البـــاب الأول

" الحـركـه التوافقيـــه البسـيطه "

لفهم طبيعه هذه الحركة نفرض جسما معلقا من طـــرف زنبرك ازحناه عن مكان استقراره الى اسفل قليلا فيستطيل الزنبرك وينشأ عن ذلك رد فعل فيه يساوى ويضاد القوى المؤثرة يعمـــل على اعاده الجسم الى وضعه الاصلى او الى اعاده الزنبرك الــى طولـه الاصــلى .

ومن قوانين المرونه بان القوة تتناسب مع الاستطالـــه أى تتناسب مع بعد الجسم عن نقطه اتزانه وتعرف هذه الحركـــة التذبذبيه بالحركة التوافقية البسـيطه .

ويمكن تعريف الحركة التوافقيـه البسـيطه .

" بانها الحركة التى تتناسب فيها القوى المؤثرة علـــى الجسم وكذلك عجلته مع بعد الجسم عن نقطه معينه على مساره وتكو القوة متجهه دائما نحو هذه النقطه " .

والحركة التوافقيه البسيطه يمكن ان تكون منتظمة او مخمده . فاذا كان الجسم المهتز يتحرك فى وسط عديم المقاومة او تحت تأثير قوى خارجية ثابته فانه يتحرك حركة توافقيه بسيطه منتظمه . أما اذا كان الجسم مهتز يتحرك فى وسط له مقاومة فان الحركة التوافقية تكـون غير منتظمة اى مخمده او مضمحلـه .

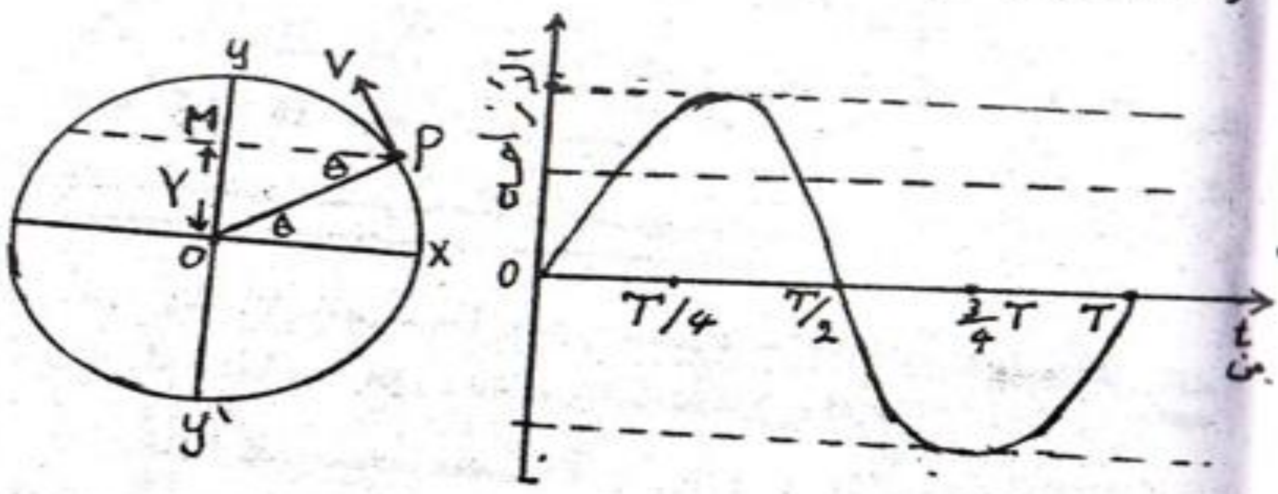
أننا نشاهد فى حياتنا اليومية حركه من هذا النوع مثـــل

حركة بندول الساعه والاوتار المهتزه والشوكة الرنانه ... الــــخ

وتظرا لهذه الحركة من اهميه خاصه فى علم الفيزيا • فســـوف ندرســـها دراســـه تفصيليه•

