د/ رجاء
باقي منهج الاحصاء
حيوي - عام

التقدير الاحصائي Statistical Estimation

1- مقدمه: Introduction

إذا كان الأسلوب المتبع في جمع البيانات للمتغيرات محل الدراسة هو أسلوب الحصر الشامل فان القيم الحقيقية لمعامل المجتمع Population Parameters (معالم المجتمع جميع المؤشرات التي تعكس خصائص المتغير محل الدراسة في المجتمع محل الدراسة) يتم تحديدها بالضبط من البيانات المجمعة من الظاهرة أو المتغير موضع الدراسة.

ولكن نظرا للعيوب التي تنشا نتيجة إتباع أسلوب الحصر الشامل أو استحالة استخدامه فعاده يفضل استخدام أسلوب العينة في جمع البيانات, ومن بيانات العينة يتم حساب معلمات العينة Sample Parameters التي باستخدامها يتم تقدير معلمات المجتمع محل الدراسة.

من الدراسة السابقة يتضح أن معلمات العينة تمثل متغيرات عشوائية ذات توزيعات احتماليه.

ونظرا لأننا نستخدم معلمات العينة كتقديرات Estimators لمعلمات المجتمع لذلك سوف نحاول الاجابه على التساؤلات التالية:

1- هل التقدير المحسوب من بيانات العينة تقدير جيد أم لا ؟

2- هل يتم حساب التقدير من عينه واحده أم من عده عينات ؟ وما هو حجم هذه العينة ؟

3- كلمه تقدير تعنى أننا نحصل على قيمه تقريبية لمعلمه المجتمع باستخدام بيانات العينة. لذلك من الاهميه معرفه كميه الخطأ نتيجة عمليه التقدير, وهل هذه الكميه من الخطأ مقبول أم لا ؟

2- خصائص التقدير الجيد: Properties of Good Estimators

يعتبر التقدير المحسوبة من بيانات معينه كتقدير لأحد معالم المجتمع تقدير جيد إذا كان التوزيع الاحتمالي لهذا التقدير يتركز حول المعلمة المجهولة المراد تقديرها.

فعلى سبيل المثال إذا سحبت عينه عشوائية من مجتمع معتاد توقعه μ وكان المطلوب تقدير قيمه μ عن طريق الوسط الحسابي (التوقع) للعينه $(\bar{x})$, فأن $(\bar{x})$ يعتبر تقدير جيد للمعلمة μ حيث أن التوزيع الاحتمالي للمتغير $\bar{x}$ يتركز حول μ .

وفيما يلي سوف نقدم خصائص التقدير الجيد أو بعبارة أخرى الخصائص التي يمكن باستخدامها معرفه هل للتوزيع الاحتمالي للتقدير يتمركز حول المعلمه المراد تقديرها أم لا.

أولا: عدم التحيز unbiasedness

نظريه 1 :

إذا كانت $\hat{\theta}$ هي تقدير لمعلمه المجتمع θ , حيث تم حساب $\hat{\theta}$ من بيانات عينه عشوائية بسيطة , فان $\hat{\theta}$ تعتبر تقدير غير متحيز اذا كان .

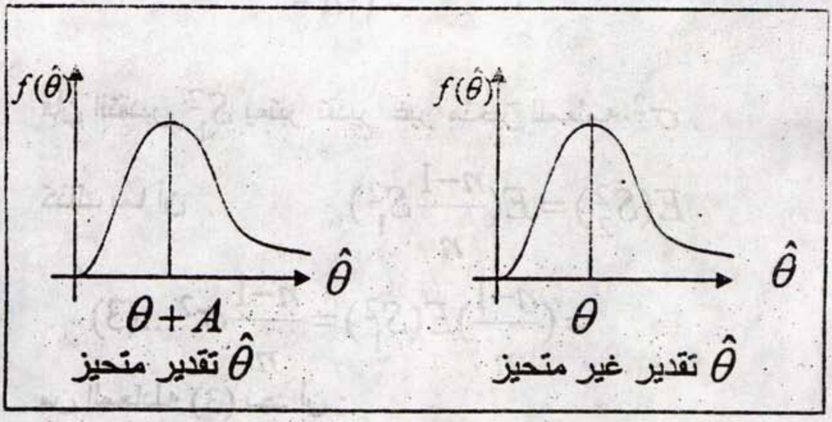
$$E(\hat{\theta}) = \theta.................(1)$$

وتعتبر $\hat{\theta}$ تقدير متحيز biased اذا كان

$$E(\hat{\theta}) = \theta + A...........(2)$$

حيث A مقدار ثابت constant يسمى بحد التحيز Bias term

والشكل التالى يوضح التوزيع الاحتمالى للتقدير $\hat{\theta}$ اذا كان غير متحيزا أو متحيز .



شكل (1)

مثال 1 :

إذا سحبت عينة عشوائية بسيطة حجمها n من مجتمع طبيعي توقعه μ وتباينه σ^2 .

1- أثبت أن الوسط الحسابي في العينة $\bar{x}$ تقدير غير متحيز.

2- إذا فرضنا أن : $S_1^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}, S_2^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}$

أثبت أن S_1^2 تقدير غير متحيز لتباين المجتمع σ^2 فان S_2^2 تقدير متحيز لتباين المجتمع σ^2 .

الحل:

1- بما أن من نظريات التوقع الرياضى للمتغيرات $\bar{x}, S_1^2, S_2^2$ فنجد أن $E\bar{x} = \mu$.

فأن $\bar{x}$ تعتبر تقدير غير متحيز للمعلمة μ .

-2 $E(S_1^2) = \sigma^2$

فأن التقدير S_1^2 يعتبر تقدير غير متحيز للمعلمه σ^2 .

كذلك بما أن

$$E(S_2^2)=E(\frac{n-1}{n}S_1^2)$$

$$=(\frac{n-1}{n})E(S_1^2)=\frac{n-1}{n}\sigma^2...(3)$$

من المعادله (3) نجد أن :

$$E(S_2^2)=\sigma^2-\frac{\sigma^2}{n}..............(4)$$

اذن فان S_2^2 يعتبر تقدير متحيز للمعلمه σ^2 حيث حد التحيز ($A=-\frac{\sigma^2}{n}$) كما هو واضح فى المعادله (4) .

ثانيا: الاتساق Consistancy

يقال أن التقدير $\hat{\theta}$ تقدير متسق consistent للمعلمة θ إذا كان $\hat{\theta}$ تقترب من θ كلما زاد حجم العينة العشوائية البسيطة n أي :

$$\hat{\theta}\to\theta \qquad \text{As} \qquad n\to\infty$$

و يمكن أثبات أن التقدير $\hat{\theta}$ يكون تقدير متسق للمعلمة θ إذا كان $\hat{\theta}$ تقدير غير متحيز للمعلمة θ حيث أن

$$\lim_{n\to\infty} V(\hat{\theta})=0.........(5)$$

أي تباين $\hat{\theta}$ نهايتها تؤول إلي الصفر عندما تكون حجم العينة كبير جدا.

مثال 2:-

إذا كان $\bar{x}$ متوسط (توقع) العينة العشوائية البسيطة المسحوبة من مجتمع طبيعي توقعه μ و تباينه σ^2 فإن:

$$E(\bar{x}) = \mu ......(6)$$

$$V(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} ....(7)$$

من (6) نجد أن $\bar{x}$ تقدير غير متحيز لـμ ومن (7) نجد أن

$$\lim_{n\to\infty} V(\bar{x}) = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{\sigma^2}{n}\right) = 0 ....(8)$$

يتضح من المعادلتين (6) و(8) أن الوسط الحسابى فى العينه ($\bar{x}$) تقدير غير متحيز ومتسق لتوقع المجتمع μ .

ثالثا: الكفاءه Efficiency

اذا كان يوجد تقديران $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ للمعلمه θ , فاننا نقول أن $\hat{\theta}_1$ تقدير للمعلمه θ أكثر كفاءه عن $\hat{\theta}_2$ اذا كان :

$$V(\hat{\theta}_1) < V(\hat{\theta}_2) ......(9)$$

فمثلا اذا كان $\bar{x}$ هو توقع عينه حجمها n تم سحبها مع الارجاع من مجتمع حجمه n وتباينه σ^2 فأن

$$V(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} ......(10)$$

فان توقع العينه $\bar{x}$ تقدير كفئ فى حاله السحب بدون أرجاع لأن اذا كان

السحب بدون أرجاع $V(\bar{x})=\frac{\sigma^2}{n}(\frac{n-1}{n})$

كذلك يعتبر $\bar{x}$ غير كفء إذا كان السحب مع الإرجاع لأن تباين $(\bar{x})$ في حاله السحب مع الإرجاع كما في (10).

رابعا: <u>الكفاية</u> **Sufficiency**

إذا كان التقدير $\hat{\theta}$ يستخدم جميع المعلومات الموجودة في العينة والملائمة لتقدير المعلمة فأنه يقال أن التقدير $\hat{\theta}$ تقدير كافي Sufficiency فإذا تم حساب التقدير $\hat{\theta}$ من بيانات العينة $x_1,x_2,\ldots\ldots\ldots x_n$ فأنه يقال أن التقدير $\hat{\theta}$ تقدير كافي للمعلمة θ إذا كانت داله الاحتمال الشرطية

$$f(x_1,x_2,\ldots\ldots\ldots x_n/\theta) = H(x_1,x_2,\ldots,x_n)$$

لمفردات العينة لا تعتمد على المعلمة θ .

ومما سبق يتضح أنه إذا توافرت الخصائص الاربعه السابقة (التحييز, الاتساق, الكفاءة, الكفاية) في التقدير المحسوب من بيانات العينة فأنه يقال أن التقدير تقدير جيد.

