الداخل في نقطة بالتيار الخارج منها. لذلك $I_1 = I_2 + I_3$. (b) تشابه ميكانيكي لقانون النقطة: كمية الماء المتدفق خلال الفرعين الخارجين (على اليمين) يجب أن تساوي كمية الماء المتدفقة إلى النقطة خلال الفرع (على اليسار).

تنويهات لحل المسائل

قاعدتا كيرشوف

- ارسم رسماً تخطيطياً للدائرة، وارمز للقيم المجهولة والمعلومة. يجب أن توضح اتجاهاً للتيار في كل فرع من الدائرة. لاتنزعج إذا خمنت أن اتجاه التيار خاطئاً؛ ستكون النتيجة سالبة، ولكن القيمة ستكون صحيحة. ورغم أن عملية تحديد اتجاه التيار إختيارية، يجب أن تتمسك باختيارك عند تطبيق قوانين كيرشوف.
- تطبيق قانون النقطة لأي نقطة على الدائرة بحيث تعطي علاقة جديدة بين التيارات المختلفة.
- يتم تطبيق قانون الدائرة لعديد من الدوائر لإيجاد القيم المجهولة، ولتطبيق هذا القانون، يجب أن تحدد التغير في الجهد متخيلاً عبور كل عنصر من عناصر الدائرة المغلقة (سواء في إتجاه عقرب الساعة أو في اتجاه عكس عقرب الساعة). إحذر خطأ الإشارة!
- حل المعادلات آنياً للقيم المجهولة.

مثال 7.25 **دائرة كهربية وحيدة العروة**

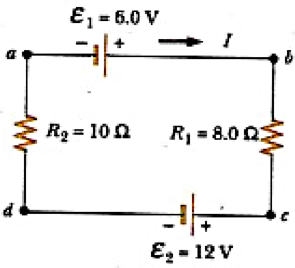
عروة كهربية بسيطة تحتوي علي مقاومتين وبطاريتين، كما هو موضح بالشكل 13.25 (اهمل المقاومة الداخلية للبطاريتين). (a) أوجد التيار في الدائرة؟

الحل: لانحتاج إلى قوانين كيرشوف لحل هذه الدائرة البسيطة، ولكن دعنا نستخدمه فقط لنرى كيف يتم تطبيقها. لايوجد وصلات في هذه الدائرة المنفردة. لذلك يكون التيار متساوياً في كل عناصر

الدائرة. لنفرض أن التيار في اتجاه دوران عقرب الساعة، كما هو موضح في الشكل 13.25. بعبور الدائرة في اتجاه دوران عقرب الساعة، وبدءاً من النقطة a، نرى أن $a \to b$ يمثل تغيراً في الجهد مقداره $+\varepsilon_1$، $b \to c$ يمثل تغيراً في الجهد مقداره $-IR_1$، $c \to d$ يمثل تغيراً في الجهد مقداره $-\varepsilon_2$ و $d \to a$ يمثل تغيراً في الجهد قدره $-IR_2$. بتطبيق قاعدة كيرشوف لدائرة مغلقة يعطي

$$\sum \Delta V = 0$$

$$\varepsilon_1 - IR_1 - \varepsilon_2 - IR_2 = 0$$



شكل 13.25 دائرة توالي تحتوي على بطاريتين ومقاومتين، حيث أقطاب البطاريات متعاكسة.

وبحل المعادلة للحصول على I وباستخدام القيم الموضحة بشكل 13.25 نحصل على:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2} = \frac{6.0\ \text{V} - 12\ \text{V}}{8.0\ \Omega + 10\ \Omega} = -0.33\ \text{A}$$

تشير الإشارة السالبة إلى أن إتجاه التيار يخالف الاتجاه المفترض.

(b) ما هي الطاقة المستنفذة على كل مقاومة؟ ما هي الطاقة المنطلقة من البطارية 12V؟

الحل:

$$\mathcal{P}_1 = I^2 R_1 = (0.33\ \text{A})^2 (8.0\Omega) = 0.87\ \text{W}$$

$$\mathcal{P}_2 = I^2 R_2 = (0.33\ \text{A})^2 (10\ \Omega) = 1.1\ \text{W}$$

وتكون الطاقة الكلية المغذية للمقاومات هي $\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 = 2$ W

تطلق البطارية 12V طاقة $I\varepsilon_2 = 4$W. نصف هذه الطاقة ينطلق إلى المقاومتين كما حسبنا. وينطلق النصف الآخر للبطارية 6V التي تشحن بواسطة البطارية 12V. إذا أخذنا في الاعتبار المقاومة الداخلية للبطاريات، وبعض من الطاقة سيظهر على شكل طاقة داخلية في البطاريات، وكنتيجة لذلك سنجد أن طاقة أقل تغذي البطارية 6V.

مثال 8.25 تطبيق قاعدتا كيرشوف

أوجد التيارات I_1 و I_2 و I_3 في الدائرة الموضحة بالشكل 14.25؟

الحل: لاحظ أننا لايمكننا إختصار هذه الدائرة لشكل أبسط عن طريق قوانين إضافة المقاومات على التوالي أو على التوازي. يجب إستخدام قاعدتا كيرشوف لتحليل الدائرة. نختار اتجاه التيارات كما هو موضح بالشكل 14.25. بتطبيق قانون النقطة عند النقطة c نحصل على:

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (1)$$

لدينا الآن معادلة بثلاث مجاهيل- I_1، I_2، I_3. يوجد ثلاث دوائر فرعية في الدائرة الكهربية- $abcda$، $befcb$، $aefda$. ونحتاج لذلك فقط معادلتين لحساب التيارات المجهولة. (المعادلة الثالثة لن تعطي معلومات جديدة). بتطبيق قاعدة كيرشوف على الدائرتين $abcda$ و $befcb$ وعبور هذه الدوائر

في اتجاه دوران عقرب الساعة، نحصل على المعادلتين:

$$(2)\quad abcda\quad 10\text{V}-(6\Omega)I_1-(2\Omega)I_3=0$$

$$(3)\quad befcb\quad -14\text{V}+(6\Omega)I_1-10\text{V}-(4\Omega)I_2=0$$

لاحظ أنه في الدائرة befcb حصلنا على قيمة موجبة عند عبور المقاومة 6Ω لأن إتجاه عبور المقاومة عكس اتجاه التيار المفترض I_1.

المعادلات (1)، (2)، (3) تمثل ثلاث معادلات مستقلة في ثلاث مجاهيل.

بالتعويض عن المعادلة (1) في المعادلة (2) نحصل على:

$$10\text{V}-(6\Omega)I_1-(2\Omega)(I_1+I_2)=0$$

$$(4)\quad 10\text{V}=(8\Omega)I_1+(2\Omega)I_2$$

بقسمة كل حد في المعادلة (3) على 2 والترتيب

$$(5)\quad -12\text{V}=-(3\Omega)I_1+(2\Omega)I_2$$

وبطرح المعادلة (5) من المعادلة (4) واختصار I_2، نحصل على:

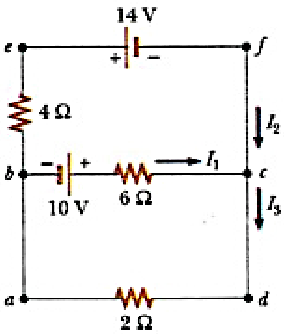
$$22\text{V}=(11\Omega)I_1$$

$$I_1=\ 2\text{A}$$

باستخدام قيمة I_1 في المعادلة (5) نحصل على القيمة I_2:

$$(2\Omega)I_2=(3\Omega)I_1-12\text{V}=(3\Omega)(2\text{A})-12\text{V}=-6\text{V}$$

$$I_2=\ -3\text{A}$$



شكل 14.25 دائرة تحتوي على ثلاث دوائر.

أخيراً:

$$I_3=I_1+I_2=\ -1\text{A}$$

حقيقة أن I_2 و I_3 كلاهما سالب توضح أن التيارات في عكس الاتجاه الذي افترضناه لهما. بينما قيم هذه التيارات صحيحة. ماذا يمكن أن يحدث إذا تركنا إتجاه التيار كما أخترناه كما في الشكل 14.25 ولكن إذا عبرنا الدائرة في الاتجاه العكسي؟

تمرين: أوجد فرق الجهد بين النقطتين b و c؟

الإجابة: 2V.

مثال 9.25 **دائرة كهربية تحتوي على عدة دوائر.**

(a) عند حالة الاستقرار، اوجد التيارات المجهولة I_1، I_2، I_3 في الدائرة المركبة الموضحة في الشكل 15.25.