العلاقة بين الحركة التوافقيه البسيطه والحركة فى دائرة :ــ

يمكننا فهم الحركة التوافقيه البسيطه بسهوله بمقارنتهـــا بالحركة فى دائرة • فعندما تتحرك نقطه حركة منتظمة حول محيـــط دائرة فان مسقط هذه النقطه على القطر فى هذه الدائرة ســـوف يتحرك حركة خطيه جيئا وذهابا حول نقطه ثابته كما بالشكل (١) وهذه الحركه ما هى الا حركه توافقيــه بسيطه•



شـــكل (١)

اذا اعتبرنا ان (θ) هى الزاويه التى تصف الجسيم عنـــد النقطه (P) وذلك عند زمن (t) من بدء الحركة والـــتى بدأت من النقطه (X) وعلى ذلك فان السرعه الزاوية (ω) تكون مساوية لـ $\frac{\theta}{t}$ وصبح مقدار ازاحه M عن النقطـــه O مساويه .

$$MO = Y = OP \sin\theta$$

$$= r \sin \omega t$$

اى انه يمكن وصف الازاحه فى الحركة التوافقيه البسيطه بهذه المعادله

$$Y = r \sin \omega t \quad \text{.........(1)}$$

وواضح من المعادله (١) ان الازاحه تكون اكبر ما يمكن ($Y = r$) عندما تكون θ مساويه لـ ($\frac{\pi}{2}$)

سرعه الجسيم المتحرك حركة توافقيـه بسيطه :-

يمكننا ايجاد سرعه الجسيم المتحرك حركة توافقيه بســـيطه وذلك بالاستعانه بعلاقه تلك الحركة بالحركة فى دائرة .

فاذا كانت سرعه النقطه (P) هى (V) وذلك فـــى اتجاه المماس للمحيط فانه يمكن تحليل هذه السرعه الى مركبتيهـــا المتعامدتين أحدهما موازيه للمحور ($\acute{y}$ y) والاخرى عموديـــه عليه .

وحيث ان مركبة للسرعه في الاتجاه ($y \; y^{\backslash}$) عند اى لحظة هي سرعه النقطه M عند هذه اللحظه وبتالي فان سرعه النقطة (M) تعطى بهذه العلاقه :ـ

$$V^{\backslash} = V \cos \theta = V \cos \omega t$$

$$= V \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$$

$$= \omega r \left(1 - Y^2 / r^2 \right)^{1/2}$$

$$= \omega \left(r^2 - Y^2 \right)^{1/2} \quad \text{---} \quad (2)$$

حيث ان $(V = r \omega$

ومن هذه المعادله يتضح ان السرعه تكون اكبر ما يمكن عند ما تكون Y مساويه للصفر ، وتكون السرعه مساويه للصفر عند ما تصبح Y مساويه لـ r

$$\therefore \; V^{\backslash}_{max} = \omega r$$

طاقــه الجسيم المتحرك حركة توافقيه بسيطه :ـ

طاقة الجسيم المتحرك حركة توافقيه بسيطه عند ايه لحظه عباره عن مجموع طاقه وضعه وطاقه حركته .

تصبح طاقه الحركه اقل ما يمكن اى مساويه للصفر عند ما يبلغ الجسم اقصى ازاحه له لان سرعته عند هذه اللحظه تكون

مساويه للصفر • وتصبح طاقه الوضع اقل ما يمكن اى، مساويه للصــــفر ل
وذ لك فى مركز الحركة وعليه فان : ــ

الطاقه الكليه للجسم = طاقه الوضع عند اقصى ازاحه
= طاقه الحركه عند ما يمر الجسم بمركز الحركه •

$\therefore$ E (الطاقه الكليه) $= \frac{1}{2} m V_{max}^{2} = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$

$\therefore F = 2 m \pi^2 F^2 r^2$ (3)

(حيث ان : $\omega = 2 \pi F$, F التردد)