وفى الفصول التالية سوف نقدم بعض الطرق التي يمكن باستخدامها أيجاد تقديرات لبعض معالم المجتمع.

وتنقسم طرق التقدير Methods of Estimation لأحدى معالم المجتمع إلى قسمين هما:

1- التقدير بنقطه Point Estimation

2- التقدير بفترة Interval Estimation

اولا التقدير بنقطه:

هو أن نقوم بحساب قيمه واحده من بيانات العينة لتكون تقدير لمغلمه المجتمع المجهولة المناظرة لها, بحيث إذا توافرت في هذه القيمة المحسوبة من بيانات العينة خصائص التقدير الجيد فأن هذه القيمة تعتبر تقدير جيد لمعلمه المجتمع.

ولكن من عيوب هذه الطريقة أنه في أكثر الحالات تكون قيمه التقدير غير مساوية لقيمه المعلمة في المجتمع. وبالتالي لا نستطيع تحديد مدى بعدها من القيمة الحقيقية للمعلمة المجهولة أو تحديد مدى دقه هذا التقدير.

ثانيا التقدير بفترة:

وللتغلب على عيوب طرق التقدير بنقطه تستخدم طرق التقدير بفترة, وطرق التقدير بفترة تعتمد كل منها على تحديد الفترة التي تقع فيها المعلمة وتسمى هذه الفترة بفترة الثقة Confidence interval فإذا كان B,A هما الحد الأدنى Lower limit والحد الأعلى Upper limit على الترتيب فان B,A تسميان بحدود الثقة Confidence limites.

ويسمى احتمال وقوع المعلمة المطلوب تقديرها داخل هذه الفترة بدرجه الثقة degree of confidence. فإذا كانت المعلمة θ, وكل من B,A هما حدا الثقة فان:

$$P(A<\theta<B)=1-\alpha.......(12)$$

حيث (α-1) تمثل درجه الثقة.

وبالتالي فأن احتمال عدم وقوع المعلمة θ داخل فتره الثقة يساوى α حيث $P(\theta<A,\theta>B)=\alpha$ وتسمى α بمستوى المعنوية Significance level

مثال 3:

إذا كان متوسط الاتفاق الشهري للفرد تم حسابه من بيانات عشوائية يساوى $\overline{X}=150f$ فإذا ($\overline{X}$) ممكن أن تستخدم كتقدير الإنفاق الشهري للفرد

في المجتمع المحسوب منه العينة, ويعتبر ($\overline{X}$) في هذه الحالة تقدير نقطه.

أما إذا استخدمت الفترة (170-120) كفترة ثقة بدرجه 95% أي $1-\alpha=0.95$ فانه يمكن القول أن متوسط الإنفاق الشهري للفرد في المجتمع يقع داخل الفترة (70-120) باحتمال 0.95 أي أن

$$P(120<\mu<170)=0.95$$

حيث μ هو متوسط الإنفاق الشهري للفرد بالجنيه في المجتمع محل الدراسة.

3-تقدير توقع المجتمع: The Estimation of Population Mean

اذا كان متوسط (توقع) العينه $\overline{x}$ المحسوبه من مجتمع طبيعى توقعه μ وتباينه σ^2, فأن $\overline{x}$ تستخدم كتقدير غير متحيز لتوقع المجتمع μ ويعتبر $\overline{x}$ تقدير غير متحيز ومتسق وكفء للمعلمه μ .

ولكن اذا كان المطلوب تقدير الفتره التي يقع داخلها التوقع في المجتمع μ (أي تحديد الحد الأدنى والحد الأعلى B,A) أي التقدير بفتره بدرجه ثقه $(1-\alpha)$ فأننا يمكن تحديد فتره الثقه للمعلمه μ على النحو التالى:

أولا : اذا كان تباين المجتمع σ^2 معلوم.

اذا كان $\overline{x}$ هو المتوسط (التوقع) لعينه عشوائيه بسيطه حجمها n مسحوبه من مجتمع فيه المتغير محل الدراسه التوزيع الطبيعى بتوقع μ وتباين σ^2 حيث σ^2 قيمه معلومه فأن المتغير.

$$Z=\frac{\overline{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

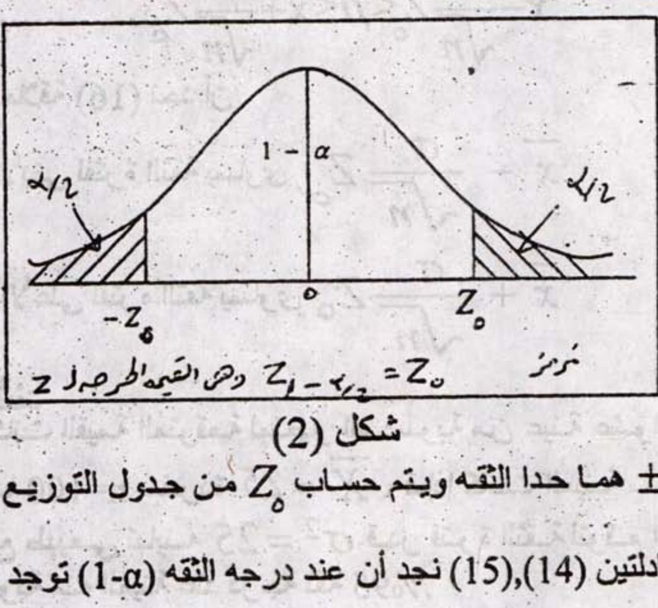
لأن:

$E(\bar{x})=\mu$ ، $V(\bar{x})=\frac{\sigma^2}{n}$

فان Z يتبع التوزيع الطبيعى القياسى $Z \sim N(0,1)$ أي متوسطه يساوى صفر, تباينه الواحد الصحيح.
فاذا كانت درجه الثقه (1-α) فان

$$P\left(-Z_{o}<Z<+Z_{o}\right)=1-\alpha..............(15)$$

كما هو موضح بالشكل التالى:



شكل (2)

حيث $\pm Z_{o}$ هما حدا الثقه ويتم حساب Z_{o} من جدول التوزيع الطبيعى القياسى.
ومن المعادلتين (14),(15) نجد أن عند درجه الثقه (1-α) توجد جدا الثقه $+Z_{o},-Z_{o}$

والجدول التالى تعطى قيم Z المقابلة للقيم المختلفة لمستويات الثقة المستخدمة فى الحياة العملية ونحصل عليها من جداول المساحات للمنحنى الطبيعى:

$1-\alpha$	90%	95%	98%	99%	99.73%
Z_o	±1.645	±1.96	±2.33	±2.58	±3.00

فإنه حدود الثقة كما يلي:

$$-Z_o < \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < +Z_o$$

$$\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_o \leq \mu \leq \bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_o \quad \text{.............}(16)$$

ومن العلاقة (16) نجد أن

الحد الأدنى لفترة الثقة يساوى $\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_o$

والحد الأعلى لفتره الثقة يساوى $\bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_o$

مثال 3:-

إذا كانت القيمة المتوقعة لمتغير المحسوبة من عينة عشوائية بسيطة حجمها n=100 مفردة $\bar{X} = 25$ ، فإذا كانت العينة مسحوبة من مجتمع طبيعي تباينه $\sigma^2 = 25$ قدر فترة الثقة لتوقع المجتمع μ المسحوبة منه العينة عند درجة ثقة 95%.

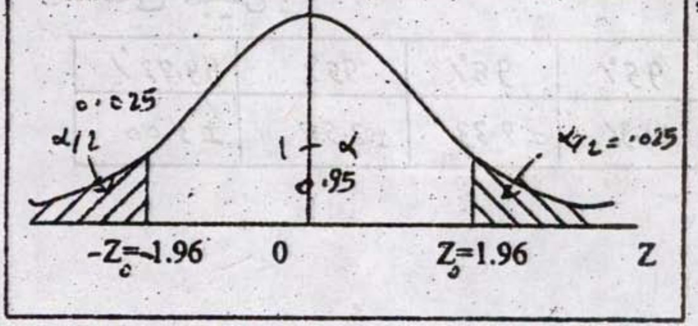
الحل

بما أن درجة الثقة $1-\alpha=0.95$

إذن $Z=1.96$ من جدول التوزيع الطبيعى القياسى كما هو موضح بالشكل التالى,

شكل (3)

$Z_o = Z_{1-\alpha/2}$



والحد الأدنى هو
$$\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\circ}=25-\frac{5}{\sqrt{100}}(1.96)$$
$$=25-0.98=24.02$$

الحد الأعلى هو
$$\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\circ}=25+\frac{5}{\sqrt{100}}(1.96)$$
$$=25+0.98=25.98$$

$$24.02<\mu<25.98$$

وذلك بأحتمال 0.95 (أو بدرجه ثقه 95%)

<u>ثانيا: اذا كان تباين المجتمع (σ^2) غير معلوم وحجم العينه صغير</u>

اما اذا كان تباين المتغير محل الدراسه فى المجتمع المسحوب منهالعينه غير معلوم (وهى الحاله الأكثر أستخداما حيث فى معظم الحالات يكون التباين فى المجتمع غير معلوم) فان تباين المتغير محل الدراسه المسحوبه من العينه S^2 يستخدم كتقدير لتباين المجتمع σ^2.