الحل: لاحظ أولاً أنه بسبب وجود مكثف تكون دائرته مفتوحة، ولايسري تيار بين g و b عبر المسار $ghab$ وتحت ظروف الاستقرار. لذلك عندما يصل التيار I_1 إلى النقطة g يذهب كله إلى البطارية 8V ثم إلى النقطة b؛ لذلك $I_{gb} = I_1$، وبوضع رموز التيار كما بالشكل 15.25 وتطبيق المعادلة 9.25 للنقطة c نحصل على:

$$(1) \quad I_1 + I_2 = I_3$$

وعند تطبيق المعادلة 10.25 على الدائرة defcd والدائرة $cfgbc$ وفي اتجاه عقرب الساعة نحصل على:

$$(2) \quad defcd \;\; 4\text{V} - (3\Omega)I_2 - (5\Omega)I_3 = 0$$

$$(3) \quad cfgbc \;\; (3\Omega)I_2 - (5\Omega)I_1 + 8\text{V} = 0$$

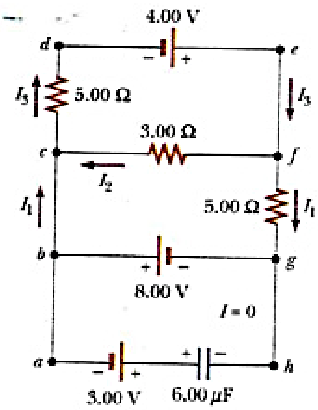
من المعادلة (1) نجد أن $I_1 = I_3 - I_2$ ، وبالتعويض في المعادلة (3):

$$(4) \quad (8\Omega)I_2 - (5\Omega)I_3 + 8\text{V} = 0$$

وبطرح المعادلة (4) من المعادلة (2)، نختصر I_3 ونجد أن

$$I_2 = -\frac{4.00 \;\text{V}}{11.0\;\Omega} = -0.364 \text{ A}$$

ولأن قيمة التيار I_2 سالبة، نستنتج أن اتجاه I_2 من c إلى f خلال المقاومة 3Ω. وعلى الرغم من هذه النتيجة، يجب أن نستمر في استخدام القيمة السالبة للتيار I_2 في الحسابات التالية لأن المعادلات قد استنتجت بناءً على اختيارنا للاتجاه.



شكل 15.25 دائرة مكونة من عدة دوائر. قاعدة الدائرة لكيرشوف يمكن تطبيقه على أي دائرة مغلقة، بما في ذلك الدائرة التي تحتوي على المكثف.

وباستخدام القيمة I_2= -0.364A في المعادلات (3) و (1) نحصل على:

$$I_1 = 1.38 \text{ A} \quad \text{و} \quad I_3 = 1.02 \text{ A}$$

(b) ما مقدار الشحنة على المكثف؟

الحل: يمكن تطبيق قاعدة كيرشوف على الدائرة $bghab$ (أو أي دائرة أخرى تحتوي على المكثف) لايجاد فرق الجهد ΔV_{cap} عبر المكثف. وندخل فرق الجهد هذا بدون الإشارة إلى قاعدة الإشارات لأن الشحنة على المكثف تعتمد فقط على مقدار فرق الجهد. وبالتحرك في اتجاه دوران عقرب الساعة خلال الدائرة نحصل على:

$$-8 \text{ V} + \Delta V_{cap} - 3 \text{ V} = 0$$

$$\Delta V_{cap} = 11 \text{ V}$$

ولأن $Q = C\Delta V_{cap}$ (انظر المعادلة 1.23) تكون الشحنة على المكثف هي

$$Q = (6\ \mu\text{F})(11\ \text{V}) = 66\ \mu C$$

لماذا تكون شحنة الجانب الأيسر من المكثف موجبة؟

تمرين: أوجد الجهد عبر المكثف بالمرور خلال أي دائرة أخرى؟

الإجابة: 11V.

تمرين: اعكس اتجاه البطارية وأجب عن الجزء (a) والجزء (b) مرة أخرى.

الاجابة: $I_1 = 1.38\text{A}, I_2 = -0.364\text{ A}, I_3 = 1.02\text{ A}$ (a)

(b) $30\ \mu C$.

4.25 دوائر المقاومة والمكثف

قمنا بتحليل الدوائر عند حالة الاستقرار، التي فيها يكون التيار ثابتاً. في الدوائر التي تحتوي على مكثفات، يكون التيار متغيراً من الزمن. وتسمى الدوائر التي تحتوي على مقاومة ومكثف على التوالي دوائر RC.

شحن مكثف Charging a Capacitor

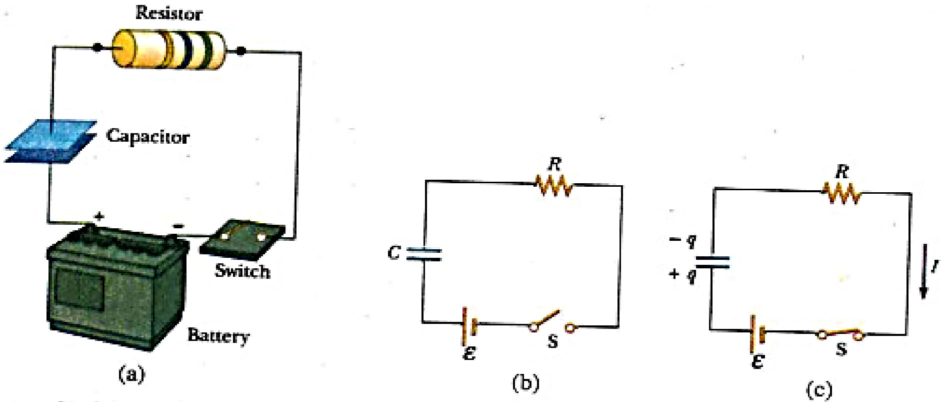
دعنا نفترض أن المكثف في الشكل 16.25 كان في البداية غير مشحون. لايوجد تيار حيث المفتاح S مفتوحاً (شكل 16.25b). إذا اغلق المفتاح عند زمن $t = 0$ ، تبدأ الشحنة في التدفق، ويبدأ تدفق التيار في الدائرة، ويبدأ المكثف الشحن[4]. لاحظ أنه أثناء الشحن، لاتقفز الشحنات عبر لوحي المكثف لأن الفجوة بين اللوحين تمثل دائرة مفتوحة. وبدلاً من ذلك تنتقل الشحنات بين كل من اللوحين وسلك التوصيل له نتيجة المجال الكهربي الناشئ في الأسلاك بواسطة البطارية، حتي يشحن المكثف تماماً. عندما يصبح اللوحان مشحونين، يزداد فرق الجهد عبر المكثف. وتعتمد أقصى قيمة للشحنة على جهد البطارية. وبمجرد الوصول إلى أقصى شحنة يصبح تيار الدائرة صفراً لأن فرق الجهد خلال المكثف يساوي فرق الجهد الواصل من البطارية.

ولتحليل هذه الدائرة كمياً، دعنا نطبق قاعدة كيرشوف على الدائرة بعد غلق المفتاح لنحصل على:

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = 0 \qquad (11.25)$$

حيث q/C هو فرق الجهد عبر المكثف و IR هو فرق الجهد عبر المقاومة. استخدمنا قاعدة الإشارات التي ناقشناها سابقاً لمعرفة إشارة كل من ε و IR. وبالنسبة للمكثف، لاحظ أننا انتقلنا خلال الدائرة في اتجاه من اللوح الموجب إلى اللوح السالب؛ وهذا يمثل نقصاً في الجهد. لذلك، إستخدمنا جهداً إشارته سالبة في المعادلة 11.25. لاحظ أن q و I قيماً لحظية تعتمد على الزمن (وهذا عكس القيم عند حالة الثبات) وذلك عند شحن المكثف.

(4) في المناقشات السابقة عن المكثفات، تصورنا حالة الثبات، التي لايوجد فيها أي تيار في أي فرع من الدائرة التي تحتوى على المكثف. الآن نفترض الحالة قبل حالة الثبات؛ في هذه الحالة، تتحرك الشحنات وينساب تيار في الأسلاك الموصلة للمكثف.



شكل 16.25 (a) يتصل مكثف على التوالي مع مقاومة وبطارية. (b) رسم توضيحي للدائرة المكونة من هذه العناصر عند زمن $t < 0$، قبل غلق المفتاح. (c) رسم للدائرة عند $t > 0$، بعد غلق المفتاح.

يمكننا استخدام المعادلة 11.25 لإيجاد التيار الابتدائي في الدائرة وأقصى شحنة على المكثف. عند لحظة غلق المفتاح ($t=0$)، تكون الشحنة على المكثف صفرا. وباستخدام المعادلة 11.25 لإيجاد التيار الإبتدائي في الدائرة I_0 وقيمته عظمى وتساوي

القيمة العظمى للتيار

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} \qquad (t=0 \text{ التيار عند}) \quad (12.25)$$

عند هذا الزمن، يظهر فرق الجهد بين قطبي البطارية على المقاومة. بعد ذلك عند شحن المكثف باقصى قيمة للشحنة Q، تتوقف الشحنات عن التدفق، ويصبح التيار في الدائرة مساوياً الصفر، ويظهر فرق الجهد بين قطبي البطارية على المكثف. بالتعويض عن $I=0$ في المعادلة 11.25 نحصل على شحنة المكثف عندئذ.

أقصى شحنة على المكثف

$$Q = C\varepsilon \qquad (\text{أقصى شحنة}) \quad (13.25)$$

ولإيجاد تعبيراً رياضياً تحليلياً لإعتماد الشحنة والتيار على الزمن، يجب حل المعادلة 11.25، وهي معادلة واحدة تحتوي على متغيرين q و I. ويجب أن يتساوى التيار في كل أجزاء الدائرة. لذا، يتساوى التيار المار بالمقاومة R مع التيار المتدفق من وإلى لوحي المكثف. فإذا عوضنا عن $I = dq/dt$ ورتبنا المعادلة:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC}$$

ولايجاد تعبيراً رياضياً للقيمة q:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\varepsilon}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\varepsilon}{RC}$$

بالضرب في dt والقسمة على $q - C\varepsilon$ نحصل على:

$$\frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC}dt$$

وبتكامل هذه المعادلة مع الأخذ في الاعتبار أن $q = 0$ عند $t = 0$.

$$\int_0^q \frac{dq}{q-C\varepsilon} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q-C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

ومن تعريف اللوغاريتم الطبيعي، يمكن كتابة المعادلة الآتية:

$$q(t) = C\varepsilon(1-e^{-t/RC}) = Q(1-e^{-t/RC}) \qquad (14.25)$$

تغير الشحنة مع الزمن عند شحن مكثف

حيث e هي أساس اللوغاريتم الطبيعي وتم التعويض عن $Q= C\varepsilon$ من المعادلة 13.25.