<u>عجله الجسيم المتحرك حركة توافقيه بسـيطه :ــ</u>

عند ما يتحرك جسيم حركة دائريه والتى تمثلها النقطه (P_1) فى شكل (١) فانه سوف يتحرك بعجله مقدارها ($r \omega^2$) ودائما تكون متجهه نحو مركز الدائرة (o) وبتحليل هذه العجلـــه الى مركبتيها المتعامدتين يتضح ان المركبه الموازيه للمحـور y y\` تمثل عجله النقطه (M) اى ان العجله (a) تكون ســاويــه

$$a = - r \omega^2 \sin \theta = - r \omega^2 \frac{Y}{r}$$

$$\boxed{\therefore a = - \omega^2 Y} \quad (4)$$

وواضح من المعادله (4) ان عجله الجسيم تتناسب مع مقــدار الازاحه والاشاره السالبه هنا تعنى ان العجله تعمل فى اتجـــاه

لنقطـه الثابتـــه (O) ٠

وكما يتضح ان العجله تكون قيمه عظمه في اقصى الازاحـــة

لذبذبيه اى عند ما تكون Y مساوية لـ r

$$\therefore a_{max} = - \omega^2 r$$

وقبل ان نتعرف على المعادلة التفاضلية للحركه التوافقيـــه

لبسيطه يهمنا ان نلخص بعض التعاريف الهامه :—

١ — السـعه : هى اقصى ازاحه للجسم المتحرك عن مركز الحركـه ٠

وبالرجوع الى الشكل (١) نجد ان السعه تساوى نصف القطـر

وكذلك يمكن استنتاج ذلك من المعادله (١) فاقصى قيمـه

لجيب الزاويه تساوى واحد صحيح وعلى ذلك تصبح اقصـــى

ازاحه ٠

$$Y_{max} = r \times 1$$

∴ السعه تساوى (r)

اى ان السعه هى النسبه بين الازاحه وجيب الزاويه (ωt)

فى معادلة الحركة التوافقيـــه البسـيطه ٠

٢ — الزمن الدورى (τ) : هو الزمن الذى يأخذه الجسم

فى اتمام ذبذبه كامله وهو فى نفس الوقت الذى يأخذه الجسم

المتحرك فى دائرة لاتمام دورته ونحن نعلم ان زمن دوره الجسم

المتحرك في دائره يساوى ($\frac{2\pi}{\omega}$)

$$\therefore \tau = \frac{2\pi}{\omega}$$

والتردد (f) هو عدد الذبذبات التى يعملها الجسيم في الثانيه الواحده وهو يساوى مقلوب زمن الذبذبه مقيسا بالثانيه

$$\therefore f = \frac{\omega}{2\pi}$$

٣ — الطور وفرق الطور : phase and phase difference

كلمه الطور للجسيم المهتز عند اى لحظه يعنى حالته من ناحيه مكانه واتجاه الحركة بالنسبة الى مركز الحركة (الموضع المتوسط) والطور فى العاده يقاس بوحدات الزمن المتخذ بواسطه الجسم وذلك باعتباره كجزء من الزمن الدورى الكلى (τ) او يمكن التعبير عنه بواسطه الزاويه التى تصف الجسم باعتبارها كجزء من الزاويه الكليه التى يعملها الجسم خلال دوره كامله وهى (2π) .

وعلى ذلك كما هو موضح فى شكل (١) فاذا كانت النقطه (M) عند النقطه (J) فان طورها يعبر عنه بربع زمن الدوره اى ($\frac{\tau}{4}$) أو حسب الزاويا يكون ($\frac{\pi}{2}$) وبالتالى يكون الجسم قد تحرك فقط ربع الدوره الكامله .

وكذلك يمكن التعبير عن الطور بواسطه الطول الموجى (λ)

اى يكون الطور ($\frac{\lambda}{4}$) . ولفهم التعبير المقصود بالفرق فـــى الطور نعتبر ان هناك جسيمان لهما نفس السرعه والاتجاه ويتحركان حركه توافقيه بسيطه ويمران بمركز الحركه فى نفس اللحظه وبتالى يكــون الطور متســاوى اى ان فرق الطور يساوى للصفر .

اما اذا تحرك الجسيمان بنفس السرعه ولكن فى اتجاهـــــان متضادان فانهما يمرا بنقطه مركز الحركه فى نفس اللحظه ، فالجسمان فى هذه الحاله يكونا فى طوران متضادان اى ان الفرق فى الطـــــور فى هذه الحاله يكون يساوى (π) .