فاذا كان $\bar{x}$ هو القيمه المتوقعه المحسوبه من بيانات عينه حجمها n فان المتغير t حيث:

$$t=\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}\text{............}(17)$$

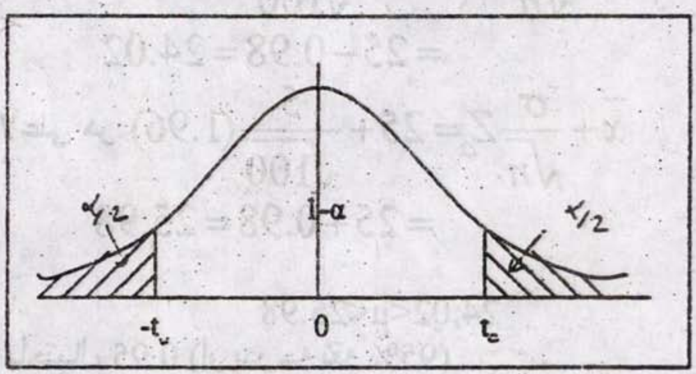
حيث
$$S^2=\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}$$

يتبع توزيع ستيودنت بدرجه حريه (n-1) $(t\text{-dist})$

وبالتالى اذا كانت درجه الثقه (1-α) فان:

$$P\left(-t_{\circ}<\frac{\bar{x}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}<t_{\circ}\right)=1-\alpha\text{...............}(18)$$

حيث تحسب القيمه t_c من جداول توزيع ستيودنت والشكل التالى يوضح ذلك:



شكل (4)

وبالتالى فعند درجه الثقه 1-α نجد أن:

$$\bar{x}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_c<\mu<\bar{x}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_c\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

حيث $t_c = t_{1-\alpha/2}$ القيمه الحرجة t

حيث نجد أن الحد الأدنى لفترة الثقة يساوى

$$\bar{x}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_c$$

والحد الأعلى يساوى

$$\bar{x}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_c$$

مثال 4:

اذا سحبت عينه عشوانيه مكونه من 4 مفردات من مجتمع طبيعى وسجلت قيم المشاهدات فكانت على النحو التالى 10,8,12,6

1- أوجد التوقع والتباين للمتغير محل الدراسه المسحوبيين من بيانات العينه.

2- أوجد فترة الثقه لتوقع المتغير محل الدراسه فى المجتمع المسحوب من العينه وذلك عند درجه ثقه 95%.

الحل:

1- نفرض أن $\bar{x}, S^2$ هما توقع وتباين المتغير المحسوبين من العينه فان

$$\bar{x}=\frac{10+8+12+6}{4}=\frac{36}{4}=9$$

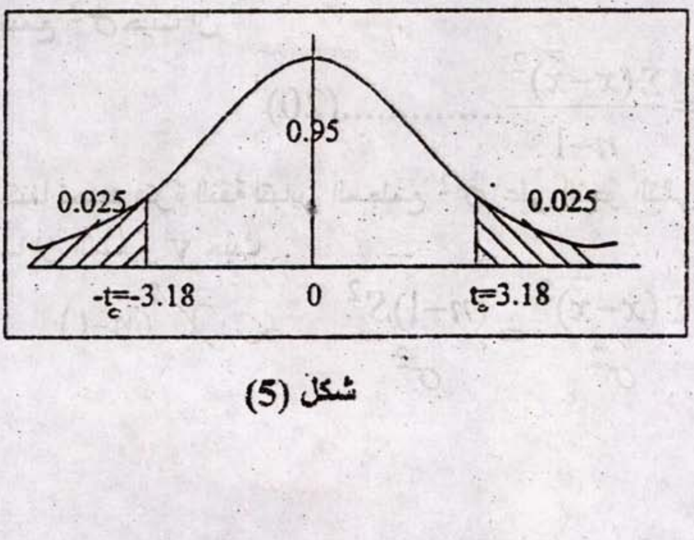
$$S^2=\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}=\frac{(10-9)^2+(8-9)^2+(12-9)^2+(6-9)^2}{3}$$

$$=\frac{20}{3}=6.67$$

$$\Rightarrow S=\sqrt{6.67}=2.58$$

2- $\therefore t_{1-\alpha/2}=3.18$ درجة الثقة $\because 1-\alpha=0.95$

من جدول توزيع ستيودنت بدرجه حريه قدرها 3 كما هو واضح فى الشكل التالى:



شكل (5)

بالمثال فأن الحد الأدني لفترة الثقة يساوي

$$\bar{x}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_c=9-\frac{2.58}{\sqrt{4}}(3.18)$$

$$=9-4.1022=4.9$$

و الحد الأعلي يساوي

$$\bar{x}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_c=9+\frac{2.58}{\sqrt{4}}(3.18)$$

$$=9+4.1022=13.1$$

إذن

$$4.9<\mu<13.1$$

و ذلك بدرجة ثقة 95%.

4-تقدير تباين المجتمع The estimation of popular variation

إذا كان s^2 هو تباين المتغير محل الدراسة المحسوب من بيانات عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي توقعه μ و تباينه σ^2 فأن تباين العينة s^2 يستخدم كتقدير غير متحيز لتباين المتغير في المجتمع σ^2 حيث أن

$$S^2=\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}..............(20)$$

ويمكننا تحديد فترة الثقة لتباين المجتمع σ^2 علي النحو التالي :

و بما أن المتغير y حيث

$$y=\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{\sigma^2}=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$$

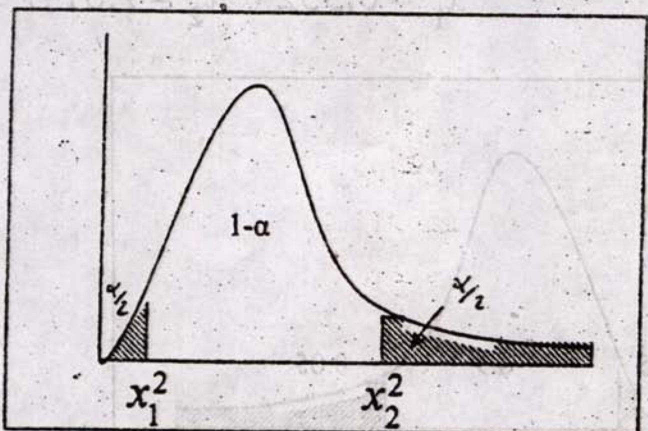
تبع التوزيع x_{n-1}^2 بالتالي فإذا كانت درجة الثقة α-1 فأن

$$P\left(x_1^2 < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < x_2^2\right) = 1-\alpha \quad \text{............}(21)$$

بالتالي فإن عند درجة ثقة (1-α) نجد أن

$$\frac{(n-1)S^2}{x_2^2} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{x_1^2} \quad \text{...........}(22)$$

حيث يتم حساب القيمتين x_1^2 , x_2^2 من جداول توزيع x^2 عند درجات الحرية (n-1) كما هو موضح بالشكل التالي:



شكل (6)

حيث: $x_1^2 = x_{\alpha/2}^2$, $x_2^2 = x_{1-\alpha/2}^2$

و بالتي فأن الحد الأدنى لفترة الثقة لتباين المجتمع σ^2 يساوي $\frac{(n-1)S^2}{x_2^2}$ و الحد الأعلي لفترة الثقة يساوي $\frac{(n-1)S^2}{x_1^2}$

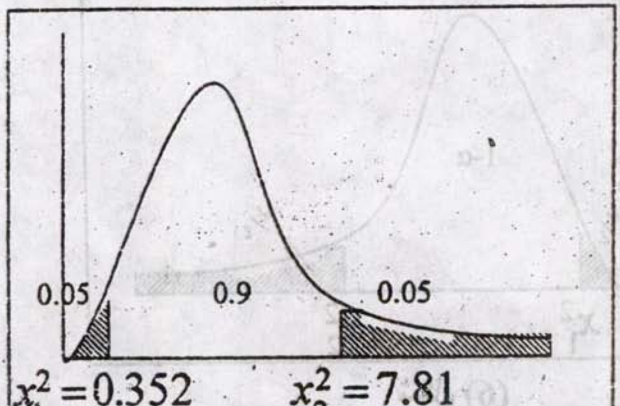
مثال5:

في المثال السابق أوجد فترة الثقة لتباين المجتمع σ^2 بدرجة ثقة 90%.

الحل

1- بما أن درجة الثقة تساوي 0.90 ، n-1=3

و من جدول توزيع x^2 بدرجة الثقة 0.90 و درجة حرية 3 نجد أن $x_2^2 = 7.81$ ، $x_1^2 = 0.352$



شكل (7)

و من العلاقة (22) نجد أن الحد الأدني للثقة يساوي:

$$\frac{(n-1)S^2}{x_2^2}=\frac{(4-1)(6.67)}{7.81}=2.56$$

و الحد الأعلى لفترة الثقة يساوي

$$\frac{(n-1)S^2}{x_1^2}=\frac{(4-1)(6.67)}{0.352}=56.82$$

و بالتالي فأن

$$P(2.56 \le \sigma^2 \le 56.82)=0.9$$

5-تقدير النسبة في المجتمع

The Estimation of Population Proportion

إذا كانت θ هي النسبة في المجتمع (نسبه المفردات في المجتمع التي تملك خاصية ما) , $\bar{\theta}$ هي النسبة في العينة (نسبه المفردات في العينة التي تملك هذه الخاصية المسحوبة من المجتمع, فان $\bar{\theta}$ تستخدم لتقدير نقطه النسبه θ.