ويمكن إيجاد معادلة تيار الشحن بتفاضل المعادلة 15.25 بالنسبة للزمن.

باستخدام $I = dq/dt$ نجد أن:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC} \qquad (15.25)$$

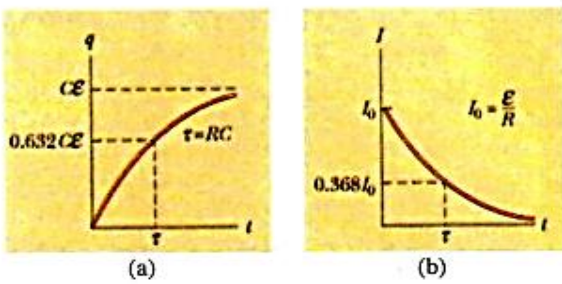
تغير التيار مع الزمن لمكثف مشحون

يوضح الشكل 17.25 رسماً بيانياً يمثل تغير الشحنة والتيار مع الزمن. لاحظ أن الشحنة تساوي صفراً عند $t=0$ وتصل إلى قيمتها العظمى $C\mathcal{E}$ عند $t=\infty$. ويكون التيار قيمته عظمى $I_0= \mathcal{E}/R$ عند $t=0$ ويتناقص أسياً حتى يصل إلى الصفر عند $t=\infty$. وتسمى القيمة RC التي ظهرت في الدالة الأسية في المعادلتين 14.25 و 15.25 بثابت الزمن τ(time Constant) للدائرة. وتمثل هذه القيمة الزمن الذي يأخذه التيار ليقل إلى $1/e$ من قيمته الابتدائية؛ أي أنه بعد زمن τ، $I= e^{-1}I_0= 0.368I_0$. وبعد زمن 2τ، $I = e^{-2}I_0= 0.135I_0$ وهكذا. وبالمثل في زمن t، تزداد الشحنة من الصفر إلى $C\mathcal{E}(1-e^{-1})= 0.632C\mathcal{E}$.

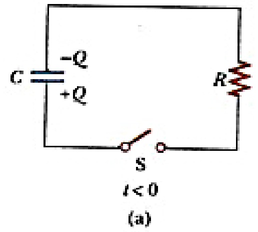
ويوضح تحليل الوحدات والابعاد التالي أن τ لها وحدة زمن.

$$[\tau] = [RC] = \left[\frac{\Delta V}{I}\times\frac{Q}{\Delta V}\right] = \left[\frac{Q}{Q/\Delta t}\right] = [\Delta t] = \mathrm{T}$$

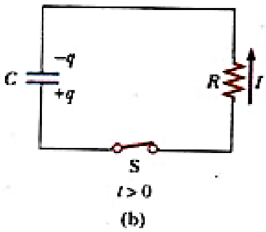
ولأن $\tau= RC$ لها وحدات زمن، فإن t /RC ليس لها وحدات وهذا صحيح لأنها تمثل أسا للأساس e في المعادلات 14.25 و 15.25.



شكل 17.25 (a) رسم يوضح تغير الشحنة مع الزمن أثناء شحن المكثف في الدائرة الموضحة بشكل 16.25. بعد مرور فترة زمنية τ، تصل الشحنة إلى 63.2% من قيمتها العظمى $C\mathcal{E}$. وتصل الشحنة إلى قيمتها العظمى عند $t=\infty$. (b) رسم يوضح تغير التيار مع الزمن للدائرة الموضحة بشكل 16.25. يصل التيار إلى قيمته العظمى $I_0= \mathcal{E}/R$ عند $t=0$ ويصل إلى الصفر أسياً عندما تكون $t=\infty$. وبعد مرور زمن قدره τ تصل قيمة التيار إلى 36.8% من قيمته الابتدائية.



وتكون الطاقة الخارجة من البطارية عندما يشحن المكثف تماماً $Q\mathcal{E}= C\mathcal{E}^2$. بعد شحن المكثف تماماً، تكون الطاقة المختزنة في المكثف هي $\frac{1}{2}Q\mathcal{E}=\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$، وهي تساوي تماماً نصف الطاقة الخارجة من البطارية. وهذا يوضح أن نصف الطاقة المتبقي يظهر على شكل طاقة داخلية على المقاومة.



شكل 18.25 (a) مكثف مشحون متصل بمقاومة ومفتاح مفتوح عند $t<0$. (b) بعد غلق المفتاح، ينشأ تياراً يتناقص مقداره مع الزمن ويكون اتجاهه كالمبين بالشكل. وتتناقص الشحنة على المكثف أسياً مع الزمن.

تفريغ مكثف:

نفرض أن دائرة تتكون من مكثف يحمل شحنة ابتدائية Q ومقاومة ومفتاح كما هو موضح بالشكل 18.25. الشحنة الابتدائية Q لاتساوي الشحنة العظمى Q في الفقرة السابقة، إلا إذا حدث تفريغ بعد تمام شحن المكثف. عند فتح المفتاح، يوجد فرق جهد Q/C عبر المكثف وفرق جهد صفرا عبر المقاومة لأن $I=0$. فإذا أغلق المفتاح عند زمن $t=0$، يبدأ المكثف في التفريغ خلال المقاومة. وعند زمن t أثناء التفريغ، يكون التيار في الدائرة I والشحنة على المكثف هي q (شكل 18.25b). الدائرة الموضحة بالشكل 18.25 هي نفس الدائرة في الشكل 16.25 عدا أن البطارية قد أزيلت. لذلك حذفنا القوة الدافعة الكهربية $\mathcal{E}$ من المعادلة 11.25 لنحصل على معادلة الدائرة الموضحة بشكل 25.18:

$$-\frac{q}{C}-IR=0 \qquad (16.25)$$

وعند التعويض $I = dq/dt$ في المعادلة السابقة تصبح:

$$-R\frac{dq}{dt}=\frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q}=-\frac{1}{RC}dt$$

وبتكامل هذه المعادلة، واستخدام حقيقة أن $q = Q$ عند $t = 0$ نحصل على

$$\int_Q^q\frac{dq}{q}=-\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q}{Q}\right)=-\frac{t}{RC}$$

$$q(t)=Qe^{-t/RC} \qquad (17.25)$$

(تغير الشحنة مع الزمن لمكثف يتم تفريغه)

وبتفاضل هذا التعبير الرياضي بالنسبة للزمن نحصل على التيار اللحظي كدالة في الزمن:

$$I(t)=\frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}(Qe^{-t/RC})=-\frac{Q}{RC}e^{-t/RC} \qquad (18.25)$$

تغير التيار مع الزمن لمكثف يتم تفريغه

حيث $I_0 = Q/RC$ هو التيار الابتدائي. وتدل الإشارة السالبة على أن اتجاه تيار التفريغ يخالف اتجاه التيار عند شحن المكثف. (قارن اتجاه التيار في الشكلين 16.25c و 18.25b). ونلاحظ أن كل من التيار والشحنة على المكثف تتناقص أسياً بمعدل يميز بثابت الزمن $\tau = RC$.

مثال ذهني 10.25 **ماسح زجاج السيارة**

جهزت السيارات بمسّاحة للزجاج تعمل بشكل متقطع أثناء سقوط مطر خفيف. كيف تعمل هذه الماسحات معتمدة على شحن وتفريغ مكثف.

الحل: المسّاحة هي جزء من دائرة RC يمكن تغيير ثابت الزمن لها باختيار قيماً مختلفة للمقدار R من خلال مفتاح متعدد الأطراف. وكلما زادت مع الزمن، يصل فرق الجهد عبر المكثف نقطة عندها تبدأ الماسحة ويبدأ بذلك التفريغ وتبدأ دائرة أخرى الشحن في نفس الوقت. والفترة الزمنية بين كل مسّاحتين تقاس بمقدار ثابت الزمن.

مثال 11.25 **شحن مكثف في دائرة RC**

مكثف غير مشحون ومقاومة متصلان على التوالي مع بطارية، كما بالشكل 19.25 . إذا كانت $\mathcal{E} = 12V$ ، $C = 5\ \mu F$ و $R = 8 \times 10^5 \Omega$. أوجد ثابت الزمن للدائرة، أقصى شحنة على المكثف، أقصى تيار في الدائرة والشحنة كدالة في الزمن.

الحل: ثابت الزمن للدائرة $\tau = RC = (8 \times 10^5 \Omega)(5 \times 10^{-6} F) = 4\ s$. وأقصى شحنة على المكثف هي $Q = C\mathcal{E} = (5\ \mu F)(12\ V) = 60\ \mu C$. أقصى تيار في الدائرة هو $I_0 = \mathcal{E}/R = (12V)(8 \times 10^5 \Omega) = 15\ \mu A$ وباستخدام هذه القيم في المعادلتين 14.25 و 15.25 نجد أن:

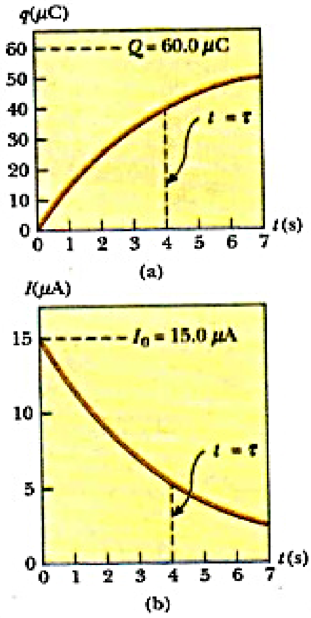
$$q(t) = (60.0\ \mu C)(1 - e^{-t/4.00\ s})$$

$$I(t) = (15.0\ \mu A)e^{-t/4.00\ s}$$

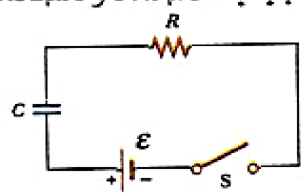
ويوضح الرسم البياني في الشكل 20.25 رسماً لهذه الدوال.