المعادلة التفاضـليه للحركه التوافقيـــة البســيطه :

مما سبق شرحه فان مقدار ازاحه الجسيم الذى يتحرك حركـه توافقيـــة بســيطه تعطى بالمعادله :ـ

$$Y = r \sin \omega t$$

وبتفاضل هذه المعادله بالنسبه للزمن مرتين فانه يمكـــــن الحصول على هذه المعادله :

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} = -r\,\omega^2 \sin \omega t$$

$$= -\omega^2 Y$$

ويمكن وضع هذه المعادله فى الصوره

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + \omega^2 Y = 0$$

أو فى الصـوره العامه فتصبح

$$\frac{d^2Y}{dt^2} + K\,Y = 0 \quad ....(5)$$

هذه المعادله تسمى المعادله التفاضليه للحركة التوافقيـــه البسيطه وهى ذات اهميه كبرى فى دراسه الصوت والامواج عموما .

تعيين محصلة حركتين توافقتيين بسيطتين :ـ

عند تأثـير ذبذبتان توافقيتان بسيطتان او اكثر معا فـــى نفس الوقت على جسم ما فان محصله حركه الجسم تكون عباره عـــن المجموع المتجه لحركات الجسم تحت تاثير كل من هذه الذبذبـات منفـرده .

وســوف ندرس الحالات الاتيـــه :ـ

أولا : الذبذبتان المؤثرتان على الجسم تعملان على خط مسـتقيم واحد ومتســاويتان فى التردد :ـ

فى هذه الحاله فان محصلة الحركة تكون ايضا خطيه وعلى نفس الخط ومقدارها مســاوى للمجموع الجبرى لكل من الذبذبتان .

ولندرس ذلك رياضيا نفترض ان الحركتين التوافقتين المؤثرتان على الجسم تمثلها المعادلتــان :ـ

$$y_1 = r_1 \sin(\omega t + \alpha_1) \quad ......(6)$$

$$y_2 = r_2 \sin(\omega t + \alpha_2) \quad .....(7)$$

حيث α_1 ، α_2 تمثلان الفرق فى الطور والمحصلة تكون المجموع الجبرى لهما .

$$y = y_1 + y_2 \quad ....(8)$$

وبالتعويض من المعادلتين (6) ، (7) فى المعادلة (8)

فـان :ـ

$$y = r_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + r_2 \sin(\omega t + \alpha_2)$$

$$= r_1 \sin \omega t \cos \alpha_1 + r_1 \cos \omega t \sin \alpha_1 +$$

$$r_2 \sin \omega t \cos \alpha_2 + r_2 \cos \omega t \sin \alpha_2$$

$$= \sin \omega t \left[r_1 \cos \alpha_1 + r_2 \cos \alpha_2 \right]$$

$$+ \cos \omega t \left[r_1 \sin \alpha_1 + r_2 \sin \alpha_2 \right]$$

$$= \sin \omega t . \left[r \cos \theta \right] + \cos \omega t . \left[r \sin \theta \right]$$

حيث

$$r \cos \theta = r_1 \cos \alpha_1 + r_2 \cos \alpha_2$$

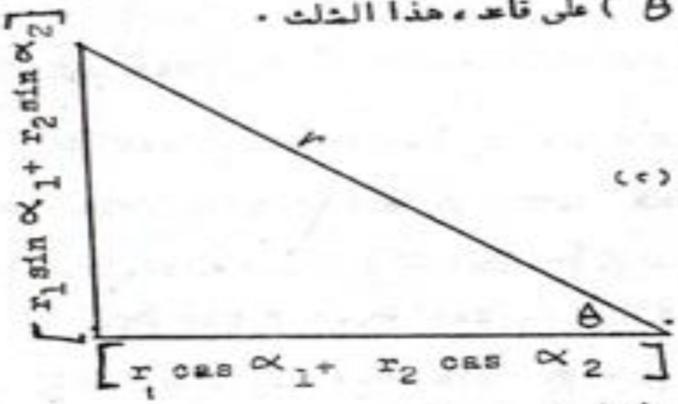
$$r \sin \theta = r_1 \sin \alpha_1 + r_2 \sin \alpha_2$$ ،