ولإيجاد الفترة التي تقع فيها المعلمه θ (أي تقدير فترة) فأنه يتضح أن $\bar{\theta}$ متغير عشوائى يقترب من التوزيع الطبيعى بتوقع θ وتباين $\frac{\theta(1-\theta)}{n}$ حيث

$$E(\bar{\theta})=\theta$$

$$V(\bar{\theta})=\frac{\theta(1-\theta)}{n}$$

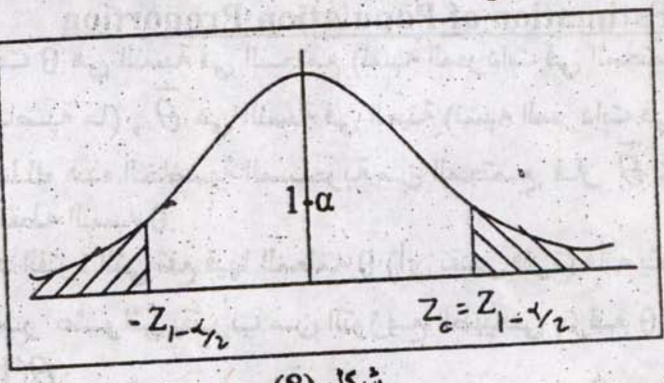
وبالتالي فان المتغير

$$Z = \frac{\bar{\theta}-\theta}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}}$$

يتبع التوزيع الطبيعي القياسي
وبالتالي عند درجه الثقة (1-α) نجد أن:

$$P\left(-Z_{\circ} \le \frac{\bar{\theta}-\theta}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}} \le Z_{\circ}\right) = 1-\alpha \quad \text{.........(24)}$$

حيث يتم حساب $Z_{\circ}$ من جدول التوزيع الطبيعي القياسي كما هو موضح بالشكل التالي:



شكل (8)

وبما أن θ معلمه مجهولة فأن $\bar{\theta}$ تستخدم كتقدير لها في حساب الانحراف المعياري للمتغير $\bar{\theta}$ أي يستخدم $\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}$ كتقدير

للانحراف المعياري $\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}$ وبالتالي عند درجه الثقة (1-α)

نجد أن

$$-Z_c \leq \frac{\bar{\theta}-\theta}{\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}} \leq Z_c \rightarrow$$

$$\bar{\theta}-Z_c\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}} \leq \theta \leq \bar{\theta}+Z_c\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}} \quad ....(25)$$

و من العلاقة

(25)نجد أن الحد الأدنى لفترة الثقة للنسبة في المجتمع يساوي

$$\bar{\theta}-Z_c\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}$$

و الحد الأعلى يساوي $\bar{\theta}+Z_c\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}$

<u>مثال 6:</u>

اذا أخذت عينة عشوائية مكونة من 200 طالب و طالبة منهم 144 أجتازوا امتحان الترم الأول

1- أوجد نسبة الناجحين في العينة.

2-أوجد فترة الثقة لنسبة الناجحين في المجتمع المسحوبة منه العينة بدرجة ثقة 95%.

الحلـــ

إذا كانت θ ، $\bar{\theta}$ هما نسبة الناجحين في المجتمع و العينة علي الترتيب حيث

$$\bar{\theta}=\frac{144}{200}=0.72=72\%$$

2- بما أن درجة الثقة $1-\alpha=0.95$

$$Z_{1-\alpha/2}=Z_{\circ}=1.96$$

إذن الحد الأدنى لفترة الثقة

$$\bar{\theta}-Z_{\circ}\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}=0.72-1.96\sqrt{\frac{0.72(1-0.72)}{200}}$$

$$=0.72-0.035=0.688$$

الحد الأعلى لفترة الثقة هي

$$\bar{\theta}+Z_{\circ}\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}=0.72+1.96\sqrt{\frac{0.72(1-0.72)}{200}}$$

$$=0.72+0.035=0.725$$

و بالتالي فأن فترة الثقة للنسبة في المجتمع تصبح

$$0.688\leq\theta\leq0.752$$

و ذلك بدرجة ثقة 95%.

6-خطأ المعاينة و الدقة

Sampling error and precision

في الفصول السابقة تناولنا بالدراسة كيفية الحصول علي تقديرات لبعض معالم المجتمع محل الدراسة تم حسابها من بيانات العينة، و عادة تكون قيمة التقدير تختلف عن قيمة المعلمة العملية و

في هذا الفصل سوف نتناول دقة هذا التقدير المحسوب من بيانات العينة.

فإذا كانت $\hat{\theta}$ تمثل تقدير للمعلمة θ فأن الفرق بين قيمة المعلمة الفعلية θ و القيمة التقديرية $\hat{\theta}$ يسمي بخطأ المعاينة و عادة يرمز له بالرمز $\in$ حيث

$$\in = \theta - \hat{\theta} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

أو بعبارة أخرى فأن القيمة الفعلية θ تساوي القيمة التقديرية مضاف أليها خطأ المعاينة ،أى

$$\theta = \hat{\theta} + \in \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (27)$$

و من المعادلة (26) نجد أن خطأ المعاينة ممكن أن يكون موجبا و ممكن أن يكون سالبا، ممكن أن يساوي صفر. و بالتالي فأن خطأ المعاينة$\in$ يمثل متغير عشوائي حيث أن قيمته تختلف من عينة لأخرى (حيث أن قيمة $\in$ تختلف من عينة لأخرى).

ونظرا لأن قيمة المعلمة الفعلية θ غير معلومة في أغلب الأحيان فأن خطأ المعاينة$\in$ يكون قيمة غير معلومة unknown value

<u>تعريف 1:</u>

إذا كان خطأ المعاينة $\in$ حيث $\left|\hat{\theta} - \theta\right| = \hat{\in}$

فإذا كان $\hat{\in}$ هو أقصي قيمة للفرق المطلق بين المعلمة الفعلية θ و القيمة التقديرية لها $\hat{\theta}$ أي أن $\hat{\in}$ هو أقصي قيمة مطلقة للمتغير $\in$

أي : $\hat{\in} = \text{اكبر} \left|\hat{\theta} - \theta\right|$

فأن المقدار $\hat{\in}$ يسمي بدقة التقدير precision

مثال 7:

إذا سحبت عينة عشوائية حجمها 100 مفردة من مجتمع طبيعي توقعه μ و تباينه $\sigma^2 = 225$ فكان متوسط العينة $\bar{x} = 20$ أوجد بدرجة الثقة 95% دقة التقدير $\bar{x}$ لتوقع المجتمع μ.

الحل

بما أن المعلمة μ غير معلومة، $\bar{x}$ هو تقدير لها فمن المعادلة (16) نجد أن:

$$\bar{x} - Z_{\circ}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\circ}\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

و بما أن درجة الثقة 95%

و من العلاقة (29) و بطرح قيمة $\bar{x}$ من أطراف هذه المتباينة نجد أن:

$$-1.96\left(\frac{15}{10}\right) \leq \mu - \bar{x} \leq 1.96\left(\frac{15}{10}\right)$$

$$\therefore \left|\mu - \bar{x}\right| \leq 1.96\left(\frac{15}{10}\right) = 2.94 \rightarrow$$

$$\hat{\in} = 2.94$$

و هذا يعني أن أقصى قيمة مطلقة للفرق بين μ ، $\bar{x}$ لا يتجاوز 2.94

7-تقدير حجم العينة

The estimation of the sample's size

يعتبر تحديد حجم العينة لإجراء أي دراسة إحصائية من أهم العوامل التي تأخذ في الاعتبار عند أجراء التحليل الإحصائي نظرا لأنه يترتب علي هذا الحجم المؤشرات التي يتم حسابها من العينة و التي تستخدم كتقديرات لمعلمات للمجتمع محل الدراسة، و بالتالي يتوقف علي هذه التقديرات القرارات المبنية علي النتائج المستخلصة من الدراسة.

و فيما يلي سوف نقدم كيفية تقدير حجم العينة العشوائية البسيطة لتقدير توقع المجتمع و لتقدير النسبة في المجتمع.

أولا:تقدير حجم العينة لتقدير توقع مجتمع طبيعي:

إذا كان $\bar{x}$ هو توقع المتغير المحسوب من عينة حجمها n مسحوبة من مجتمع طبيعي توقعه μ و تباينه σ^2 فمن الفصل (2) نجد أن:

$$\bar{x}-Z_{\circ}(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})\leq\mu\leq\bar{x}+Z_{\circ}(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

أو بعبارة أخري:

$$P\left(\bar{x}-Z_{\circ}(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})\leq\mu\leq\bar{x}+Z_{\circ}(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})\right)=1-\alpha\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(30)$$

حيث (1-α) هي درجة الثقة $Z_{\circ}$ يتم حسابها من جدول التوزيع الطبيعي و من المعادلة (30) نجد أن

$$P\left(\left|\bar{x}-\mu\right|\leq\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\circ}\right)=1-\alpha\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(31)$$

و بما أن $\left|\bar{x}-\mu\right|$ يمثل الخطا

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\circ}$$

$$\in<\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\circ}\rightarrow\hat{\in}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\circ}\ldots\ldots\ldots(32)$$

أو بعبارة أخرى خطأ المعاينة $\in$ لا يزيد عن $Z_{\circ}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ بدرجة ثقة $(1-\alpha)$.

ومن العلاقة (32) نجد أن (33)............ $n=\left(\frac{\sigma Z_{\circ}}{\hat{\in}}\right)^{2}$

ومن المعدلة (33) يتضح أن تحديد حجم العينة العشوائية البسيطة في هذه الحالة يتطلب:

1- افتراض درجة ثقة معينة ولتكن $(1-\alpha)$ وفقا لهذة القيمة $(1-\alpha)$ يتم تحديد قيمة $Z_{\circ}$ من جدول التوزيع الطبيعي القياسي

2- معرفة الانحراف المعياري للمجتمع (σ)

3- بافتراض الدقة $\hat{\in}$ (أي الحد الأعلى لخطأ المعاينة المسموح به)

ملحوظة:

في حالة إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع σ غير معروف ففي هذه الحالة يستخدم الانحراف المعياري في العينة S كتقدير للانحراف المعياري في المجتمع σ إذا كان حجم العينة كبير (أكثر من 30 مفردة) حيث يزول توزيع ستيودنت إلي التوزيع الطبيعي في هذة الحالة.

مثال 8:

قدر حجم عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من مجتمع طبيعي تباينة 81 لتقدير توقع المجتمع μ بدرجة ثقة 95%, وخطأ معاينة لا يزيد عن 1.5 (أو دقة $\in=1.5$).