تمرين: احسب الشحنة على المكثف والتيار في الدائرة بعد مرور ثابت زمن واحد.

الإجابة: 37.9μC و 5.52μA.



شكل 20.25 رسم يوضح (a) تغير الشحنة مع الزمن و (b) تغير التيار مع الزمن لدائرة RC موضحة بالشكل 19.25 حيث $\mathcal{E} = 12V$ ، $R = 8 \times 10^5 \Omega$ و $C = 5\mu F$.



شكل 19.25 المفتاح في دائرة RC على التوالي، مفتوح عند $t < 0$ ومغلق عند $t = 0$

مثال 12.25 تفريغ شحنة مكثف في دائرة RC

افرض أن مكثفاً سعته C يتم تفريغه خلال مقاومة R، كما بالشكل 18.25 . (a) احسب الزمن الذي تكون بعده شحنة المكثف ربع قيمتها الابتدائية؟

الحل: تتغير الشحنة على المكثف مع الزمن طبقاً للمعادلة 17.25، $q(t)= Qe^{-t/RC}$. ولحساب الزمن الذي تأخذه q لتنخفض إلى ربع قيمتها الابتدائية، نعوض $q(t)= Q/4$ في المعادلة ونحلها لايجاد قيمة t:

$$\frac{Q}{4} = Qe^{-t/RC}$$

$$\frac{1}{4} = e^{-t/RC}$$

وبأخذ اللوغاريتم للطرفين، نجد أن:

$$-\ln 4 = -\frac{t}{RC}$$

$$t = RC(\ln 4) = 1.39RC = 1.39\tau$$

(b) تقل الطاقة المختزنة على المكثف مع الزمن أثناء تفريغ المكثف. احسب الزمن الذي بعده تصل قيمة الطاقة المختزنة ربع قيمتها الابتدائية؟

الحل: باستخدام المعادلة 11.23 ($U= Q^2/2C$) والمعادلة 17.25، يمكن التعبير عن الطاقة المختزنة في المكثف عند أي زمن t كالآتي:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{(Qe^{-t/RC})^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C}e^{-2t/RC} = U_0e^{-2t/RC}$$

حيث $U_0= Q^2/2C$ هي الطاقة الابتدائية المختزنة في المكثف. وكما في الجزء (a) نضع $U=U_0/4$ ونحل لنحصل على t:

$$\frac{U_0}{4} = U_0e^{-2t/RC}$$

$$\frac{1}{4} = e^{-2t/RC}$$

وبأخذ اللوغاريتم للطرفين وحل المعادلة لإيجاد t نحصل على:

$$t = \tfrac{1}{2}RC(\ln 4) = 0.693RC = 0.693\tau$$

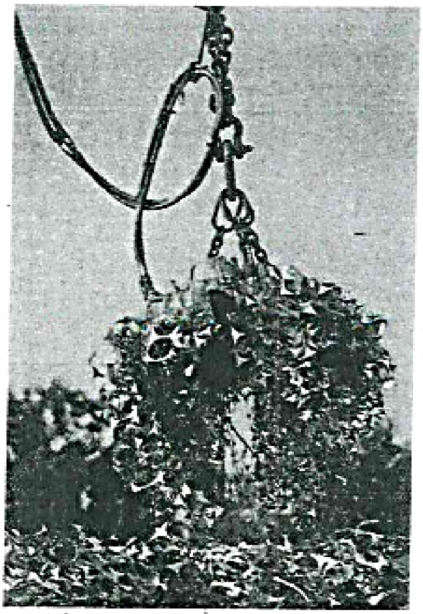
تمرين: احسب الزمن اللازم لكي يكون التيار في الدائرة نصف قيمته الابتدائية؟

الاجابة: $0.693RC= 0.693\ \tau$.

مثال 13.25 الطاقة المغذية لمقاومة

شحن مكثف $5\mu F$ إلى فرق جهد $800V$ ثم ترك ليفَرِّغ شحنته خلال مقاومة قيمتها $25K\Omega$. احسب الطاقة التي تم تغذية المقاومة بها أثناء فترة شحن المكثف تماماً؟

الحل: سنحل هذه المسألة بطريقتين. الطريقة الأولى بملاحظة أن الطاقة الابتدائية في الدائرة تساوي الطاقة المختزنة في المكثف $C\mathcal{E}^2/2$ (انظر المعادلة 11.23). وبمجرد تفريغ المكثف تماماً، تكون



يستخدم مغناطيس كهربي لنقل أطنان قصاصات المعادن.
(Jeffrey Sylvester/ FPG International)

يعتقد الكثير من مؤرخي العلوم أن البوصلة، التي هي إبرة مغناطيسية، إستخدمها الصينيون منذ القرن 13 قبل الميلاد، وهي إبتكار عربي أو هندي. وقد عرف الإغريق المغناطيسية منذ 800 سنة قبل الميلاد.

في عام 1269 قام عالم فرنسي يسمى "بيير دي ماريكور "Pierre de Maricourt" بتخطيط الإتجاهات التي تأخذها الإبرة المغناطيسية عند وضعها عند نقاط مختلفة على سطح مغناطيس طبيعي كري. وقد لاحظ أن الخطوط تمر خلال نقطتين قطريتين تعاكس بعضهما البعض وتسميان بقطبى المغناطيس. وكل مغناطيس مهما كان شكله له قطبين يسمى الأول شمالياً والثاني جنوبياً. وتتجاذب الأقطاب المختلفة وتتنافر المتشابهة مثل الشحنات الكهربية.

واكتسبت الأقطاب أسماؤها بسبب الطريقة التي يسلكها المغناطيس في وجود الجاذبية الأرضية. فإذا علق مغناطيس حر الحركة أفقياً سيدور بحيث يشير أحد الأقطاب (الشمالي) جهة الشمال الجغرافي للأرض ويشير الجنوبي جهة الجنوب الجغرافي للأرض (وهي نفس فكرة البوصلة البسيطة).

هانز كريستيان أورستد
Hans Christian Oersted (1777-1851) .
(North wind Picture Archives)

وامتداداً لتجارب ماريكور قام ويليام جيلبرت عام 1600 "William Gilbert" (1540- 1603) بدراسة عدة مواد. وقد اعتمد على أن الأرض نفسها عبارة عن مغناطيس كبير دائم. ورغم التشابه القوى بين الأقطاب المغناطيسية والقوى بين الشحنات الكهربية إلا أن هناك فرقاً كبيراً وهو أن الأقطاب الكهربية يمكن أن توجد منفردة (إلكترون أو بروتون) بينما "لايمكن أن يوجد مغناطيس ذو قطب منعزل" أي أن الأقطاب المغناطيسية توجد دائماً في شكل أزواج.

وقد تم اكتشاف العلاقة بين المغناطيسية والكهربية عام 1819 بواسطة العالم الدنماركي "هانز كريستيان أورستيد Hans Christian Oersted (1777- 1851)". فقد لاحظ أن التيار في سلك يحدث إنحرافاً في إبرة بوصلة قريبة منه. وبعد فترة وجيزة قام أندريه أمبير (1775- 1836 André Ampére) باشتقاق قوانين لحساب القوة المغناطيسية المؤثرة نتيجة موصل يحمل تياراً كهربياً على آخر. وعلى مستوى الذرة، أقترح أن الدوائر الكهربية المغلقة هي المسئولة عن كل الظواهر المغناطيسية.

وفي عام 1820 تقريباً حدث ربط بين الكهربية والمغناطيسية بواسطة العالمين فاراداي وجوزيف هنري (1797- 1878) كل على حده. أوضحا أنه ينشأ تيار كهربي في دائرة إما بتحريك مغناطيس بالقرب من الدائرة أوبتغير التيار في دائرة قريبة. وهذه الملاحظات تثبت أن تغيير المجال المغناطيسي

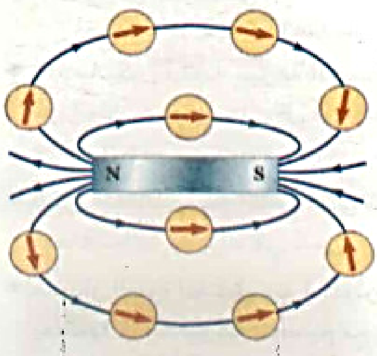
ينشئ مجالاً كهربياً. أثبت ماكسويل رياضياً بعد عدة سنوات أن العكس صحيح أيضاً: تغيير المجال الكهربي ينشئ مجالاً مغناطيسياً. كذلك أوضحنا في الفصل 20 أن دلك ساق من المطاط بقطعة من الصوف يترك شحنة موجبة على المطاط وتتكون شحنة سالبة على الصوف. بالمثل إذا دلكت قطعة غير ممغنطة من الحديد بمغناطيس، تتمغنط قطعة الحديد بالتأثير. وهذا الفصل يختص بدراسة القوى المؤثرة على الشحنات المتحركة وعلى الأسلاك الحاملة للتيار في وجود مجال مغناطيسي. أما مصادر المجالات المغناطيسية سيتم شرحها في الفصل 27.

تجربة سريعة

إذا ترك حديد أو صلب في مجال مغناطيسي ضعيف (مثل المجال الأرضي) لفترة طويلة، هل يمكن أن تتمغنط؟ استخدم بوصلة لتستشعر وجود مجال مغناطيسي بالقرب من مبارد صلب للنجارة، أو أي أجزاء من فلز الحديد التي تظل مكانها لفترة زمنية تصل لعدة سنوات.