اذن الازاحه المحصله يمكن التعبير عنها بالمعادله .

$$\boxed{y = r \sin(\omega t + \theta)} \quad ......(9)$$

بمقارنة المعادلة (9) بالمعادلات (6) ، (7) يتضح ان المعادله (9) والتى تعطى الازاحه المحصله تماثل تماما المعادلات (6) ، (7) فيما عدا مقدار السعه والطور فى كلا منهما وبالتالى فان المعادله (9) تمثل معادله حركه توافقيه بسيطه لها نفس الزمن الدورى ($\tau = \frac{2\pi}{\omega}$) وسعتها (r) وذات طور ($\omega t + \theta$) .

فاذا فرضنا ان كل من المقادير $[r_1 \cos\alpha_1 + r_2 \cos\alpha_2]$ ، $[r_1 \sin\alpha_1 + r_2 \sin\alpha_2]$ يمكن تمثيلها بالمثلث القائم الزاويه كما بالشكل (٢) حيث (r) تمثل الوتر فيه ويميل بزاويه (θ) على قاعده هذا المثلث .



الشكل (٢)

ومن الشكل (٢) ينتج ان :ـ

$$r^2 = \left[r_1 \sin\alpha_1 + r_2 \sin\alpha_2 \right]^2$$

$$r^2 = \left[r_1 \sin \alpha_1 + r_2 \sin \alpha_2 \right]^2 + \left[r_1 \cos \alpha_1 + r_2 \cos \alpha_2 \right]^2$$

$$= r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2 (\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2)$$

$$= r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2 \cos (\alpha_1 - \alpha_2) \quad (10)$$

كما ان :—

$$\tan \theta = \frac{r_1 \sin \alpha_1 + r_2 \sin \alpha_2}{r_1 \cos \alpha_1 + r_2 \cos \alpha_2} \quad ..(11)$$

مما سبق يمكن استنتاج الحالات الخاصه الاتيه :—

(1) عندما تكون $(\alpha_1 - \alpha_2)$ تساوى صفرا او تكون مساويا لمضاعفات صحيحه للمقدار (2π) .

بالتعويض فى هذه الحاله فى المعادله (10) يكون :—

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2$$

$$= (r_1 + r_2)^2$$

$\therefore$ r (السعه المحصله) $= r_1 + r_2$

اى ان مقدار السعه المحصله تكون مساويه لمجموع السعتين فى كلا من الحركتين المنفردتين .

(ب) عندما تكون كلا من الذبذبتان متضادتان فى الطور اى أن الفرق فى الطور ($\alpha_1 - \alpha_2$) يتخذ قيم ضاغات فرديه للمقدار (π اى
($\pi, 3\pi, 5\pi$)
اذن بالتعويض فى المعادله (10) ينتج ان :-

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 = (r_1 - r_2)^2$$

$$\therefore r = r_1 - r_2$$

اى ان مقدار السعه المحصله تكون مساويه للفرق بين السعتين فى كل من الحركتين المنفردتين .

فاذا فرضنا بانه بالاضافه الى الاختلاف فى الطور تكون سعه كل من الحركتين المنفردتين متساويتان ، فان المحصله فى هذه الحاله تكون ذات سعه مساويه للصفر .

(جـ) اذا كان

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \frac{\pi}{2} , \frac{3}{2}\pi , \dots$$

فان المعادله (10) تصبح

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2$$

$$\therefore r = (r_1^2 + r_2^2)^{1/2}$$

ثانيا : الذبذبتان المؤثرتان على الجسم تعملان على خط مستقيم واحد ولكن مختلفتان فى التردد :—

فى هذه الحاله سوف نفترض ان الذبذبتين متساويتان فى السعه ويمكن تمثيلها بالمعادلات الاتيه :—

$$y_1 = a \sin \omega_1 t \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$y_2 = a \sin \omega_2 t \quad \dots\dots\dots (13)$$

حيث $\omega_1 < \omega_2$

$$\therefore y = y_1 + y_2 = a (\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t) \quad (14)$$