الحل:

$$\because 1-\alpha=0.95 \rightarrow Z_{\circ}=1.96,.$$

$$\sigma=\sqrt{81}=9, \in=1.5$$

فإذا فرضنا أن حجم العينة المقدر يساوي n فأن

$$n=\left(\frac{\sigma Z_{\circ}}{\hat{\epsilon}}\right)^2=\left(\frac{9(1.96)}{1.5}\right)^2$$

$$=138.3\approx 139unit$$

ثانيا: تقدير حجم العينة لتقدير النسبة في المجتمع:

إذا فرضنا أن $\bar{\theta},\theta$ هما النسبة في المجتمع والنسبة في العينة علي الترتيب. فمن الفصل (5) نجد أنه عند درجة الثقة (1-α) وباستخدام جداول التوزيع الطبيعي القياسي لحساب $Z_{\circ}$ أن

$$\bar{\theta}-Z_{\circ}\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}\le\theta\le\bar{\theta}+Z_{\circ}\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}\;..........(34)$$

فمن العلاقة (34) نجد أن الحد الأعلى لخطأ المعاينة (الدقة)

$$\hat{\epsilon}=Z_{\circ}\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}$$

حيث أن

$$P\left(\left|\theta-\bar{\theta}\right|\le Z_{\circ}\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}\right)=1-\alpha$$

وبالتالي فأن:

$$n=\bar{\theta}(1-\bar{\theta})\left(\frac{Z_{\circ}}{\epsilon}\right)^2\;........(36)$$

مثال 9:

قدر حجم العينة العشوائية البسيطة التي يمكن سحبها لتقدير نسبة الطلاب الراسبين في احدي المواد الدراسية إذا كانت نسبة الراسبين في العينة 0.25 وذلك بدرجة ثقة 95% إذا كان:

1- الحد الأعلى لخطأ المعاينة (الدقة) = 0.01

2- الحد الأعلى لخطأ المعاينة (الدقة) = 0.1

الحل:

بما أن $1-\alpha=0.95 \Rightarrow Z_c=1.96, \theta=0.25$

1- بما أن $\hat{\epsilon}=0.01$

$$n=\bar{\theta}(1-\bar{\theta})\left(\frac{Z}{\hat{\epsilon}}\right)^2=0.25(0.75)\left(\frac{1.96}{0.01}\right)^2=7203$$

2- بما أن $\hat{\epsilon}=0.1$

$$n=0.25(0.75)\left(\frac{1.96}{0.1}\right)^2=72.03\cong 73$$

من المعادلتين السابقتين نجد أنة كلما زادت القيمة للحد الأعلى (الدقة) لخطأ المعاينة $\hat{\epsilon}$ أدي ذلك إلي نقص حجم العينة أو بعبارة أخري العلاقة بين حجم العينة n وقيمة $\hat{\epsilon}$ علاقة عكسية.

أمثله تطبيقية:

تطبيق 1:

يقوم أحد مراكز قياس السمع للأطفال بتحديد الزمن المتوقع لاستجابة الطفل للرد علي سؤال معين.فإذا أخذت عينة مكونة من 25 طفل وبسؤال كل طفل وتسجيل الفترة التي استغرقها الطفل بين سماع السؤال والرد علية وجد أن متوسط زمن الاستجابة للطفل في العينة

160 ثانيـة. بـأنحراف معيـاري 5 ثـوان. وبـافتراض أن زمـن الاسـتجابة للأطفال في المركز يتبع التوزيع الطبيعي. قدر فترة الثقة لمتوسط زمن الاستجابة للطفل في المركز بدرجة ثقة 99% ،

الحل:

بما أن

$$n=25, S=5, \overline{X}=160$$

$$1-\alpha=0.99 \Rightarrow \alpha/2=0.005$$

وبالتالي فأن المتغير t حيث $t=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}}$

حيث μ هي توقع المجتمع

يتبع توزيع ستيودنت بدرجات حرية n-1=24 ومن العلاقة (19) نجد أن:

$$\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\circ} \leq \mu \leq \overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\circ}......(39)$$

$t_{\circ}=2.797$ من جدول توزيع ستيودنت حيث $t_{\circ}=t_{.995;24}$

$$160-\frac{5}{5}(2.797) \leq \mu \leq 160+\frac{5}{5}(2.797) \rightarrow$$

$$157.203 \leq \mu \leq 162.797$$

تطبيق 2:

في إحدى المراكز الصحية أجريت دراسة علي الكمية المتوقعة للأكسجين (باللتر في الدقيقة) الذي يستهلكه الفرد الذي عمره يتراوح بين 17-21سنه وكان المطلوب تحديد حجم عينة البحث بافتراض أن تباين المجتمع المسحوب منه العينة 0.09 لتر في الدقيقة, ودرجة الثقة 95% بحيث لا يزيد خطأ المعاينة عن 0.1 لتر في الدقيقه

الحل:

بما أن المطلوب تحديد حجم العينة n لدراسة توقع المجتمع μ حيث:

$$\sigma^2 = 0.09, \hat{\in} = 0.1, 1-\alpha = 0.95, Z_c = 1.96$$

وبما أن :

$$n = \left(\frac{\sigma Z_c}{\hat{\in}}\right)^2 = \left(\frac{0.3(1.96)}{0.1}\right)^2$$

$$= 34.6 \cong 35 unit$$

تطبيق 3:

في دراسة عن متوسط الدخل اليومي المتوقع للأسرة في احدي محافظات الجمهورية أخذت عينة مكونة من 200 أسرة فوجد أن متوسط الدخل اليومي للأسرة في العينة يساوي 12.5 جنيه بانحراف معياري 3 جنيهات

أوجد فترة الثقة التي يقع فيها الدخل اليومي المتوقع للأسرة في هذة المحافظة وذلك بدرجة ثقة 95%

<u>الحل:</u>

$$1-\alpha=0.95 \rightarrow Z_o=1.96$$
$$\overline{X}=12.5, S=3, n=200$$

بما أن المتغير t حيث

$$t=\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

وبما أن توزيع t يؤدى الي التوزيع الطبيعي القياسي عندما يكون حجم العينة كبير وبالتالي في هذة الحالة حيث n=200 فأن

$$t=Z=1.96$$

ومن العلاقة (39) نجد أن:

$$\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}Z \leq \mu \leq \overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}Z$$

$$12.5-\frac{3}{\sqrt{200}(1.96)} \leq \mu \leq 12.5+\frac{3}{\sqrt{200}}(1.96) \rightarrow$$
$$12.084 \leq \mu \leq 12.916$$

وذلك بدرجة ثقة 95%

تطبيق 4:

في احدي أعوام وجد أن مؤسسات رعاية الأحداث بجمهورية مصر العربية يوجد 5000 نزيلة فإذا أخذت عينه عشوائية مكونة من 225 نزيل وأجريت دراسة عن تحديد سبب دخول المؤسسة فوجد أن 75% من العينة يرجع سبب دخول الحدث المؤسسة إلي فقدان الرعاية الأسرية. قدر نسبة الأحداث في المؤسسات الذين يرجع سبب دخولهم المؤسسات إلي عدم توافر الرعاية الأسرية بدرجة95%.

الحل:

بما أن $n = 225, N = 5000$

$$\bar{\theta} = 0.75, (1-\alpha) = 0.95 \rightarrow Z_c = 1.96$$

فإذا كانت θ هي نسبة الأحداث في المؤسسات الذين يرجع سبب دخولهم المؤسسات إلي عدم الرعاية الأسرية.

من العلاقة (25) بالفصل (5) نجد أن:

$$\bar{\theta} - Z_c\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}} \le \theta \le \bar{\theta} + Z_c\sqrt{\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{n}}$$

$$0.75 - 1.96\sqrt{\frac{0.75(0.25)}{225}} \le \theta \le 0.75 + 1.96\sqrt{\frac{0.75(0.25)}{225}}$$

$$0.693 \le \theta \le 0.807 \rightarrow$$

$$69.3\% \le \theta \le 80.7\%$$

عدد الأحداث في المؤسسات

$0.693(5000) \le$ لفقدان الرعايه الاسرية $\le 0.807(5000)$

$3465 \le$ عدد الاحداث في المؤسسات لفقدان الرعاية الاسريه ≤ 4035

تطبيق 5:

أخذ عينة عشوائية مكونة من 20 طالب وسحبت درجاتهم (X) في مادة الإحصاء فوجد أن متوسط الدرجة في العينة $\overline{X}=65$ درجة ووجد أن

$$\Sigma(X-\overline{X})^2=2230$$

وبافتراض أن مجتمع الدرجات المسحوبة منه العينة يتبع التوزيع الطبيعي. أوجد بدرجة الثقة 95% فترة الثقة لتباين درجات الطلاب في المجتمع المسحوب منه العينة.