1.26 المجال المغناطيسي THE MAGNETIC FIELD

12.2 عرفنا أن المجال الكهربي يحيط بأي شحنة كهربية ساكنة أو متحركة. بالإضافة إلى ذلك فإن المنطقة المحيطة بأي شحنة كهربية متحركة تحتوي أيضاً على مجال مغناطيسي كما سنري في الفصل 27. يحيط المجال المغناطيسي أيضاً بأي مادة مغناطيسية.

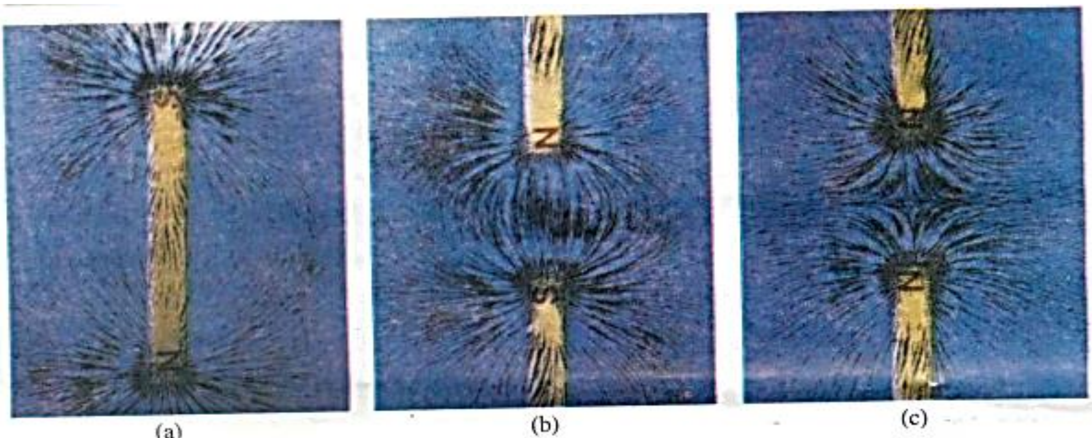


شكل 1.26 إبرة مغناطيسية تستخدم لتتبع خطوط المجال المغناطيسي لساق ممغنطة.

وشاع استخدام الرمز **B** ليمثل المجال المغناطيسي وكذلك سنستخدمه في دراستنا هنا أيضاً. واتجاه المجال **B** هو الاتجاه الذي تأخذه إبرة البوصلة عند هذه النقطة. ويوضح الشكل 1.26 كيف يتم تتبع المجال المغناطيسي لساق مغناطيسية بواسطة بوصلة. لاحظ أن خطوط المجال خارج المغناطيس تبتعد عن القطب الشمالي وتقترب من القطب الجنوبي. ويمكنك الحصول على نموذج للمجال المغناطيسي لمغناطيس باستخدام برادة الحديد، كما هو موضح بالشكل 2.26.

ويمكننا تعريف المجال المغناطيسي **B** عند أي نقطة في الفراغ بدلالة القوة المغناطيسية $\mathbf{F}_B$ التي يؤثر بها المجال على جسيم الاختبار، وسنستخدم لذلك جسيم مشحون يتحرك بسرعة **v**. وسنفترض أيضاً أنه لا يوجد مجال كهربي أو مجال جاذبية عند هذا الموضع الذي فيه جسيم الاختبار. وتعطي التجارب على جسيمات مختلفة تتحرك في مجال مغناطيسي النتائج التالية:

- مقدار F_B للقوة المغناطيسية المؤثرة على الجسيم تتناسب مع الشحنة q والسرعة **v** للجسيم.
- مقدار واتجاه F_B يعتمد على سرعة الجسيم وعلى مقدار وإتجاه المجال المغناطيسي **B**.
- عندما يتحرك جسيم مشحون موازياً لمتجه المجال المغناطيسي تكون القوة المغناطيسية المؤثرة على الجسيم صفراً.

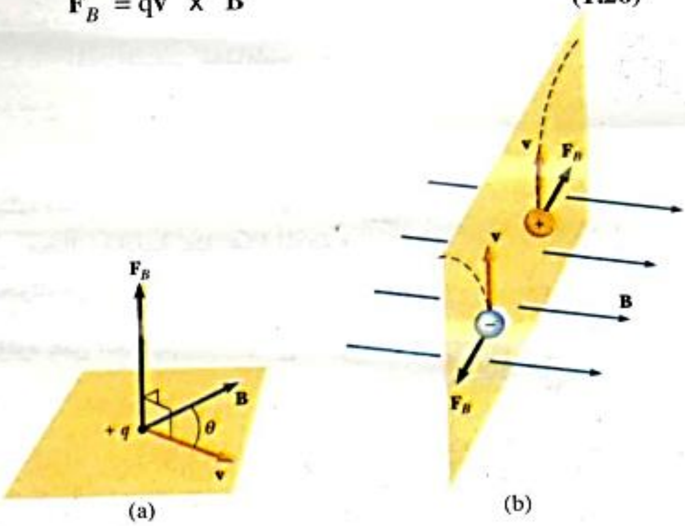


شكل 2.26 (a) نموذج للمجال المغناطيسي المحيط بساق مغناطيسية كما توضحها برادة الحديد. (b) نموذج للمجال المغناطيسي لقطبين لساقين مغناطيسيين. (c) المجال المغناطيسي بين قطبين متشابهين لساقين مغناطيسيين. (Henry Leep and Jim Lehman)

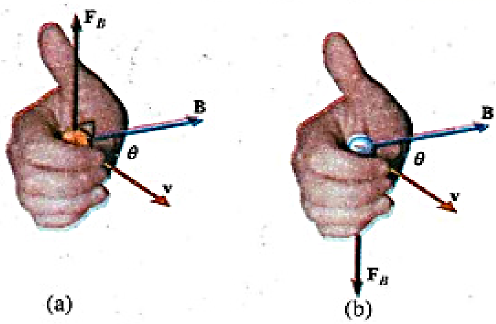
- عندما يكون متجه سرعة الجسيم يصنع زاوية $\theta \neq 0$ مع المجال المغناطيسي، تؤثر القوة المغناطيسية في إتجاه عمودي على كل من **v** و **B** بحيث تكون $\mathbf{F}_B$ عمودية على المستوى المكون من **v** و **B** (شكل 3.26a).
- القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة موجبة تكون في عكس اتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة سالبة تتحرك في نفس الاتجاه (شكل 3.26b).
- مقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على جسيم مشحون يتناسب مع $\sin\theta$ حيث θ هي الزاوية التي يصنعها متجه سرعة الجسيم مع اتجاه **B**.

ويمكننا تلخيص هذه المشاهدات بكتابة القوة المغناطيسية على الصورة:

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \qquad (1.26)$$



شكل 3.26 إتجاه القوة المغناطيسية $\mathbf{F}_B$ المؤثرة على جسيم مشحون يتحرك بسرعة v في وجود مجال مغناطيسي **B**. (a) القوة المغناطيسية عمودية على كل من v و **B**. (b) إتجاهين متضادين للقوى $\mathbf{F}_B$ تؤثران على جسمين مشحونين بشحنتين مختلفتين ويتحركان بنفس السرعة في مجال مغناطيسي.



شكل 4.26 قاعدة اليد اليمني لتحديد اتجاه القوة المغناطيسية $F_B = q\ v \times B$ التي تؤثر على جسيم شحنته q يتحرك بسرعة **v** في مجال مغناطيسي **B**. اتجاه $v \times B$ هو الاتجاه الذي يشير له أصبع الابهام. (a) إذا كانت q موجبة تكون F_B لأعلى. (b) وعندما تكون q سالبة تكون F_B لاسفل ومضادة في الاتجاه لأصبع الإبهام.

حيث اتجاه F_B هو اتجاه $v \times B$ إذا كانت q موجبة، وذلك من تعريف الضرب الاتجاهي (انظر القسم 2.11) ويكون عمودياً على كل من **v** و **B**. ويمكن إعتبار هذا المعادلة هي تعريف للمجال المغناطيسي عند نقطة في الفراغ. أي أن، المجال المغناطيسي يعرف بدلالة القوة المؤثرة على جسيم مشحون يتحرك.

ويلخص الشكل 4.26 قاعدة اليد اليمنى لحساب اتجاه حاصل الضرب الاتجاهي $v \times B$. تشير بأصابع يدك اليمنى الأربعة في إتجاه **v** وراحة يدك تواجه **B** ولفها جهة **B**. وأصبع الإبهام الذي يصنع زاوية قائمة مع بقية الأصابع، يشير إلى اتجاه $v \times B$. لأن $F_B = q\ v \times B$، F_B تكون في اتجاه $v \times B$ إذا كانت q موجبة (شكل 4.26a) وتخالف إتجاه $v \times B$ إذا كانت q سالبة (شكل 4.26b). (إذا احتجت مزيداً من المساعدة لفهم حاصل الضرب الاتجاهي، ارجع إلى القسم (2.11) والشكل (8.11). وقيمة القوة المغناطيسية هي:

مقدار القوة المغناطيسية على جسيم مشحون يتحرك في مجال مغناطيسي.

$$F_B = |q| vB \sin\theta \tag{2.26}$$

حيث θ هي الزاوية الصغرى بين **v** و **B**. من هذه المعادلة نجد أن F تساوي صفراً عندما توازي **v** المجال **B** (180° أو θ=0) وتكون $(F_{B,max} = |q|vB)$ حيث **v** عمودية على **B** (θ=90).