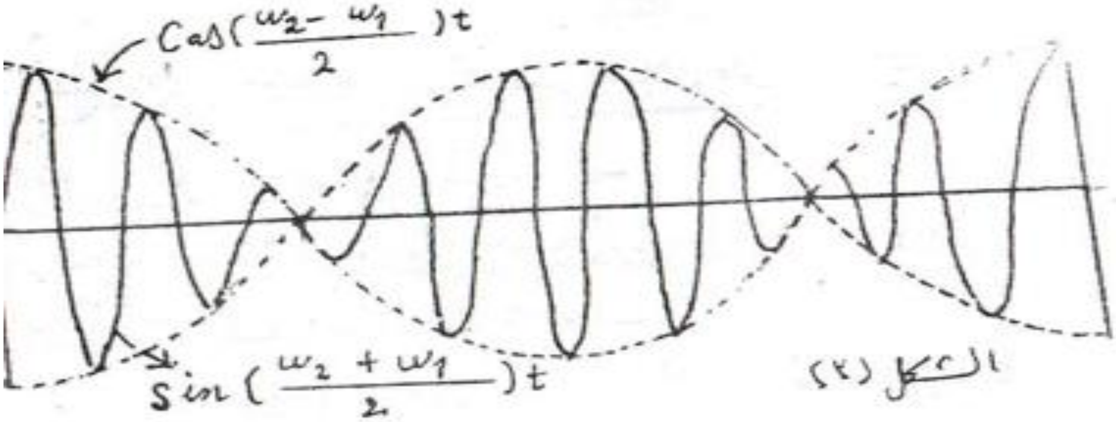
ومن حساب المثلثات نعلم ان :—

$$\sin C + \sin b = 2 \sin \left(\frac{C + b}{2} \right) \cos \left(\frac{C - b}{2} \right)$$

الان بتطبيق هذا القانون على المعادله (14) ينتج ان :—

$$y = 2 a \sin \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) t \cos \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \right) t \quad (15)$$

والمعادله (15) يمكن تمثيلها فى الشكل (٣) .



الشكل (٢)

فى الشكل (٣) يمثل الخط المتقطع $\cos\left(\frac{w_2 - w_1}{2}\right)t$ اما الخط غير المتقطع فيمثل $\sin\left(\frac{w_2 + w_1}{2}\right)t$ ولكن سعه الموجه التى يمثلها الخط غير المتقطع قد حدث لها تعديل طبقا لتغير السعه فى الموجه الاخرى والتى ترددها منخفض أى $(w_2 - w_1)$

هذه الظاهرة يمكن ان تحدث فى الطبيعه ويطلق عليها " الضربات " فتردد الضربات = الفرق بين تردد المصدرين .

فاذا اهتزت شوكتان رنانتان فى نفس اللحظه وتردد احدهما ٥١٢ ذبذبه / ثانيه وتردد الاخرى ٥٢٠ ذبذبه / ثانيه فاننا لا نسمع ايا منهما انما نسمع صوتا غليظا يرتفع وينخفض يتردد ٨ مرات

الثانيـــــه .

تا : الحركتان التوافقتان المتعامدتان المؤثرتان على الجسم :ـ

نفترض ان الجسم يتحرك تحت تأثير محصله الذبذبتـــــين
متعامدتين ولهما نفس التردد ويفرق طور (ϕ) .
ونفرض ان الحركتين تمثلهما المعادلتـان :ـ

$$X = a \sin \omega t \quad \ldots\ldots(16)$$
$$y = b \sin (\omega t + \phi) \quad \ldots\ldots\ldots(17)$$

يث (a) سعه الاهتزازة الموازيه للمحور (X) ، (b)
عه الاهتزازه الموازيه للمحور (y) ، (ϕ) تمثل فرق الطور .
يث اعتبرنا ان الاهتزازه الموازيه للمحور (y) تسبق الموازيـــــه
محور (X) بزاويه قدرها (ϕ) .
ن المعادلـه (16) نجـد ان :ـ

$$\sin \omega t = \frac{X}{a} \quad ، \quad \cos \omega t = \sqrt{1-\sin^2 \omega t} = \sqrt{1-\frac{X^2}{a^2}}$$