الحل:

إذا فرضنا أن S^2 هو تباين الدرجات في العينة فأن:

$$S^2=\frac{\Sigma(X-\overline{X})^2}{n-1}=\frac{2230}{20-1}=117.37$$

وبما أن المتغير x^2 حيث:

$$x^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

يتبع توزيع x^2 بدرجات حرية (n-1)

وبالتالي من العلاقة (22) بالفصل (4) نجد أن

$$\frac{(n-1)S^2}{x_2^2}\le\sigma^2\le\frac{(n-1)S^2}{x_1^2}$$

ومن جدول توزيع x^2 عند درجات الحرية 19 نجد أن

$$x_1^2=8.91, x_2^2=32.9$$

وبالتالي فأن

$$\frac{19(117.37)}{32.9}\le\sigma^2\le\frac{19(117.37)}{8.91}$$

$$67.78\le\sigma^2\le250.28 \implies$$

$$8.93\le\sigma\le15.82$$

8- فترات الثقة للفروق والمجموع :

اذا كانت $\hat{\theta}_1$ ، $\hat{\theta}_2$ احصائيتين من عينة توزيع معاينتها يقترب من التوزيع الطبيعي فان حدود الثقة للفروق بين معالم المجتمع θ_1، θ_2 المقابلة $\hat{\theta}_1$ ، $\hat{\theta}_2$ تعطى كما يلي :

$$(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) \pm Z_c \sigma_{\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2} = (\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) \pm Z_c \sqrt{\sigma^2_{\hat{\theta}_1} + \sigma^2_{\hat{\theta}_2}}$$

بينما حدود الثقة لمجموع معالم المجتمع هى

$$(\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) \pm Z_c \sigma_{\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2} = (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) \pm Z_c \sqrt{\sigma^2_{\hat{\theta}_1} + \sigma^2_{\hat{\theta}_2}}$$

وذلك بافتراض أن العينات مستقلة .

فان حدود الثقة للفرق بين متوسطات مجتمعين أو مجموعها في حالة اذا كان المجتمع غير محدود - اذا أخذنا من المجتمع الأول عينة حجمها n_1 وكان متوسطها $\bar{X}_1$ وانحراف معياري σ_1 للمجتمع - وفي العينة الثانية أخذنا عينة حجمها n_2 وكان متوسطها $\bar{X}_2$ والانحراف المعياري للمجتمع الثاني σ_2 وهى على الترتيب :

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm Z_c \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) \pm Z_c \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

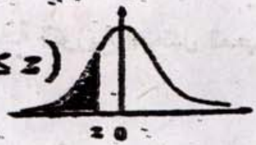
ملحوظة: يمكن ايجاد حدود الثقة للفرق أو المجموع بين النسب في مجتمعين وهى على الترتيب :

$$(\bar{\theta}_1 \pm \bar{\theta}_2) \pm Z_c \sqrt{\frac{\bar{\theta}_1(1-\bar{\theta}_1)}{n_1} + \frac{\bar{\theta}_2(1-\bar{\theta}_2)}{n_2}}$$

جدول رقم (1)

جدول IV: المساحات تحت كثافة التوزيع المعتدل المعيارى

$P(Z \leq z)$

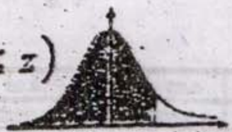


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

تابع جدول رقم (١)

جدول IV: المساحات تحت كثافة التوزيع المعتدل المعياري (تابع)

$P(Z \leq z)$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.3413	0.8438	0.3461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.9665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.3925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998

١ ـ جدول التوزيع الطبيعي المتجمع

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}\, dt$$

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7743	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.902	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9151	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9734	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	[illegible]	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
	.9997	[illegible]	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

جدول (٤)

TABLE V

The F Distribution*

$$\Pr(F \le f) = \int_0^f \frac{\Gamma[(r_1 + r_2)/2](r_1/r_2)^{r_1/2} w^{r_1/2-1}}{\Gamma(r_1/2)\Gamma(r_2/2)(1 + r_1 w/r_2)^{(r_1+r_2)/2}}\, dw$$

		r_1											
$\Pr(F \le f)$	r_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
0.95	1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246
0.975		648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	977	985
0.99		4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6023	6056	6106	6157
0.95	2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
0.975		38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4
0.99		98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4
0.95	3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70
0.975		17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5	14.4	14.3	14.3
0.99		34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9
0.95	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86
0.975		12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	[illegible]	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66
0.99		21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	[illegible]	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2
0.95	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62
0.975		10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	[illegible]	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43
0.99		16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72

TABLE V جدول (٤٠)

The F Distribution*

$$\Pr(F \le f) = \int_0^f \frac{\Gamma[(r_1+r_2)/2](r_1/r_2)^{r_1/2} w^{r_1/2-1}}{\Gamma(r_1/2)\Gamma(r_2/2)(1+r_1 w/r_2)^{(r_1+r_2)/2}}\, dw$$

$\Pr(F \le f)$	r_2	r_1 = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
0.95	1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246
0.975		648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	977	985
0.99		4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6023	6056	6106	6157
0.95	2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
0.975		38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4
0.99		98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4
0.95	3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70
0.975		17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5	14.4	14.3	14.3
0.99		34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9
0.95	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86
0.975		12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	[illegible]	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66
0.99		21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	[illegible]	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2
0.95	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62
0.975		10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43
0.99		16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72

أسئلة المراجعة

أجب عن الاسئله الاتيه

المجموعه الاولى

١-١ الجدول التالى يبين توزيع درجات 50 طالب في ماده الاحصاء وهى كما يلي:

Sets	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
f	4	6	12	14	9	3	2

المطلوب:

١- أرسم المدرج التكرارى واشتق منه المنوال

٢- أرسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد وأشتق منه الوسيط وحقق الناتج حسابيا

٣- أحسب الوسيط الحسابى – التباين – الانحراف المعيارى

٤- أحسب معامل الاختلاف – الدرجه المعياريه عند X=65؟

٢-١ أحسب المتوسط الحسابى – الوسيط – المنوال لمجموعه الاعداد التاليه:

a) 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6

b) 51.6, 48.7, 50.3, 48.9, 49.5

c) 5, 4, 8, 3, 7, 2, 9, 6, 10, 12, 13

٣-١ أحسب المدى والانحراف المعيارى للبيانات السابقه فى السؤال الثانى.

٤-١ البيانات التاليه تمثل حجم ٢٠ أسره فى مدينه ما:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	3	4	2	4	2	2	2	1

أحسب المتوسط ، والمنوال ، التباين لهذا التوزيع.

٥-١ الجدول التالى يبين درجات الذكاء ل ٤٨٠ طالب فى مدرسه أبتدائى.

Class mark x	70	74	78	82	86	90	94	98	102	106
Freq f	4	9	16	28	45	66	85	72	54	38

x	110	114	118	122	126
f	27	18	11	5	2

أحسب المتوسط الحسابى – الانحراف المعيارى بطريقه الانحراف

٦-١ أحسب المنوال التقديرات ل 100 طالب فى أحد المواد.

score	EX	VG	G	P	B	VB
f	7	13	27	40	8	5

١-٧ الجدول التالي يبين درجات 150 طالب في ماده الاحصاء وهي

sets	10-	20-	30-	40-	50-	60-	70-	80-	90-100
f	8	12	16	20	36	22	18	14	4

١- ارسم المدرج التكراري – المضلع التكراري
٢- أرسم المنحنى المتجمع الصاعد وكذلك المتجمع الهابط
٣- أحسب المتوسط – الوسيط – المنوال – ناقش درجه التواء التوزيع
٤- أحسب معامل الاختلاف – معامل الالتواء والتفرطح للتوزيع
٥- أوجد قيمه الدرجه المعياريه لطالب حصل على ٦٥ درجه

١-٨ البيانات التاليه يبين التوزيع التكراري لسرعات ١٠٠ سياره حسب فئات السرعه بالكم/ساعه

١- ناقش درجه التواء التوزيع باستخدام قيم كل من : المتوسط الوسيط المنوال

٢- أحسب العزوم المركزيه الاربع الاولى أحسب منها قيمه معامل الالتواء γ والتفرطح θ

Sets	f
10-20	4
20-30	7
30-40	10
40-50	13
50-60	15
60-70	20
70-80	16
80-90	10
90-100	5

١-٩ أحسب الكميه الوسيطيه للامطار الساقطه فى 40 مرصدا بالملليمترات. F تمثل عدد المراصد، الفئات كميه الامطار

sets	115-	125-	135-	145-	155-	165-	175-185
f	3	5	9	12	5	4	2

١-١٠ أحسب الانحراف الربيعى لكل من التوزيعات التمارين الاول- السابع – الثامن

المجموعة الثانية:

2-1 الجدول التالي يبين عدد خريجي الجامعات y بالالاف في احد الدول - المطلوب تحليل معادلة الاتجاه العام (أفضل خط مستقيم) وتقدير عدد خريجي الجامعه 1985 و 2009

year	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982
y	42	46	49	52	54	55	57

2-2 باستخدام مبدأ المربعات الصغرى وجد أن خطي الانحدار X على Y و Y على X للبيانات التاليه

X	3	5	6	8	9	11
Y	2	3	4	6	5	8

$X = 1 + 1.29Y$ $\quad$ $Y = -0.333 + 0.714X$

أ- قدر قيمه X عندما Y=7 و قدر قيمه Y عندما X=10

ب- أحسب معامل الارتباط بين المتغيرين X.Y

ج- قدر قيمه الخطأ عند X=8 - من المعادلتين السابقتين أوجد نقطه تقاطعهم وما الذي تستنتجه؟

2-3 للبيانات التاليه

X	1	2	3	4	5
Y	16	45	138	402	1250

وفق هذه البيانات بداله اسيه $Y = ab^x$ وقدر قيمه Y=7

2-4 يمثل الجدول التالي القيم التجريبيه للمتغير X المقابله للمتغير Y فاذا ارتبط المتغيران X,Y بالعلاقه التاليه $Y = \dfrac{1}{a + b\log X}$ حيث a,b ثابتان.

باستخدام طريقه مبدا المربعات الصغرى أوجد أحسن قيم لكل من a,b ثم قدر قيمه Y عندما X=5

X	0.1	1	10	100
Y	1	0.5	1/3	0.25

- ٤١ -

2-5- البيانات التاليه تمثل العلاقه بين متغيرين X,Y
مطلوب باستخدام نظريه مبدأ المربعات الصغرى أوجد أفضل علاقه تمثل البيانات وهى

على الصوره $Y = \dfrac{1}{a+b\sqrt{X}}$ حيث a,b ثابتان.