اختبار سريع 1.26

ما هو أقصى شغل يبذله مجال مغناطيسي ثابت على شحنة q تتحرك خلال المجال بسرعة **v**؟

هناك عدة فروق مهمة بين القوى الكهربية والمغناطيسية مثل:

- تعمل القوة الكهربية في اتجاه المجال الكهربي، بينما تؤثر القوة المغناطيسية عمودياً على المجال المغناطيسي.
- تعمل القوة الكهربية على جسيم مشحون بغض النظر عن كون الجسيم يتحرك أو لا، بينما تعمل القوة المغناطيسية على الجسيم المشحون عندما يتحرك فقط.
- تبذل القوة الكهربية شغلاً عند إزاحة جسيم مشحون، بينما لاتبذل القوة المغناطيسية المصاحبة لمجال مستقر أي شغل عندما يزاح.

ويمكن استنتاج أنه عندما يتحرك جسيم مشحون بسرعة **v** في مجال مغناطيسي، يمكن للمجال أن يغير إتجاه السرعة ولكن لاتتغير مقدار السرعة أو طاقة الحركة للجسيم.

من المعادلة 2.26، نجد أن وحدات المجال المغناطيسي في النظام المتري القياسي الدولي هى نيوتن لكل كولوم. متر لكل ثانية، وتسمى **"تسلا"** (T):

$$1\ T = \frac{N}{C\cdot m/s}$$

ولأن كولوم لكل ثانية يعرف بالأمبير نجد أن:

$$1\ T = 1\frac{N}{A\cdot m}$$

والوحدات غير القياسية شائعة الاستعمال هي الجاوس (G)، وهي ترتبط بالتسلا خلال التحويل $1\ T = 10^4 G$. ويوضح الجدول 1.26 بعض القيم للمجال المغناطيسي.

اختبار سريع 2.26

ثبت قطب شمالي لمغناطيس بالقرب من قطعة من البلاستيك موجبة الشحنة. هل تتجذب أم تتنافر أم لاتتأثر قطعة البلاستيك بالمغناطيس؟

جدول 1.26 بعض المقادير التقريبية للمجالات المغناطيسية

مصدر المجال	مقدار المجال (T)
مغناطيس معملي قوي من مادة فائقة التوصيل	30
مغناطيس معملي تقليدي قوي	2
وحدة MRI الطبية	1.5
ساق مغناطيسية	10^{-2}
سطح الشمس	10^{-2}
سطح الأرض	0.5×10^{-4}
داخل مخ الانسان (نتيجة النبض في الأعصاب)	10^{-13}

مثال 1.26 حركة إلكترون في مجال مغناطيسي.

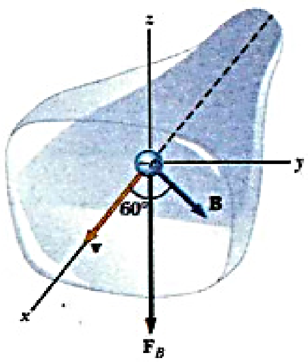
يتحرك إلكترون في إنبوبة جهاز التليفزيون تجاه مقدمة الأنبوبة بسرعة $8 \times 10^6 m/s$ على المحور السيني (شكل 5.26). وحول عنق الأنبوبة يوجد ملف من السلك ينشئ مجالاً مغناطيسياً مقداره 0.025 T، في اتجاه يصنع زاوية 60° مع المحور السيني ويقع في المستوى xy. احسب القوة المغناطيسية والعجلة للإلكترون.

الحل: باستخدام المعادلة 2.26، يمكننا إيجاد مقدار القوة المغناطيسية:

$$F_B = |q|vB\sin\theta$$

$$= (1.6\times10^{-19}C)(8.0\times10^{6} m/s)(0.025\ T)(\sin 60°)$$

$$= 2.8\times10^{-14} N$$



شكل 5.26 القوة المغناطيسية F_B التي تؤثر على إلكترون في اتجاه سالب z عندما تقع v و B في المستوى xy.

ولأن $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ في الإتجاه الموجب للمحور z (من قاعدة اليد اليمنى) والشحنة سالبة، تكون $\mathbf{F}_B$ في اتجاه سالب z.

وكتلة الإلكترون هي 9.11×10^{-31}Kg، وبذلك تكون عجلته هي:

$$a = \frac{F_B}{m_e} = \frac{2.8 \times 10^{-14}\,\text{N}}{9.11 \times 10^{-31}\,\text{kg}} = 3.1 \times 10^{16}\,\text{m/s}^2$$

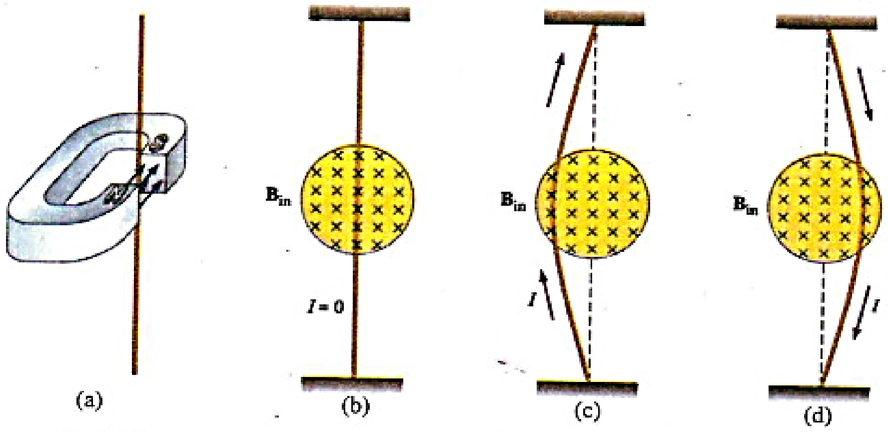
في اتجاه سالب z.

2.26 القوة المغناطيسية التي تؤثر على موصل يحمل تيارا
MAGNETIC FORCE ACTING ON A CURRENT- CARRING CONDUCTOR

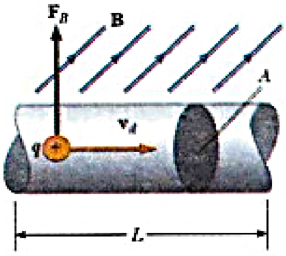
12.3 في الحقيقة عند مرور تيار في سلك فإن التيار هو مجموعة من الجسيمات المشحونة التي تتحرك في السلك ولذلك فإن القوة الناتجة عن مجال السلك هي المجموع الاتجاهي للقوى المفردة الناتجة عن كل الشحنات المكونة للتيار.

ويمكن استنتاج القوة المغناطيسية المؤثرة على موصل يحمل تيار بتعليق سلك بين قطبي مغناطيس كما هو موضح بالشكل 6.26a. ويتجه المجال المغناطيسي في اتجاه الصفحة ($\mathbf{B}_{in}$) ويغطي المنطقة الموضحة بالدائرة المظللة. عندما يكون التيار صفراً، يظل السلك رأسياً، كما هو موضح بالشكل 6.26b. وعندما يتجه التيار لأعلى في السلك كما بالشكل 6.26c ينحرف السلك إلى اليسار. وإذا عكس التيار كما بالشكل 6.26d ينحرف السلك لليمين.

فإذا اعتبرنا جزءاً من السلك مستقيماً طوله L ومساحة مقطعه A ويحمل تياراً I في مجال مغناطيسي منتظم $\mathbf{B}$ كما بالشكل 7.26. القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة q تتحرك بسرعة تدفق $\mathbf{v}_d$ هي $q\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$. ولإيجاد القوة الكلية المؤثرة على السلك نضرب هذه القوة في عدد الشحنات في هذا



شكل 6.26 (a) سلك معلق رأسياً بين قطبي مغناطيس. (b) الجزء (a) كما يرى بالنظر للقطب الجنوبي للمغناطيس، بحيث يتجه المجال المغناطيسي (العلامات الزرقاء) ناحية الصفحة. عندما لايحمل السلك تياراً يظل عمودياً. (c) عندما يكون التيار لأعلى، ينحرف السلك لليسار. (d) وعندما يكون التيار لأسفل ينحرف السلك لليمين.



شكل 7.26 جزء من سلك يحمل تيار موضوع في مجال مغناطيسي B القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة واحدة من الشحنات المسببة للتيار هي $q\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$ والقوة الكلية على العنصر الذي طوله L هي $I\,\mathbf{L} \times \mathbf{B}$.

الجزء من السلك. ولأن حجم العنصر هو LA يكون عدد الشحنات فيه هو nAL، حيث n هو عدد الشحنات في وحدة الحجوم.

لذلك، تكون القوة المغناطيسية الكلية على السلك الذي طوله L هي

$$\mathbf{F}_B = (q\mathbf{v}_d \times \mathbf{B})\, nAL$$

وباستخدام المعادلة 4.24 نجد أن التيار هو $I = nqv_dA$. وعلى ذلك يكون:

$$\mathbf{F}_B = I\,\mathbf{L} \times \mathbf{B} \qquad (3.26)$$

القوة على جزء من سلك في مجال مغناطيسي منتظم.

حيث $\mathbf{L}$ هو متجة في اتجاه التيار وقدره هو طول العنصر. لاحظ أن هذه المعادلة تطبق فقط عندما يكون العنصر مستقيماً وفي مجال مغناطيسي منتظم.