ما ان المعادله (17) يمكن وضعها على هذه الصوره .

$$y = b \sin \omega t \cos \phi + b \cos \omega t \sin \phi$$

بالتعويض عن ($\sin \omega t$) ، ($\cos \omega t$) في هذه
لمعادله ينتج ان :ـ

$$= b \cdot \frac{X}{a} \cos \phi + b \cdot \sqrt{1 - \frac{X^2}{a^2}} \sin \phi$$

$$\frac{y}{b} - \frac{X}{a} \cos \phi) = (1 - \frac{X^2}{a^2})^{1/2} \sin \phi$$

ويمكن ترسيع هذه المعادله وكتابتها على هذه الصوره

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2Xy}{ab} \cos \phi = \sin^2 \phi \qquad (18)$$

والمعادله (18) تمثل قطع ناقص فيه كل من المحورين الاكبـــر والاصغر يميلان على المحاور X ، y وهذا القطع يمكـن ان يرسم داخل مستطيل ابعاده (2a) ، (2b) .

من المعادله (18) يمكن دراسه تاثير فرق الطور (ϕ) على الشكل المحصل للذبذبتين المتعامدتين كما يلى :ـ

(أ) عندما يكون $\phi = 0$:ـ

فان المعادله (18) تصبح على هذه الصــوره :ـ

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} = 0$$

$$\therefore \left(\frac{X}{a} - \frac{y}{b} \right)^2 = 0$$

$$\therefore X = \frac{a}{b} \cdot y \qquad \ldots\ldots(1)$$

معادله (1) هى معادلة خط مستقيم يصنع زاويه (θ)
مع محور (X) وتعطى بهذه العلاقه :ــ

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

ويقع الخط المستقيم فى الربع الاول والثالث كما فى شكل (٤ ــ a)

(ب) عندما تكــون $\phi = \frac{\pi}{4}$:ــ

$$\therefore \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \& \quad \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

وبالتعويض عن هذه القيم فى المعادله (18) نحصــــل
على هذه المعادله :ــ

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{\sqrt{2}\, x\, y}{ab} = \tfrac{1}{2} \quad \ldots\ldots(II)$$

المعادله (II) تمثل معادله قطع ناقص مائل بزاويه 45° على
المحور (X) كما فى الشكل (٤ ــ b) .

(جـ) عندما تكون $\phi = \frac{\pi}{2}$:ــ

$$\therefore \cos \frac{\pi}{2} = 0 \quad \& \quad \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

فان المعادله (18) تصبح على هذه الصوره .

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots(III)$$

هذ ه المعادله تمثل قطع ناقص متماثل حول المحورين X ، Y
كما فى الشكل (٤ — c) .

من هذ ه المعادله يتضح انه اذا كان $a = b$ (اى ان سعه كل من الاهتزازتين متساويتين) فان الاهتزازه المحصله تمثل بشكل دائرة نصف قطرها يساوى لسعه الاهتزازه ومعادلتها هو

$$x^2 + y^2 = a^2$$

(د) عندما تكون $\phi = \frac{3}{4}\pi$:—

$$\therefore \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

وبالتعويض عن هذه القيم فى المعادله (18) نحصل على هـذه المعادله :—

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{\sqrt{2}\, x\, y}{ab} = \tfrac{1}{2} \quad \ldots (\text{IV})$$

هذه المعادله تمثل قطع ناقص مائل كما فى الشكل (٤ — d)