وقدر قيمه Y عندما X=16

X	0	1	4	9
Y	-0.5	1/8	1/18	1/28

2-6- لأختبار معنويه معامل الارتباط باستخدام أختبار T-test
فاذا كانت حجم العينه n=10 و r=0.85 وهو معامل الارتباط بين الاجر الشهرى x والانفاق y
المطلوب حساب معنويه معامل الارتباط عند مستوى معنويه 0.05، 0.01

2-7- بنظريه مبدأ المربعات الصغرى وفق أحسن قطع مكافئ على الصوره $Y=a+bX+cX^2$ للبيانات التاليه

X	1.2	1.8	3.1	4.9	5.7	7.1	8.6	9.8
Y	4.5	5.9	7.0	7.8	7.2	6.8	4.5	2.7

ثم أحسب قيمه كل من معامل الارتباط بين المتغيرين X,Y ثم أحسب الخطأ المعيارى

2-8- الجدول التكرارى المزدوج يعطى توزيع درجات 100 طالب فى مادتين الاحصاء st و الاحتمالات Pr

Pr \ St	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
40-50	3	5	4			
50-60	3	6	6	2		
60-70	1	4	9	5	2	
70-80			5	10	8	1
80-90			1	4	6	5
90-100				2	4	4

أ- أوجد معامل الارتباط بين درجات المادتين

ب- وفق أحسن خط يمثل هذه البيانات المزدوجه

2-9- البيانات التاليه تعطى التوزيع التكرارى المزدوج لـ50 من الازواج موزعين حسب عمر الزوج X وعمر الزوجه Y

Sel(Y) \ Sel(X)	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
20-30	4	3	3			
30-40	2	5	5			
40-50			6	8	2	
50-60				2	4	3
60-70				1	1	1

أوجد معادله خط انحدار عمر الزوجه Y على عمر الزوج X – احسب معامل الارتباط بين X.Y

المجموعه الثالثه: (التوزيعات الاحصائيه)

3-1 اذا كان احتمال سحب عينه معيبه من انتاج أحد المصانع 0.3 فى أختبار الجوده. تم سحب 8 عينات

1- ما هو احتمال الحصول على ثلاث عينات معيبه.
2- ما هو احتمال الحصول على عينتين على الاقل معيبتان.
3- أوجد قيمه التباين والانحراف المعيارى للتوزيع.

3-2 اذا كان احتمال القطع المعيبه فى منتج ادوات كهربائيه فى مصنع معين هو 0.1 – فاذا سحبت عينه عشوائيه حجمها 10 من هذا المنتج – فما هو أحتمال ان يكون قطعتين معيبتين فقط وذلك بأستخدام

1- قانون توزيع براسون كتقريب لتوزيع ذات الحدين.
2- قانون توزيع ذات الحدين.

3-3 الجدول التالى يبين عدد الأيام f فى أثناء 50 يوم حيث x عدد الحوادث التى حدثت فى منطقه معينه. فما هو قانون بواسون المقترح لهذا التوزيع.

No of days	21	18	7	3	1
No of accident x	0	1	2	3	4

3-4 أوجد المساحه تحت المنحنى للتوزيع التكرارى المعيارى $Z\sim N(0,1)$ فى كل من الحالات التاليه:

1- من $Z=0$ الى $Z=-1.2$: $P_r(-1.2 \le Z \le 0)$
2- من $Z=0.68$ الى $Z=0$: $P_r(0 \le Z \le 0.68)$
3- من $Z=0.46$ الى $Z=-2.21$: $P_r(-2.21 < Z < 0.46)$
4- من $Z=-0.81$ الى $Z=-1.49$: $P_r(-1.49 \le Z \le -0.81)$

3-5 فى تقرير لهيئه الارصاد الجويه عن الامطار التى تسقط على أحد المدن خلال شهر مارس أن كميه المطر تتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط 3.8 بوصه وانحراف معيارى 1 بوصه.
أحسب أحتمال أن تكون كميه المطر الى تسقط فى شهر مارس فى العام القادم:

1- أقل من 0.8 بوصه.
2- بين 2.1 ، 3.1 بوصه
3- أكبر من 5.4 بوصه

3-6 اذا كان $S=15, \overline{X}=151$ بفرض أن المتغير يتبع التوزيع الطبيعى فأوجد أحتمال

$P(120 < X < 155), P(X \ge 185)$

$P(X \le 128)$

<u>7-3</u> فى الجدول توزيع t-dist بعدد 9 درجات الحريه أوجد قيم t_1 لكل من

$$P_r(t < t_1) = 0.05$$
$$P_r(-t_1 < t < t_1) = 0.99$$
$$P_r(t < -t_1, t > t_1) = 0.05$$
$$P_r(t < -t_1) = 0.01$$
$$P(t < t_1) = 0.9$$

<u>8-3</u> في توزيع مربع كاي ب 5 درجات حريه _ أوجد القيم العرجيه من الجدول توزيع $x^2 - dist$

$$P_r(x^2 \ge x_2^2) = 0.05$$
$$P(x^2 \le x_1^2) = 0.1$$
$$P(x_1^2 < x^2 \le x_2^2) = 0.99$$

حيث المساحتين مجموعهم α

<u>9-3</u> أحسب قيم $x^2_{0.95}$ اذا كان $a)\upsilon = 50. \quad b)\upsilon = 100$

ملحوظه ∵ $\upsilon \ge 30$ فانه يمكن استخدام التوزيع الطبيعى كتقريب لتوزيع مربع كاى وذلك بالعلاقه

$$x_p^2 = \frac{1}{2}\left[Z_p + \sqrt{2\upsilon - 1}\right]^2$$

الحل

$$a)\ if \quad \upsilon = 50, \quad x^2_{0.95} = \frac{1}{2}\left[Z_{0.95} + \sqrt{2(50) - 1}\right]^2$$
$$= \frac{1}{2}\left[1.645 + \sqrt{99}\right]^2 = 69.2$$

وهى قريبه لقيمه x^2 فى الجدول وهى 67.5

المجموعه الرابعه (حدود الثقه)

4-1 اذا كانت قراءات اوزان عينة عشوائية حجمها 200 من رومان البلى من انتاج احدى الماكينات خلال اسبوع واحد اظهرت متوسط مقدارة Kg0.824 وانحراف معيارى 0.042 kg اوجد 99% و 95% حدود الثقة لمتوسط الاوزان لجميع رولمان البلى المنتج من هذة الآلة؟

4-2 اخذت عينة عشوائية حجمها 100 طالب من احدى الكليات وجد ان متوسط اوزانهم67 k وانحراف معيارى للعينة هو 3 kg اوجد 98% حدود الثقة لمتوسط اوزان هؤلاء الطلبة؟

4-3 اذا سحبت عينة عشوائية مكونة من 12 مفرده من مجتمع طبيعىوكانت اوجد فترة الثقة لتوقع المتغير(μ) محل الدراسة فى المجتمع المسحوب منة العينة وذلك عند درجة ثقة 98%؟ وكذلك فترة الثقة لتباين المجتمع بدرجة ثقة 90% ؟ $(\bar{X}=8\ ,\ S^2=6.67)$

4-4 اذا كان توزيع الاجور لعمال احد المصانع يتوزع قريبا جدا من التوزيع الطبيعى- وباخذ عينةعشوائية حجمها 100 عامل من عمال هذا المصنع وجد ان متوسط الاجور فى العينة 700 جنيها فى الشهر فاوجد فترة الثقة 95% للمتوسط الحسابى لاجور العمال فى هذا المصنع علما بان الانحراف المعيارى لاجور العمالهو 100جنيهات؟

4-5 سحبت عينة عشوائية حجمها 26 محلا تجاريا فوجد ان المتوسط الحسابى لايرادات هذة المحلات هو 11000 جنيها والانحراف المعيارى s=120 -المطلوب انشاء فترة الثقة لمتوسط المبيعات (μ) لجميع المحلات فى هذة البلدة بدرجة ثقة 98%؟

4-6 اخذت عينة من مجموعة من الروافد ذات الرتبة الاولى فى احد الاحواض النهرية مكونة من 25 رافد لدراسة انحدار جوانبها فوجد ان متوسط الانحدارات هو20 درجة بانحراف معيارى 5 درجات -المطلوب تقدير متوسط انحدار جوانب كل الرافد فى نفس الرتبة وذلك بدرجة ثقة 90%؟

4-7 اعطيت عينة عشوائية من200 طالب جامعى بهم 30 طالب اعسر -كون فترة الثقة لنسبة الطلاب العسر فى الجامعة -عند مستوى ثقة 90%؟

$\sigma = 0.75$

4-8 مجتمع طبيعى بانحراف معيارى، كم يجب ان يكون حجم العينة الماخوذة من هذا المجتمع كى لا يزيد الحد الاعلى للخطا عن 0.4 باحتمال قدرة 95%؟

4-9 اذا كان الانحراف المعيارى للزيادة فى الاجور لعينة تحتوى على 25 عامل فى مصنع الكترونيات هو 24 جنيها ومتوسط 290 جنيها-اوجد فترة الثقة لمتوسط الزيادة فى المصنع الذى اخذت منة العينة بمستوى ثقة 98% وكذلك فترة الثقة للانحراف المعيارى (σ) ؟

- ٤٦ -

10-4 اخذت عينة عشوائية مكونة من 20 طالب وحسبت درجاتهم في مادة الاحصاء فوجد ان متوسط الدرجة في العينة درجة ووجد ان وبافتراض ان مجتمع الدرجات المسحوبة منه العينة يتبع التوزيع الطبيعي -اوجد فترة الثقة لمتوسط درجات الطلاب μ في المجتمع المسحوب منه العينة وبين قيمة الخطأ في التقدير وكذلك فترة الثقة لتباين هذه الدرجات(σ^2) وذلك بدرجة ثقة90%؟

$$\left(\bar{X} = 65 \; , \; \Sigma (X - \bar{X})^2 = 2230 \right)$$ (بيانات العينة)