إذا كان عنصر السلك شكله اختياري ومقطعه منتظم وفي مجال مغناطيسي كما بالشكل 8.26 نلاحظ من المعادلة 3.26 أن القوة المغناطيسية المؤثرة على عنصر صغير من متجه الطول ds في وجود المجال هي:

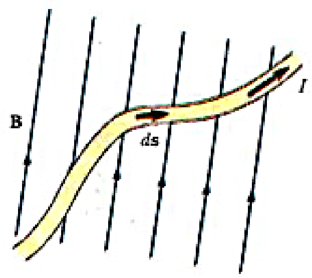
$$d\mathbf{F}_B = I\, d\mathbf{s} \times \mathbf{B} \qquad (4.26)$$

حيث $d\mathbf{F}_B$ في اتجاه خارج الصفحة عند اعتبار الإتجاهات المفترضة بالشكل 8.26.

المعادلة 4.26 تعد تعريفاً للمجال $\mathbf{B}$ بدلالة القوة المغناطيسية $\mathbf{F}_B$ التي يمكن قياسها. ولحساب القوة الكلية $\mathbf{F}_B$ التي تؤثر على السلك كما بشكل 8.26 نكامل المعادلة 4.26 على طول السلك:

$$\mathbf{F}_B = I\int_a^b d\mathbf{s} \times \mathbf{B} \qquad (5.26)$$

حيث a و b تمثل نهايتي السلك. عند إجراء هذا التكامل يتغير مقدار واتجاه المجال المغناطيسي مع متجه الإزاحة ds من نقطة لأخرى.



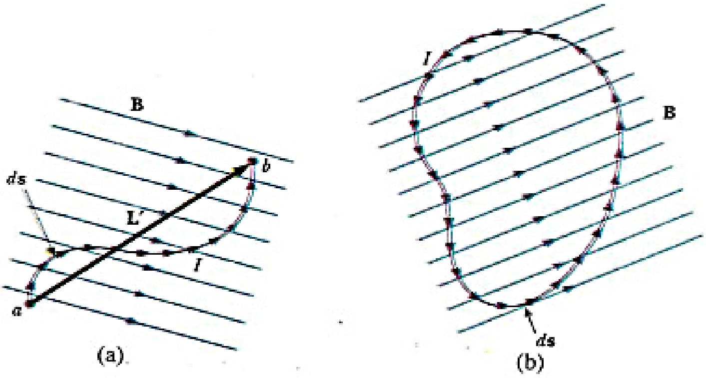
شكل 8.26 جزء من سلك ذات شكل اختياري يحمل تيار I في مجال مغناطيسي B يكتسب قوة مغناطيسية. وتكون القوة على عنصر الطول $d\,s$ هي $I\, d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$ ويتجه خارج الصفحة. ويمكن استعمال قاعدة اليد اليمنى للتأكد من اتجاه القوة.

والآن نفرض الحالتين الخاصتين التاليتين وفيهما يكون مقدار واتجاه المجال ثابتين:

الحالة الأولى: سلك منحنى يحمل تيار I موضوع في مجال مغناطيسي منتظم B، كما بالشكل ~~6~~9.26a ولأن المجال منتظم يمكننا إخراج B خارج التكامل في المعادلة 5.26 ونحصل على:

$$\mathbf{F}_B = I\left(\int_a^b d\mathbf{s}\right) \times \mathbf{B} \qquad (6.26)$$

ولكن المقدار $\int_a^b d\mathbf{s}$ يمثل المجموع الإتجاهي لكل عناصر الطول من a إلى b. ومن قانون الجمع الاتجاهي يكون المجموع مساوياً



شكل 9.26 (a) سلك منحنى يحمل تيار I في مجال مغناطيسي منتظم. القوة المغناطيسية الكلية المؤثرة على السلك تكافئ القوة على سلك مستقيم طوله L' يصل بين نهايتي السلك المنحني. (b) التيار المار في دائرة مغلقة ذات شكل اختياري في مجال مغناطيسي منتظم. وتكون القوة الكلية في الدائرة مساوية للصفر.

للمتجه $\mathbf{L}'$. بحيث يتجه من a إلى b. لذلك، تختصر المعادلة 6.26 لتكون:

$$\mathbf{F}_B = I\mathbf{L}' \times \mathbf{B} \qquad (7.26)$$

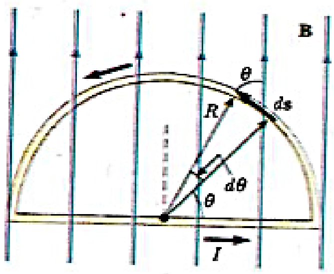
الحالة الثانية: عندما تحمل دائرة مغلقة تيار I في مجال منتظم كما بالشكل 9.26b. تكون المعادلة 6.26 على الصورة:

$$\mathbf{F}_B = I\left(\oint d\mathbf{s}\right) \times \mathbf{B}$$

مجموع العناصر تمثل كثير أضلاع مغلق لذلك تكون المحصلة صفرا. أي أن $\oint ds = 0$ وهذا يعني أن $\mathbf{F}_B = 0$: أي أن القوة المغناطيسية الكلية المؤثرة على دائرة مغلقة تحمل تياراً في مجال مغناطيسي منتظم تساوي صفراً.

مثال 2.26 القوة المؤثرة على موصل نصف دائرة

ثني سلك ليمثل نصف دائرة مغلقة نصف قطرها R وتحمل تيار I. يقع السلك في المستوى xy ويتجه المجال المغناطيسي المنتظم في اتجاه موجب y كما بالشكل 10.26. اوجد مقدار واتجاه القوة المغناطيسية المؤثرة على الجزء المستقيم من السلك وعلى الجزء المنحني.



شكل 10.26 القوة الكلية المؤثرة على دائرة مغلقة تحمل تيار في مجال مغناطيسي منتظم تساوي صفرا. القوة المؤثرة على الجزء المستقيم تساوي $2IRB$ في اتجاه خارج الصفحة، والقوة المؤثرة على الجزء المنحني تساوي $2IRB$ في اتجاه داخل الصفحة.

الحل: القوة $\mathbf{F}_1$ المؤثرة على الجزء المستقيم قيمتها $F_1 = ILB = 2IRB$ لان $L = 2R$ واتجاه السلك عمودياً على المجال المغناطيسي $\mathbf{B}$. وتتجه $\mathbf{F}_1$ خارج الصفحة لان $\mathbf{F} \times \mathbf{B}$ في اتجاه موجب z.

ولايجاد القوة $\mathbf{F}_2$ المؤثرة على الجزء المنحني من السلك نجد أن عنصر القوة $d\mathbf{F}_2$ يؤثر على العنصر ds الموضح بالشكل 10.26. حيث θ هي الزاوية بين $\mathbf{B}$ و $d\mathbf{F}_2$:

$$dF_2 = I\,|d\mathbf{s} \times \mathbf{B}| = IB \sin\theta \, ds$$

ولتكامل هذه المعادلة نعبر عن ds بدلالة θ. وحيث أن $s = R\theta$ نجد أن $ds = R\,d\theta$

$$dF_2 = IRB \ \sin\theta \, d\theta$$

وللحصول على F_2 الكلية المؤثرة على الجزء المنحني من السلك نكامل المعادلة السابقة، ويكون اتجاه القوة لداخل الصفحة

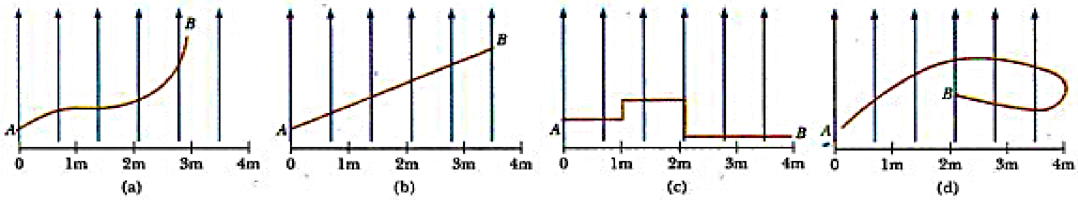
$$F_2 = IRB\int_0^{\pi} \sin\ \theta \, d\theta = IRB[-\cos\ \theta]_0^{\pi}$$

$$= -IRB(\cos\pi - \cos 0) = -IRB(-1-1) = 2IRB$$

ولأن مقدار $\mathbf{F}_1$ هو $2IRB$ عموديا على الصفحة للخارج و $\mathbf{F}_2$ بمقدار $2IRB$ عمودياً على الصفحة للداخل تكون القوة الكلية المؤثرة على الدائرة المغلقة صفراً. وهذا ما أثبتناه في الحالة الخاصة الثانية.

اختبار سريع 3.26

الأسلاك الأربعة الموضحة بشكل 11.26 كلها تحمل نفس التيار من النقطة A إلى النقطة B خلال نفس المجال المغناطيسي المنتظم. رتب الأسلاك تبعاً لمقدار القوة المغناطيسية المؤثرة عليها من الأكبر للأصغر.