(هـ) عندما تكون $\phi = \pi$:—

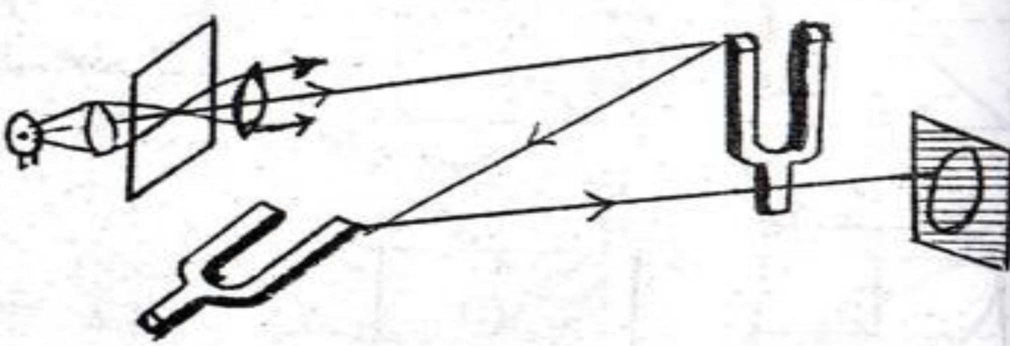
$$\therefore \cos \pi = -1, \quad \sin \pi = 0$$

وبالتعويض عن هذه القيم فى المعادله (18) نحصل على :

لا ـنا ك تجارب عليه عديده يمكن بها الحصول على اشكال ليساجو ونكتفى هنا بهذه التجربه •

ى هذه التجربه يمكن اظهار المنحنيات الموضحة فى شكل (٤) بطريقه ضوئيه تعتمد على استخدام شوكتين رنانتين تهتزان بطريقه ـ كهربيه حتى تستمر اهتزازه كل منهما • وتلصق باحد فرعى كل من الشوكتين مرآه صغيره • ويسمح للشوكتين بان تهتزا فى اتجاهين متعامدين •

فاذا اسقطت حزمه ضوئيه رفيعه على مرآه احدى الشوكتين ثم استقبلت بعد انعكاسها على مرآه الشوكه الاخرى • ثم سقطت الحزمه بعد ذلك على حاجز من الورق الابيض شكل (٥) فان اهتزازه الشوكتين معا يجعل النقطه الضيئه التى تظهر على الحاجز ترسم خطا منحنيا يدل على محصله اهتزازتى الشوكتين •



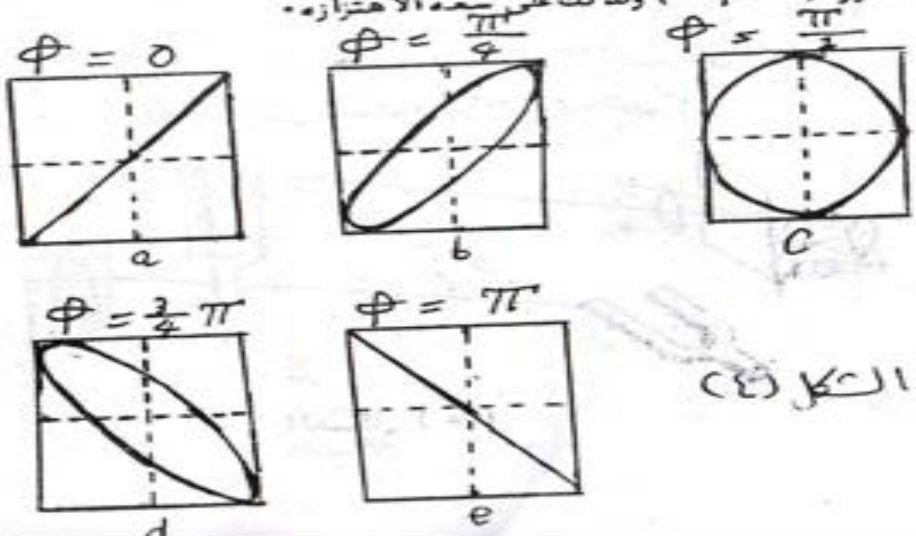
الشكل (٥)

$$\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}\right)^2=0 \qquad \therefore \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0$$

$$\therefore x = -\frac{a}{b}\,y \qquad (٢)$$

المعادله (٢) تمثل معادله خط مستقيم يقع في الربع الثانـــي والرابع كما في الشكل (٤ ــ e) .

ومما سبق يتضح ان الاشكال الناتجه من تاثير اهتزازتـــين توافقيتين بسيطتين متعامدتين معا على الجسم والتي تسمى باشكال ليساجو (Lissajeus figures) يعتمدون على الفرق فـــي الطور (ϕ) وكذلك على سعه الاهتزازه .



الشكل (٤)