11-4 في عينة عشوائية من الاسر حجمها 200 وجد ان 72 منهم تحتاج الى خدمات اجتماعية. اوجد تقدير نسبة الاسر التي تحتاج الى خدمات اجتماعية في المجتمع بدرجة ثقة 95%؟

12-4 أ-الانحراف المعياري لعينة من 200 لمبة اضاءة هي 100 hours -أوجد 95% و99% حدود الثقة للانحراف المعياري لعمر جميع لمبات الاضاءة؟

ب-اذا كان الانحراف المعياري لاوزان 16 من اسياخ الحديد المنتجة من احد المصانع التي تنتج يوميا 1000 وحدة هو2.4 اوجد 99% و 98% حدود ثقة للانحراف المعياري لجميع الوحدات المنتجة يوميا من هذا المصنع؟

13-4 الانحراف المعياري ل 20 طالب اختيروا بصورة عشوائية من مدرسة بها 1000 طالب كان 2.4 اوجد 90% حدود الثقة للانحراف المعياري لاوزان جميع الطلبة بالمدرسة؟

14-4 - أ- سحبت عينة عشوائية من 200 اسرة من سكان منطقة معينة لمعرفة راي هذه الاسر في تطبيق اسلوب جديد لتنظيم النسل فوجد ان 120 اسرة تستخدم الاسلوب المراد تطبيقه - قدر بدرجة الثقة 95% نسبة الاسر المستخدمة للاسلوب الجديد لتنظيم النسل في هذه ا لمنطقة ؟

ب- في استطلاع الراى العام بالعينة سحبت عينة عشوائية حجمها 25 من جميع الناخبين في حي معين- باحدى المدن حيث دلت على ان الاصوات 55% منهم في صالح مرشح معين اوجد حدود الثقة 99.73% و95% للنسبة بين جميع الناخبين المؤيدين لهذا المرشح؟

15-4 أ-يراد احد المهندسين تحديد طول المنتج بحد اقصى للخطأ قدرة 0.04 وبدرجة ثقة 90% وانحراف معيارى قدرة 0.6 والمطلوب تحديد حجم العينة اللازم اخذها؟

ب-قدر حجم العينة العشوائية البسيطة المسحوبة من مجتمع طبيعي تباينة 81 لتقدير توقع بدرجة ثقة 95% وخطأ المعاينة لا يزيد عن 1.5؟

$\epsilon = 40$

ج- ما حجم العينة المطلوب ليصبح الخطأ في تقدير المتوسط في حدود بدرجة ثقة 98% اذا كان الانحراف المعيارى هو 320؟

- ٥.٧ -

المستوى الخامس

5- أ-من المعروف ان متوسط عمر المصابيح الكهربائية من انتاج احد المصانع هو h 2000 –

فاذا استخدمت طريقة حديثة لصنع هذا النوع من المصابيح فاختير 8 من هذه المصابيح

وكانت اعمارها ملخصها كالاتى : $\bar{X}=2201h, \quad S=306.3$

فهل

يمكنك الحكم على ان هذه الطريقة الحديثة تنتج مصابيحا متوسط اعمارها يختلف عن h2000 عند مستوى معنوية 0.01 ؟

5- 2-ايقوم صاحب محل بعرض محلة للبيع حيث انة يدعى ان العائد اليومى للمحل هو6500

جنيها وانحراف معيارى250 جنية – اخذنا عينة

من 35 يوم فوجد ان متوسط العائد اليومى هو 6400

جنية – إختبر صحة ادعائة عند مستوى معنوية0.05؟

ب-اذا فرض ان متوسط عدد ساعات الطيران

للملاحين الجويين لا يزيد عن 120 ساعة

فى الشهر بانحراف معيارى 18 ساعة -اخذت

عينة من 100 طيار فكان متوسط

طيرانهم هو124.5 ساعة فى الشهر -نختبر ما

اذا كان هناك شك فى ان عدد ساعات

الطيران اكثر من 120 ساعة عند مستوى معنوية

0.01 و 0.05 .

5-3-مصنع لبطاريات الخاصة بالسيارات تضمن تصنيع هذة البطاريات بمتوسط عمر 3 سنوات

وانحراف معيارى سنة واحدة- اخذت عينة من 5بطاريات لمعرفة زمن التشغيل وجد ان

$\sum X=15, \quad \sum X^2=48.26$ فهل

يظل

المصنع مقتنع بان الانحراف المعيارى لعمر المنتج هو سنة واحدة عند مستوى معنوية

17

4-5- بفرض ان عينة من $N=25$ اخذت عينة من مجتمع فكانت تباين العينة العينة
$S^2 = 0.0384$
هل يمكن رفض الفرض $\sigma = 0.1225$ ضد الفرض البديل $\sigma > 0.1225$
بمستوى معنوية 0.05 - واذا اخذت العينة حجمها $N=7$ اي فرض منهم يقبل
عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

5-5- اذا سحبت عينة عشوائية بسيطة من مجتمع طبيعي حجمها 5 مفردات وتباين المتغير محل الدراسة في العينة $S^2 = 25$ نختبر الفرض القائل بان تباين المجتمع المسحوب منه العينة يختلف عن 20 بدرجة ثقة 95% ($\alpha = 0.05$)؟

6-5- أ- من الملاحظ ان 40% من طلاب كلية التربية انهم يرتدون نظارة طبية ومن بين 64 طالب وجد منهم 40 طالب يلبسون نظارة. فتحت مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ فهل نعتقد ان اكثر 0.40 من الطلبة جميعهم يلبسون نظارة طبية؟

ب- بفرض ان لدينا عينة من دخول 6 افراد في قبيلته هي ملخصة كما يلي:
$\sum X = 84$ ، $\sum X^2 = 1218$
- المطلوب اختبار ما اذا كانت هذه العينة مسحوبة من مجتمع متوسط $= 11$ عند مستوى معنوية 0.05؟

7-5- اراد باحث دراسة النشاط التجاري للصيدليات في مدينة ما مستخدما الحجم في تقدير حجم المبيعات بالجنيه فقام بسحب عينة عشوائية مكونة من 1 صيدلية فوجد ان متوسط مبيعاتها 998 جنيها فاذا كان الانحراف المعياري لكل الصيدليات هو 20 جنيه فهل يعني ذلك ان متوسط مبيعات كل الصيدليات في مدينة هو 1000 جنيه في اليوم وذلك عند مستوى الـ $\alpha = 0.01$؟

ب-في المثال السابق اذا كان متوسط المبيعات في 144 صيدلية هو 995 جنيها في اليوم –
اختبر ما اذا كان متوسط مبيعات الصيدليات في قنا هو اقل من 1000 جنية عند مستوى
معنوية 0.05؟

5-8-اخذت عينة من 100 عامل من احد المصانع انتاجية العامل لهذة العينة هو 80 وحدة يوميا في المتوسط
ثم اخذت عينة اخرى من 200 عامل من مصنع اخر فوجد ان متوسط انتاجية العامل لهذة العينة هو 75 وحدة يوميا – فاذا كان الانحراف المعياري للمصنع الاول 5 وحدات والثاني 4
وحدات-المطلوب اختبار الفرض القائل بعدم وجود فرق حقيقي بين انتاجية العمال في المصنعين
بمستوى معنوية 0.01 و 0.05 ؟

5-9-في الاختبارات اليومية للقياس جودة الوحدات المنتجة في احد المصانع اخذت عينة مكونة
من 400 وحدة وبفحص كل وحدة في العينة – وجد ان نسبة الوحدات غير المطابقة للمواصفات 0.15 – اختبر الفرض القائل بان نسبة الوحدات غير المطابقة في الانتاج اليومي
للمصنع اكبر من 0.20 وذلك بدرجة ثقة 98% باستخدام ؟ (Z-TEST)
5-10-اذا سحبت عينة عشوائية مكونة من 25 شخص فكانت نسبة المدخنين في العينة 0.65 - اختبر الفرض القائل بان نسبة المدخنين في المجتمع المسحوبة منة العينة
تختلف عن 0.5 وذلك عند مستوى معنوية 0.05 باستخدام (T-TEST) ؟

5-11-الجدول التالي يبين المشاهدات الملاحظة والمتوقعة لتكرار رمي زهرة نرد 120 مرة –

اختبر الفرض القائل بتوازن الزهرة عند مستوى معنوية 0.05. ؟

face	1	2	3	4	5	6
Observed(w)	25	17	15	23	24	16
Expected(E)	20	20	20	20	20	20

5-12- الجدول التالى بة 250 خانة رقمية موزعين عشوائيا على 10 مواقع رقمية 9 و8 و7 و6 و5 و4 و3 و2 و1 و0- هل التوزيع الملاحظ يختلف عن التوزيع المتوقع عند مستوى معنوية 0.01

digit	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
W	17	31	29	18	14	20	35	30	20	36
E	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25

5-13- فى خلال فترة طويلة كانت الدرجات التى تمنح بواسطة مجموعة من المحاضرين فى مقرر دراسى معين هى فى المتوسط :مقبول 18% وجيد 40% وجيد جدا 18% وممتاز 12% و ضعيف 12% -واذا اعطى محاضر جديد خلال فصلين دراسين وكانت النتائج المشاهدة هى كما فى الجدول التالى :

التقدير	ضعيف	مقبول	جيد	جيد جدا	ممتاز	المجموع
عدد الطلبة	12	16	66	34	22	150

باستخدام اختبار مربع كاى حدد بمستوى معنوية 0.01 و0.05 عما اذا كان المحاضر الجديد يتبع نمط التقديرات التى يعطيها الاخرين ؟