شكل 11.26 أي من الأسلاك يكتسب قوة مغناطيسية أكبر؟

3.26 عزم الإزدواج على دائرة مغلقة تحمل تياراً في مجال مغناطيسي منتظم
TORQUE ON A CURRENT LOOP IN A UNIFORM MAGNETIC FIELD

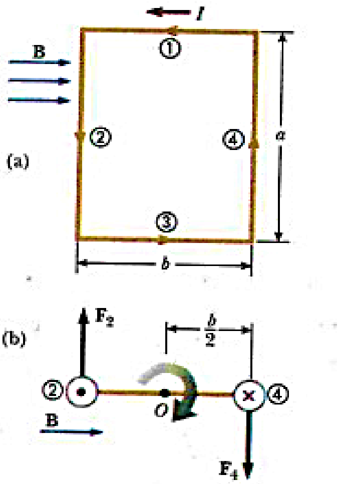
افرض أن مستطيل يمثل دائرة مغلقة تحمل تيار I في وجود مجال مغناطيسي منتظم B في اتجاه يوازي مستوى الدائرة. كما بالشكل 12.26a. لاتؤثر قوى مغناطيسية على الجانبين 1، 3 لأن السلك يوازي المجال ولذلك $\mathbf{L}\times\mathbf{B}=0$ لهذه الجوانب. بينما القوى التي تؤثر على الجانبين 2 و 4 لها قيمة لأن هذه الأضلاع عمودية على المجال B. ومقدار هذه القوى يعطى بالمعادلة 3.26:

$$F_2 = F_4 = IaB$$

اتجاه $\mathbf{F}_2$ لخارج الصفحة عمودياً واتجاه $\mathbf{F}_4$ لداخل الصفحة عمودياً كما بشكل 12.26a. فإذا نظرنا إلى الدائرة من الجانب 3 نرى الجانبين 2 و 4 كما بشكل 12.26b، وتكون القوتان $\mathbf{F}_2$ و $\mathbf{F}_4$ كما هو موضح. وهاتان القوتان ($\mathbf{F}_2$ و $\mathbf{F}_4$) متضادتان في الاتجاه وخط عملهما ليس واحداً. فإذا صممت الدائرة لتدور بحرية حول النقطة O فإن القوتين تكونان إزدواج دوران للدائرة في إتجاه عقرب الساعة. مقدار هذا الازدواج هو τ_{max}.

$$\tau_{max} = F_2\frac{b}{2} + F_4\frac{b}{2} = (IaB)\frac{b}{2} + (IaB)\frac{b}{2} = IabB$$

لاحظ أن قيمة عزم الازدواج قيمة عظمى فقط عندما يكون اتجاه المجال موازياً لمستوى الدائرة المغلقة.



شكل 12.26 (a) مسقط عمودي على مستوى دائرة تحمل تيار. لاتؤثر قوى على الجانبين ① و③ للمستطيل لان الجانبين يوازيان **B**. تؤثر قوتان على الجانبين ② و④. (b) مسقط من الحافة (افقياً على مستوى الدائرة) يوضح إتجاه القوى F_2 و F_4 المسببة لازدواج يعمل على دوران الدائرة في اتجاه عقرب الساعة.

$$\tau_{max} = IAB \qquad (8.26)$$

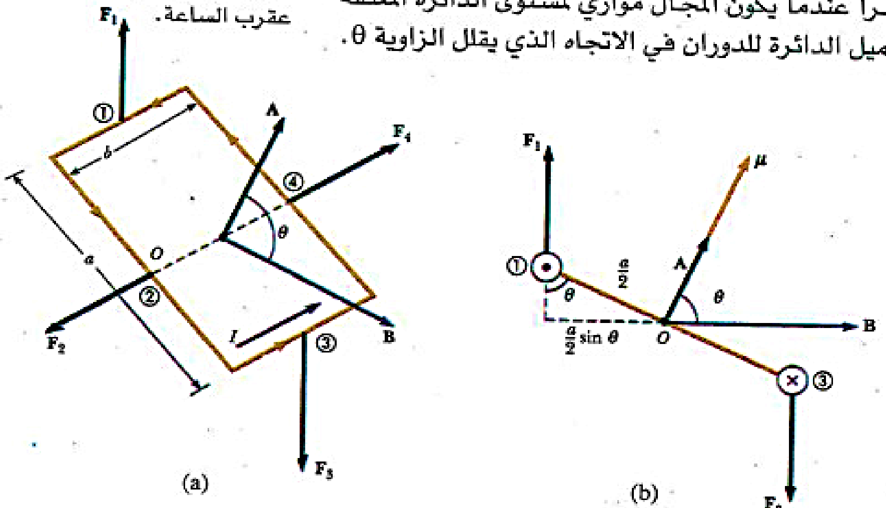
إذا فرضنا أن المجال المغناطيسي يصنع زاوية $\theta<90°$ مع العمودي على مستوى الدائرة كما بالشكل 13.26a. ولنفرض أن **B** عمودي على الجانبين ① و③ في هذه الحالة، تكون القوى المغناطيسية $\mathbf{F}_2$ و $\mathbf{F}_4$ المؤثرتان على الجانبين ② و ④ تلاشي كل منهما الأخرى ولاتسبب عزم إزدواج لأنهما يمران بنفس خط العمل. وتمثل القوتان $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ ازدواج حول أي نقطة وبالرجوع للشكل 13.26b نرى أن ذراع القوة $\mathbf{F}_1$ حول O تساوي $(a/2)\sin\theta$ وبالمثل ذراع القوة $\mathbf{F}_3$ حول O هو $(a/2)\sin\theta$، ولأن $F_1= F_3= IbB$، يكون عزم الازدواج الكلي حول O قيمته:

$$\tau = F_1\frac{a}{2}\sin\theta + F_3\frac{a}{2}\sin\theta$$

$$= IbB\left(\frac{a}{2}\sin\theta\right) + IbB\left(\frac{a}{2}\sin\theta\right) = IabB\sin\theta$$

$$= IAB\sin\theta$$

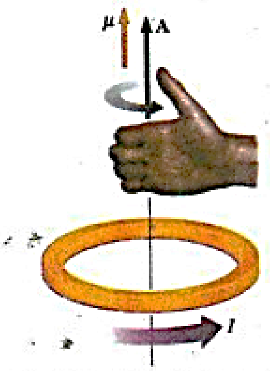
حيث $A= ab$ هي مساحة الدائرة المغلقة. وهذا يوضح أن عزم الازدواج تكون قيمته عظمى عندما يكون المجال متعامد مع مستوى الدائرة المغلقة $(\theta= 90°)$ وتساوي IAB، وتكون قيمته صفراً عندما يكون المجال موازي لمستوى الدائرة المغلقة $(\theta=0)$. وتميل الدائرة للدوران في الاتجاه الذي يقلل الزاوية θ.



شكل 13.26 (a) دائرة على شكل مستطيل مغلق في مجال مغناطيسي منتظم. متجه المساحة A عمودي على مستوى الدائرة ويصنع زاوية θ مع المجال. القوتان المؤثرتان على الجانبين ② و ④ تلاشي بعضها البعض. ولكن القوتان المؤثرتان على الجانبين ③ و① تنشيء عزماً على الدائرة. (b) مسقط من حافة الدائرة ينظر منها على الجانبين ① و③.

اختبار سريع 4.26

اوصف القوى المؤثرة على المستطيل الذي يحمل تيار وموضح بالشكل 13.26. إذا كان اتجاه المجال كالموضح بالشكل ولكن تزداد قيمته من اليسار إلى اليمين.



شكل 14.26 قاعدة اليد اليمنى لتعيين اتجاه المتجه **A**. إتجاه العزم المغناطيسي **μ** هو اتجاه المتجه **A**.

ويمثل التعبير الرياضي التالي عزم الإزدواج المؤثر على دائرة مغلقة في مجال مغناطيسي **B**

$$\tau = I\mathbf{A} \times \mathbf{B} \qquad \text{(9.26)}$$

العزم على دائرة تيار مغلقة

حيث **A** هو المتجه الموضح بالشكل 13.26 ويتعين اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى. والقية $I\mathbf{A}$ تسمى عزم ثنائي القطب المغناطيسي **μ** (وتسمى ببساطة العزم المغناطيسي) للدائرة.

$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{A} \qquad \text{(10.26)}$$

عزم ثنائي القطب المغناطيسي للدائرة

ووحدات عزم ثنائي القطب المغناطيسي هى أمبير. متر^2 $(A\cdot m^2)$. وباستخدام هذا التعريف يمكن التعبير عن الإزدواج الناتج على دائرة تحمل تيار في مجال مغناطيسي منتظم **B** كما يلي

$$\tau = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \qquad \text{(11.26)}$$

وهذه النتيجة تشابه المعادلة $\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$ وهو العزم المؤثر علي ثنائي قطب كهربي موضوع في مجال كهربي **E** حيث **p** هو عزم ثنائي القطب الكهربي. والمعادلة 11.26 صالحة لأي اتجاه للمجال **B** بالنسبة للدائرة. ولأي شكل للدائرة المغلقة.

إذا كان عدد لفات الملف N، وكل لفة تحمل نفس التيار ولها نفس المساحة، يكون عزم ثنائي القطب المغناطيسي الكلي للملف هو N مرة لثنائي القطب للفة واحدة. ويكون عزم الأزدواج لعدد N من اللفات للملف يساوي عزم الإزدواج للفة واحدة مضروباً في N مرة. لذلك

$$\tau = N\boldsymbol{\mu}_{\text{لفة}} \times \mathbf{B} = \boldsymbol{\mu}_{\text{للملف}} \times \mathbf{B}$$

رأينا في القسم 6.23 أن طاقة الوضع لثنائي القطب الكهربي في مجال كهربي تعطى بالعلاقة $U= -\mathbf{p}.\mathbf{E}$. هذه الطاقة تعتمد على إتجاهية ثنائي القطب في المجال الكهربي. بالمثل تعتمد طاقة الوضع لثنائي القطب المغناطيسي في مجال مغناطيسي على إتجاهية ثنائي القطب المغناطيسي في مجال مغناطيسي وتعطى بالمعادلة

$$U = -\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B} \qquad \text{(12.26)}$$

ومن هذه المعادلة، نجد أن ثنائي القطب المغناطيسي تكون قيمته نهايةصغرى $U_{mim}= -\mu B$ عندما تشير **μ** إلى نفس إتجاه **B** وتكون قيمته نهاية عظمى $U_{max}= +\mu B$ عندما تشير **μ** إلى إتجاه معاكس لإتجاه **B**.